ANALYSE DES RÉGULATIONS INTERACTIVES ENTRE ÉLÈVES LORS DE LA RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME MATHÉMATIQUE EN GROUPE

Isabelle Demonty
Université de Liège, Belgique

Virginie Dupont
Université de Liège, Belgique

Annick Fagnant
Université de Liège, Belgique

Mots-clés : Problèmes arithmétiques complexes – Régulation interactive – Interactions entre élèves – Indices.

Résumé : De nombreuses recherches ont mis en évidence les difficultés importantes rencontrées par les élèves face aux **problèmes** complexes. En vue d'éclairer ces difficultés et de rechercher des pistes didactiques susceptibles de soutenir les apprentissages, la présente recherche s'intéresse aux régulations interactives entre élèves dans trois modalités de travaux de groupes proposant différents « outils » susceptibles de favoriser les démarches auto-régulatrices. Globalement, les élèves sont plus nombreux à résoudre différentes étapes de la tâche complexe lorsqu'ils sont placés en groupe que lors de la résolution individuelle, bien que ces « progrès » soient de faible ampleur. L'analyse détaillée des interactions entre élèves tant dans les groupes qui réussissent que dans ceux qui échouent permet de révéler les démarches cognitives mises en œuvre par les élèves. De ce fait, l'analyse contribue à interpréter les erreurs des élèves et à comprendre certaines solutions qui demeurent parfois très obscures lorsqu'on s'en tient à une analyse papier-crayon.

1. Fondements théoriques

La notion de compétence a pris une place considérable dans la plupart des référentiels européens de formation (Eurydice, 2012). On attend aujourd'hui des élèves qu'ils soient capables de mobiliser, de façon intégrée, un ensemble de ressources internes et externes pour accomplir des tâches

complexes voire inédites (Beckers, 2012 ; Carette, 2007 ; De Ketele, 2010 ; Rey, Carette, Defrance & Kahn, 2006). En Belgique francophone, le ministère de l'enseignement met à disposition des enseignants des exemples d'outils d'évaluation portant notamment sur les compétences mathématiques en fin d'enseignement primaire. Ces outils d'évaluation sont inspirés du modèle d'évaluation en trois phases développé par Rey et al. (2006). C'est à la première phase de l'épreuve, se présentant sous la forme d'une tâche complexe, c'est-à-dire d'un problème à plusieurs étapes de résolution, que la présente contribution s'intéresse.

De nombreuses recherches ont mis en évidence les difficultés importantes rencontrées par les élèves face à ce type de problèmes (Carette, 2007 ; Crahay & Detheux, 2005 ; Marcoux, 2012). Si les analyses des épreuves papier-crayon permettent de cerner partiellement les difficultés éprouvées par les élèves (notamment en ce qui concerne la maîtrise des procédures impliquées dans les tâches complexes), elles révèlent néanmoins leurs limites pour aider à cerner le « mystérieux processus » que constitue le « savoir mobiliser » (ou le « savoir mobiliser et intégrer ») pourtant pointé au cœur de toutes les définitions de la notion de compétence » (Fagnant & Dierendonck, 2012). Eclairer ce questionnement (mieux comprendre ce qui pose des difficultés aux élèves) semble pourtant essentiel pour dégager des pistes didactiques susceptibles de soutenir les apprentissages des élèves. Par ailleurs, dans le domaine du développement de compétences dans différentes disciplines, de nombreux travaux se sont intéressés à la régulation des apprentissages en classe (Allal, 2007 ; Allal & Mottier-Lopez, 2005 ; Mottier-Lopez, 2012). Parmi les différents types de régulations couramment identifiées, la régulation interactive qui provient « des interactions de l'apprenant avec les acteurs dans son environnement (enseignants et autres élèves) et/ou avec des outils qui favorisent les démarches auto-régulatrices » (Allal, 2007, p. 15) a retenu notre attention.

Les régulations interactives se réalisent « à chaud » pendant que les élèves sont en activité. Les objectifs de ces régulations interactives sont non seulement de permettre aux élèves de réussir la tâche dans laquelle ils sont investis, mais aussi et surtout de permettre l'apprentissage des concepts, procédures et compétences visés (Perrenoud, 1998) voire de favoriser le développement de capacités d'autorégulation (Meyer & Turner, 2002 ; Perry, VandeKamp, Mercer & Nordby, 2002). La mise en œuvre de régulations interactives « enseignant / élèves » nécessite que l'enseignant pose un jugement en cours d'activité pour décider du type d'intervention à privilégier (Maurice, 2002 ; Mottier Lopez, 2008). Pour ce faire, il est nécessaire qu'il interprète adéquatement les démarches des élèves et les difficultés qu'ils rencontrent pour « prendre le risque d'interférer avec les processus de pensée en cours » (Perrenoud, 1993, pp. 43-45). Cette connaissance relève, selon Shulman (1986, cité par Kieran, 2007) de la connaissance pédagogique du contenu (« *pedagogical content knowledge* ») : il s'agit d'un mélange de connaissances relatives à la fois au contenu et à la pédagogie, connaissances qui envisagent la manière dont les matières s'articulent en vue de s'adapter aux divers intérêts et habilités des élèves. Or, ce type de connaissances semble faire défaut à bon nombre d'enseignants (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001 ; Nathan, Koedinger & Alibali, 2001) dans le domaine de la résolution de problèmes en général (Julo, 2002) et des tâches complexes en particulier (Mottier Lopez, 2012).

En vue de mieux cerner les éléments sur lesquels l'enseignant pourrait s'appuyer pour aider les élèves à développer des démarches efficaces de résolution de problèmes, notre étude a souhaité approfondir les régulations provenant des interactions entre apprenants, par le biais de modalités de travail susceptibles de favoriser ces interactions.

Les recherches portant sur l'apprentissage coopératif montrent qu'un élément important pour favoriser les interactions entre élèves est la perception d'un objectif commun (Buchs, Lehraus, & Crahay, 2012 ; Slavin, 2005). Dans les trois modalités de travail proposées, les élèves seront invités à coopérer pour élaborer une résolution commune du problème. En s'appuyant sur les travaux d'Allal (2007, voir aussi Allal & Mottier Lopez, 2005), on peut aussi faire l'hypothèse que les interactions entre élèves pour atteindre cet objectif commun pourrait également être soutenue par différents « indices » susceptibles de favoriser favorisent les interactions entre élèves (*cf.* « outils qui favorisent les démarches auto-régulatrices »).

Dans la première modalité de travail en groupe, les élèves pourront s'appuyer sur leurs démarches spontanées individuelles pour élaborer une résolution commune. Dans les deux autres modalités, les groupes recevront des indices susceptibles de favoriser une démarche experte et réflexive de résolution de problèmes (Verschaffel & De Corte, 2008). Résoudre un problème de mathématiques nécessite en effet de mettre en œuvre un processus complexe de modélisation mathématique (Verschaffel & De Corte, 2008) au sein duquel deux aspects ont essentiellement retenus l'attention des chercheurs : la construction d'une représentation de la situation d'une part (Coquin-Viennot & Camos, 2003 ; Fagnant & Vlassis ; 2013, Julo, 2002) et le développement de stratégies métacognitives de contrôle et de vérification d'autre part (Focant & Grégoire, 2008 ; Montague, 2007). Ce sont sur ces dimensions (représentation et vérification) que les « indices » sont focalisés. Concrètement, les « indices » visant à soutenir les échanges entre élèves sont donc les productions individuelles des élèves en modalité 1 ; des « indices » centrés sur la représentation du problème en modalité 2 et des « indices » visant à enclencher un processus de vérification en modalité 3.

L'étude poursuit deux objectifs : le premier est d'analyser dans quelle mesure la mise en place de ces trois modalités de travail joue un rôle de vecteur dynamisant les interactions entre les élèves et, partant, favorisent les régulations interactives sans induire de démarches spécifiques de résolution (Julo, 2002) ; le deuxième est de cerner les opportunités offertes par ces différentes modalités de travaux de groupes pour mieux cerner les difficultés rencontrées par les élèves face à ces tâches complexes de mathématiques.

2. Méthodologie

L'étude s'appuie sur une tâche complexe de mathématiques, proposée par la commission d'outils d'évaluation en tant qu'exemple illustrant les attendus en fin d'enseignement primaire concernant l'évaluation de compétences scolaires en Belgique francophone. Le problème choisi est la première étape d'un outil, inspiré du dispositif d'évaluation à visée diagnostique développé par Rey *et al.* (2006). Dans ce dispositif, la première phase consiste à confronter les élèves à la tâche complexe en vue de cerner leurs capacités à mobiliser et à intégrer un ensemble de procédures travaillées préalablement en classe. Les deux phases suivantes ont une fonction diagnostique : la phase 2 propose une décomposition de la tâche complexe en sous-tâches et la phase 3 propose une évaluation directe (hors contexte) des procédures impliquées dans la tâche d'origine. Si ces épreuves « en phases » permettent d'apporter certaines informations diagnostiques concernant notamment le niveau de maitrise de certaines procédures isolées, elles révèlent aussi leurs limites pour cerner les démarches et les difficultés des élèves face à la tâche complexe non décomposée (voir notamment, Fagnant, Demonty, Dierendonck, Dupont & Marcoux, à paraître pour une discussion relative aux outils d'évaluation).

La présente étude se centre uniquement sur la tâche complexe proposée dans la phase 1 de l'outil « Côté cour, côté jardin » (voir annexe 1). Dans un premier temps, ce problème complexe a été soumis individuellement aux élèves de 7 classes de 6e année de l'enseignement primaire (grade 6). Sur la base d'une analyse des démarches et des réponses fournies, trois groupes hétérogènes de deux ou trois élèves[1] ont été constitués au sein de chaque classe en vue de tester trois modalités d'interactions spécifiques (60 élèves répartis dans 21 groupes au total, 7 groupes pour chaque modalité).

Dans un second temps (au minimum deux semaines après le temps 1), les élèves ont été confrontés à la même tâche complexe qu'ils devaient cette fois résoudre en groupe. Tous les groupes ont été filmés durant la résolution du problème.

Dans la modalité 1, chaque élève a reçu une copie de sa propre production. La constitution des groupes a été conçue de manière à réunir des élèves ayant des démarches de résolution individuelles variées. Les « indices » sont ici leurs réponses initiales qui devraient donc engendrer des confrontations et favoriser les interactions entre élèves. Dans les deux autres modalités, les élèves ont reçu des indices élaborés sur la base des difficultés rencontrées lors de la phase individuelle.

Dans la modalité 2, les « indices » sont conçus de façon à aider la construction d'une représentation appropriée de la situation (voir annexe 2 pour une présentation de ces indices centrés sur la représentation du problème).

[1] Dans une des 7 classes, les élèves ont travaillé en duos (il s'agissait d'une classe regroupant des élèves de 5e et de 6e année : seuls ceux de 6e année ont participé à l'étude et ils étaient trop peu nombreux pour réaliser des trios).

Dans la modalité 3, les « indices » prennent la forme de réponses erronées fournies comme telles aux élèves et conçus sur la base des erreurs les plus fréquemment observées au prétest ; l'hypothèse étant que cela favorisera le déclenchement d'une démarche de vérification de leur production et la mise en œuvre d'une tentative de régulation (voir annexe 3 pour une présentation de ces indices fournissant des exemples de réponses erronées).

3. Résultats

La tâche complexe proposée est constituée de quatre sous-tâches relativement indépendantes[2], chaque sous-tâche mobilisant des procédures mathématiques spécifiques (proportionnalité pour la sous-tâche 1, intervalles pour la sous-tâche 2, calcul d'une aire pour la sous-tâche 3 et calcul d'un périmètre pour la sous-tâche 4).

Les résultats se structurent en deux parties. La première partie envisage les résultats globaux en comparant les scores des élèves lors de la résolution individuelle et lors de la résolution collective, pour chaque sous-tâche composant la tâche complexe.

L'analyse fine des interactions entre élèves et des difficultés qu'ils rencontrent nécessite d'entrer dans les spécificités mathématiques des sous-

[2] Le fait d'obtenir une réponse incorrecte à l'une des étapes n'empêche pas de trouver la réponse correcte à une autre étape : les quatre sous-tâches portent sur des données différentes et mobilisent des procédures mathématiques spécifiques. Par ailleurs, l'ordre de résolution des quatre sous-tâches n'a pas d'importance. Toutefois, dans chaque cas, il s'agit de calculer un coût et de donner sens aux solutions mathématiques obtenues dans le contexte spécifique du problème (cela concerne notamment la nécessité ou non d'arrondir les résultats fournis par la calculatrice). De plus, pour résoudre chaque sous-tâche, les élèves disposent d'un même support (tarif et plan du jardin) dans lequel une sélection des données est nécessaire. Ces deux aspects peuvent introduire une certaine dépendance entre items.

tâches : la deuxième partie se centre sur deux des quatre sous-tâches composant la tâche complexe en comparant quelques caractéristiques des groupes qui réussissent et de ceux qui échouent.

3.1. Résultats globaux

Les résultats des élèves à la tâche complexe et aux quatre sous-tâches sont détaillés dans le tableau 1, selon que les élèves ont réalisé le travail individuellement (première phase du travail) ou en groupe (deuxième phase du travail).

Tableau 1 : Résultats des élèves face à la tâche complexe de mathématiques et aux différentes sous-tâches qui la constituent

	Taux de réussite aux sous-tâches composant la tâche complexe				
	Sous-tâche 1 (lavandes)	Sous-tâche 2 (forsythias)	Sous-tâche 3 (narcisses)	Sous-tâche 4 (bordure)	Tâche finale (coût total)
Résolution individuelle (n = 60)	72%	14%	8%	3%	0%
Résolution en groupe (n = 21)	88%	38%	47%	16%	10%

Nos résultats confirment la difficulté des tâches complexes de mathématiques pour les élèves de fin d'enseignement primaire (Carette, 2007 ; Crahay & Detheux, 2005 ; Marcoux, 2012) : en situation de résolution individuelle, aucun élève n'est parvenu à résoudre correctement toutes les étapes du problème. Le résultat global ne s'améliore pas beaucoup lorsque les élèves travaillent en groupes : seulement 2 groupes sur 21 (soit 10% des groupes) sont parvenus à résoudre correctement la tâche complexe.

En ce qui concerne le détail par sous-tâche, on constate dans tous les cas de meilleurs résultats lors du travail de groupe que lors de la résolution individuelle. C'est pour les sous-tâches 2 et 3 que la différence se marque le plus nettement. Il faut toutefois préciser que le travail de groupe ne conduit pas pour autant à des résultats très élevés puisque les scores ne dépassent pas la barre des 50%, hormis pour la sous-tâche 1 qui est également bien réussie lors du travail individuel.

Cette première comparaison est évidemment un peu grossière dans la mesure où ce sont les mêmes élèves qui ont résolu le problème en individuel puis, environ deux semaines plus tard, en petits groupes. Nous y reviendrons par la suite (voir point 3.2.1).

Dans la suite du texte, nous nous intéresserons spécifiquement aux sous-tâches 2 et 3[3] . Précisons toutefois que, même si l'on va se centrer sur des problèmes spécifiques, il ne faut jamais perdre de vue qu'ils s'insèrent dans une tâche complexe plus large et que, tout au long de leur résolution, les élèves doivent jongler avec cette complexité et avec la souplesse que la relative indépendance des sous-tâches permet. Dans plusieurs groupes, on constate d'ailleurs un va-et-vient fréquent entre les différentes sous-tâches.

3.2. Résultats pour les sous-tâches 2 et 3

Dans cette partie, nous comparons les groupes qui ont obtenu la solution correcte et les autres selon trois axes d'analyse.

Le premier axe vise à cerner dans quelle mesure la réussite de la sous-tâche lors de la résolution individuelle influence la réussite de la sous- tâche en

[3] Les deux autres sous-tâches ne sont pas envisagées dans cet article : la première était déjà bien réussie par les élèves en phase individuelle et la quatrième a posé une difficulté liée à un contenu mathématique spécifique (le calcul du périmètre d'un cercle) qui n'avait pas encore fait l'objet d'un apprentissage dans une majorité des classes.

groupe. Théoriquement, la présence dans le groupe d'un élève ayant réussi la tache individuellement pourrait garantir la résolution du groupe, mais qu'en est-il réellement ? Les élèves performants parviennent-ils à imposer ou à convaincre les autres de la pertinence de leur démarche et de leur solution ? Constate-t-on des différences importantes en fonction des modalités de travail des groupes ? Autrement dit, certaines modalités sont-elles plus efficaces que d'autres ?

Le deuxième axe vise à approfondir les divers types d'interactions qui apparaissent dans les groupes selon leurs modalités de fonctionnement. Dans quelle mesure les modalités favorisent-elles les échanges et les discussions dans les groupes ? Les différents types d'interactions qui apparaissent dans les groupes influencent-ils leur efficacité ?

Le troisième axe appréhende les objets de discussions au sein des différents groupes. Les contenus mêmes des discussions ont-ils une influence sur l'efficacité du groupe ? Certaines démarches de résolution aboutissent-elles plus fréquemment à une solution correcte que d'autres ?

3.2.1. Impact de la constitution du groupe et des modalités de travail

Vu le dispositif mis en place lors du travail de groupe, il semble important de comparer la composition des groupes et la réussite des deux sous-tâches : il est possible qu'un seul élève du groupe ait réussi le problème en phase individuelle pour qu'il tire la réussite de son groupe. En modalité 1, les élèves disposent de leur copie initiale et peuvent donc s'en inspirer ; en modalités 2 et 3, ils n'en disposent plus, mais il n'est pas exclu qu'ils se souviennent de leurs solutions. Précisons que, dans aucune modalité, les élèves ne savaient si leurs solutions individuelles étaient correctes.

Le tableau 2 reprend les résultats des 21 groupes pour les deux sous-tâches ciblées et dans les trois modalités proposées. Il présente la proportion de groupes efficaces en fonction de la réussite ou non d'au moins un élève du groupe en phase individuelle.

Tableau 2 : Comparaison des résultats selon les modalités de travail et la présence dans les groupes d'au moins un élève ayant réussi la sous-tâche individuellement

	Sous-tâche 2 (forsythias)		
	Réussite d'au moins un élève en phase individuelle	*Echec de tous les élèves en phase individuelle*	*Total par modalité et pour l'ensemble des groupes*
	Nombre de groupes efficaces / Nombre de groupes concernés		
Modalité 1	3 / 4	0 / 3	3 / 7
Modalité 2	2 / 3	0 / 4	2 / 7
Modalité 3	3 / 6	0 / 1	3 / 7
Total	8 / 13	0 / 8	8 / 21
	Sous-tâche 3 (narcisses)		
	Réussite d'au moins un élève en phase individuelle	*Echec de tous les élèves en phase individuelle*	*Total par modalité et pour l'ensemble des groupes*
	Nombre de groupes efficaces / Nombre de groupes concernés		
Modalité 1	2 / 4	0 / 3	2 / 5
Modalité 2	1 / 3	3 / 4	4 / 7
Modalité 3	2 /2	1 / 5	3 / 7
Total	5 / 9	4 / 12	9 / 21

La présence dans le groupe d'au moins un élève ayant réussi la sous-tâche individuellement (colonne de gauche) ne garantit pas la réussite en groupe : dans chaque modalité de travail et pour chacune des deux sous-tâches envisagées, on trouve en effet des groupes qui réussissent et d'autres qui échouent (sauf pour la sous-tâche 3 en modalité 3).

Les résultats concernant les groupes constitués uniquement d'élèves qui ont échoué aux sous-tâches cibles en individuel (colonne du milieu) semblent davantage dépendants des sous-tâches. On ne trouve aucun groupe efficace face à la sous-tâche 2, témoignant par là d'une efficacité limitée des indices fournis en modalité 2 et 3. En revanche, pour la sous-tâche 3, on note 3 groupes efficaces en modalité 2 ; 1 groupe efficace en modalité 3 et aucun en modalité 1. Une hypothèse explicative de ce constat peut être avancée suite à une analyse des productions individuelles des élèves à la sous-tâche 3 : initialement, une majorité d'élèves n'avaient pas pris en compte une donnée essentielle de cette sous-tâche (la nécessité de considérer l'aire du parterre pour déterminer le nombre de narcisses à prévoir). Les indices proposés en modalité 2 et 3 visaient à les amener à prendre en compte cette donnée et on peut donc penser qu'ils ont contribué à améliorer les performances des groupes.

Enfin, si l'on s'intéresse à l'effet global des modalités, quelle que soit la constitution de départ des groupes (colonne de droite), on constate que les résultats sont peu « tranchés » : pour chaque sous-tâche et pour chaque modalité, la proportion de groupes efficaces est proche de la proportion de groupes inefficaces. Il est dès lors difficile de conclure quant à la plus grande efficacité d'une modalité par rapport à l'autre. Des analyses plus détaillées des types d'interactions qui apparaissent dans les différents groupes sont donc nécessaires.

3.2.2. Impact des types d'interactions qui apparaissent dans les différents groupes

Les interactions entre élèves lors de la phase de résolution en groupe ont été retranscrites et les modes de discussions dans les groupes ont été classés en trois catégories (voir annexe 4 pour quelques extraits de retranscriptions vidéo illustrant les différents types d'interactions).

- Dans certains cas, une démarche est imposée par un élève du groupe. Il n'y a pas réellement d'échanges : l'élève ne cherche pas à justifier la réponse ni même à l'expliquer et les autres ne posent pas de questions de clarification.
- Dans d'autres cas, une ou plusieurs démarches sont discutées et les élèves prennent le temps de l'expliquer aux autres dans le but de les convaincre de l'intérêt de leur démarche.
- Dans le troisième type de cas, on assiste réellement à une construction collective d'une démarche : au moins deux enfants échangent leurs avis en vue de résoudre ensemble la sous-tâche proposée, mais aucun d'entre eux ne semble avoir d'emblée la solution en tête.

Le tableau 3 reprend les résultats des 21 groupes pour les deux sous-tâches ciblées et dans les trois modalités proposées. Il présente la proportion des groupes qui réussissent à résoudre la sous-tâche (groupes efficaces) en fonction des types d'interactions entre élèves lors de la phase de résolution en groupe.

Tableau 3 : Nature des interactions présentes dans les sous-tâches 2 et 3

	Sous-tâche 2 (forsythias)		
	La démarche est imposée par un élève	*La démarche retenue est expliquée par un élève*	*La démarche se construit en interaction*
	Nombre de groupes efficaces / Nombre de groupes concernés		
Modalité 1		3 / 5	0 / 2
Modalité 2	0 / 1	2 / 6	-
Modalité 3	1 / 3	0 / 2	2 / 2
Total	1 / 4	5 / 13	2 / 4

	Sous-tâche 3 (narcisses)		
	La démarche est imposée par un élève	*La démarche retenue est expliquée par un élève*	*La démarche se construit en interaction*
	Nombre de groupes efficaces / Nombre de groupes concernés		
Modalité 1	1 / 2	1 / 5	-
Modalité 2	0 /1	1 / 2	3 / 4
Modalité 3		0/ 1	3 / 6
Total	1 / 3	2 / 8	6 / 10

Il apparaît que des échanges ont eu lieu dans une majorité de groupes, que ce soit sous la forme d'une explication d'un raisonnement proposé par un élève (13 groupes pour la sous-tâche 2 et 8 groupes pour la sous-tâche 3) ou d'une réelle construction en interaction d'une démarche de résolution (4 groupes pour la sous-tâche 2 et 10 groupes pour la sous-tâche 3). L'absence d'échanges semble peu liée à la tâche (démarche imposée dans 4 cas pour la sous-tâche 2 et dans 3 cas pour la sous-tâche 3) ou à la modalité de travail envisagée (démarche imposée à 2 reprises en modalité 1, à 2 reprises en modalité 2 et à 3 reprises en modalité 3).

En ce qui concerne le lien avec l'efficacité des groupes, il apparaît que la présence de ces échanges est loin de garantir la réussite de la sous-tâche : pour la sous-tâche 2, parmi les 17 groupes où il y a eu des échanges, 7 seulement ont abouti à la réponse correcte ; pour la sous-tâche 3, parmi les 18 groupes où il y a eu des échanges, seuls 8 ont abouti à une réponse correcte. A contrario, l'absence d'échanges a souvent abouti à une réponse incorrecte (dans 5 cas sur 7).

3.2.3. Impact des objets de discussion au sein des différents groupes

La comparaison des groupes efficaces et inefficaces n'a jusqu'ici pas amené à comprendre pourquoi certains groupes arrivent à résoudre les sous-tâches et d'autres, pas : ni la présence d'élèves ayant trouvé individuellement la

réponse correcte, ni la modalité de travail en groupe envisagée, ni la présence d'échanges au sein des groupes ne semblent liées à l'efficacité des groupes. Nous avons donc souhaité prolonger l'analyse en nous intéressant cette fois à l'objet même des discussions entre les groupes. Ce troisième angle d'analyse nous amène à entrer plus précisément dans les aspects mathématiques en jeu dans les deux sous-tâches analysées.

Objets sur lesquels portent les discussions lors de la résolution de la sous-tâche 2

La sous-tâche 2 est un problème organisé en 2 étapes.

Il s'agit tout d'abord de déterminer le nombre de forsythias à prévoir sachant qu'il faut planter les forsythias en ligne, les espacer d'un mètre, le tout sur une distance de 10 mètres, en prévoyant de placer une fleur à chaque extrémité. L'analyse des retranscriptions des travaux de groupes nous a amenées à distinguer deux démarches de raisonnement pour résoudre correctement cette première étape du problème.

- ✓ Une première démarche (stratégie de dénombrement) consiste à identifier sur le plan les endroits où placer les fleurs puis à compter le nombre d'endroits identifiés (11).
- ✓ La deuxième démarche (stratégie de mesurage) se base sur le mesurage de la distance entre les deux fleurs situées aux extrémités, soit 10 cm sur le plan. Pour obtenir la réponse correcte, il faut ajouter 1 à la distance mesurée (soit 11), puisqu'il y a une fleur à chaque extrémité.

Une fois le nombre de forsythias trouvés, il s'agit de déterminer le prix à prévoir, sachant qu'un forsythia coûte 6,95 €. Aucun groupe n'a éprouvé de difficulté pour mettre en œuvre cette seconde étape du problème : tous ont réalisé une opération de multiplication pour aboutir à une réponse cohérente, en fonction du nombre de fleurs déterminé à l'étape précédente.

Les modalités 2 et 3 de travail visaient à amener les élèves à constater que la réponse 10 n'était pas correcte : en modalité 2, l'indice proposé attirait le regard sur la présence des deux fleurs à mettre aux extrémités ; en modalité 3, on précisait aux élèves que la réponse 10 n'était pas correcte. On pourrait donc penser que, dans ces deux modalités de travail, la stratégie de mesurage, qui conduit souvent à la réponse erronée « 10 », soit moins présente que dans la première modalité.

Le tableau 4 synthétise des différents objets de débats qui sont apparus dans les 21 groupes pour la sous-tâche 2, et ce dans les trois modalités de travail envisagées. Il distingue les groupes qui réussissent la sous-tâche (groupes efficaces) de ceux qui l'échouent (groupes inefficaces).

Tableau 4 : Objets du débat dans le cadre de la résolution de la sous-tâche 2

	Objet du débat pour trouver le nombre de forsythias à prévoir		
	Stratégie de dénombrement	Stratégie de mesurage	Confrontation de la stratégie de dénombrement ou de mesurage
	Nombre de groupes efficaces / Nombre de groupes concernés		
Modalité 1	2 / 3	0 / 2	1 / 2
Modalité 2	2 / 2	0 / 4	0 / 1
Modalité 3	2 / 3	0 / 2	1 / 2
Total	6 / 8	0 / 8	2 / 5

En ce qui concerne l'objet sur lequel porte les débats, dans les huit groupes où seule la stratégie de mesurage a été envisagée, aucune réponse correcte n'a été trouvée. En revanche, dès le moment où la stratégie de dénombrement est envisagée (que ce soit directement ou en confrontation avec la démarche de mesurage), des réponses correctes apparaissent : 8

groupes sur les 13 qui ont envisagé la stratégie de dénombrement ont trouvé la réponse correcte au problème.

L'abandon de la stratégie basée sur le mesurage semble peu lié à la modalité de travail en groupe. On retrouve, dans les trois modalités de travail, des élèves qui n'ont envisagé que la stratégie de mesurage, alors même que les indices proposés en modalités 2 et 3 visaient à montrer la non-pertinence du mesurage direct. On pourrait penser que les indices n'ont pas réellement atteint leur but. Cette hypothèse ne se confirme que partiellement lorsqu'on analyse les vidéos : le problème semble être davantage lié au moment où les indices sont présentés aux élèves qu'à une inefficacité de ces indices en tant que tels. Les consignes de l'expérimentation étaient de fournir les indices aux élèves dès le départ, au moment de la présentation de la sous-tâche, puis de ne plus intervenir par la suite. A plusieurs reprises, les élèves ont pris connaissance des indices avant d'entrer pleinement dans la réflexion, mais ils ne s'en sont plus préoccupés par la suite. Fournir les indices au moment où les élèves en ont besoin (pour analyser la sous-tâche en modalité 2 et pour vérifier la réponse obtenue en modalité 3) aurait sans doute permis une utilisation plus efficace de ceux-ci au sein des groupes. L'extrait retranscrit en annexe 4bis illustre cette idée : il montre l'efficacité d'un indice proposé en modalité 3 lorsque l'expérimentateur (ne respectant pas en ce sens les consignes de non interventions) rappelle aux élèves l'existence des indices au moment opportun.

Objets sur lesquels portent les discussions lors de la résolution de la sous-tâche 3

La sous-tâche 3, dans laquelle il s'agit de déterminer le prix des narcisses à prévoir, doit amener les élèves explorer les pistes suivantes.

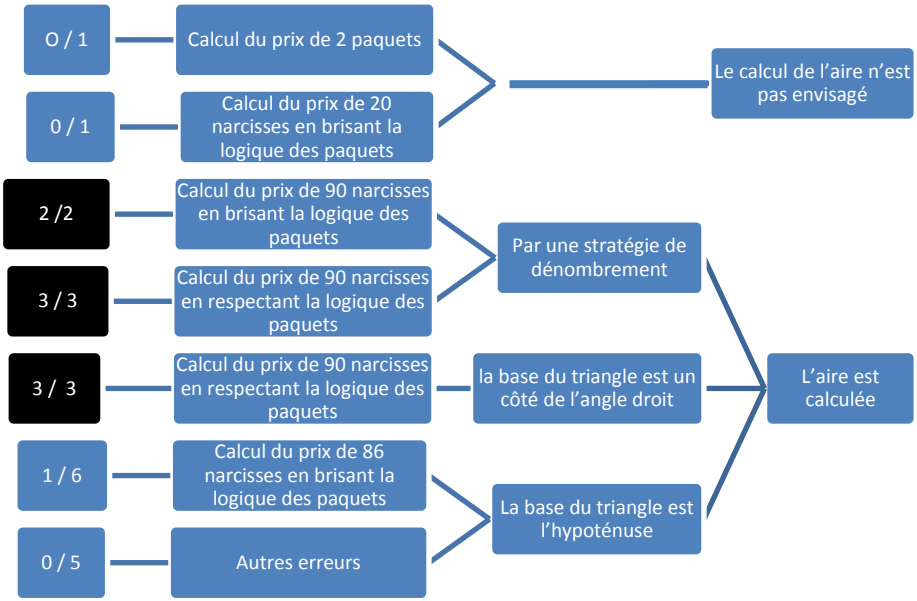
- Le terrain à couvrir présente la forme d'un triangle isocèle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 m chacun. Pour le résoudre, les élèves doivent donc calculer l'aire du rectangle (soit en pavant la surface par des carrés de 1 mètre de côté, soit en appliquant la formule d'aire du triangle). Pour appliquer le calcul d'aire, les élèves doivent choisir une base (soit un côté de l'angle droit, soit l'hypoténuse) et une hauteur correspondant (soit l'autre côté de l'angle droit, soit la hauteur relative à l'hypoténuse, qui n'est pas tracée). Selon le choix effectué, ils seront confrontés soit à des mesures entières (3 m pour la base et pour la hauteur aboutissant à une aire de 4,5m² dans le premier cas), soit à des mesures décimales risquant d'engendrer une certaine imprécision de la mesure (dans le second cas, l'aire obtenue est généralement comprise entre 4 et 4,4 m²).
- Il faut prévoir de planter 20 fleurs par mètre carré de terrain ; il faut donc multiplier l'aire trouvée à l'étape précédente par 20 pour déterminer le nombre de fleurs à acheter.
- Les fleurs se vendent par paquet de 15 pièces. Si les élèves ont obtenu une aire égale à 4,5 m², la règle de 3 amène à constater qu'il faut acheter 90 pièces, donc 6 paquets. En revanche, si les élèves ont obtenu une aire égale à 4,3 m² par exemple, il faut qu'ils réalisent une étape supplémentaire (en prenant en compte le fait que les fleurs se vendent par paquet de 15, il faut acheter 6 paquets, donc 90 narcisses, même s'ils pensent n'avoir besoin que de 86 fleurs par exemple).

Les indices fournis en modalités 2 et 3 visaient à amener les élèves à considérer le fait que le calcul du prix des narcisses devait tenir compte de l'aire du parterre triangulaire. On pourrait donc penser que, dans ces deux modalités de travail, les élèves auraient davantage pensé à calculer l'aire du parterre triangulaire que les élèves placés en modalité 1. Tout comme c'était le cas pour la sous-tâche 2, il semble néanmoins impossible d'établir un lien

entre les types de démarches développées et les modalités de travail en groupe.

L'analyse des objets de débat a permis de distinguer les démarches des élèves concernant le calcul de l'aire, d'une part et la détermination du prix à prévoir d'autre part. La figure 1 synthétise les différents objets de débats qui ont eu lieu dans les 21 groupes sans distinguer les modalités qui n'apportaient aucune information complémentaire. Comme précédemment, il présente la proportion de groupes qui réussissent la sous-tâche (groupes efficaces).

Figure 1 : Objets du débat dans le cadre de la résolution de la sous-tâche 3 et nombre de groupes efficaces / nombre de groupes concernés



L'efficacité ou non des groupes semble essentiellement liée à la stratégie mise en œuvre pour déterminer l'aire du triangle. Si une démarche ne pouvait aboutir à une réponse correcte (le fait de ne pas envisager le calcul de l'aire), les trois autres en revanche étaient, sur le plan mathématique, potentiellement efficaces. Or, utiliser la formule d'aire en prenant comme base l'hypoténuse du triangle est une démarche qui n'aboutit que dans 1 cas sur 11 à une réponse correcte alors que les deux autres démarches (dénombrement ou calcul d'aire en prenant comme base un côté de l'angle droit) ont, dans tous les cas (8 cas sur 8), abouti à une réponse finale correcte.

Comment expliquer ce constat ? L'hypothèse suivante peut être avancée : en aboutissant à une aire de 4,5 m² (ce qui était le cas, tant par dénombrement qu'en prenant un côté de l'angle droit comme base, mais qui n'a jamais été observé en prenant l'hypoténuse comme base), les élèves pouvaient obtenir la réponse correcte en contournant une difficulté de la sous-tâche (à savoir le fait que les narcisses se vendent par paquets de 15 – logique des paquets). Dans le cas contraire (c'est-à-dire si le calcul de l'aire n'aboutissait pas précisément à 4,5 m²), cette caractéristique devait nécessairement être prise en compte, ce qui rendait la résolution plus difficile.

4. Conclusion et discussion

Amener les élèves à pouvoir mobiliser leurs acquis mathématiques dans le cadre de la résolution de tâches complexes est un réel défi pour les enseignants : si des exemples de telles tâches existent et sont disponibles sur des sites spécialisés, les enseignants disposent de peu d'informations pour réguler leurs pratiques dans ce domaine.

La présente recherche visait à appréhender le « savoir-mobiliser » des élèves face à la résolution d'une tâche complexe en mathématiques à travers une observation des processus cognitifs mis en œuvre lors d'une activité de résolution de problèmes en petits groupes. Plus précisément, le premier objectif de l'étude était d'analyser dans quelle mesure les différents indices proposés pour organiser les différentes modalités de travaux de groupes jouaient un rôle de vecteur dynamisant les interactions entre les élèves et, partant, favorisaient les régulations interactives.

L'analyse des échanges observés dans les différents groupes montre que de nombreuses discussions ont pu être observées et ont débouché sur des stratégies de résolution variées, tant dans les groupes efficaces que dans les autres. Autrement dit, si les indices semblent dynamiser les interactions entre élèves, c'est l'analyse comparative des groupes efficaces et des groupes inefficaces qui devrait nous aider à mettre en évidence leur capacité à favoriser des régulations interactives porteuses.

Trois éléments ont été envisagés : la constitution des groupes et leurs modalités de travail ; les types d'interactions qui apparaissent dans les différents groupes et enfin, les objets de discussion au sein des différents groupes.

En ce qui concerne la constitution des groupes, nos résultats montrent que la présence dans le groupe d'au moins un élève ayant réussi la sous-tâche individuellement ne garantit pas la réussite du groupe (ce n'est pas une condition suffisante). A l'inverse, si cela semble une condition nécessaire pour la sous-tâche 2, ce n'est pas le cas pour la sous-tâche 3 où l'on observe plusieurs groupes qui réussissent la sous-tâche bien qu'aucun membre de ces groupes ne l'avait réussie lors du travail individuel. La modalité de fonctionnement des groupes ne semble pas non plus associée à la réussite de

ceux-ci : dans toutes les modalités de fonctionnements, on retrouve des groupes efficaces et inefficaces et ce, dans des proportions très comparables.

Au niveau des types d'interactions qui apparaissent dans les groupes, le premier constat est que ces interactions ne semblent pas directement dépendantes des modalités de travail puisqu'on retrouve les trois types d'interactions dans les trois modalités. Le deuxième constat est que les trois modalités de travail ont donné naissance à des échanges assez riches puisqu'on observe une très large majorité de démarches expliquées ou co-construites. Enfin, si les démarches imposées ont clairement une efficacité limitée, les démarches débattues ne semblent pas pour autant garantes de succès. Comment dès lors approcher le processus qui semble amener certains groupes à la réussite de la sous-tâche et qui limite les chances des autres ?

Le troisième angle d'analyse paraît le plus éclairant à cet égard : si, sur le plan mathématique, plusieurs démarches pouvaient aboutir à la réponse correcte, certaines démarches s'avèrent pourtant beaucoup plus efficaces que d'autres, et ce, quelle que soit la sous-tâche envisagée :

- dans la sous-tâche 2 (impliquant un problème d'intervalle), la réussite n'apparaît que lorsque la démarche de dénombrement est envisagée ;
- dans la sous-tâche 3 (impliquant un calcul de l'aire d'un triangle isocèle rectangle), la prise même des mesures sur la figure semble déterminante pour obtenir la réponse correcte.

Le deuxième objectif était de cerner les opportunités offertes par les travaux de groupes pour mieux cerner les difficultés rencontrées par les élèves face à des tâches complexes de mathématiques. Et c'est sans doute là un des résultats les plus intéressants de l'étude qui montre la richesse que peut apporter l'observation des interactions entre les élèves, et ceci, quelles que

soient finalement les modalités de travaux de groupes envisagées. Les observations menées tant dans les groupes qui réussissent que dans ceux qui échouent permettent de révéler les démarches des élèves et de mettre le doigt sur de multiples difficultés ; elles aident aussi à interpréter les erreurs et à comprendre certaines solutions qui demeurent parfois très obscures lorsqu'on s'en tient à une analyse papier-crayon.

Un autre résultat important est aussi d'avoir mis en lumière une efficacité très relative des travaux de groupes ainsi organisés. Si les élèves sont globalement plus nombreux à résoudre différentes étapes de la tâche complexe lorsqu'ils sont placés en groupe que lors de la résolution individuelle, ces « progrès » restent de faible ampleur malgré les diverses modalités mises en place pour les aider à améliorer leurs performances. Dans les modalités de travaux de groupe mises en place, les élèves sont invités à coopérer pour élaborer une résolution commune du problème, mais les groupes fonctionnent de manière relativement peu structurées. L'atteinte de l'objectif commun ne nécessite ni une réelle « interdépendance positive » (càd que le but commun ne puisse être atteint que par l'apport de chacun des membres, que chacun apporte sa pierre à l'édifice) ni une « responsabilisation individuelle » (càd que chacun soit responsable de son propre apprentissage mais aussi d'aider les autres à apprendre), deux éléments pourtant essentiels à la mise en œuvre d'un apprentissage coopératif (Buchs et al., 2012 ; Slavin, 2010). Des modalités de travail plus structurées, par exemple en répartissant les rôles et en donnant à un élève la responsabilité d'un indice, auraient peut-être permis un plus grande efficacité des travaux de groupe.

Par ailleurs, dans l'étude exploratoire que nous avons menée, l'enseignant est le grand absent de la relation didactique mise en œuvre. Or, même lors des moments de travaux de groupes, son rôle est pourtant essentiel pour

dynamiser les interactions entre élèves, pour choisir les moments opportuns de donner des indices ou encore pour mettre en œuvre d'autres processus de régulation s'intégrant dans la démarche de raisonnement des élèves. Pour ce faire, il est nécessaire qu'il interprète adéquatement les démarches des élèves et les difficultés qu'ils rencontrent pour « prendre le risque d'interférer avec les processus de pensée en cours » (Perrenoud, 1993, pp.43-45). En ce sens, la mise en place de modalités d'apprentissage permettant une meilleure compréhension des difficultés rencontrées par les élèves et visant à cerner les éléments déclencheurs de régulations efficaces nous paraît constituer un premier pas pour développer une réflexion visant à aider les enseignants à jouer un réel rôle d'étayage soutenant les élèves face à la résolution de problèmes en général et face aux tâches complexes en particulier.

Références bibliographiques

Allal, L. (2007). Régulations des apprentissages : orientations conceptuelles pour la recherche et la pratique en éducation. In L. Allal & L. Mottier Lopez (Eds.), *Régulation des apprentissages en situation scolaire et en formation* (pp. 7-23). Bruxelles : De Boeck.

Allal, L., & Mottier Lopez, L. (2005). L'évaluation formative de l'apprentissage : revue de publications en langue française. In Centre pour la recherche et l'innovation dans l'enseignement (Ed.). *L'évaluation formative pour un meilleur apprentissage dans les classes secondaires* (265-290). Paris : Edition OCDE.

Ball, D.L., Lubienski, S., & Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed.). New York: Macmillan.

Beckers, J. (2012). Introduction et mise en perspective théorique. In : J. Beckers, J. Crinon, & G. Simons (Eds), *Approche par compétences et réduction des inégalités d'apprentissage entre élèves. De l'analyse des situations scolaires à la formation des enseignants* (pp. 7-16). Bruxelles : De Boeck.

Buchs, C., Lehraus, K., & Crahay, M. (2012). Coopération et apprentissage. Dans M. Crahay (Ed.), L'école peut-elle être juste et efficace ? (p. 421-454). Bruxelles: De Boeck.

Carette, V. (2007). L'évaluation au service de la gestion des paradoxes liés à la notion de compétence. *Mesure et Evaluation en Education, 30(2),* 49-71.

Crahay, M., & Detheux, M. (2005). L'évaluation des compétences, une entreprise impossible ? Résolution de problèmes complexes et maîtrise de procédures mathématiques. *Mesure et Evaluation en Education, 28(1),* 57-78.

Coquin-Viennot, D., & Moreau, S. (2003). Highlighting the Role of Episodic Model in the Solving of Arithmetical Problems. *European Journal of Psychology and Education, 18 (3),* 267-279.

De Ketele, J-M. (2010). Ne pas se tromper d'évaluation. *Revue française de linguistique appliquée, XV-1,* 25-37.

Fagnant, A., Demonty, I., Dierendonck, C., Dupont, V., & Marcoux, G. (à paraître). Résolution de tâches complexes, évaluation « en phases » et compétence en mathématiques. *Chapitre de l'ouvrage faisant suite au colloque de l'Admée 2012.*

Fagnant, A., & Dierendonck, C. (2012). *Table ronde : Comment assurer l'évaluation diagnostique des compétences scolaires ?* Actes du 24e colloque international de l'Admée-Europe : L'évaluation des compétences en milieu scolaire et en milieu professionnel. Du 11 au 13 janvier 2012, Luxembourg (Luxembourg). http://admee2012.uni.lu/index.php/actes

Fagnant, A., & Vlassis, J. (2013). Schematic representations in arithmetical problem solving: Analysis of their impact on grade 4 students. *Educational Studies in Mathematics*, *84*(1), 149-168.

Focant, J., & Grégoire, J. (2008). Les stratégies d'autorégulation cognitive : une aide à la résolution de problèmes arithmétiques. In M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte, & J. Grégoire (Eds.), *Enseignement et apprentissage des mathématiques : que disent les recherches psychopédagogiques ?* (pp. 201-221). Bruxelles : De Boeck.

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand, 69,* 31-52.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707-762). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Marcoux (2012). Différences entre élèves dans trois types de tâches en mathématiques : quelques variables à prendre en compte pour éviter d'engendrer des inégalités. In J. Beckers, J. Crinon & G. Simons (Eds.), *Approche par compétences et réduction des inégalités d'apprentissage entre élèves* (pp. 33-56). Bruxelles : De Boeck.

Maurice, J.-J. (2002). Le jugement des enseignants en interaction : relation entre jugement et prise de décision. In P. Bressoux (Ed.), *Les stratégies de l'enseignant en situation d'interaction. Note de synthèse pour Programme Cognitique (Programme écoles et sciences cognitives)*.

Meyer, D.K , & Turner, J.C. (2002). Using instructional discourse analysis to study the scaffolding of student self-regulation. *Educational psychologist, 37(1),* 17-25.

Montague, M. (2007). Self-regulation and mathematics instruction. *Learning Disabilities Research & Practice, 22(1),* 75–83.

Mottier-Lopez, L. (2012). *La régulation des apprentissages en classe*. Bruxelles : De Boeck.

Mottier-Lopez, L. (2008). Discussion notionnelle : les relations entre jugements et évaluation. *Revue Suisse des Sciences de l'Education, 30(3),* 455-463.

Nathan, M. J., Koedinger, K. R., & Alibali, M. W. (2001). Expert blind spot: When content knowledge eclipses pedagogical content knowledge. In L. Chen *et al.* (Eds.), *Proceeding of the Third International Conference on Cognitive Science* (pp. 644–648). Beijing, China: USTC Press.

Perrenoud, P. (1993). Vers des démarches didactiques favorisant une régulation individualisée des apprentissages. In L. Allal, D. Bain, & Ph. Perrenoud (Eds.), *Evaluation formative et didactique du français* (pp. 31-50). Neuchâtel et Paris : Delachaux et Niestlé.

Perrenoud, P. (1998). From Formative Evaluation to a Controlled Regulation of Learning Processes. Towards a wider conceptual field. *Assessment in Education, 5*(1), 85-102.

Perry, N.E., VandeKamp, K.O., Mercer, L.K., & Nordby, C.J. (2002). Investigating teacher-student interactions that foster self-regulated learning. *Educational psychologist, 37(1),* 5-15.

Rey, B., Carette, V., Defrance, A., & Kahn, S. (2006). *Les compétences à l'école — Apprentissage et évaluation.* Bruxelles : De Boeck.

Slavin, R.E. (2010). L'apprentissage coopératif : pourquoi ça marche ? In H. Dumont, D. Istance & F. Benavides (Eds.). *Comment apprend-on ? La recherche au service de la pratique* (pp. 171-189). Publication de l'Ocdé.

ANNEXE 1 - Tâche complexe de mathématiques proposée par la commission d'outils d'évaluation (http://www.enseignement.be)

Côté cour, côté jardin

Contexte

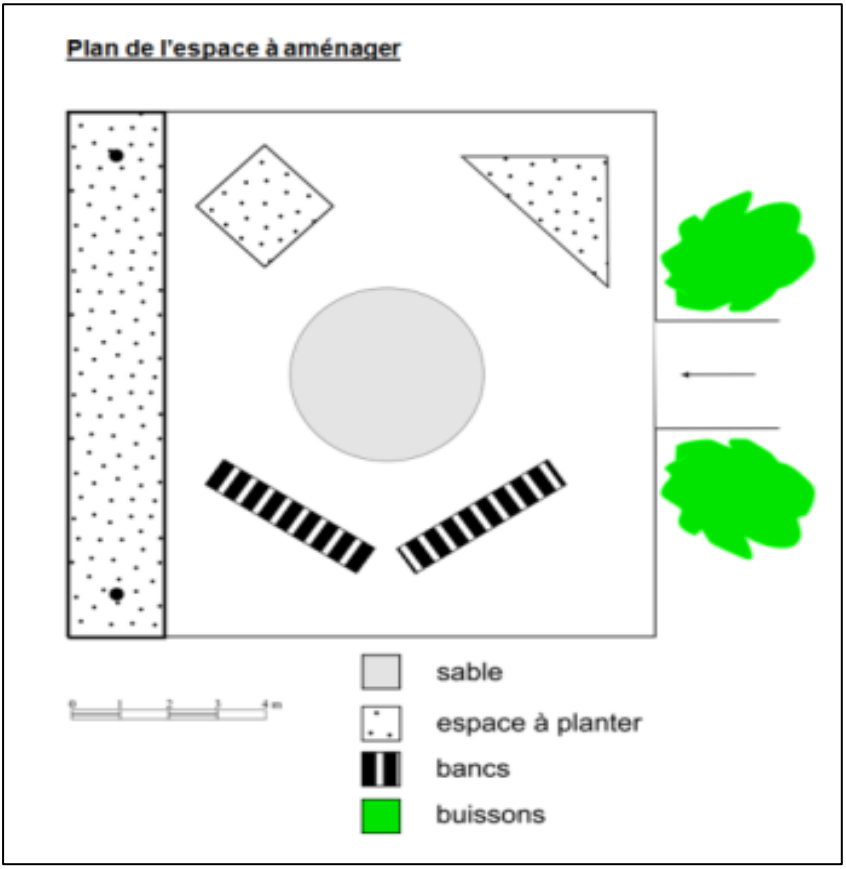
Des élèves projettent d'aménager l'espace autour du bac à sable.
Sur les conseils d'un papa jardinier, ils décident de :

- planter 20 lavandes dans un parterre de forme carrée,
- planter une rangée de forsythias qui doivent être espacés d'un mètre l'un de l'autre.
  Pour t'aider, les deux trous des extrémités ont été représentés.
- planter 20 narcisses par mètre carré dans un parterre de forme triangulaire,
- placer autour du bac à sable une bordure en bois qui dépasse du sol de 20 cm.

L'association des parents de l'école offre un budget de 185 € pour ce projet.

Tâche

Vérifie si la somme offerte par l'association des parents est suffisante pour réaliser le projet.
Justifie ta réponse par des calculs.

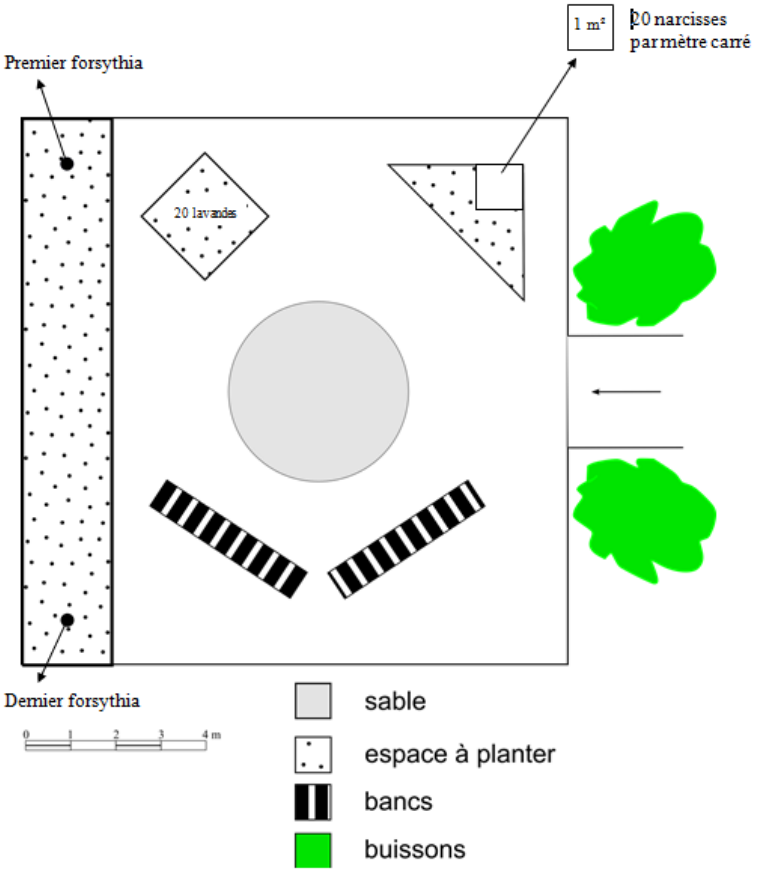

Plan de l'espace à aménager
sable
espace à planter
bancs
buissons

Extrait du tarif

Articles	*Prix*
Arbustes	
Amélanchier	11,80 € la pièce
Deutzia	6,50 € la pièce
Forsythia	6,95 € la pièce
Salix	9,95 € la pièce
Spirée	7,00 € la pièce
Fleurs	
Amaryllis	11,95 € la pièce
Gaillarde	10,95 € le paquet de 5
Iris	5,95 € le paquet de 25
Lavande	9,95 € le carton de 5
Lis	8,50 € le paquet de 8
Narcisse	5,95 € le paquet de 15
Œillet	8,85 € le paquet de 6
Rouleaux de bordure en bois	
	
L : 180 cm H : 30cm	4,70 €

ANNEXE 2 - Indices centrés sur la représentation du problème

Plan de l'espace à aménager



Extrait du tarif

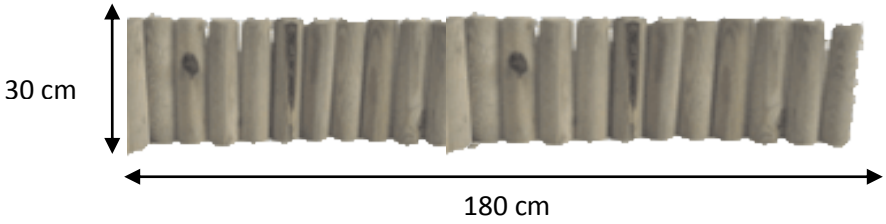
Articles	*Prix*
Arbustes	
Amélanchier	11,80 € la pièce
Deutzia	6,50 € la pièce
Forsythia	6,95 € la pièce
Salix	9,95 € la pièce
Spirée	7,00 € la pièce
Fleurs	
Amaryllis	11,95 € la pièce
Gaillarde	10,95 € **le paquet** de 5
Iris	5,95 € **le paquet** de 25
Lavande	9,95 € **le carton** de 5
Lis	8,50 € **le paquet** de 8
Narcisse	5,95 € **le paquet** de 15
Œillet	8,85 € **le paquet** de 6

Rouleaux de bordure en bois



L : 180 cm H : 30cm 4,70 €

Un rouleau de bordure déroulé :



ANNEXE 3 - Indices fournissant des exemples de résolutions erronées

Elève 1

Prix des lavandes : 20 x 9,95€ = 199€

Prix des forsythias : 10 forsythias x 6,95€ = 69,5€

Prix des narcisses : 20 x 5,95€ = 119€

Prix de la bordure en bois : 4,70€

Prix total : 199€ + 69,5€ + 119€ + 4,70€ = 392,2€

Elève 2

Prix des lavandes : 20 x 9,95€ = 199€

Prix des forsythias : 12 forsythias x 6,95€ = 83,4€

Prix des narcisses : 5,95€ le paquet de 15 narcisses. Comme il en faut 20, je prends 2 paquets.
2 x 5,95€ = 11,9€

Prix de la bordure en bois : 12,56 x 4,70€ = 59,03€

Prix total : 199€ + 83,4€ + 11,9€ + 59,03€ = 353,33€

ANNEXE 4 - Extraits de retranscriptions illustrant les différents types d'interactions

Annexe 4a - La démarche retenue est expliquée

Sous-tâche 2 – Les forsythias
Modalité 1 - Une démarche est expliquée (dénombrement)
Productions spontanées : RYA : 6,95x11=76,45 // HOUS – 6,95x10= 69,5 // MOU – 6,95x10= 69,50 GROUPE – 6,95 x 11 = 76,45
- RYA : « Donc, il y a 11 forsythias, vu qu'ils sont espacés d'un cm… ». Il **compte** les marques sur sa feuille (phase individuelle) ➔ 11. - AMI écrit tout de suite la réponse sur la feuille commune, sans consulter sa propre feuille. - HOU : « Comment tu sais qu'il y en a 11 ? » - RYA : « Parce qu'il est marqué ». - MOU regarde la page de consignes. - RYA : « Pas là, hein ! ». Il prend le schéma et explique : « Ils sont espacés de 1 m² l'un de l'autre. 1 m², ça fait ça (montrent environ 1 cm sur sa feuille, càd l'espace entre 2 marques qu'il a tracées) à l'échelle et donc… ». Il recompte les traces sur son dessins en comptant à voix haute « 1,2..11. Il y en a 11 ! ». - HOU annonce ensuite le prix des forsythias. - RYA : «Il faut faire 6 euros 95 fois 11 ». AMI écrit le calcul, encode l'opération sur la machine, puis indique la réponse sur la feuille.
Modalité 2 - **Plusieurs démarches sont expliquées** (calcul vs 2 types de dénombrement)
Productions spontanées : LAU : 6 x 6,95 = 41,7 // PAU – 11 x 6,95 = 76,45 // ADR – 12 x 6,95 = 83,4 GROUPE – 11 x 6,95 = 76,45
- PAU : « Là, je crois qu'il faut faire l'espace entre celui-là et celui-là (montre les 2 extrémités) » - LAU : « En fait, c'est une rangée » - PAU : « Oui, c'est une seule rangée mais là c'est la 1re (montre le point au-dessus) et là, c'est la 2e (montre le point du dessous), donc il faut calculer l'espace qu'il y a entre ces deux-là ».

- LAU : « 10 cm »
- PAU et ADR : « Oui, 10 cm »
- LAU : « Alors 10 cm, on le divise en 2… »
- PAU : « Pourquoi en 2 ? »
- LAU : « Parce qu'il faut chaque fois un espace d'1 mètre, au-dessus et en dessous, donc on a besoin de 5 fleurs si on divise en 2 » (*cette réponse n'avait pas été produite en phase individuelle)*
- LAU : « On doit en planter 9 en plus des deux qui sont là… »
- PAU : « 9 ? »
- LAU : « Oui, regarde : 1 par cm et elle montre sur le dessin les 9 endroits où il faudra mettre les fleurs »
- ADR : « Si la longueur est de 10… »
- LAU : « Mais c'est 5 qu'il faut mettre… »
- PAU : « Mais enfin, pourquoi 5 ? Regarde, on doit en planter un par mètre, un tous les mètres… »

  (S'ensuit un bref débat sur l'échelle et la correspondance m / cm.)

  LAU restant convaincue de son espacement de 1 m devant 1 m derrière dénombre alors la réponse 7.

  Notons que sa façon de concevoir l'espacement l'a conduit à 3 réponses différentes : 5,6 ou 7. Le 5 s'obtient en divisant 10 par 2 ; les deux autres par une démarche de comptage consistant à placer les fleurs selon le schéma (les nombres indiquent ici les cm) : 0 – 2 -4 – 6 – 8 – 10 (réponse « 6 ») ou 0 – 1 – 3 – 5 -7 – 9 – 10 (espace de 2 à l'intérieur mais pas à l'extérieur – réponse 7). La réponse « 4 » peut aussi provenir de la première stratégie, en ne comptant pas les fleurs extérieures 0 – 2 -4 – 6 – 8 – 10 mais l'indice donné en modalité 2 « empêche » cette stratégie que l'on retrouve parfois dans d'autres groupes et qui conduit à la réponse « 9 » avec des espacements de 1 m)
- PAU : « Non tu en plantes tous les centimètres, tous les mètres, ça fait 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 »
- LAU : « Tous les cm oui, mais il faut 1 mètre d'espace… »
- PAU : « oui ».
- ADR : « Oui, regarde (en s'adressant à LAU) ; c'est 1 mètre, donc 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 ».
- LAU : « Ok … il faut faire 6,95 x 11… »

Sous-tâche 3 – Les narcisses
Modalité 2 – **Deux démarches sont débattues et expliquées** (différentes façons de calculer l'aire de façon à obtenir un nombre entier de paquets de narcisses)
Productions spontanées : GLO : Aire : 4x2=8 (puis stop) / DOR : 5,95x20 = 119 // DEB : / **GROUPE** : 5,95 x 6 = 35,7
- DOR : c'est 5,95 euros le paquet de 15 et il en faut combien ? - GLO : on dit par mètre carré, il faut calculer l'aire - DOR prend la latte et mesure les dimensions de l'hypoténuse (4cm) et de la hauteur relative à l'hypoténuse (2 cm). « Ca fait 4… 4 cm²… donc c'est 4m². Il faut faire 20 x 4, ça fait 80… il faut 80 narcisses donc il faut faire 5,95 x … je ne sais pas combien… Il faut faire x combien ? » - GLO prend sa machine et effectue l'opération 80:15. « **Ca fait 5,3333 (rire)… Ça ne doit pas être ça** » - DOR recommence à prendre les mesures plusieurs fois et mesure 4,3 cm plutôt que 4. - GLO meure les deux côtés de l'angle droit 3cm et 3 cm. - DOR : « 3 et 3 ? » Il mesure à nouveau les dimensions : 4,3 et 2… et 3 et 3. - GLO : « Oui ça fait 9, divisé en 2, ça fait 4,5… DEB, tu penses quoi ? » - DEB : … - DOR : « Bon, on garde 4,5 ou l'autre ? » - *Après quelques hésitations*, GLO propose : « 20 x 4 + 10, **et là, ça fait un chiffre rond, ça fait 6**… » - DOR : « Tu fais 80 + 10, x 10 ou :10 en fait ? » - GLO : « +10… parce que c'est 4,5 et pas 4… » - DOR : « Ca fait 90 » - GLO : « Oui et après 90 : 15, ça fait 6, donc il faut faire 5,95 x 6. » (et les enfants terminent le calcul)

Annexe 4b - La démarche se co-construit en interaction

Sous-tâche 2 – Les forsythias
Modalité 3 – Une nouvelle démarche est co-construite
Productions spontanées : NAT : 6,95 x 11 = 76,45 (traces de comptages sur le plan) // JOE : 6,95 x 10 = 69,5 (traces de comptages figurent le plan) // FLO : 6,95 x 10 = 69,5 (traces de comptages sur le plan mais indiquant qu'une seule extrémité est comptée) // **GROUPE** : feuille de brouillon – 6,95 x 10 = 69, 5 ⇔ Feuille finale : Narcisses : ~~69, 5~~ 76,45 euros
- NAT lit la consigne puis explique « Donc, ils doivent être espacés de 1 m l'un de l'autre à partir de là (montre une extrémité – 1er forsythias - sur le plan) jusque-là (montre l'autre extrémité – dernier forsythias – sur le plan). (S'en suit une *brève discussion pour trouver le bon parterre sur le plan* - JOE : « On va mesurer ». Il mesure 10 cm et dit « 1 cm, ça représente 1 m. Donc on met 10… ». - NAT semble acquiescer. Elle répète « 10 » et consulte le tarif. [Le groupe résout le problème avec 10 forsythias puis passe à la résolution de la sous-tâche 3, qu'ils abandonnent pour passer à la sous-tâche 4, pour revenir ensuite à la sous-tâche 3. **Au moment de calculer le total des achats, l'expérimentateur rappelle l'existence de la feuille d'indices proposant des réponses erronées**] - JOE constate que la démarche « 10 x » de la sous-tâche 2 est erronée et prévient les autres. - NAT mesure à nouveau la distance sur le plan : « 10 cm ». - JOE: « 10 cm… donc 10 m… donc espacés de 1.. Ça fait 10 ! Tu fais de là à là ? ». [Convaincus du 10, la vérification porte ensuite sur le prix des fleurs et sur le calcul. [Différentes solutions alternatives sont ensuite proposées : (1) ne pas mettre de fleur à l'une des extrémités, (2) en mettre sur la largeur de parterre, (3) enlever les fleurs aux deux extrémités, (4) placer des fleurs au-delà des extrémités, (5) espacer 1 m sur 2 et divisé donc10 par 2 mais aucune de ces solutions ne semble convaincre tous les membres du groupe] - NAT veut compter sur la latte, puis JOE se met à compter lui aussi sur la latte mais FLO l'interrompt. - FLO : « C'est là… » (la latte est mal placée et FLO montre la 1ère extrémité). - ANT se remet à compter… puis s'arrête et replace la latte différemment… « Ah oui, c'est 11 alors » (on ne voit pas bien les déplacements de la latte mais apparemment, elle

comprend qu'en comptant la première extrémité – 1 à 0 cm - on est à 2 à 1cm, à 3 à 2 cm et donc que cela fera 11 en tout)
- JOE : « Pourquoi 11 ? »
- ANT : « Parce qu'on met chaque fois 1 d'ici jusque-là (*elle montre le 1 sur la première extrémité de la latte*), espacés de 1, ça fait 11…
  [S'en suit encore un débat sur le comptage de la première extrémité et l'espacement d'un m, puis FLO redémarre le comptage sur la latte et l'arrête après quelques énumérations, semblant aussi comprendre la logique qui conduira à 11. JOE semble aussi cette fois convaincu]

Sous-tâche 3 – Les narcisses

Modalité 3 – Deux démarche sont évoquées (sans le calcul de l'aire, puis avec celui-ci) – Une nouvelle démarche est co-construite (avec calcul de l'aire) après prise en compte de l'indice

Productions spontanées : NAS : 5,95 x 2 = 11,9 // TAR : aire du triangle : (4,3 x 2,1) :2=4,515 m // Paquets de N : (20 x 5 m) :15 = 6,6 (*le 5 vient-il d'un arrondi de son calcul d'aire* ?). Prix : 7 x 5,95 = 41,65 (*le 7 est probablement arrondi du 6,6*) // JER : 9 x 5,95 = 53,55
GROUPE : Aire du triangle (4x2) :2=4 cm // Nbre de narcisses : 20 x 4 = 80 /// 5,95 x 6 = 35,70

- NAS lit la consigne et dit « C'est là » en indiquant le triangle sur le plan
- TAR : « Les narcisses, c'est 5 euros 95 »
- JER : « Il faut prendre des paquets et il y en aura trop ».
- TAR : « Non. Bon… »
- JER : « Si, il en restera 10 mais c'est normal Mme a dit… » (cela vient-il d'une « règle » instaurée en classe – on prend des paquets entiers et il en reste ? – Ici, on en prend 30 et il en reste 10)
- TAR : « Oui, oui… Je sais ». Il relit la consigne.
- JER regarde la feuille d'indices et dit « Il y a un problème. C'est marqué. 5,95 euros le paquet de 15. Il en faut 20, je prends 2 paquets ».
- TAR : « Où cela ? », puis il lit aussi l'indice.
- JER : « C'est faux alors. Tu fais 5,95 : 3 alors je suppose… »
- TAR regarde toujours la feuille d'indice et vérifie le calcul à la machine. Il demande aussi à Jérémy de vérifier le prix des narcisses…
- JER : « Alors je crois qu'on doit diviser par 2 le 5,95… »
- TAR semble perplexe.

- JER : « Qu'est-ce qu'il faut ? Il en faut 20… »
- TAR relit encore la consigne « 20 par un m² »
- NAS montre la légende sur le plan : « 1 cm, c'est 1m² »
- TAR : « Il faut calculer l'aire. Oui, il faut… comme cela on aura tous les m »
- JER acquiesce …. (un échange inaudible)
- TAR mesure l'hypoténuse du triangle (4 cm), puis trace la hauteur et la mesure (2 cm). « C'est 8 :2=4. Ben oui, c'est un peu comme le parallélogramme, c'est côté fois côté. »

(s'engage une discussion sur la formule d'aire BxH/2, puis le calcul est noté)

JER continue à interroger TAR sur la formule d'air

TAR : « C'est côté fois hauteur divisé par 2 parce que le parallélogramme c'est côté x hauteur »

(La discussion sur le calcul se poursuit encore entre JER et TAR – JER semble perturbé par le fait qu'on obtient 4 qui est la longueur d'un côté. Pendant que JER semble toujours réfléchir sur la formule, TAR et NAS semblent se replonger sur la feuille de consignes…

- TAR : « 20 narcisses par m² et nous on a 4 m². Il faut faire 20x4… 80 »
- JER : « Un parallélogramme, c'est Base x Hauteur »
- TAR : « Oui et base, c'est côté… ». Il semble ensuite calculer mentalement.. « Ben.. il en faut 6 ».
- Pendant ce temps, NAS réalise des calculs à la machine.
- TAR : « Il faut 6 paquets… Non 6 ou 5 ? … 6, c'est 6… »
- NAS qui est toujours en train de réaliser des calculs confirme que c'est 6 (mais a-t-elle réalisé l'opération 80 : 15 et arrondi à l'unité supérieure ou ??? – les deux élèves ne parlent pas d'arrondi, ni de 90 narcisses, ni même des calculs effectués par NAS)
- NAS « Donc.. 5,95 euros x 6… (réalise le calcul à la machine) 35,75 »
- TAR écrit le calcul
- JER « Mais on aura trop de narcisses » *(conscience de 90 ?)*
- TAR : « Ben oui, mais… » (l'air de dire que ce n'est pas grave)
- Les deux garçons vérifient la feuille d'indice ; cette fois la réponse ne s'y trouve pas. TAR écrit la réponse sur la feuille.