

*Rapport de M. F. Folie.*

« Après le résumé substantiel dont notre honorable confrère M. De Tilly vient de donner lecture à la classe, nous croyons pouvoir nous borner à vous présenter quelques observations générales sur la composition du long et consciencieux travail qui est soumis à votre jugement.

Avant tout nous nous sommes demandé quelle devait être la nature du mémoire envoyé en réponse à la question posée, pour satisfaire aux vœux de la classe.

Et d'abord, comment l'auteur devait-il entendre le mot *exposer*?

Fallait-il résumer toutes les découvertes importantes, ou bien les fondre dans une synthèse qui, s'appuyant sur leurs résultats, eût présenté sous une forme didactique l'intégration des équations aux dérivées partielles?

Entendue de la première manière, la question nous semblait plutôt une question de concours universitaire qu'une question académique. C'est pourquoi il nous semble que si nous nous en étions occupé, nous l'aurions probablement entendue autrement.

Tel n'a pas été tout à fait le sentiment de l'auteur, qui a cherché à coordonner entre eux les différents travaux sur la matière en suivant l'ordre des découvertes autant que l'ordre logique le lui permettait.

Peut-on lui en faire un reproche? En traitant le sujet de cette manière, n'est-il pas resté dans les termes mêmes de la question posée?

Nous croyons qu'on doit répondre affirmativement, quand bien même on eût préféré la voir traiter d'une ma-

nière moins historique; et s'il en est ainsi, la seule chose que le commissaire ait à examiner est si le travail ainsi entendu est complet, clair et bien coordonné.

Il y a encore dans l'énoncé de la question un autre terme sur le sens duquel il est permis d'hésiter, c'est celui de *simplifier*. Certes si l'Académie avait voulu exprimer par là le vœu que l'auteur découvrit une méthode plus simple que celles qui sont aujourd'hui connues, elle ne pouvait guère espérer dans un avenir prochain la solution de cette question sur laquelle le génie de Jacobi, à peine éteint, s'était exercé pendant toute sa carrière.

Ce n'est donc pas là le sens que nous devons, semble-t-il, attacher au mot *simplifier*; et dans ce cas, notre examen peut se réduire aux trois points que nous avons signalés plus haut.

Avant de les aborder, nous ferons cependant encore une remarque générale sur la manière dont l'auteur a traité la question.

Les progrès qu'elle a réalisés dans le siècle actuel sont dus surtout à l'union de l'analyse avec la mécanique rationnelle, comme le témoignent les travaux des Hamilton et des Bour, et tout particulièrement ceux de Jacobi, qui a même fait rentrer une partie de ses recherches sur l'intégration des équations aux dérivées partielles dans ses *Leçons de dynamique*. L'auteur du mémoire a cru pouvoir ne pas s'occuper des liaisons intimes que la question présente avec la solution des problèmes de mécanique, et qui sont si propres à jeter de la lumière sur l'origine des plus belles découvertes, et, par là même, à ouvrir peut-être de nouveaux horizons.

Sans doute il aura voulu rester dans les termes mêmes de la question posée. Nous croyons cependant pouvoir

faire remarquer qu'il donne parfois des interprétations géométriques des résultats obtenus, et nous nous sommes demandé pourquoi il faisait exception en faveur de la géométrie au détriment de la mécanique. Il eût été d'autant plus en droit d'indiquer jusqu'à quel point cette dernière science avait contribué aux progrès de la question qu'il a suivi à peu près dans son exposition l'ordre des découvertes.

Après ces quelques observations sur la manière dont l'auteur a compris les termes de la question et sur le plan de son travail, nous devrions aborder en détail l'examen des trois points sur lesquels il nous semble que doit surtout porter le jugement. Mais le temps excessivement restreint que nous avons eu à notre disposition ne nous a pas permis d'étudier ce long mémoire avec tout le soin qu'il mérite; et cette circonstance nous oblige à être assez réservé dans les critiques ou plutôt dans les conseils que nous nous permettrons d'adresser à l'auteur.

Le premier point, et le plus important, est celui de savoir si le travail est complet.

Disons tout d'abord que nous excusons aisément l'auteur, en faveur de ses laborieuses recherches sur le premier ordre, d'avoir laissé de côté ce qui concerne le second.

L'un de vos commissaires a déjà indiqué une légère lacune dans le mémoire soumis au jugement de la classe, et je suis heureux que l'oubli du nom de Meyer, que j'ai eu le bonheur d'avoir pour maître, ait été signalé par un autre que moi.

Une seconde lacune se rencontre encore, nous a-t-il paru, et elle a peut-être pour cause le parti qu'a pris l'auteur de ne pas s'occuper de l'application des équations

aux dérivées partielles aux problèmes de la dynamique. Quoiqu'il se soit étendu avec prédilection sur les travaux de Jacobi, qui reste, jusqu'à présent, le grand maître en cette matière, et qu'il ait même analysé plusieurs de ses *Leçons de dynamique*, nous ne croyons pas avoir trouvé dans son mémoire le résumé de ceux qui ont été publiés à la suite de ces leçons sous les nos 2 et 3, et dont le dernier est relatif à une extension de la méthode de Lagrange. Ces deux mémoires de Jacobi se rattachent cependant de la manière la plus directe, on le voit, à la question posée.

Quant au second point, la clarté, on ne peut en général reprocher à l'auteur que des vices de forme qu'excuse la précipitation qu'il a dû mettre dans la rédaction de son travail, et un peu de laconisme dans l'indication de quelques notations symboliques. Ces défauts, peu importants dans des recherches propres, qui ne s'adressent qu'à des savants versés dans la partie, le deviennent davantage dans une œuvre qui revêt, comme celle-ci, un caractère presque didactique. De plus, l'auteur avoue lui-même, à propos des recherches toutes récentes de Lie, « qu'il n'a pu reconstruire la profonde méthode du géomètre norvégien » qui, du reste, n'y a pas encore mis la dernière main.

Pour ce qui regarde la coordination, en admettant le plan tel qu'il a été conçu par l'auteur, on doit reconnaître que celui-ci a su rattacher les unes aux autres dans un ordre logique les différentes méthodes qu'il expose, et c'est par ce mérite comme par celui d'avoir consciencieusement analysé toutes les méthodes, que son travail est encore digne de fixer l'attention après ceux qui ont paru récemment sur le même sujet.

Certainement ce travail gagnerait beaucoup, à notre

avis, si l'auteur le revisait de manière à fondre, pour ainsi dire, en une seule toutes ces méthodes comme il semble en certains endroits en entrevoir la possibilité, et comme il l'eût fait sans doute s'il en avait eu le temps.

Dans tous les cas, si l'Académie, comme je l'espère, vote l'impression du travail, il faut qu'elle permette à l'auteur d'abord d'en faire disparaître les vices de forme qui ont été signalés, ainsi que l'analyse imparfaite des recherches de Lie, à moins qu'il ne puisse la compléter d'après des travaux postérieurs de ce géomètre; et ensuite, d'y faire rentrer ceux de Meyer et de Jacobi dont nous avons parlé.

Les considérations qu'a fait valoir M. De Tilly contre une nouvelle remise de la question au concours nous paraissant péremptoires, et le mémoire soumis au jugement de la classe étant digne, par le travail consciencieux et l'érudition dont il témoigne, d'être couronné par l'Académie, j'ai l'honneur de proposer à la classe de décerner le prix à l'auteur et de voter l'impression de son mémoire, en l'engageant à le soumettre à une révision dans le sens des observations ou plutôt des conseils que sa lecture m'a suggérés. »

Conformément aux conclusions des rapports qui précèdent, conclusions auxquelles a adhéré le troisième commissaire, M. Catalan, la classe décide de décerner la médaille d'or à l'auteur du mémoire présenté; l'ouverture du billet cacheté a fait connaître que ce travail est dû à M. Paul Mansion, professeur à l'Université de Gand.