SUR LA DÉTERMINATION DE LA NUTATION DIURNE;

PAR M. FOLIE.

Le moyen le mieux approprié à la détermination des constantes de la nutation diurne consiste dans des observations faites, à six heures autant que possible d'intervalle, d'étoiles très voisines du pôle.

Il existe trois étoiles situées à 3′ environ de distance du pôle, dont l'une, *t* du Catalogue de Carrington, est de 10e,5 grandeur environ; les deux autres, P et Q, sont de 12e à 13e grandeur seulement.

Leurs coordonnées, au 1er janvier 1890, sont :

	α.	D. p.
	h m	′ ″
t	17. 7	3.16
P	16.42	3. 5
Q	12.34	4. 7

Il est à désirer que les observatoires munis d'une lunette méridienne assez puissante s'adonnent à ce genre de recherche, dont on peut attendre les meilleurs résultats.

Je l'ai expérimenté à l'Institut astronomique de Cointe (Liège), et j'y continue l'observation des trois étoiles *t*, P, Q.

Les fils horizontaux du réticule sont, dans ma lunette méridienne, relativement beaucoup mieux éclairés que les fils verticaux, et je ne suis pas arrivé à en modérer suffisamment l'éclairage pour pouvoir faire usage du fil mobile en déclinaison.

Je me suis donc borné à des observations en azimut.

On verra qu'elles sont déjà suffisantes pour permettre de vérifier, en une seule nuit, l'existence de la nutation diurne de l'axe de l'écorce solide du globe.

Si l'on peut observer en même temps la distance de l'étoile au fil horizontal du milieu, ce qui permettra de déterminer sa déclinaison à l'instant de chacune des observations, le calcul des constantes de la nutation diurne y gagnera en simplicité et en précision.

J'insisterai sur la haute utilité de faire, en une nuit, trois observations dont les deux extrêmes soient séparées aussi exactement que possible par un intervalle de douze heures sidérales, tandis que la médiane peut être faite de cinq à sept heures après la première; je montrerai ultérieurement l'utilité qu'on peut retirer de la stricte observation de cette condition.

Mais, pour le moment, je ne m'occupe que de la nutation diurne, et je vais faire voir, par un exemple, comment on peut en déterminer les constantes par de simples observations azimutales de ces étoiles très voisines du pôle.

Voici d'abord les formules dont je fais usage pour déduire les Æ de l'étoile de deux observations azimutales.

De l'équation connue

$$\text{(1)} \qquad \operatorname{tang}\delta\cos\varphi = \sin\varphi\cos(t-\alpha) - \sin(t-\alpha)\cot A,$$

dans laquelle φ désigne la latitude, t l'heure sidérale du lieu et de l'instant de l'observation, α, δ, A l'ascension droite, la déclinaison et l'azimut de l'étoile, on tire d'abord, en l'appliquant à deux observations consécutives et en commençant par négliger le terme en $\sin\varphi$, qui est très petit en général vis-à-vis des deux autres, pour des étoiles distantes de $3'$ environ du pôle,

$$\frac{\sin(t_1-\alpha_1)}{\sin(t_2-\alpha_2)} = \frac{\operatorname{tang}A_1}{\operatorname{tang}A_2}$$

et de là

$$\text{(2)} \qquad \operatorname{tang}\left(\frac{t_1+t_2}{2}-\alpha\right) = \operatorname{tang}\frac{t_2-t_1}{2}\,\frac{\sin(A_2+A_1)}{\sin(A_2-A_1)}.$$

Cette équation donne la moyenne α des Æ de l'étoile aux deux instants de l'observation.

On peut maintenant appliquer l'équation (1) au calcul des valeurs de la déclinaison de l'étoile à ces deux instants.

Si l'on pose

$$\text{(3)} \qquad \operatorname{tang}q = \operatorname{tang}(t-\alpha)\cot A\,\operatorname{s\acute{e}c}\varphi,$$

on aura, en effet,

$$\text{(4)} \qquad \operatorname{tang}\delta = \frac{\cos(t-\alpha)\sin(\varphi-q)}{\cos\varphi\cos q}.$$

De cette équation (4) on tirera les valeurs de δ pour les deux observations.

Enfin, faisant $\frac{\cot A}{\sin\varphi} = \cot A'$, on tirera de l'équation (1)

$$(5) \qquad \sin(A' - t + \alpha) = \sin A' \operatorname{tang}\delta \cot\varphi.$$

Cette dernière équation, appliquée également aux deux observations, donnera les deux valeurs correspondantes de l'Æ de l'étoile.

La différence de ces deux valeurs fournira une relation entre les deux constantes de la nutation diurne, savoir, son coefficient N_D et la longitude orientale L du premier méridien par rapport au lieu de l'observation.

Si l'on combine de la même manière la deuxième observation avec la troisième, on aura une seconde équation analogue, et les deux inconnues seront déterminées.

Si l'on désigne par $\Delta\alpha$ la différence des Æ observées (à six heures environ d'intervalle); par l cet intervalle de temps; par m et n respectivement les expressions $\cot\varepsilon + \sin\alpha \operatorname{tang}\delta$ et $\cos\alpha \operatorname{tang}\delta$; par Σ_1 et Σ_2 des fonctions des arguments de la nutation, dont l'expression sera donnée ci-dessous, les équations à former, qui se déduisent de ma Théorie de la nutation diurne, sont, si l'on néglige les termes qui ne renferment pas $\operatorname{tang}\delta$,

$$(6) \qquad \Delta\alpha = 2\sin l \operatorname{tang}\delta \left\{ \begin{array}{l} \quad [\Sigma_1 \sin(\alpha + l) - \Sigma_2 \cos(\alpha + l)]y \\ + [\Sigma_1 \cos(\alpha + l) + \Sigma_2 \sin(\alpha + l)]x \end{array} \right\}.$$

Dans cette équation, x représente $N_d \sin 2L$; y, $N_d \cos 2L$; quant aux fonctions ε_1 et ε_2, en voici les expressions numériques, dans lesquelles les différents arguments désignent des longitudes moyennes; on y a donné les coefficients numériques par leurs logarithmes, et laissé de côté ceux, assez nombreux, qui sont inférieurs à 0,1 :

$$(7) \qquad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1 = -(0{,}062716) - (9{,}12682)\cos \Omega + (9{,}89846)\cos 2\,☾ \\ \qquad - (9{,}11376)\cos(☾ - \Gamma') + (9{,}18342)\cos(3\,☾ - \Gamma') \\ \qquad + (9{,}12574)\cos(2\,☾ - \Omega) + (9{,}55410)\cos 2\odot, \\ \varepsilon_2 = -(9{,}25466)\sin \Omega + (9{,}93551)\sin 2\,☾ \\ \qquad + (9{,}22027)\sin(3\,☾ - \Gamma') + (9{,}25207)\sin(2\,☾ - \Omega) \\ \qquad + (9{,}59136)\sin 2\odot. \end{array} \right.$$

Appliquons la méthode qui vient d'être exposée à la détermination des constantes de la nutation diurne au moyen des observations des étoiles t et Q, faites à Cointe (Liège) les 26-27 septembre 1888 :

1888.		Heure sid.	Azimut.
		h m s	′ ″
Sept. 26	t	20.19.26	3.29 Ouest
....	Q	20.27.65	5.18
27	t	1.14. 0	4.30
....	Q	1.27.45	1.19 Est

L'application de la formule (2), qui précède, a donné d'abord, pour t, $\alpha = 17^h 25^m 19^s,9$; pour Q, $\alpha = 12^h 36^m 51^s,4$.

D'où l'on a déduit, au moyen des formules (3) et (4),

	t.	Q.
D. p	3′ 13″,0	3′ 47″,2

et par la formule (5)

	t.	Q.
α	$17^h 25^m 20^s,77$	$12^h 36^m 37^s,89$
	$17^h 25^m 58^s,50$	$12^h 36^m 47^s,72$

correspondantes aux heures sidérales des observations.

D'où l'on tire

	t.	Q.
$\Delta\alpha$	$-37^s,73$	$-9^s,83$

Appliquant les formules (7) pour les heures moyennes des observations, on trouve

H. sid. moy.	ε_1.	ε_2.
Sept. 26. $20^h 23^m$.....	$-1,3894$	$+0,1909$
27. $1^h 20^m$.....	$-1,4719$	$-0,0616$

En employant la formule (6), on établira les deux équations

$$37^s,73 = 1062,8y - 2722,4x,$$
$$9^s,83 = 2594\ y - 110,6x,$$

qui conduiraient aux valeurs suivantes :

$$N_d = 0'',19;$$
$$L = 9^h 30^m \text{ E de Cointe},$$
$$L = 9^h 43^m \text{ E de Paris}.$$