

Dernière réplique à M. Ch. Lagrange ; par F. Folie,
 membre de l'Académie.

C'est bien malgré moi que je me vois obligé à revenir encore une fois sur une question dont les interminables discussions avaient déjà lassé l'Académie il y a près de dix ans.

Je rappellerai qu'à l'origine de la question de la variation des latitudes, j'ai signalé (*) la négligence de la nutation eulérienne comme l'une de ses causes. M. Radau m'a combattu dans le *Bulletin astronomique*. J'ai invoqué le passage de Laplace sur les variations journalières de la hauteur du pôle. M. Radau a répondu que ce passage *ne devait pas être pris au pied de la lettre* ; M. Tisserand est intervenu, et il a refusé d'insérer ma réplique (**). Or, dans le chapitre final du tome II de sa *Mécanique céleste*, chapitre écrit par M. Radau, la nutation eulérienne est nommée *nutation diurne*, ce qui me donne implicitement raison. M. Lagrange ne veut toujours pas l'admettre. Après tout ce que j'ai trouvé de neuf en astronomie, il va jusqu'à m'imputer une véritable absurdité (***), imputation d'autant plus irréfléchie que depuis plus de douze ans, il le sait, j'oppose l'*invariabilité* de la hauteur du pôle à la *variation* des latitudes (v).

(*) *Comptes rendus*, mai 1890.

(**) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 11, p. 984, alinéa 1.

(***) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 1892.

(v) *L'invariabilité de la hauteur du pôle opposée à la variation des latitudes*. (REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES, AVRIL 1893.)

Voilà jusqu'où le parti pris peut amener un esprit très judicieux.

Et dans la note qui précède, il persiste encore à prétendre que *journalières* dans Laplace ne signifie pas *diurnes* (pp. 985-984) (*).

J'ai fini par comprendre la raison de cette persistance.

M. Lagrange s'imagine que le pôle, dans Laplace, est le pôle de rotation. C'est faux. Laplace rapporte toutes ses formules au pôle d'inertie *seul*. La hauteur de ce pôle dépend de la déclinaison de l'étoile observée, et cette déclinaison du terme diurne

$$G \cos (nt + \varphi + \beta),$$

donné par M. Lagrange lui-même dans sa formule (12), page 545 (**).

Si donc G était sensible, on le reconnaîtrait aux variations *journalières* de la hauteur du pôle, dit Laplace.

S'il avait entendu confondre le pôle d'inertie et le pôle de rotation, il l'eût dit expressément, comme l'a fait M. Tisserand dans sa *Mécanique céleste*, dont c'est là

(*) Ni même littérairement, dit-il. Je me bornerai à poser à tous mes honorables confrères la question suivante :

Les variations de la hauteur du pôle géographique (si l'on néglige G dans le calcul des déclinaisons) ont une période d'un jour ; celles de la latitude astronomique une période de 365 jours. Lesquelles appellerez-vous journalières ?

(**) Je reconnais m'être trompé en disant que cette formule (12) n'est vraie que dans le méridien. La force de l'habitude m'avait fait lire distraitemment, au lieu de $\frac{C}{A}$, $\frac{C-A}{A}$, forme que j'emploie généralement.

l'un des points les plus faibles, puisqu'il connaissait que G n'est pas insensible.

Un seul auteur a rapporté ses formules à l'axe *astronomique*, c'est Oppolzer. Mais voyant qu'il ne lui était pas possible de définir l'heure dans le système de cet axe, il est revenu, pour cette définition, à l'axe d'inertie. En sorte que sa théorie est hétérogène : les coordonnées sont rapportées à l'axe *astronomique*, l'heure à l'axe d'inertie. J'insiste sur ce point, parce qu'un de nos savants confrères, dont je reconnais la compétence, a fait, je pense, un signe de dénégation quand je l'ai affirmé.

Dans les développements de son analyse, rapportés aux axes principaux, Oppolzer dit, page 146 : « La vitesse de rotation de la Terre autour de son *petit* axe est donc constante », et répétant cette phrase, page 198, il ajoute : « on a en conséquence adopté la grandeur de la rotation terrestre comme mesure de temps ». Toutes les formules qu'il développe ensuite sont relatives aux axes principaux. Jamais il n'a confondu, comme Tisserand, l'axe d'inertie et l'axe *astronomique*.

J'ai dit expressément (ici et ci-dessus) l'axe *astronomique*, c'est-à-dire celui auquel les astronomes rapportent leurs formules, et non l'axe *instantané* : l'un n'est pas l'autre, en effet, et mon savant confrère ne veut nullement y prendre garde.

Les formules usitées sont donc incorrectes (*), comme je l'ai déjà dit dans ma précédente réponse à M. Lagrange.

(*) *Trente-cinq années de travaux mathématiques et astronomiques.* (MEM. DELLA PONT. ACCAD. DEI NUOVI LINCENI, t. XX, et MONTHLY NOT., 1903.)

Et ce qui me surprend, c'est que lui, astronome professionnel, n'ait pas vu que le choix de l'axe instantané (vrai) est inadmissible, puisqu'il ne supprime même pas complètement la nutation eulérienne dans les coordonnées, et que, chose autrement grave, il l'introduit dans l'heure.

Si j'avais lu son travail de 1895, je n'eusse pas manqué de faire état de sa formule de l'heure dans le système de l'axe *astronomique* pour constater que j'avais bien raison d'affirmer, dès 1895 (*), qu'une définition correcte de l'heure est impossible dans ce système.

J'ai dit dans ma réponse antérieure que l'heure, déterminée dans ce système, peut différer, au même instant, de 0".02 en deux lieux situés sur le même méridien à des latitudes de $\pm 45^\circ$. Je demande derechef si cette heure est acceptable, et je suis en possession d'une preuve purement physique de l'impossibilité dans laquelle on se trouvera, pendant trente ans encore certainement, de déterminer la nutation eulérienne pour en corriger l'heure, suivant le conseil donné par M. Darwin (**).

J'ai dit aussi que le choix de l'axe *astronomique* conduit à des erreurs qui peuvent s'élever à 0".02 sur la latitude. Et je pense que si Oppolzer avait soupçonné cette conséquence de son système, il y eût renoncé quant aux coordonnées, comme il y a renoncé quant à l'heure.

A la page 985, M. Lagrange me reproche de

(*) *L'invariabilité de la hauteur du pôle opposée à la variation des latitudes.* (REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES, avril 1893.)

(**) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 1, 1903.

commettre une erreur radicale quand je dis que le mouvement de rotation de la Terre ne consiste pas *uniquement* dans le mouvement autour de l'axe instantané, et il déclare qu'il n'existe absolument aucun autre mouvement de la Terre. Or, d'où proviendrait le mouvement de l'axe instantané, si ce n'est d'un mouvement de la Terre elle-même autre que son mouvement autour de cet axe? En m'attribuant une erreur radicale, c'est bien lui qui la commet.

En cinématique, j'ai fait voir, page 540, que la vitesse d'un point de l'équateur terrestre autour de l'axe instantané n'est pas la même qu'autour de l'axe géographique. En mécanique, je me garde bien d'oublier que, dans son mouvement autour du premier axe, chacun des autres points de la Terre développe une force centrifuge dont l'effet est de produire le second mouvement nié par M. Lagrange, et de déplacer l'axe instantané d'un instant au suivant.

Mais à ces spéculations métaphysiques, je préfère les résultats déduits d'un calcul correct.

Que mon honorable contradicteur veuille bien réfuter ceux que j'ai développés dans les *Monthly Notices*, 1905, et qui donnent les expressions des coordonnées dans les trois systèmes d'axes, géographique, astronomique et instantané, ainsi que ceux de la page 540 de la note qu'il attaque si vivement, et desquels il résulte que l'expression de la vitesse d'un point de la Terre autour de l'axe instantané renferme elle-même un terme eulérien (*).

J'ai répondu précédemment d'une manière si péremptoire

(*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), p. 340, 1903.

toire aux critiques que m'adressait M. Lagrange dans ce même numéro du *Bulletin* (pp. 363-365), que je juge superflu d'y revenir, après tout ce que je viens de dire, malgré sa réplique.

Et je n'aborderai même plus cette discussion, que je serais tenté de qualifier de byzantine, et dont l'Académie s'est déjà lassée avec raison il y a huit ans, à moins que M. Lagrange ne tente de réfuter, non ce qu'il donne comme ma manière de voir, mais les formules que j'ai exposées l'an dernier dans les *Monthly Notices* et dans le *Bulletin*, page 340.

