

Catalog	1800+	Beob.	α	δ
Nr. 12. E. B. +0°011 -0°04.				
Lal.	-4.3	1	42°16	52"0
Bess.	26.0	1	42.27	53.6
Rü ₁	41	2	42.13	56.6
Bn.	89.1	2	42.19	54.0
Nr. 32. E. B. +0°016 +0°01.				
Lal.	-2.9	1	13°47	4"5
Bess.	26.1	1	13.37	11.7
A. N. 69 p. 69	65	2	13.35	9.4
Bn.	89.1	3	13.44	8.7

Berlin 1890 Juni.

Catalog	1800+	Beob.	α	δ
Nr. 65. E. B. +0°002 -0°07.				
Lal.	-2.9	1	0°58	45"9
A. N. 4 p. 106	23	1	0.94	51.7
Bess.	26.1	1	0.75	50.5
Rü ₂	49	3	0.76	48.4
Bn.	89.1	2	0.76	48.9
Nr. 102. E. B. -0°010 -0°15.				
Bess.	25.2	2	3°00	41"4
BB.VI	57.2	1	2.92	41.6
Kü.	85.2	1	2.96	41.4
Bn.	89.6	2	2.99	41.7

Réponse aux objections de M. Lehmann-Filhés contre l'existence de la Nutation diurne.

Par F. Folie.

- Enfin la critique s'occupe de la nutation diurne, c'est déjà quelque chose.
Demain, elle la reconnaîtra,
ce sera mieux.

C'est à forcer l'assentiment unanime des astronomes que je consacre toutes mes veilles, cherchant surtout à employer l'argument opposé par Diogène à Zénon d'Elée, qui niait devant lui le mouvement: marcher tout simplement.

La besogne, ajoutée à mes devoirs fonctionnels, est tellement absorbante, que je n'ai pas même eu le temps encore d'indiquer les erreurs d'impressions, de copie, ou même de distraction qui se trouvent dans la 1^{re} Partie de ma Théorie des mouvements diurne, annuel et séculaire de l'axe du monde, quoique je me fusse bien proposé d'insérer un erratum à la fin de la 2^{me} Partie.

J'ai toujours été trop pressé d'ouvrage pour le faire; à preuve que, M. Valentiner m'ayant fait l'honneur de me demander l'hiver dernier un exemplaire de cette 1^{re} Partie, j'ai d'abord attendu, pour le lui envoyer, que j'eusse le temps de lui faire cet erratum, et que j'ai été obligé de me borner à lui signaler grosso modo ces erreurs, qu'il rectifierait aisément.

Mais les astronomes me feront l'honneur de croire que ce n'est pas des formules non corrigées qu'ont fait usage les collaborateurs que j'ai chargés du calcul des constantes de la nutation diurne.

Si M. Lehmann-Filhés avait bien voulu m'écrire à ce sujet, avant de rédiger sa critique, comme il l'a fait après l'avoir déjà écrite, il eût peut-être moins insisté sur ces détails.

J'en puis dire autant de sa critique relative à la première brochure que j'ai publiée sur la nutation diurne, brochure qui repose sur une erreur manifeste, au sujet de laquelle je m'expliquerai en détail lorsque j'aurai bien déterminé les constantes de la nutation diurne.

A propos de ce qualificatif diurne, M. Lehmann-Filhés eût préféré, paraît-il, celui de semi-diurne, comme il semble

Bd. 125.

me reprocher aussi le qualificatif annuelle que je donne à la nutation ordinaire comme il l'appelle. Il y a trois nutations essentiellement différentes; il faut leur donner des noms différents. J'ai proposé ceux de initiale, diurne et annuelle, et je doute que les astronomes préfèrent y substituer ceux de diurne, semi-diurne et ordinaire.

Au surplus, le seul point que je tiens à établir ici, c'est que, contrairement à ce qu'écrit M. Lehmann-Filhés, l'existence de la nutation diurne est aujourd'hui démontrée, quoique les constantes n'en soient pas connues avec une précision suffisante.

- Je n'entrerai donc dans aucun détail au sujet de ces critiques de M. Lehmann-Filhés, dont je reconnais la conscience scrupuleuse (je déclare même passer condamnation sur la critique de la fin de la page 384, Vol. 124, des A. N. n'attachant plus aucune importance à une discussion dont il était possible, au début, de tirer quelques indications sur les dates où je pourrais le mieux constater, dans les observations, l'existence de la nutation diurne), et je me bornerai à ajouter, aux formules exactes qu'il donne, mais qui ne se rapportent qu'à la différence des nutations diurnes entre deux instants, celles dont on fait usage à Bruxelles pour la détermination des constantes de la nutation diurne par la comparaison des AR. d'une circum-polaire observée pendant un certain nombre de jours, et qui donnent, pour chaque jour, l'expression de la nutation diurne absolue au moment de l'observation.

Ces formules, très pratiques, sont:

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}(U'v + Uu)$$

$$\sin\theta \Delta\lambda = \frac{1}{2}(U'v + U'u)$$

d'où l'on tirera, en faisant $\cot\theta + \sin\alpha \operatorname{tg}\delta = S_\alpha$ et $\cos\alpha \operatorname{tg}\delta = C_\alpha$:

$$\Delta\alpha = \frac{1}{2}(US_\alpha - U'C_\alpha)v - \frac{1}{2}(U'S_\alpha + UC_\alpha)u.$$

Voici quelles sont les notations employées dans ces formules:

10

$$\begin{aligned}
 U &= S - R & U' &= S' - R' \\
 S &= (1 + \sigma) \sin s & S' &= (1 + \sigma) \cos s \\
 R &= (1 + \rho) \sin r & R' &= (1 + \rho) \cos r \\
 s &= A + 2D & r &= A - 2D \\
 \sigma &= \frac{3}{2} s_2 + \frac{1}{4} s_2^2 - b & s_2 &= a_2 + 2d_2 \\
 \rho &= \frac{3}{2} r_2 + \frac{1}{4} \rho_2^2 - b & r_2 &= a_2 - 2d_2 \\
 b &= \frac{C - B}{A} = 0.003
 \end{aligned}$$

A et D sont l'AR. et la déclinaison de l'astre attirant (\odot ou \odot) à l'instant de l'observation; il suffit de les prendre à quelques minutes d'arc près; a_2 et d_2 les rapports des mouvements de l'astre en AR. et Decl. au mouvement diurne; pour un accroissement horaire (sid.) de $+1'$, par exemple, a_2 ou d_2 sera égal à $\frac{1}{900}$.

Quand on aura calculé les expressions U_{\odot} et U_{\odot} , on écrira $U = U_{\odot} + 2.2 U_{\odot}$; de même pour U' , et on les substituera dans les expressions de $\Delta\theta$ et $\Delta\lambda$ données ci-dessus, où u et v représentent respectivement $N_d \sin 2\varphi$ et $N_d \cos 2\varphi$, N_d le coefficient de la nutation diurne et $\varphi = t + L$, t étant l'heure sidérale de l'observation (α pour les passages méridiens), et L la longitude orientale du premier méridien.

Si quelque astronome voulait, pour son édification, s'assurer de la manière dont l'application de la nutation diurne corrige les observations, en faisant usage des formules précédentes, je l'engagerais à prendre, en nombre rond, le coefficient de la nutation diurne égal à 0.01 , la longitude du premier méridien 7^h à l'E de Bonn, et à ajouter aux expressions précédentes celles de la nutation initiale dont les formules sont

$$(A) \quad \begin{cases} \Delta\theta = -\gamma \sin(nit + \beta) \\ s_1 \Delta\lambda = -\gamma \cos(nit + \beta) \end{cases}$$

β étant égal, pour 1850.0 et pour Bonn, à $224^\circ + 23^\circ = 247^\circ$; γ , en nombre rond, à 0.005 ; n à 390.5 par année tropique; n à 360 par jour sidéral; t au temps écoulé depuis 1850.0, exprimé, pour plus de commodité quand il s'agit de passages méridiens, en jours sidéraux.

Des formules connues il tirera, en désignant par $\Delta\theta$ et $s_1 \Delta\lambda$ les sommes respectives des deux nutations précédentes, les corrections suivantes, qui devront être retranchées des positions moyennes données par Argelander:

$$\begin{aligned}
 \Delta\alpha &= (c_1' + \sin a \operatorname{tg} \delta) s_1 \Delta\lambda - \cos a \operatorname{tg} \delta \Delta\theta \\
 \Delta\delta &= \cos a s_1 \Delta\lambda + \sin a \Delta\theta.
 \end{aligned}$$

Ni mes collaborateurs ni moi nous n'avons le temps de faire cette vérification très-intéressante, et j'espère que quelques astronomes de bonne volonté voudront bien s'en occuper. Le jeu en vaut la chandelle.

Peut-être est-il d'autres termes de correction du second ordre dont Argelander n'a pas tenu compte, et je pourrais en signaler, auxquels on n'a pas encore pensé dans les meilleures réductions.

Mais ces termes sont à longue période, et ne pourront guère infirmer les résultats obtenus.

3. Je persiste, on le voit, dans l'emploi des formules en AR. et Decl., quoique j'aie donné des formules écliptiques, dont M. Lehmann-Filhés ne contestera pas la rigueur absolue, dans mon Traité des réductions stellaires et dans la 2^{me} Partie de ma Théorie des mouvements diurne, annuel et séculaire de l'axe du monde.

C'est-à-dire que je crois les premières tout aussi bonnes, et infiniment plus pratiques que les secondes.

M. Lehmann-Filhés en conteste la correction.

Son objection, quoique spécieuse et non fondée, a dû impressionner plus d'un astronomes.

J'y répondrai donc avec quelque détail.

Et d'abord, qu'on veuille remarquer que mon intégration en coordonnées équatoriales n'est absolument relative qu'à la nutation diurne; c'est donc de propos délibéré que je n'y ai tenu nul compte ni de la nutation annuelle, ni de la nutation initiale; et je trouve un peu surprenant que le reproche d'avoir négligé cette dernière s'adresse précisément à moi qui seul, jusqu'à présent, aie indiqué un moyen pratique de la déterminer.

De même, en certains endroits, (voir p. 194), M. Lehmann-Filhés me reproche de négliger la libration terrestre, dont j'ai seul donné la théorie, et qui est un corollaire de la nutation diurne. Il reconnaît, au surplus, qu'elle est négligeable là où je l'ai négligée, et c'est, en effet, pour quoi je l'ai fait.

Ceci dit en passant, j'arrive à la réfutation de l'objection capitale, la seule qui ait quelque apparence de fondement.

La voici résumée en quelques lignes traduites textuellement (p. 388 fin).

»Les expressions de $\Delta\theta$ et de $\Delta\psi$ ne sont valables, »comme je l'ai fait remarquer déjà à diverses reprises, que »pour un intervalle de quelques heures; elles sont néanmoins appliquées à de longues séries d'observations (plus de 13 mois pour l'étoile DM. +88°117), en sorte que tout »le calcul devient illusoire.«

Et voici ma réponse, que tout astronome, un peu versé en analyse, trouvera tout-à-fait péremptoire, sans que je veuille le moins du monde dire par là que ceux qui m'ont fait l'objection ne sont pas suffisamment familiers avec l'analyse, la difficulté en question étant assez délicate, je le reconnais.

L'expression complète de $\frac{d\theta}{d\varphi}$ est, abstraction faite de la nutation initiale, dont l'intégration ne présente aucune difficulté :

$$\begin{aligned}
 \frac{d\theta}{d\varphi} &= N_a [\Phi(A, 2D)] \\
 &+ N_d [\Phi(A, 2D, 2\varphi)],
 \end{aligned}$$

N_a et N_d désignent respectivement les coefficients relatifs à la nutation annuelle et à la nutation diurne. φ est égal à $L + nt$, n étant la vitesse angulaire de la terre. A , D sont les coordonnées de l'astre attirant rapportées à l'équateur vrai du jour donné, au sens des astronomes.

Intégrant entre 0 et φ , limites qui correspondent à un intervalle de temps inférieur à 24^h , on a

$$\theta = \theta_0 + N_a \int_0^{\varphi} \Phi(A, 2D) d\varphi + N_d \int_0^{\varphi} F(A, 2D, 2\varphi) d\varphi.$$

Or $\theta_0 + N_a \int_0^{\varphi} \Phi(A, 2D) d\varphi$ est l'obliquité vraie des astronomes au jour donné et au temps t ; car il n'y a aucun terme diurne dans cette expression.

L'obliquité réelle, c'est-à-dire affectée de la nutation diurne, θ , sera égale à cette obliquité vraie plus $\Delta\theta$, si l'on pose

$$\Delta\theta = N_d \int_0^{\varphi} F(A, 2D, 2\varphi) d\varphi,$$

et l'on aura ainsi l'expression de la nutation diurne au temps t , c'est-à-dire de l'angle que l'équateur réel fait, au temps t , avec l'équateur vrai, calculé pour le même temps.

Je ferai observer qu'il importe peu que je puisse ou non, déterminer par ce procédé, l'obliquité vraie. En théorie, oui, certes; en pratique, non, puisqu'il faudrait la déterminer successivement de jour en jour.

La question à élucider était de démontrer la validité de la dernière intégration

$$\Delta\theta = N_d \int_0^{\varphi} F(A, 2D, 2\varphi) d\varphi,$$

validité qu'on ne contestera plus, puisque les limites sont renfermées dans un intervalle de quelques heures.

L'erreur dans laquelle a versé le critique consiste en ce qu'il a cru que j'ai pris un équateur fixe comme plan de référence, ce qui n'est pas le cas, puisque mes coordonnées A, D , sont rapportées à l'équateur vrai.

Mon intégration s'effectue donc, chaque jour, en adoptant l'équateur vrai du jour comme plan de référence, et ne s'étend, par suite, que sur quelques heures, ce qui justifie l'hypothèse que j'ai faite, dans ce procédé, des mouvements uniformes en AR. et Decl. du Soleil et de la Lune.

Ce n'est certes pas absolument rigoureux. Malheureusement, mes formules rigoureuses, rapportées à l'écliptique fixe, sont tellement compliquées qu'aucun astronome n'en voudrait faire usage, (à moins que des Tables n'en fussent calculées à l'avance jour par jour) et que, pour ma part, j'y ai renoncé.

M. Lehmann-Filhés reconnaîtra certainement lui-même la grave erreur commise par lui en ce point, qui est certes l'origine de ses plus grands doutes sur la bonté des déterminations des constantes de la nutation diurne données dans les annuaires de Bruxelles pour 1889 et 1890.

4. Il est une autre critique, moins explicable, que je dois relever (p. 390-391).

Parlant de la théorie que j'ai donnée de la précession et de la nutation dans mon *Traité des Réductions stellaires*, M. Lehmann-Filhés dit que «j'y applique inexactement les équations d'Euler, puisque j'oublie qu'elles ne sont valables que pour un corps solide.» J'avoue que je ne comprends

pas, à moins que M. Lehmann-Filhés ne pense que je considère le noyau comme entièrement fluide, ce qui n'est pas, comme on le verra.

Monsieur Lehmann-Filhés ajoute :

» Comme la précession et la nutation ordinaire, appelée annuelle par M. Folie, se rapportent à toute la terre, la nutation diurne et la libration terrestre, au contraire, à l'écorce seule, il s'agit bien évidemment de deux corps différents, qui doivent être examinés séparément. »

Mais si M. Lehmann-Filhés avait lu plus attentivement mon Introduction, il y aurait vu cette même affirmation sous une forme plus explicite encore. On me permettra de reproduire ici le passage auquel je fais allusion :

» Il est permis néanmoins de rechercher dès maintenant la raison de l'existence de cette nutation.

» L'idée qui m'a conduit à la découvrir a été de considérer la terre comme composée de deux parties : l'intérieure fluide, au moins superficiellement, l'extérieure solide; en sorte que ces deux parties peuvent se mouvoir, à fort peu près, comme si elles étaient indépendantes l'une de l'autre.

» Dans le cas où cette indépendance serait absolue, il va de soi que c'est l'écorce solide seule dont on aurait à étudier le mouvement.

» Alors toutefois on se heurte immédiatement à une grave difficulté : pour que les coefficients de la précession et de la nutation annuelle s'accordent entre eux, les deux plus petits moments d'inertie A et B doivent être fort peu différents l'un de l'autre. Or, dans ce cas, la nutation diurne est inappréciable, et c'est ainsi que l'ont entendu Laplace et tous ceux qui l'ont suivi dans la théorie du mouvement de rotation de la terre.

» La nutation diurne existe néanmoins. Il faut donc que la différence $B - A$ soit appréciable pour la partie de la terre sujette à cette nutation. Ceci nous amène à conclure que les moments A, B, C qui entrent dans les expressions de la nutation diurne sont relatifs à l'écorce solide seule.

» Ces moments peuvent-ils avoir une autre valeur relative dans les expressions de la précession et de la nutation annuelle ?

» Telle est la grave question qui se posait.

» L'observation répond par l'affirmative.

» Pouvait-on la mettre d'accord avec la théorie, et comment ? Un seul moyen se présentait : c'était de considérer le mouvement de l'écorce comme n'étant pas absolument indépendant de celui du noyau, et de faire intervenir au nombre des forces perturbatrices le frottement qui s'exerce entre leurs surfaces.

» Absorbé par d'autres travaux, j'ai prié M. le Dr. E. Ronkar, ingénieur des mines, actuellement chargé du cours de physique mathématique à l'Université de Liège, d'étudier la question à ce point de vue.

» Voici le résultat remarquable auquel il est arrivé pour le cas de deux sphères concentriques dont l'une

» pourrait rouler sur l'autre en exerçant sur elle un frottement, le coefficient de celui-ci étant supposé proportionnel à la différence des vitesses des surfaces frottantes :

» Dans les mouvements à longue période (précession et nutation annuelle) le noyau et l'écorce se meuvent comme s'ils formaient une masse solidaire; dans les mouvements à courte période, au contraire (nutation diurne), l'écorce se meut indépendamment du noyau.

» Ce résultat théorique lève toutes les difficultés.

» En ce qui concerne la précession et la nutation annuelle, les moments d'inertie A, B, C sont ceux du noyau, pour lequel $B - A$ peut être inappréciable.

» Mais quant à la nutation diurne, les moments A, B, C sont exclusivement ceux de l'écorce, pour laquelle l'observation indique une valeur très appréciable de $B - A$.

Ces dernières lignes indiquent donc bien clairement qu'il s'agit de deux corps dont j'étudie séparément le mouvement; le noyau et l'écorce, le premier fluide superficiellement, le second solide.

Est-ce donc à dire, comme le prétend M. Lehmann-Filhés (p. 391) » que j'aie appliqué le même système d'équations différentielles à l'ensemble des deux (Gesamtsystem) » et affirmé ensuite que les termes à longue période se rapportent à la terre entière, ceux à courte période à l'écorce ?

Il m'est pénible de devoir déclarer que M. Lehmann-Filhés n'a pas du tout pris garde aux dernières lignes que je viens de citer de l'Introduction, lignes dont la signification, s'il faut absolument la préciser, est la suivante :

1°. J'applique les équations d'Euler au noyau; les moments A, B, C se rapportent alors à ce noyau.

2°. J'applique ces mêmes équations à l'écorce: les moments A, B, C se rapportent alors à l'écorce.

Dans le premier cas, je ne dois considérer que les termes à longue période.

Dans le second, que les termes à courte période, conformément au théorème de mécanique démontré par M. Ronkar.

Cela posé, comme j'ai dans les deux cas le même système d'équations différentielles, à part la différence de signification de A, B, C dans ces deux cas, je les traite une fois pour toutes, en ayant soin de n'appliquer les intégrales, pour le cas des longues périodes, qu'à la terre entière (puisqu'il y a le noyau et l'écorce sont solidaires dans ces mouvements); pour le cas des courtes périodes, qu'à l'écorce.

5. Je reprendrai tantôt ce point, sur lequel j'aurais bien des choses encore à dire aux astronomes, et je leur demanderai, après les explications que je viens de donner, et qui étaient bien nettement indiquées dans mon Introduction, s'il n'est pas regrettable pour M. Lehmann-Filhés d'avoir parlé de l'incorrection de tout le procédé que j'ai suivi (Das Verfahren ist mathematisch falsch... Im Hinblick auf die Misslichkeit des ganzen von Herrn Folie eingeschlagenen Verfahrens p. 391-392) et d'avoir laissé entendre qu'il y a peut-être d'autres erreurs encore dans cet ouvrage qui ne passera pas inaperçu, j'en ai la confiance, dans l'histoire de l'astronomie. Je sais qu'il y a quelques erreurs numériques (qu'on me pardonnera en pensant à la

précipitation avec laquelle j'ai été obligé de poursuivre ces travaux) mais j'aurai soin d'interdire la vente de l'ouvrage jusqu'à ce que je les aie corrigées, afin de ne pas m'exposer à de nouvelles critiques de détail, auxquelles j'ai fort peu le goût et le temps de répondre.

Je pense que tout astronome compétent est édifié maintenant sur la valeur des critiques de fond adressées à mes théories, et sur la correction des formules dont il a été fait usage à Bruxelles pour la détermination des constantes de la nutation diurne.

Cela admis, qu'il me soit permis maintenant de demander aux astronomes sans préjugés ce qu'ils pensent, non quant à la précision des valeurs des constantes, à laquelle je n'ai pas prétendu jusqu'à présent, mais quant au fait de l'existence de la nutation diurne et quant à l'affirmation de M. Lehmann-Filhés (p. 389) que les valeurs déduites des AR. des circumpolaires n'ont aucune signification et ne corrigent qu'empiriquement les observations. (Si l'on n'employait jamais que des formules empiriques de ce genre, l'astronomie n'y perdrait rien.) Qu'ils veuillent bien examiner attentivement le tableau ci-dessous, reproduction de celui de l'Annuaire de Bruxelles p. 390.

Méthodes	Observatoires	N_d	Long. E. de Paris
Obs. de la Polar. en AR.	Kieff	0.209	9 ^b 19 ^m
» α Ursae min. »	Harvard College	0.077	9 29
» 117 Pol. Zone »	Bonn	0.136	11 1
» 297 » »	»	0.22	12 7
» γ Ursae min. »	Bruxelles	0.10	10 25
» α » »	Poukova	0.18	11 45
» δ » »	»	0.32	8 41
» α » »	Greenwich	0.12	10 17
» α » »	Washington	0.17	11 36
» σ Octantis »	Cordoba	0.11	10 17
» α Lyrae au pr. Vert.	Washington	0.095	8 48
» de t, P, Q en Az.	Cointe (Val. moy.)	0.325	10 2
	Moyennes	0.18	10 19

Ai-je besoin d'ajouter que les déterminations fondées, dans l'Annuaire de 1889, sur la comparaison d'observations faites dans des lieux différents, avaient pour but, non de déterminer les constantes de la nutation diurne (le procédé serait par trop peu sûr) mais de montrer que l'existence de celle-ci se manifeste même dans les comparaisons ?

6. Après avoir médité ma réponse à M. Lehmann-Filhés et ce tableau, que les astronomes prononcent eux-mêmes sur la valeur de sa conclusion.

Si j'attaque, à bon droit, la fausseté de celle-ci, je me plais à reconnaître l'entière bonne foi et la conscience scrupuleuse avec laquelle M. Lehmann-Filhés a étudié mes travaux, ne regrettant pour lui qu'une chose, comme je l'ai dit, c'est qu'il ne m'ait pas soumis ses doutes avant de publier sa critique.

Celle-ci, du reste, aura eu un excellent résultat, et je suis bien obligé à M. Lehmann-Filhés de me l'avoir fait obtenir.

Prévenu, depuis quelque temps, de l'apparition de sa critique, j'ai cherché à y répondre d'une manière tout-à-fait pratique, en faisant de nouvelles déterminations des constantes de la nutation diurne et de la nutation initiale, fondées sur des observations dont on ne contesterait pas la précision. (On me permettra de revenir ultérieurement seulement, et sur la critique faite par M. Lehmann-Filhés de mon procédé de détermination par les différences azimutales des circumpolaires, au sujet duquel, du reste, il n'a pas écrit, sans sourciller, comme Mr. R. R. dans le Bulletin astronomique [Bull. astr. Juin 1890] que je veux déterminer 3 inconnues au moyen de deux équations, et sur les conclusions que j'ai tirées des azimuts de Strasbourg.)

J'ai donc repris les séries dont s'est servi Peters pour déterminer la constante de la nutation, et j'ai commencé par y appliquer mon procédé de détermination de la nutation initiale.

Voici les résultats que j'ai déduits d'une vingtaine seulement de doubles passages, à douze heures de distance, de la polaire pendant le printemps des années 1823, 24, 25 (W. Struve) et 1838 (Preuss), γ désignant la constante de la nutation initiale, β l'angle compris, à l'origine du temps, entre le méridien du lieu et celui qui passe par l'axe instantané; l'origine est le 1^{er} avril de l'année, et j'ai trouvé, pour *int*, 390°5 par an.

	γ	β
1823	0°080	236° 43'
1824	0.075	247 23
1825	0.086	254 6
1838	0.020	310

On voit quelle concordance dans les résultats tirés des observations de Struve, qui paraissent bien supérieures en précision à celle de Preuss.

On voit, en même temps, que l'accroissement annuel, supposé par les astronomes de 430° environ, correspondant à la période de 305 jours, doit être notablement plus faible.

Si je prends pour le 1^{er} avril 1824, la moyenne 246° des valeurs trouvées pour 1823, 24, 25, que je retranche cette moyenne de la valeur trouvée pour le 1^{er} avril 1838, j'obtiens 364°5 seulement comme accroissement annuel, résultat manifestement trop faible. J'ajoute donc une circonférence aux 310° obtenus pour 1838. Et j'obtiens ainsi 390° pour accroissement annuel.

Adoptant 390°5, et pour le 1^{er} janvier 1824, 151°, au lieu de 148°5 qui résulte des observations, je trouve les résultats suivants, que je compare à ceux qui ont été trouvés par différents astronomes.

	Résidu
1838 $151^\circ + 14 \times 30^\circ 5 = 218^\circ$	{ Preuss 221° - 3°
1842 $151^\circ + 18 \times 30^\circ 5 = 340^\circ$	{ Peters 341°6 - 1°6
1850 $151^\circ + 26 \times 30^\circ 5 = 224^\circ$	{ Nyren ¹⁾ 224° 0
1872 $151^\circ + 48 \times 30^\circ 5 = 175^\circ$	{ Downing ²⁾ 175° 0

1) Mém. de l'Acad. de St. Pétersbourg, t. XIX no. 2.

2) Valeur ramenée à Dorpat. Monthly Notices Vol. XL.

Il n'est donc pas douteux que la constante angulaire de la nutation initiale, et du périégée, ne soient maintenant déterminées avec précision *la période*.

Quant à sa constante numérique, on sait que par les variations de latitude,

Peters a trouvé	0°079
Downing a trouvé	0.075

La moyenne des déterminations résultant des observations de Struve est 0°080.

Je pense qu'on peut adopter, avec assez de confiance, la moyenne générale 0°08 environ, ne tenant pas compte de la valeur fournie par les observations de Preuss, dans lesquelles je n'ai pas grande confiance à cause des résultats très-discordants qu'elles m'ont fournis, et que je reproduis ici, l'origine étant toujours le 1^{er} avril de l'année.

	γ	β
1827	0.042	236°
1831	0.024	216.5
1838	0.013	311

7. Les astronomes seront peut-être surpris que j'aie fait avec tant de facilité le sacrifice de leur période de 305 jours.

Ils le seront moins s'ils réfléchissent bien à ce que j'ai dit ci-dessus, article 4, et comprendront alors les développements qui suivent et que j'ai annoncés au commencement de l'article 5.

Si la théorie de la précession et de la nutation pouvait être faite d'une manière complète, comme l'indique M. Lehmann-Filhés p. 391 (et je serais très-reconnaissant au géomètre qui pourrait me précéder dans cette voie, où je n'ai pas encore le loisir de m'engager maintenant), cette théorie consisterait dans l'étude du mouvement de la croûte terrestre, faite, bien entendu, en tenant compte du frottement et des réactions intérieures du noyau.

De l'analyse générale qui a été faite de ce problème difficile par M. Ronkar, il semble résulter que ces dernières forces n'introduiront pas des termes nouveaux parmi ceux de la nutation, mais que les coefficients des termes connus varieront, à raison des mêmes forces, suivant la période de ces termes.

Il s'ensuit que pour ces coefficients, qui dépendent, pour parler le langage usuel des astronomes, du rapport $\frac{C-A}{A}$, ce rapport aura des valeurs différentes suivant les longueurs différentes des périodes.

Cette conséquence est très-grave, on le voit.

Ainsi, par exemple, si je suis bien persuadé que, quant à la nutation diurne, ce rapport doit être calculé pour l'écorce seule, quant à la précession pour la terre entière, je ne suis pas du tout certain qu'il en soit de même que dans ce dernier cas pour le terme qui dépend du noeud, et je suis absolument sûr qu'il n'en est plus ainsi pour les termes qui dépendent des longitudes du soleil et surtout de la lune.

Et la preuve en est précisément cette période de 336.7 jours que j'ai substituée à la période de 305 jours que les astronomes ont calculée pour la terre entière.

On comprend maintenant pourquoi j'émettais dans l'Annuaire pour 1890 p. 299 des doutes sur l'exactitude de cette période de 305 jours.

8. J'aurais bien des choses encore à dire sur cette nutation initiale, dont les astronomes n'ont encore tenu aucun compte dans leurs réductions, à cause sans doute de l'incertitude dans laquelle ils étaient relativement à ses constantes, et sur l'influence de cette omission dans les déterminations les plus importantes de l'astronomie, dans celle de l'obliquité de l'écliptique particulièrement.

Mais ce sujet m'entraînerait trop loin.

J'ai dû l'aborder, parcequ'il est un grand argument de ma défense (comp. art. 4); parcequ'il est une preuve indirecte, mais frappante, de la probabilité de l'existence de la nutation diurne, puisque, si l'on ne peut pas calculer, pour la nutation initiale, $\frac{C-A}{A}$ comme se rapportant à une terre solide, on ne peut pas le faire non plus pour le coefficient $\frac{B-A}{C}$ de la nutation diurne; enfin parcequ'il

1890 juillet.

Zusatz des Herausgebers. Vorstehende Beantwortung habe ich nach dem Wunsche des Herrn Verfassers unverkürzt mitgetheilt. Ob und wie weit die Einwendungen, die gegen die tägliche Nutation in A. N. 2975 erhoben worden sind, durch dieselbe erledigt werden, kann dem Urtheil der Leser überlassen werden. Dr. Lehmann-Filhés hat schon im Voraus den Wunsch ausgesprochen, auf diesen Gegenstand nicht weiter zurückzukommen. Uebrigens hat sich Herr Radau in dem letzten Hefte von Tisserand's »Bulletin Astronomique« (Juni 1890) in eingehender Weise über die streitigen Punkte geäußert. Ich für mein Theil kann nicht läugnen, dass ich namentlich gegen die verschiedenen vorliegenden Anwendungen der Theorie der täglichen Nutation auf Beobachtungen und gegen die numerische Ermittlung der Constanten stets grosse Bedenken gehegt habe und dass obige Antwort meine Ansicht nicht hat ändern können.

Kr.

Stars having Peculiar Spectra.

Communicated by *Edward C. Pickering*, Director of Harvard College Observatory.

Photographs of stellar spectra taken during the months of March and April 1890, by Mr. S. J. Bailey, near Chosica, in Peru, have lately been received at the Harvard College Observatory. An examination of these photographs has led to the discovery that the star Cord. G.C. 15177, magnitude $8\frac{1}{2}$, whose approximate place for 1900 is in RA. $11^h 0^m 8$, Decl. $-65^\circ 1'$, has a spectrum consisting mainly of bright lines and similar to that of the stars discovered by Rayet. The star appears on Plates 4822 and 4825, taken March 19 and March 20, 1890.

Plate 4951, taken March 13, 1890, shows that the spectrum of Nebula G. C. 2581, whose place for 1900 is in RA. $11^h 45^m 1$ Decl. $-56^\circ 29'$, magnitude 8, is the same as that of G. C. 4628. Both of these objects show bright lines in the ultra-violet portion of their spectra which are not visible in any other planetary nebulæ whose spectra have hitherto been photographed.

On Plate 4894, taken April 4, 1890, a very good image of R Carinae, RA. $9^h 29^m 7$ Decl. $-62^\circ 21'$, is ob-

résulte des valeurs probables des constantes de la nutation initiale qu'elle ne peut nullement être négligée dans le calcul de celles de la nutation diurne, ce qui pourrait expliquer les discordances constatées dans le tableau ci-dessus. *) Aussi suis-je occupé en ce moment à corriger de la nutation initiale ces belles séries de Struve qui m'en ont fourni des valeurs si concordantes, afin d'en tirer les constantes de la nutation diurne.

Les résultats seront, je l'affirme à l'avance, de nature à corroborer, d'une manière éclatante les preuves que j'ai déjà données, quoique M. Lehmann-Filhés déclare le contraire, de l'existence et de la grandeur de la nutation diurne, comme ces observations de Struve m'ont permis déjà d'établir définitivement la véritable période de la nutation initiale.

*) La fausseté des valeurs trouvées par M. Byl dans l'Annuaire pour 1890 tient précisément à l'inexactitude de la période de 305 jours qu'il a adoptée, faute de mieux et c'est pour amoindrir l'effet de cette inexactitude que j'ai eu recours à des séries plus courtes, comme je l'annonçais déjà à la page 300 de l'Annuaire cité ci-dessus. Je l'ai prié de refaire le calcul en adoptant une période de 336.7 jours.

F. Folie.

tained, showing that the G and h lines due to hydrogen are bright in the spectrum of this star, as in α Ceti and other variables of long period.

DM. $+30^\circ 36' 39$, magnitude 9.3, whose approximate place for 1900 is in RA. $19^h 31^m 9$ Decl. $+30^\circ 19'$, is seen to have bright lines in its spectrum on Plates 1305, 1326 and 1335, taken at Cambridge on June 18, June 23 and June 25, 1890, with the 8 inch Draper Telescope. The spectrum of this star differs from that of other bright line spectra of which photographs have been obtained. Further confirmation of the bright lines in the spectrum of the last named star was found by visual observation with the 15 inch equatorial telescope at Cambridge, on June 25, 1890.

The star in Cygnus, DM. $+48^\circ 29' 42$, whose variability was announced in the Astr. Nachr. Vol. 124, p. 271, is now quite faint. Photographic charts obtained on June 2, June 25 and June 26, 1890, give the approximate magnitudes 10.5, 11.5 and 11.5 on these dates.

Name	No.	1800	Pos.	m	n	Dist.	n	t	D, S	Pow.	Mags.	Colours	Notes
ξ Ursae	1479 H. I. 77 1523	+		±									
		79.15	20°75	0°40	4	4.20	2	-2.5	rg, g	300	8.0, 9.0	wh., blsh.	HR
		82.27	18.53	1.27	4	2.67	4	-0.2	m, m	200	—	—	H
		80.22	274.17	0.88	4	2.08	2	-1.0	rg, rg	200	—	yelsh. whs.	H
		80.23	277.63	1.57	4	2.06	2	-2.9	rb, rb	200	—	—	H
		80.26	274.60	1.75	4	2.19	2	-0.8	m, m	200	—	—	Ho
		80.32	274.32	0.82	4	2.13	2	+2.3	rg, m	200	—	pl. yells.	H
		80.36	273.97	0.30	3	1.78	2	+1.8	rb, m	400	—	pl. yells.	o
		81.20	269.85	0.53	4	1.81	2	+0.5	rg, m	300	—	—	Jo
		81.23	269.50	0.53	4	1.85	2	+0.3	m, m	300	—	pl. yells.	H
		81.24	272.52	0.77	3	1.81	2	0.0	rg, rg	200	—	—	H
		81.25	269.55	0.60	4	1.88	2	+1.5	rg, rg	400	—	—	H
		82.20	258.93	1.83	3	2.44	2	+0.3	b, rb	200	—	—	c
		82.24	254.80	—	1	—	—	—	b, rb	200	—	—	o
		82.27	261.50	1.37	3	1.67	2	-1.5	rb, rg	300	—	yelsh. whs.	H
82.28	262.48	1.23	4	1.88	4	-1.0	m, g	400	—	pl. yells.	Ho		

(To be continued).

Hongkong Observatory 1890 April 28.

W. Doberck.

Note rectificative (voir A. N. 2986).

Avant qu'on réplique à ma réponse à la critique de M. Lehmann-Filhés, je tiens à déclarer moi-même que les deux passages de la page 149, A. N. No. 2986, dans lesquels je dis que l'intégrale $\Delta\theta$ ne s'étend que sur un intervalle de quelques heures, sont erronés, puis que les limites o et φ sont les mêmes que celles de l'intégrale relative à la nutation annuelle. Le procédé d'intégration en AR. et Decl. n'est donc correct que lorsqu'il s'agit, en effet, d'un intervalle de temps assez court: dans le cas, par exemple, de la comparaison des observations faites dans deux lieux différents, ou du calcul des observations des circompolaires faites pendant une même nuit ou pendant deux nuits consécutives, etc.

Dans les autres cas, il faut malheureusement recourir

aux formules très-laborieuses rapportées à l'écliptique fixe.

Je ferai observer que dans ma Théorie des mouvements de l'axe du monde, je n'ai intégré en AR. et Decl. qu'entre deux limites assez resserrées. Ce n'est qu'ultérieurement que j'ai cru pouvoir effectuer l'intégration pour un intervalle de temps assez long, afin d'éviter les formules trop compliquées en obliquité et en longitude.

J'essaierai si les formules beaucoup plus commodes en AR. et Decl. ne peuvent pas être employées sans donner lieu à des erreurs trop sensibles pendant un intervalle de quelques mois.

Erratum. P. 154. l. 2. au lieu de »du périégée« lire »sa période«.

Bruxelles 1890 Août 20.

F. Folie.

Entdeckung eines Planeten (296) auf der Sternwarte in Nizza.

(Schreiben an den Herausgeber.)

J'ai l'honneur de vous envoyer deux observations d'une planète rencontrée par moi le 19 août, voisine de (103) Héra. En raison de la différence entre les grandeurs, il se pourrait néanmoins qu'elle fût nouvelle.

1890	t. m. Nice	AR. app.	log $p\Delta$	DP. app.	log $p\Delta$
Août 20	12 ^h 50 ^m 19 ^s	22 ^h 20 ^m 44 ^s 80	8.706	102° 14' 12.6	0.863 _n
21	11 53 1	22 19 54.42	8.694 _n	102 20 23.6	0.864 _n

Grandeur 13.0

Observatoire de Nice 1890 Août 22.

A. Charlois.

Zusatz. Da wir hier den Planeten entschieden für neu halten mussten, wurde die zweite Beobachtung mit Hinzufügung der täglichen Bewegung den Mitgliedern der Centralstelle telegraphisch mitgeteilt. Kr.

Notiz zur Ephemeride des Cometen 1890... (Denning Juli 23). Nach einer neueren Rechnung würde die Ephemeride in A. N. 2984 folgende Correction erfordern: Aug. 29: -41.2, Sept. 2: -50.8, Sept. 6: -60.3; die Rectascensionen stimmen sehr nahe. A. Krueger.

Inhalt zu Nr. 2988-89. E. E. Barnard. Physical and Micrometrical Observations of the Companions to Comet 1889 V (Brooks). 177. — W. Doberck. Markree Double-Star Observations. 195. — F. Folie. Note rectificative (voir A. N. 2986). 207. — A. Charlois. Entdeckung eines Planeten (296) auf der Sternwarte in Nizza. 207. — A. Krueger. Notiz zur Ephemeride des Cometen 1890... (Denning Juli 23). 207.