ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Nº 2768.

Praktischer Beweis der täglichen Nutation.

In meiner Theorie der täglichen, jährlichen und säcularen Bewegung der Erdaxe*) habe ich folgende Differentialformeln aufgestellt für die Nutation in der Schiefe $d\omega$ und in der Länge $d\psi$ (Art. 6 S. 6):

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{c}{\mathfrak{A}}\frac{h}{2}\left[\frac{\sin(A+2D-2\varphi)}{s_2-\beta} - \frac{\sin(A-2D-2\varphi)}{r_2-\beta}\right]$$

$$\sin\omega\frac{d\psi}{dt} = \frac{c}{\mathfrak{A}}\frac{h}{2}\left[\frac{\cos(A+2D-2\varphi)}{s_2-\beta} - \frac{\cos(A-2D-2\varphi)}{r_2-\beta}\right]$$

In diesen Formeln bezeichnen A und D die Rectascension und Declination des anziehenden Gestirns (Sonne oder Mond), a_1 und d_1 die mittlere Bewegung des Gestirns in Rectascension und Declination, n die Geschwindigkeit der täglichen Bewegung, a_2 und d_2 die Brüche $\frac{a_1}{n}$ und $\frac{d_1}{n}$, s_2 und r_2 die Summen a_2+2d_2-1 und a_2-2d_2-1, φ den Winkel nt, und $\beta = \frac{b}{\mathfrak{A}}$ die Grösse 0.0013. Ich setze $\frac{c}{\mathfrak{A}}\frac{h}{2} = K$ und integrire, so wird die tägliche Nutation für die Stunde t (die Constante ist in der mittleren Position des Sterns einbegriffen):

$$\Delta\omega = -K\left[\frac{\cos(A+2D-2\varphi)}{(s_2-\beta)(s_2-1)} - \frac{\cos(A-2D-2\varphi)}{(r_2-\beta)(r_2-1)}\right]$$

$$\sin\omega\,\Delta\psi = K\left[\frac{\sin(A+2D-2\varphi)}{(s_2-\beta)(s_2-1)} - \frac{\sin(A-2D-2\varphi)}{(r_2-\beta)(r_2-1)}\right]$$

Beziehe ich jetzt die A, D, a_2, d_2 ... lediglich auf die Sonne, und wende ich dieselben Buchstaben mit einem Striche für den Mond an, so wird, indem ich die beiden Wirkungen addire, und das Verhältniss der Wirkungen des Mondes und der Sonne mit f bezeichne:

$$\Delta\omega = -K\left[\frac{\cos(A+2D-2\varphi)}{(s_2-\beta)(s_2-1)} - \frac{\cos(A-2D-2\varphi)}{(r_2-\beta)(r_2-1)}\right] - Kf\left[\frac{\cos(A'+2D'-2\varphi)}{(s'_2-\beta)(s'_2-1)} - \frac{\cos(A'-2D'-2\varphi)}{(r'_2-\beta)(r'_2-1)}\right]$$

$$\sin\omega\,\Delta\psi = K\left[\frac{\sin(A+2D-2\varphi)}{(s_2-\beta)(s_2-1)} - \frac{\sin(A-2D-2\varphi)}{(r_2-\beta)(r_2-1)}\right] + Kf\left[\frac{\sin(A'+2D'-2\varphi)}{(s'_2-\beta)(s'_2-1)} - \frac{\sin(A'-2D'-2\varphi)}{(r'_2-\beta)(r'_2-1)}\right]^{**)}$$

φ ist der Winkel, den die Axe x mit der Aequinoctiallinie in dem Sinne der Drehbewegung der Erde macht, oder φ, in Zeit ausgedrückt, ist die Sternzeit des ersten Meridians, wenn ich ersten Meridian denjenigen nenne, der durch die Trägheitshauptaxe x geht.

Dieser Stunde φ entspricht die Stunde $\varphi + L = \tau$ an einem Orte, dessen östliche Länge in Bezug auf den ersten Meridian L ist. Man setzt also $\varphi = \tau - L$. Entwickelt man dann die vorigen cos und sin, so bekommt man für den ersten Ausdruck, z. B.:

$$\cos(A+2D-2\tau)\cos 2L - \sin(A+2D-2\tau)\sin 2L.$$

Da dieser Ausdruck mit K multiplicirt ist, wird man $K\sin 2L = x$ und $K\cos 2L = y$ setzen, wo x und y Unbekannte sind, die man erst aus der Beobachtung bestimmen kann.

Bezeichnet α_0 die aus der Beobachtung reducirte mittlere AR. des Sterns, α die richtige mittlere AR., so ist endlich in Folge der täglichen Nutation

$$\alpha_0 - \alpha = \cos\omega\,\Delta\psi + \operatorname{tg}\delta\,(\sin\alpha\sin\omega\,\Delta\psi - \cos\alpha\,\Delta\omega).$$

Herr Niesten, Astronom an der Brüsseler Sternwarte, hat diese Formeln auf Beobachtungen von mehreren Circumpolarsternen angewandt; die von ihm für K und L gefundenen Werthe stimmten gut genug zusammen, um mich von der wirklichen Existenz der täglichen Nutation fest zu überzeugen (siehe Comptes Rendus, 1886 Dec. 13). Ich habe ferner Herrn Niesten gebeten, diese Formeln auf die zu verschiedenen Zeiten angestellten Beobachtungen der Sterne DM. +83°297 und DM. +88°117 (R Cephei), welche Argelander in Band VI der Bonner Beob. S. 326 mittheilt, anzuwenden. Nachdem dieselben von der täglichen Nutation befreit waren, zeigten sie unter sich eine ganz vorzügliche Uebereinstimmung; das Mittel aus den AR. in BB. VI fällt fast genau mit dem Mittel aus den verbesserten AR. zusammen.

Aus den Beobachtungen des Sterns DM. +83°297 fand Herr Niesten

$K = 0''.22$
$L = 2°$ W von Greenwich,

aus denen des Sterns DM. +88°117

$K = 0''.13$
$L = 12°.5$ W von Greenwich.

*) Bruxelles, Hayez, 1883, deutsche Ausgabe; französisch in den Mém. de l'Ac. de Belgique, T. XLV.
**) Diese Formeln sind einfacher als die gleichbedeutenden Formeln (17) meiner Abhandlung.

In der folgenden Tabelle theile ich die Argelander'schen und die verbesserten AR. für 1855.0 mit:

DM. $+83^\circ 297$.

	AR. BB.VI	verb. AR.
1862 März 31	$10^h 12^m 56^s.76$	$57^s.49$
April 3	57.43	57.39
» 23	58.15	57.45
» 25	58.05	57.50
» 29	57.59	57.39
Sept. 17	57.41	57.37
» 22	56.65	57.50
» 24	58.20	57.52
» 26	57.37	57.44
	10 12 57.51	57.45

DM. $+88^\circ 117$ (R Cephei).

	AR. BB.VI	verb. AR.
1863 Febr. 20	$20^h 34^m 42^s.33$	$41^s.01$
» 27	42.75	41.19
März 1	39.89	41.25
Oct. 27	39.97	40.89
» 28	41.53	40.93
Nov. 1	41.31	41.20
» 14	40.53	41.16
1864 April 8	40.28	40.93
	20 34 41.07	41.07

Die tägliche Nutation zeigt sich also factisch in den besten Beobachtungen, und somit auch der innere Flüssigkeitszustand der Erde; denn für eine feste Erde würde der Coefficient K nur ungefähr $0''.0023$ betragen.

Brüssel 1886 Dec. 19.

F. Folie.

A short Method for Computing Astronomical Refractions between 0° and 45° Zenith-Distance.

The labor required to reduce and prepare for publication the results obtained with the aid of certain astronomical instruments is so great that there are but few astronomers who have not on hand a stack of un-reduced (and, therefore, for the time being, useless) observations which they are unable to lay before their fellow workers because of a lack of the necessary funds.

For instance, with that most accurate of all instruments, the meridian circle, a diligent observer, who makes use of all favorable opportunities, can keep from two to four computers steadily engaged in the work of reduction.

Any short-cuts, if I may use the expression, for making these reductions less laboreous, which do not introduce appreciable errors, are therefore always welcomed.

In this paper I wish to give a method for lessening the labor of computing the refractions between 0° and 45° zenith-distance.

Following Bessel's notation the refractions between the above limits can be represented by the equation

$$r = \alpha\beta\gamma \tan z \qquad (1)$$

where α varies from $57''.75$ for $z = 0$ to $57''.68$ for $z = 45^\circ$ while β and γ depend upon the readings of the barometer and thermometer respectively.

Let β_0 and γ_0 denote the particular values of β and γ which belong to the adopted mean values of the barometer and thermometer readings for a given place.

The mean refraction r_0 will then be given by

$$r_0 = \alpha\beta_0\gamma_0 \tan z \qquad (2)$$

subtracting (2) from (1) we have

$$r - r_0 = \alpha(\beta\gamma - \beta_0\gamma_0) \tan z \qquad (3)$$

If β_0 and γ_0 are properly chosen for the particular place of observation the value of the factor $(\beta\gamma - \beta_0\gamma_0)$ will seldom exceed 0.1; while if we represent by α' the value of α when $z = 45^\circ$ the greatest difference between α and α' cannot exceed $0''.07$. The maximum error in the refraction due to substituting α' in the place of α in equation (3) will therefore be less than $0''.01$ and consequently insensible, considering the errors to which all refraction tables are liable.

Now let

$$\alpha'\beta\gamma = k, \quad \alpha'\beta_0\gamma_0 = k_0 \qquad (4)$$

k and k_0 are then respectively the true and mean refractions when $z = 45^\circ$. For any other zenith-distance less than 45° the approximate refractions would be given by the equations

$$r = k \tan z, \quad r_0 = k_0 \tan z \qquad (5)$$

from which we derive

$$r = k\frac{r_0}{k_0} = r_0 - \frac{k_0 - k}{k_0} r_0 \qquad (6)$$

This value of r would be exact if the true value of α had been used in obtaining k and k_0. But so far as the term $k_0 - k$ is concerned it has already been shown that the error, introduced by using α' instead of α, can be neglected; and as $\frac{r_0}{k_0}$ will always be less than unity so long as z is less than 45°, the term $\frac{k_0 - k}{k_0} r_0$ will not be sensibly in error.

Equation (6) will therefore give the true refraction provided the true value of r_0 is used in the second member of this equation.

If, therefore, we form a table containing the true values of r_0 computed to hundredths of a second of arc, for every ten minutes of zenith-distance, the true refractions would be obtained as follows.

First take from the table (by simple inspection) with the argument observed zenith-distance z the mean refractions r_0 for each star; then with the aid of Crelle's or any other convenient multiplication table form the products of each r_0 with the factor $\frac{k_0 - k}{k_0}$; each product added to the proper r_0 will give the true refraction r.

The factor $\frac{k_0 - k}{k_0}$ will be constant only so long as β and γ are constant. To allow for changes in these quantities let F_1 and F_2 denote respectively the value of these factors at the times T_1 and T_2, the value of the factor at any intermediate time T will then be given by