Formule de la nutation annuelle ; par M. le Dr Ubaghs, assistant à l'Université de Liège.

Rapport de M. Folie.

« La théorie des mouvements de l'axe du monde a fait l'objet des travaux des géomètres et des astronomes les plus distingués. Aux noms de Newton, d'Alembert, Laplace, Bessel, Poisson, Peters on peut ajouter ceux de deux contemporains, MM. Serret et Nyrén.

L'Académie sait qu'à l'occasion de la théorie de la nutation diurne, dont Hopkins seul s'était occupé, j'ai cru indispensable d'appliquer, à la recherche des formules de la précession et de la nutation annuelles, le procédé d'intégration assez simple dont j'avais fait usage dans cette première théorie.

Toutefois, désirant établir ces formules sur les seuls principes élémentaires de la dynamique et de l'astronomie, j'y ai forcément négligé les inégalités de la lune, dont j'aurais dû emprunter les expressions à la mécanique céleste.

Logiquement, j'étais amené ainsi à me borner, au plus, aux termes du troisième ordre relativement aux excentricités des orbites du soleil et de la lune, et à l'inclinaison de l'orbite de ce dernier astre sur l'écliptique.

Il y avait donc lieu d'abord de compléter mes formules en ces deux points.

Ce laborieux travail, M. le Dr Ubaghs l'a entrepris et mené à bonne fin.

Il a développé toutes mes formules en tenant compte des termes du quatrième ordre, que j'avais négligés, et de ceux qui dépendent des principales inégalités de la lune, auxquels je n'avais pas non plus eu égard.

Ceux qui savent le temps qu'exige le développement des calculs de la mécanique céleste pourront se faire une idée du labeur qui se trouve condensé dans ces quelques pages.

Il nous suffira de constater que les expressions de la nutation en longitude et en obliquité renferment chacune cent trente termes environ, toutes réductions faites, c'est-à-dire qu'on peut évaluer à près de sept cents le nombre des termes qui entraient dans le développement complet des formules de M. Ubaghs.

Les coefficients numériques de ces différents termes ont été calculés d'après les données dont j'ai moi-même fait usage, et fondées en particulier sur la valeur attribuée par Peters à la constante de la nutation.

Il y aura lieu probablement à modifier ultérieurement quelque peu ces valeurs numériques. Mais les modifications ne porteront en général que sur les 0'',001 au plus, sauf dans les termes les plus importants.

Enfin, pour que les formules fussent tout à fait complètes, il faudrait ajouter les très petits termes dépendants du périgée lunaire, que les inégalités du sphéroïde terrestre y introduisent.

Ces termes, dont Peters a le premier tenu compte, ont été calculés à nouveau par le professeur Nyrén.

L'état imparfait encore de nos connaissances géodésiques ne permettrait pas, du reste, de déterminer avec une grande précision ces termes, qui sont heureusement presque insensibles.

Le travail de M. Ubaghs se termine par la comparaison de ses formules avec celles de Peters et de Nyrén.

Quoiqu'il ait tenu compte de certains termes que nous avons dû négliger, les différences signalées dans notre travail entre nos formules et celles de Peters subsistent toutes.

L'une des négligences de Peters a été corrigée par Nyrén, qui a introduit dans ses formules le terme en

$$3☾ - \Gamma' - \Omega.$$

Mais une autre négligence de Peters a subsisté dans ces dernières formules : les termes qui dépendent de $☾ - \Gamma' - \Omega$ ont, en effet, chez Peters et chez Nyrén le même signe dans la nutation en obliquité comme dans la nutation en longitude, chose tout à fait inexplicable pour nous, et qui ne se retrouve, du reste, ni dans nos formules, ni dans celles de M. le Dr Ubaghs.

Enfin, les termes dépendants du périgée solaire, que nous avons signalés comme provenant de la réduction des longitudes moyennes du soleil en longitudes vraies, subsistent également dans ces dernières formules, et ne sont modifiés que d'une manière tout à fait insignifiante par les termes qui proviennent des inégalités de la lune.

Malgré leur extrême petitesse, ces termes, à cause de leur grande importance théorique, méritent d'être signalés à l'attention des astronomes.

Ce travail de M. le Dr Ubaghs étant le développement du nôtre, la Classe comprend que nous évitions avec soin de nous prononcer sur le fond, c'est-à-dire sur la méthode et sur les différentes formules que nous avons employées pour intégrer les équations du mouvement de l'axe du monde : il va de soi que nous n'y trouverions rien à redire.

Nos honorables confrères pourront suppléer, en ce point capital, à ce que notre rapport offre nécessairement d'incomplet.

Nous avouerons aussi, sans aucun scrupule, que nous n'avons pas refait les laborieux calculs auxquels M. Ubaghs a dû se livrer.

Indépendamment du soin avec lequel nous savons qu'il a effectué ces longs développements, la concordance de ses résultats avec ceux des géomètres antérieurs dans la plupart des termes, avec les nôtres dans ceux où il est en désaccord avec ces géomètres, nous assure entièrement de leur exactitude.

Nous croyons donc pouvoir dire avec confiance que ce travail servira de base à l'établissement des formules véritables de la précession et de la nutation luni-solaires, et nous en proposons l'impression dans le Recueil in-4°. »

M. De Tilly, second commissaire, se rallie à cette conclusion.

Rapport de M. Mansion.

« Nous croyons utile néanmoins de faire ici une remarque générale relative à l'intégration approximative des équations différentielles et une remarque spéciale sur le procédé d'intégration de MM. Folie et Ubaghs.

En mathématiques pures, intégrer approximativement des équations différentielles, c'est trouver deux limites, l'une supérieure, l'autre inférieure, comprenant entre elles, pour certaines valeurs des variables indépendantes, la valeur de chacune des variables dépendantes à déterminer.

En mathématiques appliquées, au contraire, intégrer approximativement des équations différentielles, c'est intégrer rigoureusement d'autres équations qui diffèrent des premières assez peu pour que l'on croie plausible la presque identité des valeurs numériques des intégrales des équations primitives et des équations nouvelles. Chemin faisant, pendant l'intégration de celles-ci, on peut encore altérer certains coefficients, ce qui revient à