Remarques sur la théorie des moindres carrés;
par M. Catalan, associé de l'Académie.

Rapport de M. Folie.

« Le but de notre honorable confrère, en écrivant ce travail, a été de présenter quelques observations très-intéressantes sur la marche qui a été suivie par Gauss dans sa célèbre théorie des moindres carrés; il a trouvé, en même temps, selon sa coutume, l'occasion de tirer, de ses remarques mêmes, des formules algébriques curieuses.

Le § I est, à quelques simplifications près, la reproduction de la marche suivie par Gauss pour la formation des équations normales.

Dans le § II on en trouve des applications numériques.

Le § III simplifie un peu, également, le calcul donné par Gauss du minimum de la somme des carrés des erreurs, représenté par Ω; et, du procédé suivi par notre savant confrère, résultent quelques-unes de ces formules algébriques dont nous venons de parler.

Mais ce même paragraphe renferme une propriété plus importante et qui nous paraît neuve: c'est celle que notre confrère énonce en ces termes :

« Si la somme des carrés des erreurs véritables est un » minimum, la somme des carrés des erreurs virtuelles » est aussi un minimum; » il désigne par erreurs virtuelles les quantités par lesquelles il remplace les seconds membres des équations auxiliaires, qui sont nuls dans le cas des erreurs véritables.

Le § IV est consacré à de nouvelles applications algébriques et numériques, ainsi qu'à la recherche de l'expression de la fonction Ω sous forme de déterminant.

Ceci fournit à notre confrère l'occasion de démontrer, dans le § V, quelques théorèmes sur les formes algébriques, théorèmes qu'il croit, sinon nouveaux, du moins peu connus.

Cette assertion est peut-être quelque peu hasardée, aujourd'hui que l'étude des formes a fait, en Angleterre et en Allemagne, surtout, des progrès immenses.

Nous avons signalé à notre confrère une simplification très-considérable qu'il pourrait introduire dans la démonstration de l'un de ces théorèmes, et cela, sans employer d'autres principes que ceux sur lesquels il s'appuie lui-même. C'est celle de la formule (δ), qui occupe les pages 32 fin à 34 fin, et qu'on peut remplacer par ces quelques lignes, tout en lui donnant la plus grande généralité :

« Soit

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & f_1 \\ a_2 & \ldots & f_2 \\ a_n & \ldots & f_n \end{vmatrix}$$

Multiplions les $(n-1)$ dernières colonnes par a_1, et retranchons de chacune le produit de la première par $b, c \ldots, f$, nous aurons

$$\Delta_1 = a_1^{\frac{1}{n-1}} \begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & \ldots\ldots & 0 \\ a_2 & a_1b_2 - b_1a_2 & & \ldots\ldots & a_1f_2 - f_1a_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\ a_n & a_1b_n - b_1a_n & & \ldots\ldots & a_1f_n - f_1a_n \end{vmatrix} = a_1^{\frac{1}{n-2}} \Delta_2. \text{ »}$$

Le § VI s'occupe de la résolution des équations, qui conduit l'auteur à ces deux remarques, neuves également, pensons-nous, que les valeurs de toutes les inconnues sont réductibles à la forme $\frac{n}{s}$; et que le minimum de la somme des carrés des erreurs est réductible à la forme $\frac{n}{(ss)}$.

En résumé, on voit que la théorie des moindres carrés devra, à ce travail de notre savant confrère, quelques progrès que peu d'analystes auraient osé tenter de réaliser après Gauss, et c'est pour cette raison même que nous regrettons peut-être un peu que M. Catalan ait cru devoir démontrer, concernant la théorie des déterminants, des théorèmes plus connus qu'il ne le suppose, nous le craignons du moins.

Quoi qu'il en soit, son travail sera lu avec beaucoup d'intérêt, et nous proposons bien volontiers à la classe d'en ordonner l'impression et de voter des remercîments à notre confrère. »

M. Liagre, second commissaire, partage la manière de voir de M. Folie.

M. De Tilly, troisième commissaire, se rallie aux conclusions des deux premiers rapports, mais présente certaines observations qui seront communiquées à ses deux collègues et à l'auteur du mémoire.

La classe ordonne l'impression du travail de M. Catalan dans les Mémoires in-4°.

Sur quelques applications de la théorie des formes algébriques à la géométrie; par M. C. Le Paige.

Rapport de M. Folie.

« Comme le dit l'auteur dans l'introduction placée en tête de ce Mémoire, il s'est proposé de réunir, en les complétant, les applications géométriques qu'il a faites de la théorie des formes. Plusieurs des résultats consignés dans