Réponse à la note de M. Catalan sur mon Rapport concernant le mémoire de M. Mansion; par M. F. Folie, membre de l'Académie.

Malgré la remarque de notre honorable confrère, je ne vois pas qu'il y ait lieu, pour moi, de modifier les termes contre lesquels il s'élève; et je persiste à dire que « l'expression a, en effet, trahi la pensée de M. Catalan » lorsqu'il dit :

« Étant donnée l'équation $F(x, y, c) = 0$ (1) il existe toujours deux fonctions φ, ψ telles que, si l'on emploie les formules de transformation

$$x = \varphi(X, Y), \quad y = \psi(X, Y),$$

l'équation (1), *qui représente une série de courbes, est remplacée par l'équation*

$$Y = cX + f(c) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

qui représente une série de droites. »

M. Catalan a l'esprit trop français pour ne pas saisir immédiatement que les termes que nous venons de souligner sont bien loin d'être équivalents à ceux-ci :
à l'équation (1), *qui représente une série de courbes, correspond l'équation* (2), *qui représente une série de droites.*

Or, c'est là, en réalité, ce qu'il a voulu dire, comme le montre clairement l'énoncé qu'il donne de la proposition réciproque :

(1) *Bulletin de l'Académie*, 2e série. t. XLIII, p. 535.

« X, Y étant les coordonnées rectangulaires d'un point M, on fait

$$X = F_1(x, y), \quad Y = F_2(x, y),$$

x, y étant les coordonnées rectangulaires d'un point m, et F_1, F_2 des fonctions quelconques données. Cela posé, *à chaque courbe représentée par*

$$F_2(x, y) = CF_1(x, y) + f(c),$$

correspond une droite, représentée par

$$Y = cX + f(c).$$

Montrons, par un exemple bien simple, la différence qui existe entre ces deux énoncés, et commençons par le premier.

M. Catalan admettra-t-il qu'on dise :

Étant donnée l'équation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1, .. (1)$$

si je pose

$$x = \frac{X^2 - Y^2}{4c}, \quad y = \sqrt{\frac{X^2 + Y^2}{2} - \left(\frac{X^2 - Y^2}{4c}\right)^2}$$

l'équation (1), *qui représente une ellipse, est remplacée par l'équation*

$$X + Y = 2a,$$

qui représente une droite?

Si, prenant au contraire le second énoncé, je dis :

X, Y étant les coordonnées rectangulaires d'un point M, je pose

$$X = \sqrt{y^2 + (c + x)^2}, \quad Y = \sqrt{y^2 + (c - x)^2},$$

x, y étant les coordonnées rectangulaires d'un point m; à *l'ellipse représentée par*

$$\sqrt{y^2 + (c + x)^2} + \sqrt{y^2 + (c - x)^2} = 2a,$$

correspond une droite représentée par

$$X + Y = 2a,$$

personne ne songera, ni à contester cette proposition, ni à trouver qu'elle est la réciproque de la précédente, à moins qu'on n'ajoute à cette dernière que x, y, X, Y sont les *coordonnées rectangulaires* de deux points *différents;* et c'est l'omission de ce point essentiel qui constitue le défaut du § IV dans le Rapport de M. Catalan.

J'étais tellement convaincu que ce n'était là qu'un lapsus, que non-seulement j'ai employé les termes « l'expression a un peu trahi la pensée de M. Catalan, » mais que j'ai même insisté à diverses reprises auprès de lui pour qu'il modifiât cette expression, afin de ne pas m'obliger à la relever dans mon rapport. Malheureusement, nous ne nous sommes pas compris alors; sans quoi, cette petite polémique que je regrette, tout amicale qu'elle est, eût été évitée. Aujourd'hui, nous nous comprenons enfin, et je me plais à reconnaître que l'idée de M. Catalan était parfaitement juste dans le fond, chose dont je n'ai, du reste, jamais douté; mais il voudra bien avouer que l'on était en droit d'attendre, d'un esprit aussi net que le sien, un peu plus de précision dans la forme.