Quelques nouveaux théorèmes sur les cubiques gauches;
par M. F. Folie, correspondant de l'Académie.

Dans le Bulletin du mois de juin dernier nous avons indiqué, en termes généraux, de quelle manière il serait possible d'étendre à de certaines courbes gauches les théorèmes pascaliens que nous avons découverts pour les courbes planes jusqu'au cinquième ordre; et nous avons fondé cette extension sur la propriété, dont jouissent les démonstrations que nous avons données de ces théorèmes, de ne s'appuyer sur aucune relation métrique.

Tous les théorèmes sur les courbes planes, qui se démontreront d'une façon analogue, pourront naturellement s'étendre de même à des courbes gauches.

C'est ainsi, par exemple, que nous allons énoncer, pour les cubiques gauches, les théorèmes que nous avons démontrés pour les cubiques planes, à l'exception de ceux qui renferment des relations métriques : non que celles-ci n'existent pas pour ces premières courbes (1); mais elles sortiraient du cercle des applications que nous avons ici en vue.

Les courbes dont nous allons nous occuper seront toujours supposées *tracées sur un même hyperboloïde.*

Deux coniques tracées sur cette surface ne peuvent évidemment se couper en plus de deux points; mais il y existe des coniques particulières qui ne se coupent qu'en un seul point, et qui sont caractérisées par cette propriété d'être

(1) M. P. Serret leur a étendu, dans sa *Géométrie de direction*, le théorème de Desargues auquel nous étions également arrivé de notre côté; et nous avons complété cette extension en transportant aux courbes gauches du troisième et du quatrième ordre le théorème de Desargues-Sturm.

complétement déterminées par deux de leurs points : nous les appellerons provisoirement, à cause des analogies que leurs propriétés présentent, sur la surface de l'hyperboloïde, avec celles de la droite sur la surface plane, *coniques du premier ordre;* les noms de *sécante*, ou de *transversale*, ou de *côté*, seront pris comme synonymes de ce dernier; et par *quadrilatère* nous entendrons un polygone curviligne formé de quatre de ces côtés.

Une conique du premier ordre et une cubique gauche tracées sur un même hyperboloïde se coupent en trois points, dont deux peuvent être imaginaires.

Ces préliminaires exposés, il nous suffira de transcrire presque littéralement les théorèmes que nous avons démontrés relativement aux cubiques planes (1) pour avoir autant de théorèmes nouveaux sur les cubiques gauches.

Le *théorème fondamental* s'énoncera :

Étant données, sur la surface d'un hyperboloïde, deux sécantes qui coupent chacune en trois points une cubique gauche, si l'on joint les points d'intersection de la première à ceux de la seconde par trois transversales qui ne partent pas d'un même point de la cubique, ces transversales couperont celle-ci en trois points qui seront situés sur une conique du premier ordre.

Il est superflu, pensons-nous, d'énoncer également les cas particuliers auxquels ce théorème donne lieu.

L'extension que nous avons faite du théorème de Pascal aux cubiques planes, transportée aux cubiques gauches, donnera lieu à ce théorème :

(1) *Fondements d'une géométrie superieure cartésienne.* (Extrait du t. XXXIX des Mémoires de l'Académie royale de Belgique, pp. 20 à 25.)

Dans un système de deux quadrilatères conjugués inscrits à une cubique gauche sur la surface d'un hyperboloïde, les côtés opposés se coupent en quatre points situés sur une conique du premier ordre.

Nous nous proposons, dans une prochaine communication, d'étendre également aux courbes gauches nos théorèmes sur les courbes planes d'un ordre supérieur au troisième.

Sur la généralisation de la formule de Binet, par M. J. De Tilly, correspondant de l'Académie.

Le *Bulletin* du mois d'avril 1874 contient (*) une réclamation de priorité, adressée à l'Académie par M. Genocchi et ainsi conçue :

« Je ferai remarquer que les séries semblables à celle de Binet, données par M. Gilbert dans le § IV de son Mémoire (**), avaient déjà été publiées par moi, dans deux écrits qui ont paru, en 1855 et 1859, dans les *Annales* de M. Tortolini (Intorno ad alcune formole sommatorie. — Serie ordinate per fattoriale inversi), avec quelques autres résultats qui ne sont pas dépourvus d'intérêt. »

Ayant été l'un des commissaires chargés par l'Académie d'examiner le Mémoire auquel s'applique la réclamation de M. Genocchi, j'ai voulu me rendre compte de la portée de cette réclamation et je crois avoir reconnu que celle-ci,

(*) Tome XXXVII, page 351.

(**) *Recherches sur le développement de la fonction* Γ, t. XLI des Mémoires de l'Académie.