terrain silurien à faune primordiale ou terrain cambrien, n'a-t-on pu établir que des divisions basées sur le caractère minéralogique. C'est donc avec une grande satisfaction que j'ai rencontré, entre Laifour et Deville, des traces de *Dictyonema sociale*, Salt., dans les couches reviniennes.

Dans la tranchée au sud de Laifour, on trouve des phyllades noirs graphiteux, véritables ampélites, contenant des cristaux et des filons de fer sulfuré. Comme ils sont percés de trous circulaires, je les nomme phyllades à perforations, ne voulant rien préjuger quant à leur origine.

Entre ce point et Deville, on voit les remarquables roches porphyriques de Mairus. C'est au sud de ces roches, dans des phyllades quartzeux et pailletés, que j'ai découvert le *Dictyonema sociale*.

Cette espèce a été observée dans différents points du massif de Stavelot, où elle se rencontre surtout dans le salmien inférieur. Ici c'est dans le revinien et dans un point assez rapproché du devillien de Deville.

Voici donc une même espèce qui existe dans les massifs de Rocroy et de Stavelot, et qui pourra servir à établir un rapprochement entre les couches de ces deux massifs.

---

*Quelques nouveaux théorèmes sur les courbes gauches du quatrième ordre*; par M. F. Folie, correspondant de l'Académie.

La présente note fait suite à celle que nous avons publiée dans le *Bulletin* du mois de juillet dernier et dans laquelle nous énoncions des propriétés nouvelles des cubiques gauches. Le lecteur est prié de recourir à cette dernière pour l'intelligence de notre terminologie ; il suffira que nous ajoutions ici que par *polygone* nous entendons toujours une figure formée de côtés qui sont des *coniques du premier ordre* (1).

Les courbes du quatrième ordre dont il est question dans la présente note sont supposées *tracées sur un même hyperboloïde* ; nous les désignerons, pour abréger, par le signe $G_4$.

Les $G_4$ coupent généralement, comme on sait, toutes les génératrices de l'hyperboloïde en deux points. Ces deux points, comme les autres couples de points dont il sera question par la suite, peuvent être réels ou imaginaires.

Les $G_4$ peuvent se partager en trois genres :

I. Celles du premier genre sont déterminées en général par cinq points ; certaines d'entre elles, formant un sous-genre, le sont par quatre.

Elles ne coupent qu'en deux points une conique du premier ordre, et n'ont entre elles que quatre points communs.

Ces $G_4$ du premier genre correspondent donc complétement, sur l'hyperboloïde, aux coniques dans le plan. Nous pouvons ajouter qu'elles ont, comme ces dernières, deux asymptotes, et que ces asymptotes sont des coniques du premier ordre.

II. Les $G_4$ du second genre sont déterminées en général par sept points ; certaines d'entre elles, formant un sous-genre, le sont par six.

Elles coupent en trois points une conique du premier ordre, en six points les $G_4$ du premier genre, et ont

(1) *Bulletins*, 2e série, t. XXXVIII, pp. 65 et suiv.



entre elles en général huit points communs ; ces points communs se réduisent toutefois à six dans le cas de deux $G_4$ du sous-genre indiqué plus haut.

Ces $G_4$ du second genre correspondent, sur l'hyperboloïde, aux courbes du troisième ordre dans le plan.

III. Les $G_4$ du troisième genre sont déterminées par huit points ; elles coupent en quatre points une conique du premier ordre, et toutes les autres $G_4$ en huit points.

Elles correspondent, sur l'hyperboloïde, aux courbes du quatrième ordre dans le plan.

*Énoncés des théorèmes pascaliens relatifs aux* $G_4$.

I. Dans deux triangles conjugués inscrits à une $G_4$ du premier genre, les côtés opposés se coupent en trois points situés sur une conique du premier ordre.

II. Dans deux quadrilatères conjugués inscrits à une $G_4$ du second genre, les côtés opposés se coupent en quatre points situés sur une conique du premier ordre (1).

III. Dans deux pentagones conjugués inscrits à une $G_4$ du troisième genre, les côtés opposés se coupent en cinq points situés sur une conique du premier ordre (2).

Outre ces théorèmes, qui sont l'extension du théorème de Pascal proprement dit aux $G_4$ tracées sur un hyperboloïde, nous pouvons appliquer à ces courbes les théorèmes que nous avons énoncés dans nos *Fondements d'une géométrie supérieure cartésienne*, p. 57.

Il ne sera peut-être pas inutile, pour l'intelligence des

(1) Cf. *Fondements d'une géom. sup. cart.*, p. 22. Bruxelles, Hayez. (Extr. du t. XXXIX des Mém. de l'Académie royale de Belgique.)
(2) *Ibid.*, p. 26.

énoncés suivants, que nous reproduisions ici, avec quelques développements, la définition que nous avons donnée, p. 56 du même ouvrage, d'un système de deux figures conjuguées inscrites à une courbe, et que nous fassions remarquer de nouveau que, par sécantes ou transversales, nous entendons ici des coniques du premier ordre.

Une $G_4$ du troisième genre est coupée par deux sécantes en deux systèmes de quatre points; réunissons ces points deux à deux par des transversales : chacune de ces quatre transversales recoupera $G_4$ en deux autres points; et les huit nouveaux points ainsi obtenus seront eux-mêmes situés en général sur une $G_4$ du premier genre (1). Les deux premières sécantes et cette dernière courbe, d'une part, les quatre transversales, d'autre part, constituent un système de figures conjuguées inscrites à la $G_4$ considérée.

Ceci posé, les deux énoncés de la page 57 de nos *Fondements d'une géométrie supérieure* deviennent :

Théorème. Si deux transversales sont communes à deux systèmes de figures conjuguées inscrites à une $G_4$ du troisième genre, ces deux systèmes se coupent en tous points situés sur cette courbe.

Théorème. Si une seule transversale est commune à deux systèmes de figures conjuguées inscrites à une $G_4$ du troisième genre, les points d'intersection de ces figures qui n'appartiennent pas à cette courbe seront situés sur une conique du premier ordre.

Il existe un théorème analogue au premier des précédents pour les $G_4$ du second genre.

(1) Cf. *Fondements*, etc., p. 23, art. IV, théorème fondamental.



Nous pourrions appliquer de même aux $G_4$ tracées sur une hyperboloïde les théorèmes énoncés pp. 20 et suiv., p. 55 et p. 58 des *Fondements*. Mais ceci exigerait d'autres développements que nous réservons pour un travail plus complet sur les courbes gauches.

---

## *Sur une recréation arithmétique* (2e Note); par M. J. Plateau, membre de l'Académie.

Dans ma première Note (1), j'ai démontré la proposition suivante :

*Étant donné un nombre impair quelconque, pourvu qu'il ne se termine point par un 5, on peut toujours trouver un autre nombre entier tel, que le produit de celui-ci et du nombre donné soit formé uniquement de la répétition d'un même chiffre assigné d'avance.*

Qu'il me soit permis de reproduire ici ma démonstration; j'éviterai ainsi au lecteur la peine de recourir à ma Note précédente.

Soit N le nombre donné, astreint, comme je l'ai dit, aux seules conditions d'être impair et non terminé par un 5. Si l'on convertit $\frac{1}{N}$ en fraction décimale périodique, la période commencera, on le sait, immédiatement après la virgule, et si on la désigne par P, on aura :

$$\frac{1}{N} = \frac{P}{999\ldots.},$$

d'où

$$999\ldots. = NP.$$

(1) *Bulletins de l'Académie*, 1865, 2e série, t. XVI, p. 62.