

PREUVE PHYSIQUE DE LA LIBRATION TERRESTRE (suite à la note *Sur un fait physique nouveau*); par F. Folie, membre de l'Académie.

Dans la *Revision des constantes de l'astronomie stellaire*, nous avons trouvé, page 92, que la vitesse angulaire  $n$  de l'écorce terrestre, au lieu d'être uniforme, est sujette à des variations périodiques  $\Delta n$  déterminées par la formule

$$(I) \quad \frac{\Delta n}{n} = \nu \{ 0.5 \cos 2\varphi + 4.16 \cos (2\zeta - 2\varphi) + 1.85 \cos (2\odot - 2\varphi) \};$$

d'où l'on déduit, entre les limites  $\varphi$  et  $\varphi'$  :

$$(II) \quad \frac{\Delta n}{n} \left\{ \begin{array}{l} \varphi' \\ \varphi \end{array} \right. = - 2\nu \sin (\varphi' - \varphi) \left\{ 0.5 \sin 2\varphi_m \right. \\ \left. + 4.16 \sin (2\zeta_m - 2\varphi_m) + 1.85 \sin (2\odot_m - 2\varphi_m) \right\}.$$

$\nu$  est le coefficient de la nutation diurne, que nous avons trouvé égal à  $\frac{2''}{30}$ ; les indices  $m$  se rapportent aux valeurs moyennes  $\frac{\varphi + \varphi'}{2}$ , etc.

Cette différence sera la plus grande possible pour

$$\varphi' - \varphi = 6 \text{ h. (ou 18 h.),}$$

et, en même temps, pour

$$\varphi_m = \zeta_m = \odot_m = 0 \text{ ou } 180^\circ.$$

Dans ces cas, la plus grande variation de la fraction  $\frac{\Delta n}{n}$  sera, après six heures, égale à  $2 \times 6.5 \nu$ .

Il y a bien des années déjà, nous nous sommes demandé si l'on ne pourrait pas rendre sensible *physiquement* cette variation de la vitesse de l'écorce terrestre, et nos réflexions nous ont enfin conduit à la conclusion suivante :

Si un corps pouvait conserver, à la surface de la Terre, en vertu de son inertie, la vitesse dont celle-ci est animée à un instant donné, la différence entre cette vitesse constante et la vitesse variable de l'écorce terrestre ne pourrait-elle pas se constater *physiquement* après un intervalle de temps de six heures ?

Or, si je suspends un poids à un fil très flexible, et si je le maintiens dans la verticale du point de suspension, il sera animé de la même vitesse que celui-ci. Si je l'abandonne ensuite à son inertie, il conservera cette même vitesse, tandis que le point de suspension aura à chaque instant la vitesse de l'écorce terrestre à laquelle il est invariablement fixé.

La différence sera-t-elle physiquement appréciable ?

Soumettons la question au calcul.

Soit  $\alpha$  l'angle compris entre les deux positions du fil aux instants  $o$  et  $t$ . En négligeant la masse et l'élasticité du fil, supposé très mince et très flexible, on aura

$$v dv = g \rho \sin \alpha d\alpha,$$

$v$  désignant la différence entre la vitesse du poids et celle du point de suspension,  $\rho$  la distance de son centre de gravité à ce dernier point. L'intégration entre les limites

$o$  et  $\alpha$ , auxquelles correspondent les limites  $o$  et  $v$ , donnera

$$v^2 = 4g\rho \sin^2 \frac{\alpha}{2},$$

d'où

$$\alpha = \frac{v}{\sqrt{g\rho}}.$$

Si l'on prend  $\rho = 0^m9175$ , on trouve

$$\alpha = \frac{v}{3}.$$

Nous appellerons simplement vitesse du poids la différence entre sa vitesse et celle du point de suspension.

Cette vitesse  $v$  est égale à  $r\Delta n$ ,  $r$  désignant le rayon du parallèle.

Or, il résulte de la formule II qu'après six heures  $\frac{\Delta n}{n}$  peut s'élever à  $2 \times 6.5 \nu$  et, par suite,

$$v \text{ à } 6.5 \nu r n, \quad \alpha \text{ à } 2 \times 6.5 \nu \frac{r n}{\sqrt{g\rho}}$$

ou à

$$\frac{26''}{50} \frac{r n}{\sqrt{g\rho}},$$

si

$$\nu = \frac{2''}{50} = 0''.067.$$

Pour Liège,  $r n$  est égal à 294 m. par seconde.

En prenant  $\rho = 0^m9175$ ,  $\frac{r n}{\sqrt{g\rho}}$  sera égal à 98, et la lon-

gueur de l'arc décrit par le centre de gravité du pendule à

$$\frac{26.98}{50} \sin 1'' = 0^{\text{mm}}42.$$

Avec un fil de 5<sup>m</sup>67 de long, on obtiendrait, après six heures, un déplacement de 0<sup>mm</sup>84, qu'il ne serait pas malaisé d'agrandir considérablement par des procédés optiques.

Si donc la nutation diurne a la valeur que nous avons déduite des meilleures séries d'observations en ascension droite et en D, l'irrégularité du mouvement de l'écorce terrestre, qui est due à la même cause que cette nutation, pourra s'accuser physiquement et constituera une preuve *physique* indéniable de la nutation diurne, puisque l'une et l'autre dépendent absolument du même coefficient.

Pour réaliser l'expérience dans les meilleures conditions, il faut la commencer à l'heure sidérale  $\varphi$  du premier méridien déterminée par

$$\varphi' - \varphi = 6 \text{ h. ou } 18 \text{ h.}; \quad \varphi' + \varphi = 6 \text{ h. ou } 18 \text{ h.},$$

d'où

$$\varphi = 0 \text{ h.}, \text{ ou } 6 \text{ h.}, 12 \text{ h.}, 18 \text{ h.}$$

Or,  $\varphi = L + \tau$ ; L pour Liège est égal à 1 h. 47 m. (\*). L'observation devra donc commencer à l'heure sidérale  $\tau = 22 \text{ h. } 15 \text{ m. ou } 16 \text{ h. } 15 \text{ m.}, 10 \text{ h. } 15 \text{ m.}, 4 \text{ h. } 15 \text{ m.}$

Afin d'obtenir le maximum absolu, il faut que

$$\varphi' - \varphi = 6 \text{ h. ou } 18 \text{ h.}$$

et que

$$\varphi' + \varphi = 2\varphi_m = 6 \text{ h.}, \quad 2C_m - 2\varphi_m = 6 \text{ h.}, \quad 2O_m - 2\varphi_m = 6 \text{ h.};$$

d'où 90° pour les longitudes de la Lune et du Soleil; ou bien que

$$2\varphi_m = 18 \text{ h.}, \quad 2C_m - 2\varphi_m = 18 \text{ h.}, \quad 2O_m - 2\varphi_m = 18 \text{ h.};$$

d'où 270° pour les longitudes des deux astres. C'est donc aux syzigies solsticiales que le plus grand effet de la libration terrestre se fera sentir. Pour les marées, c'est, au contraire, aux syzigies *équinoxiales*.

Si le mouvement de mon pendule libre n'était dû exclusivement qu'à la libration terrestre, on pourrait déduire des observations de ce mouvement le coefficient de la nutation diurne, ainsi que la longitude orientale du premier méridien, puisque  $\varphi = L + \tau$ , surtout si l'on peut comparer des observations faites en deux lieux distants de six heures environ en longitude.

Toutefois, la solution du problème n'est pas aussi simple, à cause des déviations périodiques de la verticale, qui introduisent dans le mouvement du pendule libre des oscillations d'une période diurne et dépendant aussi de la position des deux astres.

On pourra déterminer ces dernières au moyen d'un pendule installé dans le méridien, où il sera complètement à l'abri de la libration terrestre.

L'appareil dont j'ai fait usage consiste tout simplement en un pendule composé d'un disque en plomb du poids de 0<sup>kg</sup>4, suspendu par deux fils de platine de 0<sup>mm</sup>1 à une barre de fer dirigée dans le méridien et solidement ancrée dans un mur orienté à peu près de l'E. à l'W.; la distance entre les extrémités supérieures des fils est de

(\*) *Revision des constantes de l'astronomie stellaire*, p. 56.

20 centimètres. Ils sont entourés d'une gaine hermétiquement close, qui les met à l'abri des courants d'air.

Au centre du disque est placée une lentille de 0<sup>m</sup>125 de distance focale. Au foyer de celle-ci, sur une console très solidement ancrée dans la muraille, se trouve une puissante source lumineuse de position invariable. A 2 centimètres du disque, un écran percé d'une fente de 0<sup>mm</sup>5 laisse passer les rayons lumineux qui ont traversé la lentille. Ces rayons frappent à 9<sup>m</sup>50 de distance une règle horizontale divisée en millimètres, sur laquelle se font les lectures. Pendant le jour, la salle doit naturellement être transformée, par un procédé quelconque, en chambre noire.

On pourrait s'en dispenser en observant directement, au moyen d'un fort microscope, les déviations d'une pointe très fine fixée au disque.

Dans l'appareil dont j'ai fait usage, le grossissement était de  $\frac{9.50}{0.125} = 76$ .

La longueur du pendule, de l'axe de suspension au centre du disque, était de 5<sup>m</sup>67, de sorte que  $\sqrt{gl} = 6$ .

C'est au moyen de cet appareil très simple que j'ai obtenu les résultats consignés dans les diagrammes précédents (\*), qui montrent d'une manière bien évidente la périodicité du mouvement du pendule.

Celui-ci est parfois agité de mouvements sismiques qui rendent la lecture un peu pénible; en général, néanmoins, les points obtenus se relient fort bien par une courbe continue.

Il ne serait ni difficile ni bien coûteux d'enregistrer

photographiquement les mouvements du pendule d'une manière continue sur un tambour analogue à celui des enregistreurs météorologiques. En installant un pendule semblable dans le méridien, on pourra déterminer les déviations périodiques de la verticale.

Dans la note que j'ai lue « Sur un fait physique », j'ai insisté sur le caractère semi-diurne du phénomène.

Si ce caractère n'y existait pas, la démonstration *physique* de ma formule relative à l'irrégularité du mouvement de rotation de l'écorce terrestre ne résulterait plus du phénomène observé, puisque l'argument principal de la formule est  $2\varphi$ , dont la période est de douze heures.

Un savant qui a reproduit mes expériences et constaté des résultats analogues aux miens, m'a écrit cependant qu'il ne découvrirait pas une période semi-diurne dans les diagrammes joints à ma note.

Comme cette objection pourrait se présenter à l'esprit de plusieurs, j'ai cru utile de faire voir, par ces mêmes diagrammes, que la période du phénomène est bien semi-diurne, c'est-à-dire que l'intervalle de temps écoulé entre un maximum ou un minimum et le zéro est en moyenne de six heures environ.

Voici le relevé de ces intervalles pris sur les quatre courbes du diagramme :

I. 5 h.

II. 3  $\frac{1}{2}$  h.

III. 3  $\frac{1}{2}$ , 3  $\frac{1}{2}$ , 6  $\frac{1}{4}$ , 8  $\frac{1}{4}$ , 2  $\frac{5}{4}$ , 4  $\frac{1}{4}$  h.

IV. 8  $\frac{1}{4}$ , 3, 5, 9  $\frac{3}{4}$ , 9  $\frac{1}{4}$  h.

La moyenne générale, 5<sup>m</sup>6, s'approche fort de six heures, ce qui démontre péremptoirement le caractère semi-diurne du phénomène.

(\*) Bull. de l'Acad. roy. de Belgique (Classe des sciences), n° 4, 1904.

Les écarts entre les résultats individuels et la moyenne seraient probablement moins considérables si, au lieu de prendre un même zéro pour chacune des quatre courbes, nous avions pu déterminer séparément le zéro pour chacune d'elles; et la moyenne eût pu, dans ce cas, approcher davantage de six heures.

J'ai fait remarquer l'analogie qui existe entre la période de ce phénomène et celle des marées.

Il y a quelques années, M. Van de Sande-Backhuysen trouvait cette dernière période dans les variations de la latitude, et je l'avais expliquée par le déplacement que les marées doivent produire dans la position du pôle d'inertie de l'écorce terrestre (\*).

On pourrait s'assurer si telle est bien la véritable explication, en comparant les variations de latitude de cette période en des lieux fort différents en longitude.

Mais possède-t-on les éléments nécessaires à cette recherche?

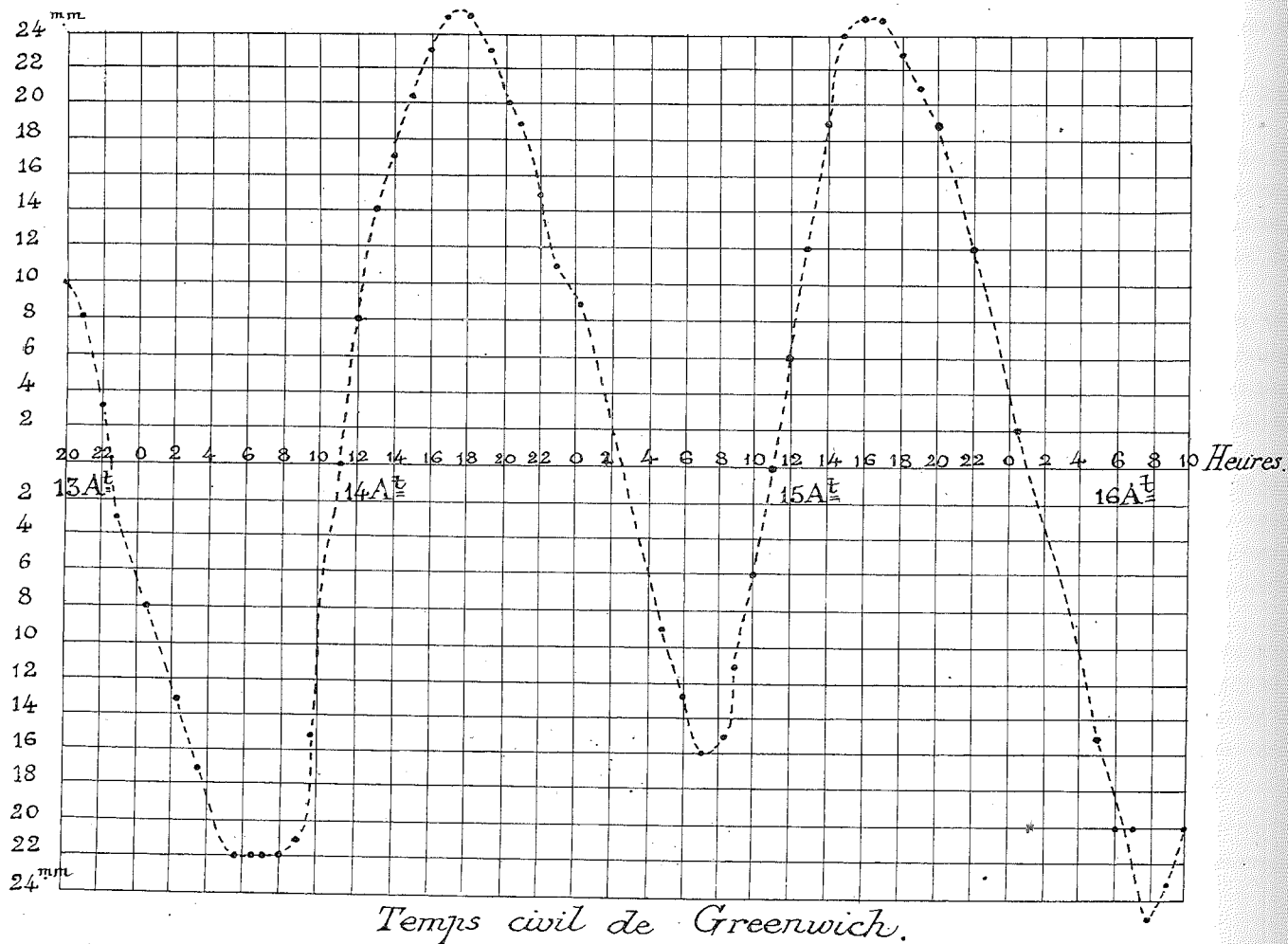
Quoi qu'il en soit, il est certain que le phénomène que j'ai découvert déterminera des variations *apparentes* de la latitude ayant la même période que les marées, et qui sont bien probablement celles que M. Van de Sande-Backhuysen a constatées empiriquement.

La première explication que j'en ai donnée n'en subsiste pas moins; mais il faudrait de longues et nombreuses séries d'observations pour permettre de discerner l'effet de chacune de ces causes dans les variations apparentes de latitude dont je viens de parler.

---

(\*) *Buil. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), 1901. p. 520.

*Observations du 13 au 16 août 1904.*



*Complément à la note précédente (6 septembre).*

Je joins à cette note le diagramme des observations faites d'une manière continue depuis le 15 août à 8 heures du soir jusqu'au 16 août à 10 heures du matin, au moyen du même pendule qui a servi aux observations précédentes (\*) et qui est demeuré intact depuis près d'un an.

On y constatera le caractère semi-diurne bien accentué du phénomène.

Les heures des maxima, des zéros et des minima relevés sur la courbe sont :

Max.	17.5	17	}			heures;
0	11	2				
Min.	7	7	8			

et les intervalles de temps respectifs :

4; 6.5; 8.5; 5; 4; 6; 8; 7 heures,

qui donnent une moyenne de 6.4 heures.

L'amplitude des oscillations est, comme dans les diagrammes précédents (\*\*), de 25 millimètres, tant à l'est (·) qu'à l'ouest (—).

Il n'y a pas eu de mouvements sismiques de nature à troubler le moins du monde les lectures. Quelques-uns, très faibles, ont été constatés le dimanche 14 août vers 14<sup>h</sup>5<sup>m</sup>; ils avaient complètement cessé à 15 heures.

Les points forts du diagramme représentent les lectures faites; ils sont reliés entre eux par un pointillé.

(\*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* (Classe des sciences), n° 4, 1904.

(\*\*) *Ibid.*