

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Première détermination des constantes de la libration terrestre; par F. Folie, membre de l'Académie.

Dans la note que j'ai lue dernièrement à l'Académie, j'ai fait remarquer que si je prenais la somme des déviations atteintes par un pendule libre à douze heures d'intervalle, j'éliminais presque entièrement les déviations périodiques de la verticale et mettais ainsi mieux en évidence le caractère semi-diurne des mouvements apparents du pendule.

La même remarque m'a servi à tenter la détermination des constantes de la libration terrestre au moyen des observations du 15 au 16 août dernier, dont voici le tableau original.

Observations de M. l'ingénieur Rouma, faites à Liège du 15 au 16 août 1904 ().*

| | H. | l. | | H. | l. |
|---------|----|------------------|---------|-------------------|------------------|
| 13 août | 20 | 30 ^{mm} | 15 août | 0 30 ^m | 29 ^{mm} |
| | 21 | 28 | | 4 45 | 11 |
| | 22 | 23 | | 6 | 8 |
| | 23 | 17 | | 7 | 4 |

(*) Dans le diagramme de la note qui précède (*Bull. de l'Acad. roy. de Belgique* [Classe des sciences], n° 8, p. 949, 1904), j'ai diminué de 20 unités chacune des lectures, en vue de la symétrie. On verra, par la résolution suivante, qu'elles auraient plutôt dû être diminuées de 23 unités.

| | H. | l. | | H. | l. |
|---------|-------------------|------------------|---------|-------------------|-----------------|
| 14 août | 0 20 ^m | 42 ^{mm} | 15 août | 8 20 ^m | 5 ^{mm} |
| | 2 40 | 7 | | 9 | 9 |
| | 3 30 | 3 | | 10 | 14 |
| | 5 15 | -2 | | 11 | 20 |
| | 6 30 | -2 | | 12 | 26 |
| | 7 | -2 | | 13 | 32 |
| | 8 | -2 | | 14 | 39 |
| | 9 | -1 | | 15 | 44 |
| | 9 45 | 5 | | 16 | 45 |
| | 11 | 20 | | 17 | 45 |
| | 12 | 28 | | 18 | 43 |
| | 1 | 34 | | 19 | 41 |
| | 2 | 37 | | 20 | 39 |
| | 3 | 41 | | 22 | 32 |
| | 4 | 43 | 16 août | 0 30 | 22 |
| | 5 | 45 | | 5 | 5 |
| | 6 | 45 | | 6 | 0 |
| | 7 15 | 43 | | 7 | 0 |
| | 8 5 | 40 | | 8 | -5 |
| | 9 | 39 | | 9 | -3 |
| | 10 | 35 | | 10 | 0 |
| | 11 | 31 | | | |

Les constantes de la libration terrestre sont les mêmes que celles de la nutation diurne, à cette différence près que, comme je n'ai pas tenu compte du frottement, qui diminue certainement les accélérations de l'écorce, le pendule fournira un coefficient ν plus faible que celui de la nutation diurne.

La vitesse v du pendule, correspondant à une accélé-

ration Δn de la vitesse angulaire de l'écorce, est $r\Delta n$; nous l'avons trouvée égale à

$$\alpha \sqrt{g\rho} = \pm 6\alpha$$

pour

$$\rho = 5^{\text{m}}67.$$

D'où

$$\alpha = \frac{1}{6} r\Delta n = 49 \frac{\Delta n}{n}$$

pour Liège. Et l'arc correspondant a sera égal à $\alpha \cdot 5670$ millimètres. Le grossissement employé étant de 76, la lecture l sera $76a = 76 \times 5670 \times 49 \frac{\Delta n}{n}$.

Or,

$$\frac{\Delta n}{n} = \nu \{ 0.5 \cos 2\varphi + 4.16 \cos (2\mathcal{C} - 2\varphi) + 1.85 \cos (2\odot - 2\varphi) \},$$

où ν désigne le coefficient de la nutation diurne;

$$\varphi = L + \tau = L + S_0 + H = L_0 + H,$$

L étant la longitude orientale du premier méridien, S_0 l'heure sidérale à minuit moyen, H l'heure de l'observation en temps civil. On peut tolérer ici la légère incorrection de cette formule et même prendre, une fois pour toutes, S_0 égal à $21^{\text{h}}50^{\text{m}}$, correspondant au 15 août.

Pour obtenir ν en secondes d'arc, on devra diviser le premier membre par $\sin 1''$; on trouvera alors, en faisant $76 \times 5670 \times 49 \sin 1''$ ou 66.5 égal à c ; $c\nu \sin 2L_0 = x$; $c\nu \cos 2L_0 = y$:

$$l = [-0.5 \sin 2H + 4.16 \sin (2\mathcal{C} - 2H) + 1.85 \sin (2\odot - 2H)]x + [0.5 \cos 2H + 4.16 \cos (2\mathcal{C} - 2H) + 1.85 \cos (2\odot - 2H)]y - z,$$

z désignant la correction du zéro de l'échelle.

En appliquant cette équation à chacune des observations originales, et en en prenant les sommes deux à deux à douze heures d'intervalle, j'ai obtenu les 55 équations suivantes, dans lesquelles $2z$ est remplacé par w :

| | |
|-------------------------------|------------------------------|
| $10.91 x + 0.99 y - w = 28$ | $9.15 x + 2.73 y - w = 45$ |
| $9.96 x + 4.43 y - w = 27$ | $9.41 x + 0.24 y - w = 48$ |
| $7.05 x + 7.86 y - w = 28$ | $8.05 x + 4.76 y - w = 49$ |
| $1.41 x + 10.59 y - w = 37$ | $4.74 x + 8.00 y - w = 51$ |
| $- 5.79 x + 9.63 y - w = 43$ | $- 2.03 x + 8.86 y - w = 58$ |
| $- 10.54 x + 2.08 y - w = 44$ | $- 5.35 x - 7.18 y - w = 56$ |
| $- 8.63 x - 5.67 y - w = 45$ | $- 2.46 x - 7.36 y - w = 51$ |
| $- 1.97 x - 8.99 y - w = 43$ | $3.15 x - 8.07 y - w = 45$ |
| $3.13 x - 0.11 y - w = 42$ | $7.34 x - 4.17 y - w = 44$ |
| $7.95 x + 0.69 y - w = 41$ | $7.61 x + 1.11 y - w = 56$ |
| $9.93 x + 2.95 y - w = 38$ | $2.88 x + 5.34 y - w = 51$ |
| $9.96 x + 2.27 y - w = 38$ | $- 2.53 x + 0.22 y - w = 50$ |
| $8.08 x + 6.18 y - w = 40$ | $- 4.11 x - 5.86 y - w = 43$ |
| $3.25 x + 9.44 y - w = 51$ | $- 0.24 x - 7.25 y - w = 41$ |
| $- 4.05 x + 8.65 y - w = 60$ | $1.43 x - 4.67 y - w = 34$ |
| $- 4.49 x - 8.34 y - w = 56$ | $3.78 x - 4.72 y - w = 33$ |
| $0.71 x - 0.50 y - w = 53$ | $6.41 x - 0.49 y - w = 32$ |
| $5.84 x + 0.08 y - w = 47$ | |

La résolution de ces équations a donné

$$x = - 0.483, y = 0.150, w = - 45.4,$$

donc $z = - 22.7$.

Par

$$\operatorname{tg} 2L_0 = \frac{x}{y},$$

on trouve

$$2L_0 = \pi + 74^{\circ}54'; L_0 = 127^{\circ}27',$$

et

$$L = L_0 - S_0 = L_0 + 2^{\text{h}}50^{\text{m}} = 10^{\text{h}}50^{\text{m}} \text{ E. de Greenwich.}$$

Puis

$$c\nu = \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{x}{\sin 2L_0} = \frac{y}{\cos 2L_0} = 0.50,$$

d'où

$$\nu = 0''0075.$$

La longitude du premier méridien tombe entre les mêmes limites que toutes celles que j'ai déterminées astronomiquement. La constante ν est peut-être huit fois plus faible que celle de la nutation diurne, comme nous l'avions prévu.

Quelques sceptiques, qui doutent encore de la nutation diurne, malgré les nombreuses déterminations astronomiques que j'en ai faites, attribueront peut-être, comme ils l'ont fait pour celles-ci, les nouvelles concordances que je viens d'obtenir, à un heureux hasard. Les esprits justes et droits verront dans ces dernières, et dans les diagrammes que mon pendule a fournis depuis un an, une preuve *purement physique* et indéniable de la nutation diurne.