J'ai l'honneur de proposer à la Classe la publication de cette notice et des figures qui l'accompagnent dans les *Bulletins* de l'Académie. »

La Classe adopte les conclusions des rapports de ses commissaires.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Sur l'incorrection de l'heure et de l'ascension droite déterminées dans le système de l'axe instantané; par F. Folie, membre de l'Académie.

Dans l'une des notices extraites de l'*Annuaire* pour 1897, j'ai dit (p. 185) que les formules d'Oppolzer, qui suppriment la nutation eulérienne, pour la remplacer simplement par la variation des latitudes, seraient correctes si ses angles ε' et ψ'_1, angles compris entre l'axe instantané et l'axe de l'écliptique d'une part, entre l'intersection de l'équateur instantané avec l'écliptique et l'équinoxe fixes d'autre part, se rapportaient à trois axes rectangulaires X″, Y″, Z″, dont le dernier est l'axe instantané; mais qu'il n'en est pas ainsi dans l'exposition de l'astronome viennois.

Je vais examiner, avec plus de détails que je ne l'ai fait dans l'*Annuaire*, la signification des équations d'Oppolzer dans le cas où elles sont correctes.

Supposons la Terre et ses axes principaux fixes; l'équateur instantané oscillera, en vertu de la nutation eulérienne, de part et d'autre de sa position moyenne en une période de trois cent et quelques jours; il en sera de même de son intersection avec l'écliptique fixe; en sorte que l'angle ψ_1 d'Oppolzer sera soumis à la nutation eulérienne.

Et lorsqu'il a démontré, dans le cas que je considère, et qui est celui d'une exposition correcte, que

$$\frac{d\varepsilon'_1}{dt} = \frac{d\varepsilon'}{dt}, \quad \sin\varepsilon'_1 \frac{d\psi'}{dt} = \sin\varepsilon' \frac{d\psi}{dt},$$

les conclusions qu'on en peut tirer sont les suivantes :

La nutation eulérienne disparaît en obliquité; elle disparaît en longitude *relativement à l'intersection de l'équateur instantané avec l'écliptique fixe.*

Mais elle ne disparaît nullement pour cela en longitude, comme le dit l'auteur, puisque la droite à partir de laquelle se comptent les variations $\Delta\psi$ de l'angle ψ_1, variations qui sont indépendantes de la nutation eulérienne, est soumise elle-même à cette nutation; de sorte que l'angle total, compté à partir de l'équinoxe fixe, y est soumis également, contrairement à l'affirmation d'Oppolzer.

Nier ce point reviendrait à nier l'existence de la nutation eulérienne.

En d'autres termes, s'il est vrai que, dans le cas où le mouvement de la Terre est rapporté aux axes instantanés rectangulaires X″, Y″, Z″, la nutation eulérienne est nulle *dans l'espace,* à d'infimes quantités près, pour ces axes, elle existe néanmoins *pour l'observateur,* dont la position, relativement à ces axes, varie en vertu de cette nutation.

Et ce n'est pas seulement aux variations de sa latitude qu'il le reconnaîtra, mais également aux variations de l'heure et de l'ascension droite.

Il me semble que c'est là un point sur lequel n'a pas encore été appelée l'attention des astronomes.

Une objection que je me suis faite à moi-même, se présentera peut-être à leur esprit.

Dans le cas le plus simple, où il n'y a pas de forces perturbatrices, l'axe de rotation et l'équateur instantané, qui lui est perpendiculaire, sont immuables dans l'espace, à une infime quantité près; l'ascension droite et la déclinaison sont donc invariables lorsqu'on les observe par rapport aux axes instantanés.

La latitude et la déclinaison, rapportées aux mêmes axes, sont faciles à déterminer au moyen de combinaisons de passages supérieurs ou inférieurs; la latitude sera naturellement variable, à raison de la nutation eulérienne de l'axe géographique, supposé immobile dans la Terre; la déclinaison sera constante.

Mais l'ascension droite, comment se déterminera-t-elle? Admettons que la Terre tourne uniformément en vingt-quatre heures autour de l'axe instantané et considérons un lieu déterminé.

Le méridien instantané repassera-t-il devant une étoile vingt-quatre heures *exactement* après son passage précédent? Évidemment non, puisque la position relative du lieu et du pôle instantané a varié en vertu du mouvement eulérien, et comme cette variation a une période de trois cent quatre jours, la quantité dont l'heure du passage de l'étoile au méridien instantané différera de vingt-quatre heures, ira en croissant à partir de zéro, pendant septante-six jours; elle pourra donc acquérir une valeur qui ne sera pas insignifiante, et il n'est pas permis d'affirmer que l'ascension droite, qui est constante, est l'heure, variable, du passage de l'étoile au méridien.

Comment donc déterminer l'heure et l'observer dans le système de l'équateur instantané? Et comment observer l'ascension droite, qui doit être constante dans ce système, tandis que l'heure, déterminée par le passage d'une étoile au méridien instantané, est nécessairement variable?

On voit ici reparaître, sous une autre forme, la nutation eulérienne du lieu de la Terre dans les observations, malgré l'immuabilité des axes instantanés dans l'espace absolu!

Si donc, dans le système correct de ces axes, on peut affirmer, avec Oppolzer, que la nutation eulérienne disparaît en obliquité et en longitude dans l'*espace absolu*, elle se manifeste, *pour l'observateur* qui y est soumis, et par une variation dans la latitude, et, chose autrement grave, par une variation dans l'heure, dont l'uniformité absolue est l'élément le plus capital de l'astronomie.

Il va de soi, et l'un des astronomes les plus distingués l'a, du reste, reconnu, que les longitudes terrestres sont variables également dans ce système, et que leurs variations dépendent non seulement de la nutation eulérienne, dont l'expression ne nous est guère connue, mais, en plus, de la latitude du lieu.

En résumé, Oppolzer a affirmé que, si l'on rapporte les formules du mouvement de rotation de la Terre à l'axe instantané :

1° La nutation eulérienne disparaît en obliquité;

2° Elle disparaît en longitude;

3° La définition de l'heure reste la même que dans le système des axes principaux.

On vient de voir que, si l'on rapporte correctement les formules à l'axe instantané, la première affirmation seule est exacte, les deux autres sont absolument fausses.

Et que l'on n'arguë pas de la petitesse de la négligence commise dans l'omission de la nutation eulérienne en longitude et en temps : autant vaudrait dire qu'on peut négliger la variation, bien établie, des latitudes; car les deux négligences sont absolument du même ordre.

Certes, la matière est extrêmement délicate, et l'on n'a pas le droit d'être surpris que tous les astronomes, même géomètres, se soient laissé induire en erreur par la subtilité de l'analyse d'Oppolzer, qui ne s'est pas douté lui-même du vice originel dont elle est entachée.

Résumons. En admettant même que la position *absolue* de l'axe instantané fût immuable dans l'espace, ce qui ferait disparaître toute nutation en obliquité et en longitude, sa position *apparente* ne le serait pas, parce que l'observateur est soumis à la rotation de la Terre et à la nutation eulérienne; celle-ci se manifestera donc, et en obliquité, relativement à l'axe géographique, et en longitude, relativement à une origine fixe sur la Terre, et même dans l'heure.

Ce qui manque au système d'Oppolzer, c'est surtout de pouvoir considérer la Terre comme fixe et le Ciel comme mobile.

Et c'est le grand avantage du système de Laplace de pouvoir le faire.

Dans l'un et l'autre système, on a les mêmes expressions des vitesses angulaires de la Terre autour des trois axes principaux X, Y, Z, fixes dans la Terre.

Au moyen des formules connues :

$$\frac{d\theta}{dt} = l \cos \varphi - m \sin \varphi; \quad \sin \theta \frac{d\psi}{dt} = l \sin \varphi + m \cos \varphi;$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = n - \cos \theta \frac{d\psi}{dt},$$

on obtient, dans l'un et l'autre système, les expressions différentielles des variations en obliquité $d\theta$, en longitude $d\psi$, et en vitesse angulaire $d\varphi$ autour de l'axe principal Z, par rapport à trois axes fixes dans l'espace, auxquels l'écliptique et l'équinoxe fixes servent de base.

Dans le système de Laplace, quoi de plus simple et de plus adéquat aux observations que de dire maintenant :

Les axes principaux de la Terre sont fixes, l'écliptique et l'équinoxe sont mobiles?

Dans le système de l'axe instantané, ceci n'est plus possible, puisque cet axe n'est pas immobile dans la Terre, et de là, indépendamment des erreurs de transformation d'Oppolzer, des obscurités à peu près indéchiffrables dans son système.

Après la démonstration que je viens de donner, il m'est permis de dire :

Malheur à l'astronomie du XX^e siècle, si elle persiste à se servir des formules d'Oppolzer, au lieu d'en revenir aux formules de Laplace et de Bessel, augmentées des termes dont le grand géomètre a donné l'expression, mais qui avaient pu être négligés jusqu'à ce que la précision de l'astronomie contemporaine, et surtout la découverte des variations de latitude, eût obligé à en tenir compte!

Et malheur aussi aux astronomes qui prendraient, devant le XX^e siècle, la responsabilité de cette injustifiable décision !

Ce serait imprimer à leur réputation une tache qu'ils auront à cœur d'éviter.

Sur la période eulérienne; par F. Folie, membre de l'Académie.

Depuis plusieurs années, j'ai nié que la période eulérienne pût différer notablement de la valeur théorique (304 jours) qu'elle a pour une Terre solide.

Le plus illustre des astronomes-géomètres contemporains a cherché à expliquer, par l'élasticité de l'écorce terrestre, la période chandlérienne (*); mais il semble que cette élasticité devrait avoir également pour effet de modifier assez notablement les termes dépendants des doubles longitudes de la Lune et du Soleil, fait que l'astronomie n'a pas constaté.

Aussi ai-je cherché une explication plus simple de cette période, en faisant remarquer qu'elle serait celle-là même que l'on trouverait pour le mouvement eulérien considéré comme direct, si celui-ci était, au contraire, rétrograde. Si le mouvement de 304 jours, auquel correspond un arc de 432° par an, est rétrograde, cet axe sera égal à — 432°, ou à 288° dans le sens direct, nombre qui correspond assez bien à la période de Chandler.

(*) *Monthly Not.*, 1892.