

Sur le mouvement du pôle instantané. Est-il direct ou rétrograde? par F. Folie, membre de l'Académie.

1. Il est, dans l'étude de la nutation initiale, un point de doctrine sur lequel aucun géomètre n'a encore fixé son attention (*) : je veux parler du double sens possible de ce petit mouvement, lorsqu'on le considère comme appartenant au lieu occupé par le pôle instantané de rotation à la surface de la Terre.

En désignant, avec Laplace, par p , q , r les vitesses angulaires d'un point de la Terre autour des axes principaux Z , Y , X , et en posant

$$\lambda = n \sqrt{\frac{(C-A)(C-B)}{AB}}$$

on a, d'après ses formules, pour le cas de $B = A$, le seul dont se soient occupés les astronomes,

$$q = G \sin(\lambda t + \beta), \quad r = -G \cos(\lambda t + \beta).$$

Si, pour le cas considéré, on écrit $\lambda = + n \frac{C-A}{A}$, l'angle $\lambda t + \beta$ croît dans le sens direct. Mais alors le mouvement du pôle instantané à la surface de la Terre est

(*) La première partie de cette note (art. 1) avait été écrite longtemps avant que j'eusse connaissance de l'article de M. Chandler cité ci-dessus; la seconde (art. 2) est toute récente.

rétrograde; car l'angle Γ , que la projection de l'axe instantané sur l'équateur fait avec l'axe des X , est donné par

$$\sin \Gamma = \frac{q}{G} = \sin(\lambda t + \beta);$$

$$\cos \Gamma = \frac{r}{G} = -\cos(\lambda t + \beta);$$

d'où

$$\Gamma = \pi - (\lambda t + \beta).$$

Les expressions des vitesses angulaires précédentes sont, d'après Oppolzer, pour la nutation initiale,

$$q = m \sin(\mu t - \sigma), \quad r = m \cos(\mu t - \sigma) (*).$$

Ces intégrales sont aussi correctes que celles de Laplace.

Oppolzer en conclut, correctement aussi, que l'angle Γ est égal à $\mu t - \sigma$; il ajoute que le mouvement du pôle instantané est direct, *puisque*, dit-il, μ est positif.

Mais voilà la question.

μ a le double signe, car il est égal à

$$n \sqrt{\frac{(C-A)(C-B)}{AB}}$$

Il est donc permis de faire $\mu = -\lambda$, λ représentant, comme ci-dessus, la valeur positive du radical.

(*) Les expressions de M. Tisserand sont les mêmes.

Si l'on pose, en outre, — $m = G$, on aura

$$q = G \sin (\lambda t + \sigma), \quad r = - G \cos (\lambda t + \sigma),$$

c'est-à-dire les formules mêmes de Laplace.

Si on les adopte, le mouvement du pôle instantané est rétrograde, tandis que, suivant celles d'Oppolzer et de Tisserand, il est direct.

C'est-à-dire que l'analyse est incapable de se prononcer sur le sens de ce mouvement : l'un ou l'autre est également possible pour elle.

2. L'observation peut-elle nous éclairer sur ce point, comme le pense Chandler?

Ceci même me paraît douteux.

L'argument de la nutation initiale du pôle géographique est $\beta_0 + \varphi + \lambda t = \beta_0 + L + (n + \lambda)t$ ou $\beta + n(1 + \iota)t$, si l'on fait $\beta = \beta_0 + L$, et $\lambda = n\iota$, ι étant

$$\sqrt{\frac{(C - A)(C - B)}{AB}}$$

Or, que ι soit positif ou négatif, l'angle β n'en augmentera pas moins de 1° par degré de longitude occidentale, puisque L est la longitude orientale du premier méridien relativement au lieu de l'observation.

Ce fait, qui est confirmé par l'observation, et qui semble à Chandler un argument décisif, ne prouve donc rien quant au signe de ι .

Reste un autre argument, tiré de la période, mais qu'aucun astronome n'a invoqué.

Si la Terre était solide, il résulte de la théorie que la

période du mouvement relatif du pôle instantané autour du pôle géographique serait de 305 jours. Chandler a trouvé, d'après les observations, 423, puis 427, enfin, 431 jours.

J'avais d'abord trouvé une période de 337 jours, qui me semblait admissible, non pour la Terre solide, mais pour son écorce. J'ai constaté, par les observations, que celle de 423 jours y satisfait beaucoup mieux.

Mais j'avoue que je ne parvenais pas à bien m'expliquer, même par la fluidité intérieure du globe, l'écart énorme qui existe entre cette période et la période théorique, puisque, pour une période de cette durée, il n'y a pas indépendance entre le noyau et l'écorce solide du globe. Je me suis donc demandé si, en considérant ι comme négatif, je ne rétablirais pas l'harmonie entre la période théorique et celle qui se déduit de l'observation.

L'argument du mouvement du pôle instantané est $\beta + \iota t$; la période en est de 423 jours si ι est considéré comme positif, ce qu'ont fait tous les astronomes (*), c'est-à-dire que l'angle β augmente de 311° par an.

Si ι est négatif, l'accroissement annuel sera — $311^\circ + 2 \times 360^\circ = 409^\circ$ (Nous avons ajouté deux circonférences pour nous rapprocher, autant que possible, du nombre théorique de 428° correspondant à la période de 305 jours.)

(*) PETERS, *A. N.*, n° 512. — OPPOLZER, *Traité des orbites*, t. I, p. 451. — NYRÉN, *Mém. de Saint-Petersb.*, t. XIX. — DOWNING, *M. N.*, vol. XL. — DOOLITTLE, *Nature*, vol. XLVIII. — TISSERAND, *Méc. cél.*, t. II, p. 421. — CHANDLER, COMSTOCK, GOULD, NEWCOMB, *Astr. Journal*, vol. XI. — VANDE SANDE, BACKHUYZEN, *M. N.*, vol. LI. — TURNER THACKARAY, *M. N.*, vol. LIII.

A cet accroissement de 409° répond une période de 321 jours, qui ne s'écarte pas assez de la valeur théorique pour que la différence n'en puisse être attribuée à la fluidité intérieure du globe.

La période de 423 jours de Chandler, étant admis le sens direct du mouvement, répond donc à une période de 321 jours, si ce sens est rétrograde.

Et les valeurs de l'angle β que nous avons calculées pour 1894.0 d'après celles que nous avons déduites des observations pour 1824.0, 1842.0, 1865.0, 1870.0, 1890.0 et 1892.0, en adoptant la période de 423 jours et le sens direct, resteront absolument les mêmes si nous admettons la période de 321 jours et le sens rétrograde.

Aussi longtemps donc qu'on a affaire à des périodes annuelles complètes, la question reste indécise.

Heureusement, l'un des résultats que nous avons obtenus permet de la trancher définitivement, pensons-nous.

Des observations de Greenwich, résumées par Downing, nous avons déduit, en faisant usage de la période de Chandler,

$$1868.0 \quad \beta = 278^\circ 5 \text{ Greenwich} = 248^\circ 5 \text{ Poulkova}$$

$$1875.0 \quad 551^\circ 8 \quad \text{''} \quad 521^\circ 8 \quad \text{''}$$

d'où

$$1870.5 \quad \quad \quad 285^\circ \quad \text{''}$$

De là nous avons tiré

$$1870.0 \quad \quad \quad 151^\circ \quad \text{''}$$

en admettant le sens direct et la période de Chandler. Or, tandis que les valeurs de β que nous avons déterminées

pour différentes années (*), comparées les unes aux autres, nous donnaient toutes des accroissements annuels s'écartant fort peu de leur moyenne 311° , la comparaison de cette dernière $\beta = 151^\circ$, 1870.0, avec les autres fournissait des résultats moins concordants; ainsi sa comparaison avec les valeurs de β pour

	1824,	1842,	1890
donnait	512°5	515°2	508°4.

De même, tandis qu'en passant des valeurs pour 1824, 1842, 1890 à la valeur pour 1894, je trouvais

$$1894.0 \text{ Poulkova} : 555^\circ 5, 551^\circ 5, 542^\circ, 547^\circ;$$

ma valeur pour 1870 me conduisait à $595^\circ 1$.

J'en avais conclu, non sans étonnement, car mes valeurs pour 1868 et 1875 concordent assez bien entre elles, que le résultat que j'en déduisais pour 1870.0 devait être incorrect.

Il l'est, en effet, mais parce que j'ai adopté, pour le déduire de celui de 1870.5, qui est correct, le sens direct du mouvement du pôle instantané.

J'adopte le sens *rétrograde*, avec l'accroissement annuel de -311° que j'ai déduit, en moyenne, de toutes les observations.

A la valeur 285° , trouvée pour 1870.5, j'ai donc à *ajouter*, pour la réduire à 1870.0, $155^\circ 5$, ce qui donne $80^\circ 5$ au lieu de 151° .

(*) *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, décembre 1895. — *Annuaire de l'Observatoire royal pour 1894.*

Alors, au lieu des accroissements annuels précédents

	312°3,	313°2,	308,4,
on trouve	311°2,	311°4,	309°5,

nombres qui concordent beaucoup mieux entre eux.

De même, au lieu de 395° pour 1894.0, on trouve 344° 5, nombre qui concorde fort bien aussi avec les quatre valeurs données ci-dessus pour Poulkova, 1894.0.

Indépendamment de ces dernières vérifications, entièrement favorables au mouvement rétrograde, il y a un argument plus puissant à mes yeux : c'est que ce sens permet de réduire à 321 jours la période de 423 jours, qui s'écarte tellement de la valeur théorique que je n'ai pu me décider à l'adopter qu'après qu'elle m'avait fourni d'excellents résultats : mais on a vu que ceux-ci ne sont modifiés en rien par l'adoption de la période de 321 jours, avec mouvement rétrograde du pôle instantané.

La question est neuve et mérite d'être étudiée avec soin.

Explication des différences systématiques entre les catalogues de Greenwich, de Melbourne et du Cap, par la nutation diurne et le déplacement annuel du pôle d'inertie; par F. Folie, membre de l'Académie.

Il existe généralement, entre les catalogues, des différences systématiques dont les astronomes ne sont pas parvenus à donner l'explication. Nous avons attribué ces