

# SUR LA NUTATION INITIALE, LA NUTATION DIURNE,

## L'ABERRATION SYSTÉMATIQUE ET L'ABERRATION ANNUELLE

d'après les observations de latitude de Peters à Poulkova (\*).

### § 1.

J'avais été amené, en 1890, à conclure de la fluidité intérieure du globe que la période théorique de 305 jours, calculée pour une terre solide, ne devait pas être vérifiée par l'observation; et, en prenant la demi-différence des AR ou des déclinaisons d'une même étoile observée à ses passages supérieur et inférieur, ou la demi-somme des latitudes obtenues par ces deux passages, j'avais cru avoir déterminé exactement une période de 357 jours pour la révolution du pôle astronomique autour du pôle géographique (\*\*).

D'autres travaux relatifs à cette période, et ceux de

(\*) Extrait des *Annales de l'Association française pour l'avancement des sciences*, août 1895.

(\*\*) *Annuaire de l'Observatoire royal de Belgique pour 1890*,

Chandler particulièrement, m'ont engagé à reprendre ce sujet.

J'ai profité, dans ce but, des travaux de cet astronome sur les observations de latitude de Peters à Poulkova et me suis proposé :

1<sup>o</sup> De vérifier si la seule application de la nutation eulérienne ne diminue pas les résidus des observations de Peters plus que ne le fait la formule de Chandler;

2<sup>o</sup> De déduire des mêmes observations, par la demi-différence des latitudes obtenues à deux passages, supérieur et inférieur, consécutifs :

- a) La grandeur de la nutation diurne,
- b) Celle de la vitesse systématique,
- c) La correction de la constante de l'aberration annuelle.

J'avais déterminé, préalablement, au moyen des observations de Gylden :

- a) Les constantes de la nutation diurne,
- b) La direction et la grandeur de la vitesse systématique,
- c) La correction de la constante de l'aberration.
- d) La parallaxe de la polaire.

Je ferai usage de plusieurs des résultats de ce calcul, dans la réduction des observations de Peters auxquelles j'appliquerai le second procédé, afin de diminuer le nombre des inconnues, qui serait, sans cela, trop considérable.

Soit  $\Phi$  la hauteur du pôle géographique ;

$\varphi_1$  ou  $\varphi_2$ , la latitude astronomique déterminée par un passage supérieur ou inférieur au moyen des formules de réduction usitées ;

$Z$ , la correction de la déclinaison moyenne adoptée ;

$\Delta\varphi$ , la correction de la latitude moyenne adoptée ;

$A$ , l'ensemble des corrections que j'apporte aux formules

du calcul de la déclinaison apparente, non compris celle qui provient de la nutation eulérienne;

I, cette dernière correction pour le passage supérieur;

— I, pour l'inférieur,

On aura :

$$\Phi = \varphi_s + Z + A + I$$

$$\Phi = \varphi_i - Z - A + I$$

La demi-somme donnera, en appelant  $\varphi_m$  celle des latitudes astronomiques déterminées par les deux passages :

$$\Phi = \varphi_m + I$$

Soit  $\Phi_0$  la latitude moyenne adoptée, et  $\varphi_m - \Phi_0 = n_1$ ; on aura :

$$\Delta\varphi = n_1 + I$$

ou, en remplaçant I par  $u \sin u + v \cos u$ ,  $\Delta\varphi$  par  $\rho$  :

$$(1) \quad u \sin u + v \cos u + \rho + n_1 = 0.$$

Dans la demi-somme des latitudes astronomiques déterminées par deux passages consécutifs, l'un supérieur, l'autre inférieur, les erreurs de réduction disparaissent donc toutes, à l'exception de la nutation eulérienne (\*).

Dans la demi-différence, cette dernière disparaît, mais toutes les autres restent.

La demi-différence donne, en effet :

$$o = \frac{\varphi_s - \varphi_i}{2} + Z + A,$$

(\*) *Annuaire de l'Observatoire royal de Belgique* pour 1890.

ou, si on la représente par  $n_2$  :

$$o = n_2 + Z + A.$$

L'ensemble des corrections A comprend :

1° Les termes du second ordre de l'aberration annuelle et de la nutation, dont il n'a pas été tenu compte dans les réductions.

Ces termes peuvent se mettre sous la forme :

$$A_1 = -\frac{1}{2} \sin 2\delta (\Delta\alpha)^2, (*)$$

$\Delta\alpha$  étant la réduction au lieu apparent en  $\mathcal{A}\mathcal{R}$ .

Je les ai ajoutés au résidu  $n_2$ , qui devient ainsi :

$$n_1' = n_2 + A_1.$$

2° Les termes de la parallaxe, que j'ai prise égale à 0''03, valeur que j'ai déduite des observations de Gylden, et que Chandler avait trouvée également par celles de Peters.

Le nouveau résidu est ainsi devenu  $n_2'' = n_2' + A_2$ , et l'on aura, en posant  $A = A_1 + A_2 + A_3$  :

$$o = n_2'' + Z + A_3.$$

3° Les termes du second ordre provenant de la combinaison de l'aberration annuelle et de l'aberration systématique.

(\*) *Monthly Notices*, 1892.

Ces termes peuvent se mettre sous la forme :

$$- KK' \operatorname{tg} \delta \sin (A' - \alpha) (\cos \varepsilon \cos \alpha \cos \odot + \sin \alpha \sin \odot) (*)$$

K étant la constante de l'aberration annuelle, K' la constante réduite, c'est-à-dire projetée sur l'équateur, de l'aberration systématique.

On remarquera que le facteur dépendant de  $\odot$  diffère fort peu de celui de la parallaxe. Ce dernier étant calculé par Nyrén, j'en ai fait usage pour économiser du temps.

J'ai pris  $A' - \alpha = 260^\circ$ , qui correspond à la valeur  $A = 277^\circ$  que j'ai trouvée par les observations de Gylden, et à celle que les astronomes modernes ont déterminée.

En faisant  $KK' \operatorname{tg} \delta = y$  et  $\sin (A' - \alpha) (\cos \varepsilon \cos \alpha \cos \odot + \sin \alpha \sin \odot) = b$ , on aura donc à introduire dans l'équation précédente, parmi les termes dont se compose  $A_3$ , le terme  $by$ .

4° Le terme qui provient de la correction de la constante de l'aberration, et que j'appellerai  $ax$ ;  $a$  est emprunté également au Mémoire de Nyrén.

5° Les termes de la nutation diurne.

J'ai mis ceux-ci, en déclinaison, sous la forme :

$$[- \sin (2L + \alpha) \Sigma_1 + \cos (2L + \alpha) \Sigma_2],$$

$\nu$  représentant le coefficient de la nutation diurne, L la longitude du premier méridien (qui passe par l'axe du moment d'inertie A de l'écorce terrestre),  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  les fonc-

(\*) *Bulletin de l'Académie royale des sciences de Belgique*, 1892.  
— Voir aussi mon *Traité des Réductions stellaires*.

tions suivantes, exprimées en longitudes vraies du Soleil et de la Lune (\*).

$$\begin{aligned} \Sigma_1 &= -1,155 - 0,154 \cos \oslash + 0,56 \cos 2 \oslash \\ &+ 0,82 \cos 2 \mathbb{C} + 0,14 \cos (2 \mathbb{C} - \oslash) - 0,15 \cos (\mathbb{C} - F') \\ \Sigma_2 &= -0,18 \sin \oslash + 0,59 \sin 2 \oslash \\ &+ 0,89 \sin 2 \mathbb{C} + 0,18 \sin (2 \mathbb{C} - \oslash) \end{aligned}$$

Dans le calcul des observations de Peters, que Chandler a combinées par groupes de plusieurs, j'ai dû faire abstraction des termes lunaires, qui doivent être calculés pour chaque observation isolément; j'en ai tenu compte dans celles de Gylden.

Pour éviter un trop grand nombre d'inconnues, j'ai pris, dans le calcul des observations de Peters,  $L = 10^h$ ; d'où  $\sin (2L + \alpha) = -0,69$ ,  $\cos (2L + \alpha) = 0,71$ ; le coefficient  $\nu$  de la nutation diurne sera donc multiplié par  $c = 0,69 \Sigma_1 + 0,71 \Sigma_2$ .

Remplaçant  $A_3$  par les expressions 3°, 4° et 5° données ci-dessus, on aura l'équation de condition :

$$(II) \quad ax + by + cv + Z + n'_2 = 0.$$

## § 2.

Dans l'application des équations (I) et (II) aux observations de Peters, j'ai cru devoir supprimer celles du

(\*) Dans notre *Traité des Réductions stellaires*, où ces expressions ont été données pour la première fois, les arguments sont les longitudes moyennes, et les coefficients sont exprimés par leurs logarithmes. Il nous a paru plus utile et plus commode de prendre pour arguments les longitudes vraies, ce qui a l'avantage de faire disparaître les triples longitudes du soleil et de la Lune.

20 décembre 1842 et du 18 décembre 1843, qui donnent des résidus  $n_1$  véritablement excessifs, et accrus encore en employant, soit la formule de Chandler, soit l'équation (I).

Pour vérifier la période de cet astronome, j'ai fait deux hypothèses sur la valeur de  $\tau$ , que j'ai supposé égal à 0,90 et à 0,85 par jour, ce qui correspond à des périodes de 598 jours et de 425,5 jours (\*).

(\*) J'ai essayé la période de 598 jours parce qu'elle fait concorder parfaitement entre elles les valeurs de l'angle  $\beta$ , tirées de  $u = -v \sin \beta$ ,  $u = v \cos \beta$ , qui ont été déterminées par moi, pour 1824,0, d'après les AR de la Polaire observées par F.-W. Struve à Dorpat, par Peters pour 1842,0 et par Downing pour 1872,0, d'après leurs observations de latitude.

On se demandera pourquoi j'ai adopté une période de 425,5 jours au lieu de celle de Chandler exactement; c'est simplement dans le but d'avoir un nombre rond, 0<sup>e</sup>,85, pour la facilité des calculs. Obligé de faire tous ceux-ci par moi-même, faute de disposer des calculateurs, je ne puis négliger aucun moyen d'abréger un peu le travail, déjà très laborieux. Et c'est pourquoi aussi j'ai emprunté au Mémoire de Nyren le coefficient de la parallaxe, quoiqu'il ne soit pas tout à fait égal à celui de mon terme de l'aberration systématique.

Il serait intéressant de recommencer ces calculs sans supposer connue la longitude de L du premier méridien; on ferait :

$$v \sin (2L + \alpha) = \xi,$$

$$v \cos (2L + \alpha) = \eta.$$

C'est ce que j'avais déjà fait en traitant les observations de Peters avant de voir le travail de Chandler, et j'avais obtenu :

$$L = 12^{\text{h}} \text{ E. de Poulkova} \quad v = 0'' . 17.$$

Cette dernière valeur, beaucoup trop forte, tient sans doute à ce que je n'avais pas introduit les corrections, mentionnées dans cette note, dans les résidus de Peters.

L'application de l'équation (I) aux quarante-deux résidus  $n_1$ , donnés par Chandler (après suppression des deux résidus excessifs mentionnés plus haut) a donné, dans les deux hypothèses faites sur la période, les nouveaux résidus  $n'_1$  et  $n'_2$ .

Les sommes  $\Sigma pn^2$  sont, si l'on adopte :

Les résidus de Peters. . . . .	26,8
Ceux de Chandler . . . . .	18,8
Les miens (598 jours). . . . .	15,8
"    (425,5 jours) . . . . .	14,3

L'application de la seule nutation initiale donne donc un résultat bien supérieur, dans le second cas surtout, à celui de la formule de Chandler, qui renferme un terme annuel énorme, absolument empirique, et pour moi tout à fait inexplicable en théorie, à moins qu'il ne soit un effet de la température.

Indépendamment des termes de l'aberration annuelle et de la parallaxe, il existe bien un petit terme que les astronomes ont négligé dans leurs formules et qui se rapproche, par la forme, de celui de Chandler; c'est le terme périodique de l'aberration systématique; mais tous ces termes sont éliminés dans la moyenne des latitudes déterminées par deux passages (supérieur et inférieur) consécutifs.

Jusqu'à présent, je ne vois donc absolument que la nutation initiale qui puisse rendre compte des résidus ainsi obtenus, et elle le fait beaucoup mieux que la formule empirique de Chandler.

L'astronomie parviendra-t-elle à établir que l'axe géographique se déplace, sous l'action de causes physiques, dans l'intérieur de la Terre. C'est là une question qui ne pourra être ultérieurement résolue que par la discussion de nom-

breuses et très précises observations, faites en des lieux différents en longitude de 6, 12 et 18 heures, et réduites au moyen de formules absolument correctes.

## § 3.

Dans l'application de l'équation (II), j'ai naturellement aussi fait abstraction des deux observations ci-dessus indiquées.

$n_2$  indique les résidus de Peters,  $n_2''$  ceux que j'en ai déduits en les réduisant des termes du second ordre et de la parallaxe.

C'est à ces derniers que j'applique l'équation II, qui m'a donné, par les moindres carrés :

Correction de la constante de l'aberration,

$$x = -0'',018,$$

ensuite :

$$y = 0,007,$$

d'où l'on déduit, puisque  $y = KK' \lg \delta$ , en prenant  $K = 20'',4$ , la constante réduite de l'aberration systématique  $K' = 9''$ , constante de la nutation diurne  $v = 0'',16$

Les mêmes observations avaient donné à Chandler une correction positive de la constante de l'aberration.

Celles, bien plus précises, de Nyrén, lui en ont fourni une négative  $-0'',03$ ; de ces dernières j'ai tiré moi-même  $-0'',057$ . Il me semble donc certain que la valeur  $20'',40$  est beaucoup plus sûre que  $20'',445$ .

La vitesse systématique que je déduis des observations de

Peters me semble fort faible; la constante que j'en tire pour la nutation diurne me paraît trois fois trop forte.

Mais ces observations ne sont pas d'une précision suffisante pour permettre de déterminer des quantités aussi petites.

Tous les critères qui peuvent servir de contrôle sont néanmoins vérifiés.

Avec la parallaxe positive admise, et la longitude  $L = 10^h E$ . de Poulkova, nos calculs ont donné :

Une vitesse systématique positive;

Une constante de la nutation diurne positive.

Elles ont conduit, de plus, comme les observations très précises de Gyldeń, à une correction négative de la constante de l'aberration.

## § 4. — CONCLUSIONS.

1° En ce qui regarde la *nutaton initiale* ou eulérienne, ou, du moins, ses deux termes principaux, donnés déjà par Laplace, la période de Chandler paraît être la meilleure; et la seule application de cette nutation donne des résultats de beaucoup supérieurs à ceux de la formule empirique de Chandler. Mais on ne doit pas oublier que l'application des équations d'Euler au mouvement de rotation de l'écorce terrestre, en tenant compte du frottement et des réactions du noyau, introduira d'autres termes dans l'expression de la nutation initiale, qui est donc encore loin d'être bien connue.

2° En ce qui concerne la *nutations diurne*, on peut admettre :

$$\nu = 0'',05; L = 10^{\text{h}} \text{ E. de Poulkova} = 0^{\text{h}} \text{ Paris } (*).$$

Les observations en AR de la Polaire faites par Struve à Dorpat, comme celles de  $\delta$  Petite Ourse et  $\delta$  51 Céph., faites par Wagner à Poulkova, m'ont donné, les unes et les autres :

$$\nu = 0'',04. \quad L = 10^{\text{h}} \text{ E.},$$

3° On peut prendre, avec confiance,  $0'',05$  pour la parallaxe de la polaire.

4° Quant à l'aberration systématique, l'AR de l'Apex  $A' = 280^\circ$  est bien déterminée ; la vitesse systématique a besoin encore de l'être à nouveau ; elle est telle, toutefois, que les termes périodiques de l'aberration systématique ne sont nullement négligeables pour les circompolaires

5° Quant à la constante de l'aberration annuelle, mal connue encore, je pense que la valeur  $20'',4$  approche plus de la vérité que  $20'',45$ .

F. F.

(\*) Au lieu de  $12^{\text{h}}$  on peut prendre  $0^{\text{h}}$ , L n'intervenant, dans les formules de la nutation diurne, que sous la forme  $2L$ .