RAPPORTS.

Sur le rapport verbal de M. De Tilly, la Classe vote le dépôt aux archives d'une note de M. C.-H. Delaey, intitulée : *Projet d'itinéraire pour la navigation maritime belge-Hollande.*

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Sur les termes du second ordre qui proviennent de la combinaison de l'aberration ou de la nutation avec la réfraction; par F. Folie, membre de l'Académie.

Dans le n° 4 du *Bulletin* de l'année dernière, j'ai signalé des termes périodiques du second ordre de l'aberration dont les astronomes n'ont pas encore tenu compte dans leurs formules de réduction (*).

En rédigeant à nouveau la théorie de l'aberration, je me suis aperçu qu'ils ont toujours aussi négligé d'autres termes, qui ont une très grande importance dans le calcul du lieu apparent de la polaire en particulier.

Ces termes sont ceux qui proviennent de la combinaison de l'aberration et de la réfraction.

Les astronomes calculent l'aberration, comme si l'atmosphère n'existait pas, c'est-à-dire que les coordonnées de

(*) Voir également *Monthly Notices*, t. LII, n° 8.

l'astre, qui sont employées dans leurs formules, sont ses cooordonnées vraies.

Mais il est bien évident, puisque l'aberration provient du mouvement de l'observateur, que c'est le rayon lumineux reçu par celui-ci qui est aberré; or, ce rayon est, non le rayon vrai, mais le rayon apparent, c'est-à-dire affecté de la réfraction.

Celle-ci n'agit qu'en hauteur.

Si nous la désignons par r, la distance zénithale vraie de l'étoile étant $z = \varphi - \delta$, sa distance zénithale apparente sera

$$z' = \varphi - \delta - r = \varphi - (\delta + r);$$

c'est-à-dire que le rayon lumineux reçu par l'œil arrive, en apparence, en ligne droite, d'un point dont la déclinaison est $\delta + r$, tandis que le rayon vrai, envisagé par les astronomes, vient, en ligne courbe, d'un point dont la déclinaison est δ.

Dans les termes de l'aberration des astronomes, on doit donc, pour tenir compte de l'influence exercée par la réfraction, substituer la déclinaison apparente $\delta + r$ à la déclinaison vraie δ.

La modification qui en résulte en déclinaison serait tout à fait insignifiante, sauf pour les étoiles voisines de l'horizon, auquel cas il est inutile d'en tenir compte. Mais, en Æ, cette modification est très importante.

J'ai démontré dans les Comptes Rendus (*) qu'à l'aberration en Æ telle que les astronomes la calculent, $\Delta\alpha$, il faut ajouter

$$\delta\Delta\alpha = r \operatorname{tg}\delta\Delta\alpha;$$

(*) 20 février 1893.

que cette correction peut s'élever à plus de six dixièmes de seconde de temps pour la Polaire à Paris (1892); et qu'il résulte, en effet, des observations qui y ont été faites, que l'écart entre les Æ trouvées vers le 11 avril et le 14 octobre de l'année 1882, époques où la correction précédente atteignait son maximum positif ou négatif, est de 1ˢ5, ce qui est une confirmation de notre calcul.

Cette correction serait un peu moindre pour Uccle, Berlin, Greenwich, notablement moindre pour Poulkova et Stockholm, plus considérable, au contraire, pour Washington, Rome, Naples et le Cap.

Nous n'avons envisagé, jusqu'à présent, que l'influence indirecte exercée dans l'aberration en Æ par le fait de la substitution de la déclinaison apparente $\delta + r$ à la déclinaison vraie δ.

Il n'est pas superflu de démontrer que, dans le méridien, l'influence directe de la réfraction est nulle en Æ.

En appelant h la hauteur de l'étoile, η son angle horaire, φ et r, comme ci-dessus, la latitude et la réfraction, on trouve aisément

$$\Delta\alpha = \sec^2 h \cos\varphi \sin^2\eta \,.\, r,$$

expression qui est nulle dans le méridien.

On a contesté, dans les Comptes Rendus, l'exactitude de notre théorie, qui est cependant confirmée, comme je viens de le dire, par les observations mêmes de Paris.

L'erreur dans laquelle on est tombé à ce sujet provient de ce que l'on raisonne comme si les formules devaient s'appliquer à l'étoile elle-même, tandis qu'on doit les appliquer à l'image de l'étoile, telle qu'on l'observe dans le champ du réticule. C'est sur cette image, en effet, et non sur l'étoile, que se font les observations.

Et cette image est à une distance $\delta + r$ de l'équateur, tandis que l'étoile en est éloignée de δ.

Au moyen d'un simple artifice, on se persuadera, du reste, aisément, que c'est bien à un point de déclinaison $\delta + r$ qu'il faut appliquer le calcul.

Supposons qu'il y ait, parallèlement à l'axe optique de la lunette qui sert à l'observation, un simple tube qui s'étende jusqu'à la limite de l'atmosphère, et qu'on aperçoive un astre à travers ce tube; la position vraie de cet astre est évidemment toujours la même que la position apparente de l'étoile, que la Terre soit mobile ou non, c'est-à-dire qu'il y ait ou qu'il n'y ait pas d'aberration; ce qui revient simplement à dire que la position observée est celle de l'axe optique de la lunette, affirmation dont nul ne doutera. Or celui-ci a pour déclinaison, non pas δ, mais $\delta + r$; c'est donc $\delta + r$ qui doit entrer dans les formules de réduction, au lieu de la déclinaison vraie δ, qui figure dans celles des astronomes.

Voici, du reste, un autre argument, sans réplique : Supposons une atmosphère assez réfringente pour qu'une étoile située à plusieurs degrés au-dessous de l'horizon paraisse à plusieurs degrés au-dessus. Il est bien évident que, faire usage dans le calcul de la déclinaison vraie, c'est déclarer qu'on ne voit pas l'étoile; car le calcul, dans ces conditions, lui attribuerait une hauteur négative.

Ce principe a un caractère de généralité qui nous paraît le rendre applicable non seulement à la formule de l'aberration, mais aussi à celle de la nutation.

En considérant la Terre comme fixe et le ciel comme mobile, on peut regarder la nutation comme un mouvement de l'étoile; ce mouvement est donné en obliquité et en longitude par la mécanique céleste; il s'agit de le projeter sur l'équateur.

Or, si nous reprenons notre fiction, c'est bien le point déterminé par la direction du tube parallèle à l'axe optique de la lunette, et s'étendant au delà de l'atmosphère, dont il s'agit de projeter le mouvement, puisque c'est lui que nous observons, et non pas l'étoile dans sa position vraie; ici donc encore c'est $\delta + r$, et non δ, qui doit intervenir dans la formule, toujours, bien entendu, dans le cas des observations méridiennes, le seul dont nous nous occupons.

J'ai prié M. Stroobant, qui avait déjà fait les calculs relatifs à l'aberration publiés dans les Comptes Rendus, de bien vouloir vérifier également ma théorie en ce qui concerne la nutation.

Il a recouru dans ce but aux observations de Washington, qui lui ont offert deux séries d'observations entièrement réduites, à neuf ans d'intervalle, l'une en 1875, l'autre en 1884.

Au commencement de ces années, la longitude du nœud était de 15° et de 195° respectivement, et le terme correctif du terme principal de la nutation pouvait s'écrire, en secondes de temps,

$$\Delta^2\alpha = - r \sec^2\delta \sin 1'' \frac{8,98}{15} \cos(\Omega - 15°40'),$$

qui donnait, en adoptant pour Washington la réfraction moyenne $r = 72''$,

$$\begin{array}{ll} 1875 & \Delta^2\alpha = -0^s{,}57 \text{ pour } \Omega = 15° \\ 1884 & \Delta^2\alpha = +0^s{,}40 \text{ pour } \Omega = 195°. \end{array}$$

Ces termes correctifs représentent la différence D = calcul — observation.

Or en 1875, de janvier à juillet, 62 observations ont donné

$$D = -0^s{,}56.$$

En 1884, 48 observations ont donné

$$D = +0^s{,}415;$$

ce qui est encore une confirmation très remarquable de notre théorie.

Je me suis demandé également si, malgré la forte hauteur du pôle de Poulkova, les excellentes observations de Wagner ne manifesteraient pas l'existence de ce terme correctif.

Malheureusement les observations ne s'étendent que de 1861 à 1872, en sorte que, pour avoir deux époques où les longitudes du nœud diffèrent d'environ 180°, on doit choisir 1862.0 et 1871.0; ces longitudes sont alors de 267° et de 93° environ; par suite, les cos (Ω — 15°) sont très faibles, cause qui, ajoutée à la faiblesse de la réfraction, fait que le terme correctif ne peut être que très petit.

Malgré ces circonstances défavorables, j'ai voulu m'assurer du moins si la différence entre les valeurs observées à ces deux dates répond à la théorie.

L'expression de $\Delta^2\alpha$ est $-f\cos(\Omega - 15°)$, à ajouter au lieu apparent calculé, ou $+f\cos(\Omega - 15°)$ à ajouter au lieu moyen déduit de l'observation.

L'Æ moyenne calculée à Poulkova doit donc être un peu trop faible en 1862, un peu trop forte en 1871.

En combinant les observations entre elles de manière à éliminer la nutation initiale, j'ai déduit des observations faites en 1861 et 1862 à Poulkova : Æ moyenne 1865.0 : $1^h9^m38^s{,}80$; et de celles de 1870 et 1871 : $1^h9^m38^s{,}84$, ce qui confirme de nouveau la théorie, quoique la différence soit moindre que celle qui serait donnée par le calcul.

Si les erreurs que nous avons signalées n'avaient d'autre résultat que de modifier l'Æ de la polaire calculée par les astronomes, elles seraient fort aisément réparables.

Mais elles ont des conséquences bien autrement graves.

C'est au moyen des Æ observées et calculées de la polaire que les astronomes déterminent, en effet, le méridien et l'azimut de leurs mires; et c'est au moyen de cette détermination qu'ils calculent ensuite les Æ des autres étoiles qu'ils ont observées. L'influence de l'erreur commise dans le calcul de l'Æ de la polaire se répercute par conséquent dans celui de toutes les étoiles observées.

Si donc on veut faire usage des Æ calculées de certaines étoiles pour déterminer des constantes astronomiques, et tout particulièrement celle de l'aberration, on voit qu'il y aura un calcul de correction préalable et très considérable à effectuer.

J'ai indiqué précédemment une autre source d'erreur du même genre : la négligence de la nutation initiale dans la détermination du méridien.

Je répéterai enfin que la négligence des termes périodiques de l'aberration systématique, qui sont loin d'être insignifiants en Æ pour la polaire, concourt avec les précédents à fausser le calcul de l'azimut de la lunette méridienne.

On ne pourra donc pas, avant longtemps, se reposer avec confiance sur les déterminations de la constante de l'aberration qui auront été faites au moyen des Æ observées, d'autant moins que ces étoiles sont très généralement des étoiles voisines du pôle.

Les déclinaisons des étoiles observées près du zénith semblent bien plus favorables à cette détermination, pourvu, bien entendu, qu'on les réduise de la nutation initiale, ce qui n'a pu encore être fait jusqu'à présent.