Rapport de M. P.-J. Van Beneden, second commissaire.

« J'ai lu avec intérêt la note de M. Willem sur la structure du gésier des Cryptops et des Scolopocryptos; cette curieuse structure me rappelle l'armature de l'entrée du pylore des Mytis. Je me rallie volontiers aux propositions de notre savant confrère M. Plateau d'insérer le travail de M. Willem dans le *Bulletin* de l'Académie. »

Ces conclusions sont mises aux voix et adoptées.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Preuve inattendue de la nutation diurne et de la nécessité d'en tenir compte dans la réduction des observations; par F. Folie, membre de l'Académie.

Dans le dernier volume de l'*Annuaire* de l'Observatoire (1889), j'ai déterminé les constantes de la nutation diurne par des procédés fort divers : observations méridiennes et observations dans le premier vertical faites en un seul lieu (Bonn, Bruxelles, Cordoba, Greenwich, Harvard College, Poulkova, Washington); observations, hors du méridien, d'étoiles très voisines du pôle (Kieff et Cointe); comparaison d'observations faites en deux lieux différents (Paris-Washington); comparaison en Æ et en D des catalogues dressés en deux lieux distants de 5 à 6 heures en longitude (Paris-Washington, Poulkova-Washington).

Ces méthodes différentes ont toutes conduit à des résultats suffisamment concordants pour qu'on puisse admettre que le coefficient de la nutation diurne est approximativement égal à $0^s,01$, et la longitude du premier méridien à 10 $^1/_2$ h. E. de Paris.

Ce résultat va être confirmé d'une manière surprenante par une détermination nouvelle et fort inattendue.

M. Kobold a déduit des observations de la polaire, faites au cercle méridien de Strasbourg, les erreurs azimutales de cet instrument, sans tenir compte de la nutation diurne; il a cherché si ces erreurs ne présentaient pas une période annuelle, à laquelle on pourrait s'attendre, et n'y a trouvé qu'une période diurne, procédant, non suivant le temps moyen, ce qui eût été explicable, mais suivant le temps sidéral.

Aussitôt que j'ai eu connaissance des corrections azimutales déterminées par M. Kobold (*), je me suis dit qu'elles devaient être illusoires, et provenir simplement de ce qu'il n'avait pas été tenu compte de la nutation diurne dans la réduction des observations.

Dans une note précédente, adressée aux comptes rendus, j'ai fait voir que, si l'on part des valeurs extrêmes des corrections signalées par M. Kobold, $+\ 0^s,014$ pour 7 h., $-\ 0^s,012$ pour 16 h., et qu'on se demande si ces prétendues corrections ne s'expliqueraient pas simplement par la nutation diurne, l'instrument étant supposé parfaitement stable, on arrive, en admettant 10 h. 37' pour la longitude orientale du premier méridien par rapport à

(*) *Astronomische Nachrichten*, 2918.

Paris, à trouver, dans l'un et l'autre cas, pour le coefficient de la nutation diurne, des valeurs positives dont la moyenne $0^s,01$ environ concorde fort bien avec mes déterminations antérieures.

Depuis lors, j'ai prié M. Byl d'appliquer le même procédé à chacune des corrections déterminées par M. Kobold de 0 h. à 23 h., c'est-à-dire, de déduire de l'ensemble de ces valeurs, en admettant qu'elles sont le fait de la nutation diurne seule, l'azimut de l'instrument étant supposé invariable, la valeur la plus probable du coefficient de la nutation diurne, la longitude du premier méridien étant supposée la même que précédemment, et de voir ensuite quelles seraient les corrections azimutales de la lunette méridienne, déduites des observations, si celles-ci avaient été corrigées de la nutation diurne.

Avant d'exposer les résultats de ce calcul, je vais indiquer les formules sur lesquelles il repose.

L'expression de la partie constante nutation diurne en Æ est, dans le méridien (*),

$$\Delta\alpha = k\left[c'_1 \sin(2\alpha + 2L) + \operatorname{tg}\delta \cos(\alpha + 2L)\right]; \quad . \quad (1)$$

c'_1 désigne la cotangente de l'obliquité, L la longitude orientale du premier méridien par rapport au lieu de l'observation, k le coefficient de la nutation diurne, multiplié par 1,156; les autres notations sont connues.

Pour tenir compte de la nutation diurne dans la réduction de l'Æ observée de l'étoile, il faut y appliquer la correction $-\ \Delta\,\alpha$.

(*) Preuves de la nutation diurne (Extrait de l'*Annuaire* pour 1889).

M. Kobold, n'ayant pas tenu compte de la nutation diurne, a déduit des observations de Strasbourg que l'azimut de la lunette devait être corrigé de $-\Delta A$, autrement dit, que l'Æ observée de l'étoile devait être corrigée de $-\Delta A.(s - c \operatorname{tg} \delta)$, s et c désignant respectivement les sinus et cosinus de la latitude de Strasbourg.

Mais, si l'on tient compte de la nutation diurne, la correction de l'Æ attribuée par M. Kobold à l'erreur azimutale ΔA se composera de deux parties : la correction due à l'erreur azimutale réelle z et la correction précédente $-\Delta\alpha$.

On aura donc

$$-\Delta A\,(s - c \operatorname{tg} \delta) = -z\,(s - c \operatorname{tg} \delta) - \Delta\alpha\,; \quad . \quad (2)$$

ou, en remplaçant $\Delta\alpha$ par l'expression précédente,

$$k\left[c'_1 \sin(2\alpha+2L) + \operatorname{tg}\delta \cos(\alpha+2L)\right] = (\Delta A - z)\,(s - c \operatorname{tg}\delta). \;(3)$$

En admettant que les corrections ont été obtenues surtout par les étoiles de forte déclinaison (en fait M. Kobold n'a employé que les observations de la polaire), les termes en $\operatorname{tg}\delta$ seront tout à fait prépondérants, et l'équation précédente se réduira, après la division par $c \operatorname{tg} \delta$, à

$$\frac{k}{c}\cos(\alpha + 2L) = -\Delta A + z,$$

qu'on pourra écrire

$$-z + y\cos\alpha - x\sin\alpha = -\Delta A\,; \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

x et y représentent respectivement les produits de $\frac{k}{c}$ par $\sin 2L$ et $\cos 2L$.

Si l'on applique cette dernière équation à chacune des déterminations faites par M. Kobold, en prenant α successivement égal à chacune des heures sidérales 0 à 23, $-\Delta A$

à chacune des corrections correspondantes, on obtiendra le système :

$$\begin{array}{rl}
0\text{ h.} & +1{,}0000\,y - 0{,}0000\,x - z + 0{,}060'' = 0 \\
1\text{ h.} & +0{,}9659\,y - 0{,}2588\,x - z + 0{,}045'' = 0 \\
2\text{ h.} & +0{,}8660\,y - 0{,}5000\,x - z + 0{,}045'' = 0 \\
3\text{ h.} & +0{,}7071\,y - 0{,}7071\,x - z + 0{,}030'' = 0 \\
4\text{ h.} & +0{,}5000\,y - 0{,}8660\,x - z - 0{,}030'' = 0 \\
5\text{ h.} & +0{,}2588\,y - 0{,}9659\,x - z - 0{,}120'' = 0 \\
6\text{ h.} & -0{,}0000\,y - 1{,}0000\,x - z - 0{,}180'' = 0 \\
7\text{ h.} & -0{,}2588\,y - 0{,}9659\,x - z - 0{,}210'' = 0 \\
8\text{ h.} & -0{,}5000\,y - 0{,}8660\,x - z - 0{,}195'' = 0 \\
9\text{ h.} & -0{,}7071\,y - 0{,}7071\,x - z - 0{,}180'' = 0 \\
10\text{ h.} & -0{,}8660\,y - 0{,}5000\,x - z - 0{,}165'' = 0 \\
11\text{ h.} & -0{,}9659\,y - 0{,}2588\,x - z - 0{,}135'' = 0 \\
12\text{ h.} & -1{,}0000\,y + 0{,}0000\,x - z - 0{,}045'' = 0 \\
13\text{ h.} & -0{,}9659\,y + 0{,}2588\,x - z + 0{,}090'' = 0 \\
14\text{ h.} & -0{,}8660\,y + 0{,}5000\,x - z + 0{,}135'' = 0 \\
15\text{ h.} & -0{,}7071\,y + 0{,}7071\,x - z + 0{,}165'' = 0 \\
16\text{ h.} & -0{,}5000\,y + 0{,}8660\,x - z + 0{,}180'' = 0 \\
17\text{ h.} & -0{,}2588\,y + 0{,}9659\,x - z + 0{,}155'' = 0 \\
18\text{ h.} & +0{,}0000\,y + 1{,}0000\,x - z + 0{,}165'' = 0 \\
19\text{ h.} & +0{,}2500\,y + 0{,}9659\,x - z + 0{,}150'' = 0 \\
20\text{ h.} & +0{,}5000\,y + 0{,}8660\,x - z + 0{,}135'' = 0 \\
21\text{ h.} & +0{,}7071\,y + 0{,}7071\,x - z + 0{,}120'' = 0 \\
22\text{ h.} & +0{,}8360\,y + 0.5000\,x - z + 0{,}105'' = 0 \\
23\text{ h.} & +0{,}9659\,y + 0{,}2588\,x - z + 0{,}075'' = 0
\end{array}$$

Ces équations sont trop peu nombreuses pour qu'on puisse en déduire avec quelque exactitude les trois inconnues x, y, z.

Je suppose donc connue la longitude du premier méridien, qui, du reste, est déjà déterminée, je pense, avec une certaine approximation, et je la prendrai de 10 h. 30′ à l'E. de Paris, soit 10 h. 4′. à l'E. de Strasbourg. x ou $\frac{k}{c}\sin 2L$ et y ou $\frac{k}{c}\cos 2L$ se réduisent ainsi à $[+9{,}67168]\,\frac{k}{c}$ et $[-9{,}94594]\,\frac{k}{c}$; ou, remplaçant k par $1{,}156\,N_d$ et c, cosinus de la latitude de Strasbourg, par sa valeur, on aura

$$x = [0{,}8204]\,N_d \qquad \text{et} \qquad y = [-1{,}5429]\,N_d.$$

Le système précédent se réduira alors, si l'on passe des logarithmes aux nombres correspondants :

0 h.	$-z+0{,}8204\,N_d=-0{,}060''$	12 h.	$-z-0{,}8204\,N_d=+0{,}045''$
1 h.	$-z+1{,}1917\,N_d=-0{,}045''$	13 h.	$-z-1{,}1917\,N_d=-0{,}090''$
2 h.	$-z+1{,}4819\,N_d=-0{,}045''$	14 h.	$-z-1{,}4819\,N_d=-0{,}135''$
3 h.	$-z+1{,}6711\,N_d=-0{,}030''$	15 h.	$-z-1{,}6711\,N_d=-0{,}165''$
4 h.	$-z+1{,}7464\,N_d=+0{,}030''$	16 h.	$-z-1{,}7464\,N_d=-0{,}180''$
5 h.	$-z+1{,}7026\,N_d=+0{,}120''$	17 h.	$-z-1{,}7026\,N_d=-0{,}155''$
6 h.	$-z+1{,}5429\,N_d=+0{,}180''$	18 h.	$-z-1{,}5429\,N_d=-0{,}165''$
7 h.	$-z+1{,}2780\,N_d=+0{,}210''$	19 h.	$-z-1{,}2780\,N_d=-0{,}150''$
8 h.	$-z+0{,}9260\,N_d=+0{,}195''$	20 h.	$-z-0{,}9260\,N_d=-0{,}135''$
9 h.	$-z+0{,}5109\,N_d=+0{,}180''$	21 h.	$-z-0{,}5109\,N_d=-0{,}120''$
10 h.	$-z+0{,}0609\,N_d=+0{,}165''$	22 h.	$-z-0{,}0609\,N_d=-0{,}105''$
11 h.	$-z-0{,}3931\,N_d=+0{,}135''$	23 h.	$-z+0{,}3931\,N_d=-0{,}075''$

La résolution de ces équations par les moindres carrés donne

$$z=-0''.016\pm0{,}0045''; \qquad N_d=0''.068\pm0{,}0036''.$$

Cette valeur du coefficient N_d de la nutation diurne concorde d'une manière satisfaisante avec celles que j'ai trouvées antérieurement.

En diminuant les corrections trouvées par M. Kobold de $-z+y\cos\alpha-x\sin\alpha$ (4), on pourra former le tableau suivant

0 h.	+0,060″	−0,000″	12 h.	−0,045″	+0,010″
1 h.	+0,045″	+0,021″	13 h.	+0,090″	+0,080″
2 h.	+0,045″	+0,066″	14 h.	+0,135″	+0,080″
3 h.	+0,030″	+0,094″	15 h.	+0,165″	+0,067″
4 h.	−0,030″	+0,071″	16 h.	+0,180″	+0,045″
5 h.	−0,120″	+0,010″	17 h.	+0,165″	−0,009″
6 h.	−0,180″	−0,003″	18 h.	+0,165″	−0,018″
7 h.	−0,210″	−0,034″	19 h.	+0,150″	−0,040″
8 h.	−0,195″	−0,042″	20 h.	+0,135″	−0,052″
9 h.	−0,180″	−0,044″	21 h.	+0,120″	−0,050″
10 h.	−0,165″	−0,054″	22 h.	+0,105″	−0,040″
11 h.	−0,135″	−0,059″	23 h.	+0,075″	−0,035″

dans lequel la seconde colonne renferme les corrections azimutales déterminées à Strasbourg, et la troisième, les résidus calculés comme il vient d'être indiqué.

Ces résidus sont assez faibles pour qu'on en puisse conclure à la nécessité de tenir compte de la nutation diurne dans la réduction des observations, en prenant provisoirement $N_d=0.^s01$ et $L=10^h30'$ E. de Paris.

Si l'on suppose $z=0$, et qu'on détermine x et y, on trouvera $N_d=0{,}0995''$, $L=36°\,21'$ à l'E. de Strasbourg.

Ces derniers résultats, que j'ai communiqués aux A. N., concordent assez bien, comme on le voit, avec les valeurs que j'ai adoptées provisoirement pour les constantes de la nutation diurne, déterminées par des procédés fort divers; on peut même dire que l'accord est inespéré; et pour moi, entre toutes les preuves que j'ai données de la nutation diurne, cette dernière, fondée sur d'apparentes erreurs azimutales que les astronomes croyaient avoir constatées, et que j'ai mises exclusivement sur le compte de cette nutation, est certainement l'une des plus frappantes en ce qu'elle est plus inattendue : qui eût pensé, en effet, que l'on pût déduire les constantes de la nutation diurne du simple tableau des variations horaires apparentes de l'azimut d'un cercle méridien ?

Toutefois, quoique les résidus précédemment calculés soient assez faibles, ils présentent encore un caractère systématique indubitable, et il n'est pas malaisé de s'apercevoir que leur période répond fort bien à la forme $a\sin 2t$, qui est précisément encore celle des termes de la nutation diurne.

En réfléchissant à cette circonstance, je me suis dit que j'avais peut-être eu tort, dans les déterminations dont je viens de parler, de négliger les termes qui n'ont pas $\operatorname{tg} \delta$ pour facteur.

Partons donc de la formule générale (1)

$$\Delta\alpha = k\left[c_1' \sin(\alpha + 2\mathrm{L}) + \operatorname{tg}\delta \cos(2\alpha + 2\mathrm{L})\right].$$

qui s'écrira, en posant $k \sin 2\mathrm{L} = x$, $k \cos 2\mathrm{L} = y$:

$$\Delta\alpha = (c_1' \cos 2\alpha - \operatorname{tg}\delta \sin\alpha)x + (c_1' \sin 2\alpha + \operatorname{tg}\delta\cos\alpha)y \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Cette quantité $\Delta\alpha$ est égale, comme il a été dit ci-dessus, à $(\Delta\mathrm{A} - z)(s - c \operatorname{tg}\delta)$.

Négligeant z, et prenant δ égal à la déclinaison de la polaire, $-\Delta\mathrm{A}$ égal aux corrections déterminées par M. Kobold pour les différentes heures sidérales α, on obtiendra le système d'équations suivant :

0 h.	$+43{,}91\,y$	$+\ \ 2{,}31\,x$	$+1{,}698'' = 0$
1 h.	$+43{,}57\,y$	$-\ \ 9{,}37\,x$	$+1{,}274'' = 0$
2 h.	$+40{,}03\,y$	$-20{,}81\,x$	$+1{,}274'' = 0$
3 h.	$+33{,}36\,y$	$-31{,}05\,x$	$+0{,}849'' = 0$
4 h.	$+23{,}95\,y$	$-39{,}18\,x$	$-0{,}849'' = 0$
5 h.	$+12{,}52\,y$	$-44{,}42\,x$	$-3{,}396'' = 0$
6 h.	$+\ \ 0{,}00\,y$	$-46{,}22\,x$	$-5{,}094'' = 0$
7 h.	$-12{,}52\,y$	$-44{,}42\,x$	$-5{,}943'' = 0$
8 h.	$-23{,}95\,y$	$-39{,}18\,x$	$-5{,}549'' = 0$
9 h.	$-33{,}36\,y$	$-31{,}05\,x$	$-5{,}094'' = 0$
10 h.	$-40{,}03\,y$	$-23{,}11\,x$	$-4{,}670'' = 0$
11 h.	$-43{,}57\,y$	$-13{,}37\,x$	$-3{,}821'' = 0$
12 h.	$-43{,}91\,y$	$+\ \ 2{,}31\,x$	$-1{,}274'' = 0$
13 h.	$-41{,}27\,y$	$+13{,}37\,x$	$+2{,}547'' = 0$
14 h.	$-35{,}03\,y$	$+23{,}11\,x$	$+3{,}821'' = 0$
15 h.	$-28{,}75\,y$	$+31{,}05\,x$	$+4{,}670'' = 0$
16 h.	$-19{,}96\,y$	$+36{,}88\,x$	$+5{,}094'' = 0$
17 h.	$-10{,}22\,y$	$+40{,}42\,x$	$+4{,}670'' = 0$
18 h.	$-\ \ 0{,}00\,y$	$+41{,}60\,x$	$+4{,}670'' = 0$
19 h.	$+10{,}22\,y$	$+40{,}42\,x$	$+4{,}845'' = 0$
20 h.	$+19{,}96\,y$	$+36{,}88\,x$	$+3{,}821'' = 0$
21 h.	$+28{,}75\,y$	$+31{,}05\,x$	$+3{,}396'' = 0$
22 h.	$+36{,}03\,y$	$+20{,}81\,x$	$+2{,}972'' = 0$
23 h.	$+41{,}27\,y$	$+\ \ 9{,}37\,x$	$+2{,}123'' = 0$

d'où l'on déduira

$$\mathrm{N}_d = 0{,}099'' \qquad \mathrm{L} = 125°55'25''.$$

à l'E. de Strasbourg.

Et le tableau des résidus sera dans ce cas :

0 h.	$-0{,}13''$	$-0{,}005''$	12 h.	$+0{,}06''$	$+0{,}002''$
1 h.	$+0{,}71''$	$+0{,}025''$	13 h.	$+2{,}59''$	$+0{,}091''$
2 h.	$+2{,}08''$	$+0{,}073''$	14 h.	$+2{,}62''$	$+0{,}092''$
3 h.	$+3{,}00''$	$+0{,}106''$	15 h.	$+2{,}35''$	$+0{,}083''$
4 h.	$+2{,}53''$	$+0{,}089''$	16 h.	$+1{,}82''$	$+0{,}064''$
5 h.	$-0{,}05''$	$-0{,}002''$	17 h.	$+0{,}67''$	$+0{,}024''$
6 h.	$-0{,}09''$	$-0{,}003''$	18 h.	$+0{,}17''$	$+0{,}006''$
7 h.	$-0{,}69''$	$-0{,}024''$	19 h.	$+0{,}10''$	$+0{,}035''$
8 h.	$-0{,}42''$	$-0{,}015''$	20 h.	$-0{,}89''$	$-0{,}031''$
9 h.	$-0{,}53''$	$-0{,}019''$	21 h.	$-1{,}00''$	$-0{,}035''$
10 h.	$-0{,}73''$	$-0{,}026''$	22 h.	$-0{,}58''$	$-0{,}020''$
11 h.	$-0{,}80''$	$-0{,}028''$	23 h.	$-0{,}38''$	$-0{,}014''$

Les valeurs trouvées pour N_d et L concordent parfaitement avec celles qui ont été déterminées antérieurement.

Dans le tableau des résidus, la première colonne renferme la différence des deux membres de l'équation (5); la seconde, cette différence divisée par $(s - c \operatorname{tg}\delta)$, c'est-à-dire la quantité à laquelle se réduit la correction azimutale de M. Kobold, $-\Delta\mathrm{A}$, lorsqu'on y applique la correction provenant de la nutation diurne. Ces résidus sont très faibles, et présentent à peine encore un caractère systématique.

L'explication que je viens de donner des variations apparentes de l'azimut du cercle méridien de Strasbourg est certainement très plausible, pour ne pas dire tout à fait catégorique.

Il serait difficile d'en trouver une autre, ce me semble, qui serait admissible, pour des variations diurnes dont la période est le temps sidéral.

Si la période de ces variations était le temps moyen, il en serait autrement : on pourrait chercher à les expliquer par les effets des différences de température aux différentes heures du jour. Mais, alors aussi, on trouverait bien probablement des variations annuelles plus prononcées, sans doute, que les variations diurnes elles-mêmes.

Je ne suis naturellement pas en mesure de déterminer autre chose que la correction azimutale moyenne du cercle méridien de Strasbourg, à l'aide des seules données de M. Kobold. Si cet astronome veut reprendre ses observations par périodes, en y appliquant le procédé que je viens de développer, peut-être trouvera-t-il alors que les valeurs différentes obtenues pour z, dans chacune de ces différentes périodes, présentent en effet un caractère systématique qu'il avait en vain cherché à déduire de ses observations.

Sur l'effeuillaison à Longchamps-sur-Geer en 1889; par Edm. de Selys Longchamps, membre de l'Académie.

En 1884, frappé par l'aspect des arbres encore verts et feuillés en septembre et au commencement d'octobre, je fis l'examen de l'état de l'effeuillaison le 21 octobre, jour où nous faisions cette inspection comparative, du temps des observations entreprises par M. Quetelet, et j'en communiquai le résumé à l'Académie (*Bulletin*, 3e série, t. VIII, n° 11).

Je n'avais jamais constaté une effeuillaison aussi tardive, au point que, parmi les arbres que nous notions anciennement, aucun n'avait perdu ses feuilles. Chez quelques-uns