QUELQUES PROCÉDÉS MNÉMOTECHNIQUES
DE TRIGONOMÉTRIE SPHÉRIQUE.

Les trois formules fondamentales de la trigonométrie sphérique s'écrivent généralement :

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$
$$\sin a \sin B = \sin b \sin A$$
$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A.$$

Le second membre de la dernière est seul un peu difficile à retenir. Mais on remarquera qu'il se tire de celui de la première en y changeant c en $c - \frac{\pi}{2}$.

La démonstration directe de cette formule est, du reste, bien simple. Qu'à partir du sommet B du triangle on porte sur le côté c un arc égal à $\frac{\pi}{2}$ et que l'on joigne son extrémité au sommet C par un arc p, l'égalité des valeurs de cos p, obtenues dans les deux triangles ainsi formés, donnera immédiatement la formule.

Il n'est peut-être pas inutile de reproduire également ici un procédé pour retenir la formule équivalente

$$\cot a \sin b = \cos b \cos C + \sin C \cot A.$$

On commencera par écrire sans lettres

cot sin cos cos sin cot;

les trois premiers termes se retiennent aisément puisque

cot · sin = cos ; les trois autres en sont la répétition dans l'ordre inverse. Quant aux lettres, elles sont les lettres $a\ b\ c$ écrites avec permutation tournante, les trois premières minuscules, les trois autres majuscules.

Des formules plus difficiles à retenir, et très fréquemment usitées en astronomie, sont les analogies de Néper.

Mais elles se déduisent très simplement des formules de Gauss, pour lesquelles nous recommandons le procédé mnémotechnique suivant :

On multiplie $\sin \frac{A}{2}$ successivement par le sin et le cos de $\frac{b+c}{2}$

puis . . . $\cos \frac{A}{2}$ . . . . $\frac{b-c}{2}$

On obtient ainsi quatre expressions, dont on forme les analogues pour le triangle polaire, en changeant A . . . en $\pi - a$ . . ., et vice versâ.

Les premières étant désignées par 1), 2), 3), 4) et les secondes par 1′), 2′), 3′), 4′), les formules de Gauss seront 1) = 4′), 2) = 2′), 3) = 3′), 4) = 1′), abstraction faite des signes des seconds membres, qui peuvent être, du reste, indifféremment ±.

Il est à remarquer que si l'on écrit ces formules pour le triangle polaire, on les reproduit identiquement, à part, encore une fois, que la première devient la quatrième, et vice-versâ.

En divisant, membre à membre, la première et la quatrième des formules de Gauss successivement par la deuxième et la troisième, on obtient les quatre analogies de Néper.

Ces moyens mnémotechniques ont leur utilité.

Aucun astronome ne peut retenir ces formules compliquées s'il n'en fait un usage continuel, ce qui n'est pas généralement le cas. Sans doute, on recourt habituellement à un recueil de formules, lorsqu'on a besoin des analogies de Néper. Mais quand on n'a pas ce recueil sous la main, on préférera souvent rechercher la formule plutôt que de se distraire de son travail en allant chercher ce recueil; et le moyen indiqué conduit très rapidement au but.

F. F.