

Pour cela, il faudra remplacer :

e par

$$e + \frac{5}{2} \gamma^2 e + \frac{155}{8} \gamma^4 e - \frac{25}{4} \gamma^2 e^3 + \frac{2425}{16} \gamma^6 e - \frac{2325}{16} \gamma^4 e^3 + \frac{75}{8} \gamma^2 e^5 \\ - \left(\frac{5}{4} e' - \frac{55}{24} \gamma^2 e' + \frac{15}{16} e^2 e' + \frac{5}{4} e'^3 + \frac{1705}{96} \gamma^4 e' - \frac{1975}{288} \gamma^2 e^2 e' \right) \frac{a}{a'} \\ + \left(\frac{165}{32} \gamma^2 e + \frac{105}{64} e e'^2 \right) \frac{a^2}{a'^2} + \frac{5}{32} e' \frac{a^3}{a'^3},$$

γ^2 par

$$\gamma^2 - \frac{5}{4} \gamma^2 e^2 - \frac{35}{4} \gamma^4 e^2 + \frac{15}{8} \gamma^2 e^4 + \frac{5}{24} \gamma^2 e e' \frac{a}{a'}.$$

En partant de ces deux formules, et en effectuant les substitutions indiquées par elles dans l'expression de V , précédemment donnée, on retrouve exactement la valeur de la longitude de la Lune telle qu'elle est dans le mouvement elliptique, et cela contrairement à l'assertion de M. Stockwell, ce qui confirme la rigueur de la méthode employée par Delaunay, et l'exactitude de ses calculs.

QUELQUES REMARQUES SUR LA THÉORIE DE L'ABERRATION

D'YVON VILLARCEAU;

PAR M. FOLIE.

Dans une étude remarquable sur l'aberration (1), le très regretté Yvon Villarceau est arrivé à cette conclusion :

Que le mouvement du système solaire a pour effet, et pour effet *unique*, dans les formules de l'aberration, de modifier l'expression du coefficient de l'aberration, lequel ne serait plus une constante pour toutes les étoiles. Cette expression serait, d'après le célèbre astronome, le rapport de la vitesse de la Terre dans son orbite à la résultante de la vitesse de la lumière et de la vitesse de transport du système solaire. En d'autres termes, si V représente la vitesse de la lumière, v la vitesse de la Terre dans son orbite, v' celle du système solaire, (V, v') la résultante des deux vitesses V et v' , le coefficient d'Yvon Villarceau sera $\frac{v}{(V, v')}$.

Comme c'est là un point de doctrine de la plus haute impor-

(1) Addition à la *Connaissance des Temps pour 1878*.

tance, on nous permettra peut-être de présenter à ce sujet quelques observations.

La première, c'est qu'Yvon Villarceau a complètement omis les termes mêmes provenant de l'aberration systématique. A-t-il considéré celle-ci comme une constante rentrant dans la correction du lieu moyen, c'est ce qu'il ne dit pas. Nous verrons, au surplus, que cette manière de voir, généralement admise, n'est pas absolument exacte.

La seconde observation que nous avons à présenter se rapporte à l'expression même du coefficient de l'aberration.

A priori, nous comprenons que ce coefficient puisse être égal à $\frac{v}{V}$, de même que nous comprendrions qu'il pût être égal à

$$\frac{v}{(V, v, v', v'')},$$

expression dans laquelle le dénominateur représente la résultante de la vitesse de la lumière et de la vitesse totale de la Terre, vitesse totale qui est la résultante de sa vitesse dans son orbite, de la vitesse de transport du système solaire et de la vitesse de rotation du lieu de l'observation. Mais, *a priori*, nous ne concevons pas bien que ce coefficient puisse être $\frac{v}{(V, v')}$.

Montrons comment, en effet, le coefficient $\frac{v}{(V, v, v', v'')}$ peut intervenir, et, pour cela, reprenons rapidement la formule de l'aberration complète, provenant du mouvement total du point d'observation, en laissant de côté l'aberration objective, niée par Herschel et par Yvon Villarceau, c'est-à-dire celle qui pourrait provenir du mouvement propre ou réel de l'étoile.

Supposons donc une étoile absolument fixe S.

Il est évident que, si nous attribuons à l'univers tout entier un mouvement égal et de sens contraire à celui que possède le point d'observation T, au moment où il reçoit un rayon lumineux ST émané de cette étoile, ce point sera réduit au repos, et que la vitesse ST du rayon lumineux aberré sera la résultante de la vitesse du rayon non aberré ST' et de la vitesse SS' égale et contraire à celle du point d'observation; peu importe que l'on adopte la théorie de l'émission ou celle des ondulations.

Ou bien, l'étoile est vue dans une direction TS, qui est la résul-

tante de la direction vraie TS' et de celle TT' du point d'observation.

Il n'est rien de plus aisé que la traduction en formules de ce théorème.

Si nous employons les lettres x au lieu des lettres ν pour représenter les projections des vitesses précédentes sur l'axe des x et X_1 pour désigner la projection de leur résultante V_1 , nous aurons

$$X_1 = X + x + x' + x'', \dots$$

En appelant maintenant α_1, δ_1 les coordonnées apparentes, c'est-à-dire celles qui sont affectées de l'aberration; et α, δ les coordonnées vraies de l'étoile; A, D; A', D'; A'', D'' celles des points vers lesquels se dirige le lieu d'observation en vertu de la vitesse de la Terre dans son orbite, de la vitesse de transport du système solaire, et de la vitesse de rotation de ce lieu, les formules précédentes pourront s'écrire :

$$(1) \quad \begin{cases} V_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1 = V \cos \alpha \cos \delta + \Sigma \nu \cos A \cos D \\ V_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1 = V \sin \alpha \cos \delta + \Sigma \nu \sin A \cos D \\ V \sin \delta_1 = V \sin \delta + \Sigma \nu \sin D, \end{cases}$$

formules dans lesquelles les symboles tels que $\Sigma \nu \cos A \cos D$ représentent

$$\nu \cos A \cos D + \nu' \cos A' \cos D' + \nu'' \cos A'' \cos D''.$$

Elles s'écrivent plus simplement, si l'on en divise tous les termes par V , et qu'on désigne par $\alpha_1, \alpha, \alpha', \alpha''$ les quotients respectifs $\frac{V_1}{V}, \frac{\nu}{V}, \frac{\nu'}{V}, \frac{\nu''}{V}$:

$$\begin{aligned} \alpha_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1 &= \cos \alpha \cos \delta + \Sigma \alpha \cos A \cos D \\ \alpha_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1 &= \sin \alpha \cos \delta + \Sigma \alpha \sin A \cos D \\ \alpha_1 \sin \delta_1 &= \sin \delta + \Sigma \alpha \sin D. \end{aligned}$$

Ces formules complètes de l'aberration des fixes ne diffèrent, comme on le voit, des formules habituellement usitées, que par le terme en α' , qui provient de l'aberration systématique, terme dont Yvon Villarceau n'a, pas plus que les autres astronomes, tenu compte dans sa théorie. Ceux-ci disent à la vérité que ce terme est une constante, qui rentre, par conséquent, dans la correction du lieu moyen. Mais cela n'est exact que pour une période de temps de quelques années seulement, si même le Soleil se meut unifor-

mément vers un point absolument fixe ; car les variations que les coordonnées de ce point, rapportées à l'équateur, subissent en vertu de la précession, produisent à la longue, dans les coordonnées A' et D' de ce point, des variations qui altéreront d'une manière sensible les termes dus à l'aberration systématique. Ces termes ne sont donc nullement négligeables dans la recherche même du mouvement du système solaire, et c'est à tort que les astronomes les ont omis dans cette recherche.

Telle est notre première observation sur la théorie d'Yvon Villarceau. Mais s'agit-il simplement du calcul des formules de l'aberration annuelle, c'est-à-dire d'une période d'une année seulement, il est évident que ces termes pourront être considérés, pour toutes les étoiles, comme des constantes rentrant dans la correction du lieu moyen. Cela étant, si nous omettons les termes très petits de l'aberration diurne, que l'on peut calculer séparément, les formules de l'aberration géocentrique se réduisent à

$$\begin{aligned} \alpha_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1 &= \cos \alpha \cos \delta + a \cos A \cos D, \\ \alpha_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1 &= \sin \alpha \cos \delta + a \sin A \cos D, \\ \alpha_1 \sin \delta_1 &= \sin \delta + a \sin D. \end{aligned}$$

Il est à remarquer à ce sujet que, tout en ayant fait abstraction, dans ces formules, de l'aberration systématique et de l'aberration diurne, nous y rencontrons néanmoins dans α_1 la vitesse totale du rayon lumineux aberré, résultante de la vitesse de la Terre dans son orbite, de sa vitesse systématique, de la vitesse de rotation du lieu d'observation, et de la vitesse absolue de la lumière; α_1 en effet est le rapport de cette vitesse totale à la vitesse de la lumière. Dans la théorie d'Yvon Villarceau, on ne rencontre, au contraire, que la résultante de la vitesse systématique de la Terre et de la vitesse de la lumière; et c'est sur ce point que porte notre seconde observation.

Mais de ce que nous rencontrons dans nos formules cette vitesse totale du rayon lumineux aberré, s'ensuit-il qu'elle figure dans les expressions des variations produites par l'aberration dans les coordonnées des étoiles? En d'autres termes, le coefficient de l'aberration serait-il, comme l'affirme Yvon Villarceau, une quantité qui dépendrait de ces coordonnées mêmes?

Évidemment, oui, si l'on veut exprimer les variations des coor-

données en fonction des coordonnées apparentes, comme l'a fait, très rationnellement du reste, Yvon Villarceau, puisque les coordonnées vraies sont inconnues.

Nullement, au contraire, si, comme c'est l'usage, moins rationnel, on exprime les variations des coordonnées en fonction des coordonnées vraies.

De notre dernier système d'équations on déduit en effet aisément :

$$1^{\circ} \quad \cot(\alpha_1 - \alpha) = \cot(\alpha_1 - A) - \frac{a_1}{a} \frac{\cos \delta_1}{\cos D \sin(\alpha_1 - A)},$$

$$2^{\circ} \quad \cot(\alpha_1 - \alpha) = \cot(A - \alpha) + \frac{1}{a} \frac{\cos \delta}{\cos D \sin(A - \alpha)}.$$

Dans la première de ces formules, le coefficient de l'aberration annuelle géocentrique serait $\frac{a}{a_1} = \frac{v}{(V, v, v')}$, qui diffère de celui d'Yvon Villarceau, $\frac{v}{(V, v')}$, par l'omission, dans ce dernier, de la vitesse de la Terre dans son orbite, omission dont nous avons signalé, *a priori*, l'incorrection dès le début de cet article. Dans la seconde, le coefficient de l'aberration annuelle est la constante $a = \frac{v}{V}$.

Au fond, comme on le voit, à part l'omission que nous venons d'indiquer, il n'y a pas d'autre différence entre la théorie d'Yvon Villarceau et la théorie ordinaire, que celle qui résulte du mode d'élimination entre les équations qui expriment les coordonnées apparentes en fonctions des coordonnées vraies.

Nous ajouterons encore que, comme l'aberration géocentrique est une pure abstraction, sauf pour les pôles de la Terre, l'expression du coefficient $\frac{a}{a_1}$ est en réalité $\frac{v}{(V, v, v', v'')}$, dans laquelle v'' est la vitesse de rotation du lieu d'observation, de sorte qu'en théorie ce coefficient est même variable avec la distance de ce lieu aux pôles; en pratique, la différence entre ce coefficient et le précédent est tout à fait négligeable.

Nous avons omis, à dessein, de nous occuper des étoiles à mouvement propre réel. Si l'aberration *objective* existe, la vitesse propre de l'étoile devra évidemment se composer également avec les trois vitesses de la Terre pour obtenir la vitesse résultante du rayon aberré.

Remarque. — On peut déduire la théorie de M. Villarceau des équations (1); on a, en posant

$$(2) \quad V \cos z \cos \delta + v' \cos A' \cos D' = V_0 \cos z_0 \cos \delta_0 :$$

$$(3) \quad V_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1 = V_0 \cos z_0 \cos \delta_0 + v \cos A \cos D$$

M. Villarceau est amené à considérer la direction $\alpha_0 \delta_0$ comme la direction moyenne non affectée de l'aberration. Dans cette supposition, on tire de (3) les formules ordinaires de l'aberration annuelle; seulement, dans la constante de l'aberration, V est remplacé par V_0 , et en négligeant $\left(\frac{v'}{V}\right)^2$, on tire aisément de (2)

$$V_0 = V + v' \cos \zeta$$

où ζ désigne l'angle avec les deux directions $\alpha \delta$, $A' D'$.

F. T.

LETTRÉ DE M. A. HALL.

« Washington, 1884, septembre 30.

» Je trouve par mes observations faites à Washington, du 20 au 28 septembre de l'année présente, que les éphémérides de Mimas et Hypérion données par M. Marth (*Monthly Notices*, juin 1884), sont à très peu près exactes : il sera donc possible d'avoir de bonnes observations de ces deux faibles satellites, durant l'opposition favorable de Saturne qui va avoir lieu prochainement.

» En calculant les perturbations d'Hypérion par Titan, calcul dont on a rendu compte dans le numéro d'août du *Bulletin astronomique*, j'ai oublié de rappeler que M. Tisserand avait déterminé une limite supérieure de la masse de Titan (*Annales de l'observatoire de Toulouse*, t. I, p. 45.A); cette limite est la $\frac{1}{11000}$ partie de la masse de Saturne.

LES HYPOTHÈSES COSMOGONIQUES;

PAR M. G. WOLF.

[Suite (1).]

Kant aborde enfin la question très intéressante de savoir pourquoi, parmi les planètes, Saturne seul possède un anneau. La réponse est aisée si l'on se reporte au mode théorique de formation

(1) Voir p. 313 et 431 de ce volume.