

Morimay de l'auteur

EXISTENCE ET GRANDEUR

DE

LA PRÉCESSION ET DE LA NUTATION DIURNES,

DANS

L'HYPOTHÈSE D'UNE TERRE SOLIDE;

PAR

M. F. FOLIE,

Membre de l'Académie royale de Belgique, Administrateur-Inspecteur de l'Université
de Liège, chargé des cours d'astronomie et de géométrie.



BRUXELLES,

F. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE,
rue de Louvain, 108.

—
1882



Extrait des *Bulletins de l'Académie royale de Belgique*,
3^{me} série, tome III, n^o 6, 1882.

EXISTENCE ET GRANDEUR

DE

LA PRÉCESSION ET DE LA NUTATION DIURNES,

DANS

L'HYPOTHÈSE D'UNE TERRE SOLIDE.

Dans la note intitulée : *Sur un criterium astronomique certain de l'existence d'une couche fluide à l'intérieur de l'écorce terrestre* (1), nous avons établi la possibilité de vérifier expérimentalement l'existence de cette couche, à l'aide de la grandeur de la précession, et surtout de la nutation diurne.

(1) *Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, 3^e série, t. III, n^o 1. Janvier 1882.

(4)

On va voir que celles-ci, même si l'intérieur du globe est solide, sont bien loin d'être insignifiantes, comme l'a affirmé Laplace, qui a été cru sur parole par Poisson, et par tous les géomètres qui se sont occupés du mouvement de rotation de la Terre (1).

En refaisant à nouveau le calcul de la précession et de la nutation diurnes, nous sommes arrivé à *intégrer complètement, sous forme finie*, les équations différentielles qui les donnent; et en déterminant, d'après les données les plus récentes, les constantes qui entrent dans leurs expressions, nous avons trouvé que, même dans l'hypothèse d'une Terre solide à l'intérieur, *la nutation diurne peut s'élever, après une période d'un quart de jour, à plus de huit dixièmes de seconde d'arc en ascension droite, pour l'étoile polaire; et la précession diurne, après un huitième jour, à plus d'une demi-seconde d'arc, en ascension droite également, pour λ P^{1^e} Ourse; résultat inattendu, et que les astronomes n'auront pas de peine à contrôler.*

Afin de les mettre à même d'en vérifier le calcul, nous donnerons ci-dessous l'expression de la valeur maxima de la nutation et de la précession diurnes pour ces périodes, valeurs qui correspondent respectivement, à la vérité, à celles de

$$\Omega = 0, \quad \odot = \frac{\pi}{2}, \quad \mathbb{C} = \frac{\pi}{2},$$

(1) Une erreur de signe, qui s'était glissée dans notre premier calcul, nous avait fait croire à nous-même que la nutation diurne était insignifiante dans cette hypothèse. L'exactitude de la formule actuelle a été vérifiée par deux de nos élèves du Doctorat en sciences physiques et mathématiques, M. l'ingénieur des mines Brédat et M. Thewis, qui ont eu l'obligeance d'en refaire tous les calculs.

(5)

$$\Omega = \frac{\pi}{4}, \quad \odot = \frac{5\pi}{4}, \quad \mathbb{C} = \frac{5\pi}{4},$$

mais qui ne sont pas considérablement altérées pour une valeur différente de Ω .

Nous comptons, du reste, publier, après les vacances, notre travail complet sur cette importante question.

En appelant ω l'obliquité de l'écliptique;

i l'inclinaison moyenne de l'orbite lunaire sur l'écliptique;

ψ l'angle de la ligne des équinoxes avec une droite fixe du plan de l'écliptique;

Ω la longitude du nœud ascendant de l'orbite lunaire;

\odot_m et \mathbb{C}_m les longitudes moyennes du Soleil et de la Lune pendant la période considérée;

m_2 et m'_2 les rapports des moyens mouvements de ces astres au mouvement de rotation de la Terre;

λ le rapport de l'action de la Lune à celle du Soleil;

a, b les différences $C - A$ et $C - B$, du plus grand moment d'inertie C de la Terre avec le plus petit A , et avec le moyen B ;

si nous admettons, pour le calcul numérique, l'égalité de A et de B , et si nous négligeons les termes qui dépendent de

$$\frac{a}{B} - \frac{b}{A} + \frac{ab}{AB},$$

termes dont l'influence n'atteint, du reste, pas aux millièmes de seconde d'arc, le maximum de la nutation diurne correspondant à une période d'un quart de jour, et à

$$\Omega = 0, \quad \odot_m = \mathbb{C}_m = \frac{\pi}{2},$$

sera :

$$\Delta\omega = \frac{5}{4} m_2^2 \sin 2\omega \frac{b}{A} \left\{ 1 + \frac{b}{2A} + \left[\frac{\cos^2 \frac{\omega}{2}}{(1-m_2) \left(1-2m_2 - \frac{b}{A}\right)} - \frac{\sin^2 \frac{\omega}{2}}{(1+m_2) \left(1+2m_2 - \frac{b}{A}\right)} \right] \cos \left(m_2 \frac{\pi}{2}\right) \sec \omega \right. \\ \left. + \lambda \left[1 + \frac{b}{A} + \left[\frac{\cos^2 \frac{\omega}{2}}{(1-m_2) \left(1-2m_2' - \frac{b}{A}\right)} - \frac{\sin^2 \frac{\omega}{2}}{(1+m_2) \left(1+2m_2' - \frac{b}{A}\right)} \right] \cos \left(m_2' \frac{\pi}{2}\right) \sec \omega \right. \right. \\ \left. \left. + \operatorname{tgi} \left[\left(1 + \frac{b}{A}\right) \left(1 + \frac{\mu}{\sin \omega}\right) + \frac{\frac{1}{2} \operatorname{cosec} \omega + \cot 2\omega}{(1-m_2) \left(1-2m_2' - \frac{b}{A}\right)} - \frac{\frac{1}{2} \operatorname{cosec} \omega - \cot 2\omega}{(1+m_2) \left(1+2m_2' - \frac{b}{A}\right)} \right] \cos \left(m_2' \frac{\pi}{2}\right) \right] \right\} \quad (6)$$

où μ représente $\sec \omega - 1$;

et le maximum de la précession diurne, ou du moins une valeur très-approchée du maximum, correspondante à une période d'un huitième de jour et à

$$\Omega = \frac{\pi}{4}, \quad \odot = \ominus = \frac{3\pi}{4}$$

sera

$$\Delta\psi = \frac{5}{4} m_2^2 \frac{b}{A} \left\{ \frac{\sin^2 \frac{\omega}{2} \left(1 + m_2 \frac{\pi}{4}\right)}{(1+m_2) \left(1+2m_2 + \frac{b}{A}\right)} + \frac{\cos^2 \frac{\omega}{2} \left(1 + m_2 \frac{\pi}{4}\right)}{(1-m_2) \left(1-2m_2 + \frac{b}{A}\right)} + \frac{\left(1 + \frac{b}{A}\right) \cos \omega}{\frac{1}{A} \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{2}\right) \cos \omega} \right. \\ \left. + \lambda \left[\left(1 + \frac{b}{A}\right) \cos \omega + \frac{\sin^2 \frac{\omega}{2} \left(1 + m_2' \frac{\pi}{4}\right)}{(1+m_2) \left(1+2m_2' - \frac{b}{A}\right)} + \frac{\cos^2 \frac{\omega}{2} \left(1 - m_2' \frac{\pi}{4}\right)}{(1-m_2) \left(1-2m_2' - \frac{b}{A}\right)} \right. \right. \\ \left. \left. + \operatorname{tgi} \cos \omega \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} \operatorname{cosec} \omega + \cot 2\omega \right) \left[1 + \frac{b}{A} + \frac{\left(1 - m_2' \frac{\pi}{4}\right)}{(1-m_2) \left(1-2m_2' - \frac{b}{A}\right)} \right] \right] \right\} \quad (7)$$

Calculons d'abord λ , que Laplace avait pris égal à 3 (1), Poisson à 2.35333 (2), et que nous trouverons moins considérable encore, c'est-à-dire égal à 2.1521, d'après les données les plus récentes.

(1) *Mécanique céleste*. Première partie, livre V, n° 13.

(2) *Mémoire sur le mouvement de la terre autour de son centre de gravité*, p. 254.

(8)

La quantité λ est égale au rapport

$$\frac{M'}{D'^3} : \frac{M}{D^3} = \frac{M' \sin^3 \varpi'}{\sin^3 \varpi},$$

si nous désignons par M et D , avec ou sans accent, la masse et la distance de la Lune ou du Soleil; par ϖ' et ϖ les parallaxes de ces astres, et par M'_1 le rapport de la masse de la Lune à celle du Soleil.

Nous adopterons les valeurs suivantes :

d'après Stone :

$$\varpi = 8''.88; \quad \varpi' = 57'2''.707; \quad M' = \frac{1}{81} \delta;$$

d'après Leverrier :

$$\Omega_1 + M'_1 = \frac{1}{524459};$$

$$\text{d'où } M'_1 = \frac{1}{82 \times 524459} \quad \text{et} \quad \lg M'_1 = 2.575055 - 10.$$

Si l'on calcule

$$\sin \varpi' = \sin 57'5'' - \frac{0.295}{206265} \cos 57'5'' \quad \text{et} \quad \sin \varpi = \frac{8.88}{206265}$$

on trouvera, en logarithmes :

$$\begin{array}{l} M'_1 \quad 2.575055 - 10 \\ \sin^3 \varpi' \quad 4.659775 - 10 \\ \sin^3 \varpi \quad 6.901964 - 20 \end{array}$$

$$\log \lambda = 0.552864; \quad \lambda = 2.1521.$$

Calculons maintenant l'expression $\frac{b}{A}$, en partant de la formule de Poisson (1)

$$\zeta = \frac{5m^2 (2C - A - B)}{4nC} \left[1 + \frac{5e^2}{2} + \lambda \left(1 + \frac{5e'^2}{2} - \frac{5e^2}{2} \right) \right] \cos h$$

(1) *Loc. cit.*, p. 217.

(9)

ainsi que des valeurs qu'il a adoptées, à l'exception de celles de ζ et de h , pour lesquelles nous suivrons Struve, tandis que Poisson a suivi Bessel, et de celle de λ , que nous venons de trouver.

Nous aurons ainsi, ζ étant égal à $50''3798$ et h à $25^\circ 27' 54''$, pour 1800 (1) :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos h} \cdot \frac{50.3798}{5600} &= \frac{5}{4} \times 0.0027505 \times 559.99571 \\ &\times \frac{2C - A - B}{C} \left[1 + \frac{5}{2} (0.016814)^2 \right. \\ &\left. + \lambda \left(1 + \frac{5}{2} (0.054865)^2 - \frac{5}{2} (0.08985)^2 \right) \right] \end{aligned}$$

La valeur numérique de la parenthèse qui multiplie $\frac{2C - A - B}{C}$ est 3.1361954; on trouvera ensuite après quelques simplifications :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos h} \frac{50.3798}{972000} &= 0.0027505 \left(1 - \frac{0.00629}{360} \right) \\ &\times 5.1361954 \frac{2C - A - B}{C}, \end{aligned}$$

ou, pour abréger l'écriture :

$$\frac{1}{\cos h} \frac{n_1}{n_2} = n_3 (1 - 0.000017475) n_4 \frac{2C - A - B}{C}.$$

En logarithmes, on a :

$$\begin{array}{l} n_1 \quad 1.702256 \\ n_2 \quad 5.987666 - \\ n_3 \quad 7.456210 - \\ n_4 \quad 0.496405 - \\ \cos h \quad 9.962515 - \end{array}$$

$$7.819464 \text{ nombre} : 0.00659878.$$

(1) WATSON, *Theoretical astronomy*.

(10)

Donc

$$\frac{2C - A - B}{C} = 0.00659878 (1 + 0.000017475) = 0.0065989;$$

et, comme on doit admettre, faute de données plus précises, que $A = B$: $\frac{C - A}{C} = 0.00329945$; d'où

$$\begin{aligned} \frac{C - A}{A} &= \frac{C - A}{C - (C - A)} = \frac{\frac{C - A}{C}}{1 - \frac{C - A}{C}} = \frac{C - A}{C} + \left(\frac{C - A}{C}\right)^2 \\ &+ \left(\frac{C - A}{C}\right)^3 = 0.00551057, \end{aligned}$$

valeur que nous prendrons pour $\frac{b}{A}$.

Calculons en troisième lieu les différents termes par lesquels il faut multiplier $\frac{3}{4}m_2^2 \sin 2\omega \frac{b}{A}$, pour obtenir $\Delta\omega$, ω étant l'obliquité moyenne pour 1882.0.

En partant de $m_2 = 0.0027305 = 0.0748015 m'_2$ (1), et de $\omega = 23^\circ 27' 16''.6$ (2), nous aurons, en logarithmes :

$\begin{aligned} \cos^2 \frac{\omega}{2} & 9.981676 \\ 1 - m_2 & 9.998815 - \\ 1 + 2m_2 - \frac{b}{A} & 9.996170 - \\ & \underline{0.986695} \\ \text{nombre} & 0.969824 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \sin^2 \frac{\omega}{2} & 8.616072 \\ 1 + m_2 & 0.001184 \\ 1 + 2m_2 - \frac{b}{A} & 0.000953 \\ & \underline{8.613955} \\ & 0.041111 = 0.928715 \\ \cos \left(m_2 \frac{\pi}{2}\right) & = 1 - 0.000009 \\ \text{produit} & = 0.928704 \\ \log & 9.967877 \\ \cos \omega & 9.962548 - \\ & \underline{1.01255} = \text{nombre}; 0.005329 \end{aligned}$
---	---

(1) POISSON, *loc. cit.*, pp. 256 et 265; LAPLACE, *loc. cit.*, et *Mécanique céleste*, deuxième partie, livre VII, article 16.

(2) *Naut. alm. et Conn. des temps.*

(11)

$\begin{aligned} \cos^2 \frac{\omega}{2} & 9.981676 \\ 1 - m'_2 & 9.985832 - \\ 1 - 2m'_2 - \frac{b}{A} & 9.965526 - \\ & \underline{0.052298} \\ \text{nombre} & 1.07720 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \sin^2 \frac{\omega}{2} & 8.616072 \\ 1 + m'_2 & 0.015369 \\ 1 + 2m'_2 - \frac{b}{A} & 0.029258 \\ & \underline{8.571245} \\ & 0.05726 = 1.04004 \\ & \log 0.017017 \\ \cos \left(m'_2 \frac{\pi}{2}\right) & 9.999822 \\ \cos \omega & 9.962548 \\ & \underline{1.15316} = \text{nombre}; 0.054291 \end{aligned}$
$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\mu}{\cos \omega} & 8.616072 - \\ \cos \omega & 9.962548 + \\ \sin \omega & 9.599905 - \\ & \left(\frac{1}{2} \operatorname{cosec} \omega \pm \cot 2\omega\right) 0.229170 \quad 9.498511 \\ & \underline{8.978715} \\ \frac{1}{2} \frac{\mu}{\sin \omega} & 8.978715 \\ \text{nombre} & 0.095217 \end{aligned}$	$\begin{aligned} 1 \mp m'_2 & 9.985832 \quad 0.015369 \\ 1 \mp 2m'_2 - \frac{b}{A} & 9.965526 \quad 0.029258 \\ & \underline{0.279792} \quad 9.455484 \\ 1 + \frac{\mu}{\sin \omega} & 1.190454 \\ \text{nombre} & = 1.90455 - 0.28411 \\ & = 1.62044 \\ 1 + \frac{b}{A} & 1.00551 \\ \text{produit} & 1.19457; + 1.62044 = 2.81481 \\ & \log 0.449450 + \\ \cos \left(m'_2 \frac{\pi}{2}\right) & 9.999822 + \\ \operatorname{tg} i & 8.954618 + \\ & \underline{9.405890}; \quad \text{nombre} = 0.28545 + \\ & 1 + \frac{b}{A} = 1.00551 + \\ & \underline{2.58992} \\ & \log 0.578584 + \\ & \lambda 0.552862 + \\ & 5.14555 = \text{nombre}; 0.711246 \\ & + 1.01255 \\ & + 1.00165 \\ & \underline{7.15755} \quad \log = 0.854752 \\ & \frac{b}{A} = 7.519858 \\ m_2^2 \sin 2\omega & 4.755902 \\ \cot i'' & 5.514425 \\ 0''.0266 = \text{nombre}; & 8.424957. \end{aligned}$

Les trois quarts de ce nombre donnent 0",020 pour le maximum de la nutation diurne.

Occupons-nous maintenant du calcul numérique de l'expression que nous avons donnée pour la précession diurne.

Nous trouverons, comme ci-dessus :

$$\frac{\sin^2 \frac{\omega}{2} \left(1 + m_2 \frac{\pi}{4}\right)}{(1 + m_2) \left(1 + 2m_2 - \frac{b}{A}\right)} = 0.04029; \quad \frac{\sin^2 \frac{\omega}{2} \left(1 + m'_2 \frac{\pi}{4}\right)}{(1 + m'_2) \left(1 + 2m'_2 - \frac{b}{A}\right)} = 0.058553$$

$$\frac{\cos^2 \frac{\omega}{2} \left(1 - m_2 \frac{\pi}{4}\right)}{(1 - m_2) \left(1 - 2m_2 - \frac{b}{A}\right)} = 0.96788; \quad \frac{\cos^2 \frac{\omega}{2} \left(1 - m'_2 \frac{\pi}{4}\right)}{(1 - m'_2) \left(1 - 2m'_2 - \frac{b}{A}\right)} = 1.04652$$

$$\cos \omega \left[1 + \frac{b}{A} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right)\right] = 0.92026 \quad \left(1 + \frac{b}{A}\right) \cos \omega = 0.92640$$

	1.92945		2.00505
			0.41495
			2.41998
tg i 8.954618		log 0.585816	
cos ω 9.962548		λ 0.352862	
√2 0.150315		0.716878	
1/2 cosec ω + cot 2ω 0.229170		nombre 5.20809	
1 + b/A + .. 0.521126		+ 1.92945	
9.617977; nombre = 0.414951		7.15752	
		log 0.855355	
		m 4.872420	
		b/A 7.519858	
		cot 1" 5.514425	
		0",05655 = nombre; 8.560256	

Les trois quarts de ce nombre donnent 0",02725 pour le maximum de la précession diurne.

Ainsi donc, la précession, comme la nutation, comporte, pendant la fraction de jour qui correspond au maximum, deux centièmes de seconde d'arc environ, dans l'hypothèse d'une Terre non fluide à l'intérieur.

Nous avons dit, dans notre précédente note, qu'elles pourraient être beaucoup plus considérables dans l'hypothèse contraire; mais, en nous réservant de revenir à un autre endroit sur ce sujet, montrons, dès à présent, par deux exemples pris sur des circompolaires, que la nutation et la précession diurnes sont parfaitement sensibles à l'observation.

On sait que, pour obtenir l'effet de Δω en ascension droite, il faut multiplier la valeur de Δω par cos α tg δ.

Nous avons donc à ajouter les logarithmes qui suivent, si nous prenons la polaire pour exemple :

$$\alpha \text{ U. min. } \left\{ \begin{array}{l} \text{Cos } \alpha \text{ 9.976014} \\ \text{tg } \delta \text{ 1.657582} \\ \frac{2}{3} \Delta \omega \text{ 8.424957} \end{array} \right.$$

ce qui donne 0.058555 nombre 1.0925,

dont les trois quarts sont, à très-peu près, 0",82.

Pour la précession, choisissons λ Petite Ourse, et bornons-nous au calcul du seul terme important de la formule

$$\Delta \alpha = \Delta \psi (\cos \omega + \sin \omega \sin \alpha \text{ tg } \delta).$$

Nous trouverons :

$$\begin{array}{r} \frac{2}{3} \Delta \psi \quad 8.560256 \\ \sin \omega \sin \alpha \operatorname{tg} \delta \quad 1.281608 \\ \hline 9.841864; \text{ nombre} = - 0.6948; \end{array}$$

dont les trois quarts donnent — 0".52.

Ainsi donc, si même la Terre est solide à l'intérieur, l'oscillation apparente, résultant du mouvement diurne de l'axe du monde, s'élève, en ascension droite, pour la polaire, pendant une période d'un quart de jour, à plus de huit dixièmes de seconde d'arc, et pour λ Petite Ourse, pendant une période d'un huitième de jour, à plus d'une demi-seconde, dans le cas du maximum !

Telle est la quantité que tous les géomètres ont cru pouvoir négliger sur la foi de Laplace, tant est grand le prestige des hommes de génie !

Ils affirment : on les suit en aveugle ; et leurs commentateurs vont jusqu'à se mettre l'esprit à la torture, pour démontrer, à grands renforts de calculs, leurs assertions même les moins établies.

Il est certain cependant, à cause de la forme finie que nous avons pu donner à nos intégrales, que le résultat auquel nous sommes parvenu ne saurait être mis en question.

Et si notre étude sur les conséquences qui dériveraient, pour le mouvement de l'axe du globe, de l'existence d'une partie fluide à l'intérieur de celui-ci, ne nous avait conduit, à examiner de plus près le problème de la nutation, certes nous n'eussions pas songé davantage à nous inscrire en faux contre l'affirmation de Laplace.

Il ne sera pas inutile de montrer, dès à présent, que les

discordances entre les valeurs, que les différents annuaires assignent aux coordonnées des circompolaires, s'expliquent très-naturellement par le fait du mouvement diurne de l'axe du monde.

On sait que les variations, en ascension droite et en déclinaison, sont exprimées, en fonction de $\Delta \omega$ et de $\Delta \psi$, par les formules

$$\begin{aligned} \Delta \alpha &= \Delta \psi (\cos \omega + \sin \omega \sin \alpha \operatorname{tg} \delta) - \Delta \omega \cos \alpha \operatorname{tg} \delta. \\ \Delta \delta &= \Delta \psi \sin \omega \cos \alpha + \Delta \omega \sin \alpha. \end{aligned}$$

Il résulte de là que, si les valeurs de $\Delta \omega$ et de $\Delta \psi$ ne sont pas beaucoup plus considérables que celles que nous venons de trouver, c'est-à-dire si la Terre est un ellipsoïde de révolution, solide à l'intérieur,

1° l'influence de $\Delta \psi$, dont la valeur maximum ne s'élève guère au-delà d'une demi-seconde d'arc, sera surtout sensible en ascension droite, pour des étoiles très-voisines du pôle, et dont l'ascension droite est peu éloignée de 6^h ou de 18^h; mais que, pour ces mêmes étoiles, l'influence de $\Delta \omega$ sera presque nulle;

2° la valeur de $\Delta \omega$ étant quatre fois plus grande, dans le cas du maximum, que celle de $\sin \omega \Delta \psi$, la variation en ascension droite aura lieu bien plutôt pour les étoiles dont l'ascension droite est voisine de 0^h ou de 12^h, que pour celles dont cette ordonnée approche de 6^h ou de 18^h;

3° la variation la plus sensible en déclinaison sera celle qui provient de $\Delta \omega$, et elle aura lieu surtout pour les étoiles dont l'ascension droite est peu différente de 6^h ou de 18^h.

Ces résultats semblent tous confirmés par le tableau suivant, qui donne, d'après les annuaires de Greenwich, Paris, Washington et Berlin, la position moyenne de quel-

ques circompolaires pour l'époque 1882. 0 :

	ASC. DROITES.				DÉCLINAISONS.				
	G	P	W	B	G	P	W	B	
α U. m.	1 ^h 15 ^m 28 ^s .28	29.46	50.05	29.01	88°40'46".91	47.2	46.94	46.91	
51 Cep.	6 44	47.04	46.97	45.54	87 15 57.09	56.7	57.52		
δ U. m.	18 10	25.84	25.55	25.29	25.56	86 56 54.28	55.0	54.99	55.51
λ U. m.	19 42	6.50	5.55	5.85		88 56 54.57	54.5	54.04	

On voit, en effet, par ce tableau,

1° que les différences en ascension droite sont assez faibles pour 51 Cep. et pour δ U. m., dont les A sont voisines de 6^h ou de 18^h;

2° que ces différences sont très-considérables, au contraire, pour la polaire, dont l' A est peu éloignée de 0^h; beaucoup plus considérables surtout que pour les deux étoiles précédemment citées;

3° que les différences en déclinaison ne sont guère sensibles que pour ces deux mêmes étoiles;

Quant à λ U. m. enfin, pour laquelle $\cos \alpha = 0,451$ et $\sin \alpha = 0,901$, sa variation en A , résultant de la précession et de la nutation diurnes lunisolaires, sera, si nous négligeons la quantité assez petite $\cos \omega \Delta \psi$:

$$\Delta \alpha = - \operatorname{tg} \delta (0,901 \sin \omega \Delta \psi + 0,451 \Delta \omega),$$

et pourra acquérir une valeur assez considérable; résultat qui concorde aussi avec les données du tableau précédent.

A la vérité, pour discuter ces données en parfaite connaissance de cause, il faudrait connaître les dates et les heures des observations sur lesquelles elles ont été établies.

Mais, comme notre théorie le montre, il suffit que ces

heures ne soient pas les mêmes, pour qu'il se manifeste, surtout dans les ascensions droites, des différences sensibles à l'observation.

Et les discordances entre les positions données par les différents observatoires s'expliquent très-naturellement, nous venons de le voir, par le fait de l'existence de la précession et de la nutation diurnes.

Des observations concordantes des circompolaires s'imposent donc aujourd'hui à tous les observatoires.

Dans une prochaine note, nous examinerons jusqu'à quel point cette oscillation apparente des circompolaires sera amplifiée par suite de la fluidité intérieure du globe.

Si elle l'est, comme nous le présumons, les astronomes liront, dans le mouvement des étoiles, la constitution intime de notre globe; ils y liront également la variation de forme de ses méridiens, ainsi que la position du plus petit et du plus grand d'entre eux, et ils pourront fournir à la géodésie des éléments importants, que ses méthodes les plus précises auront toujours beaucoup de peine à découvrir.