toute surface blanche étendue, je ne vois pas, dans le champ de la vision, la moindre tache présentant le plus petit degré d'obscurité. Conséquemment la portion de la rétine insensible à la lumière qui tombe sur elle directement, c'est-à-dire de l'extérieur, est éclairée par l'irradiation des portions environnantes. »

Je n'ai pas besoin d'insister sur ces faits; il me semble impossible de les expliquer autrement que par une propagation de l'impression, et ils rendent bien probable, comme je l'ai dit, qu'une compression artificielle, en même temps qu'elle diminuerait la sensibilité aux impressions directes, augmenterait au contraire la sensibilité aux impressions propagées. Il est vivement regrettable que l'expérience offre du danger, car si elle donnait le résultat que je prévois, c'est-à-dire un développement extraordinaire de l'irradiation, la théorie que j'ai soutenue serait absolument prouvée.

Sur quelques théorèmes relatifs aux surfaces d'ordre supérieur; par M. F. Folie, membre de l'Académie, et M. C. Le Paige, chargé de cours d'analyse à l'Université de Liége.

Dans nos précédentes recherches, nous avons étendu aux courbes d'ordre supérieur la nation du rapport anharmonique de quatre points d'une conique (*).

Des occupations et des travaux de diverse nature ne nous avaient pas permis de faire connaître les propriétés correspondantes des surfaces.

(*) Voir *Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, 2me série, t. XLIV, p. 473, et t. XLV, p. 94.

Nous nous proposons aujourd'hui de signaler rapidement ces applications, que nous espérons développer dans un prochain travail.

Par analogie avec des notations que nous avons eu déjà l'occasion d'employer, nous désignerons par (123) le sinus de l'angle solide qu'on obtient en joignant un point quelconque à trois points 1, 2, 3; et nous appellerons rapport anharmonique de six points une fonction telle que

$$\frac{(123)\,(564)}{(124)\,(563)};$$

et rapport anharmonique de neuf points, une fonction telle que

$$\frac{(123)\,(456)\,(789)}{(753)\,(168)\,(492)}.$$

Soit

$$S_2 \equiv \varpi_1\varpi_2 + k\varpi_1'\varpi_2' = 0,$$

l'équation d'une surface du second ordre rapportée à deux dièdres conjugués (*).

Ces deux dièdres se coupent suivant quatre droites appartenant à la surface.

Si l'on choisit, sur ces quatre droites, six points tels que quatre d'entre eux ne soient pas situés dans la même face, on a ce théorème :

Lorsqu'on joint un point quelconque de la surface aux six points 1, 2, 3, 4, 5, 6, *le rapport anharmonique de ces six points est constant.*

De même, si un hexaèdre est inscrit à une surface du second ordre, et que l'on choisisse six de ses sommets,

(*) Voir *Fondements d'une Géométrie supérieure cartésienne*, p. 82.

1, 2, 3, 4, 5, 6, de telle sorte que quatre d'entre eux ne se trouvent pas dans la même face, on verra que :

Si l'on joint un point quelconque de la surface aux six points 1, 2, 3, 4, 5, 6, *on a la relation*

$$1 + a.\frac{(136)\,(452)}{(132)\,(456)} + b.\frac{(124)\,(563)}{(123)\,(564)} = 0.$$

A cause de l'égalité

$$(123) = (12)\,(\overline{12}\widehat{\,3}),$$

cette relation peut s'écrire :

$$1 + a\frac{(\widehat{136})\,(\widehat{452})}{(\widehat{132})\,(\widehat{456})} + b\frac{(\widehat{124})\,(\widehat{563})}{(\widehat{123})\,(\widehat{564})} = 0.$$

Nous ne nous occuperons pas, pour le moment, des propriétés du complexe de droites qui coupent les faces de l'hexaèdre inscrit en six points en involution.

Les propriétés, qui viennent d'être énoncées, s'appliquent également aux surfaces d'ordre supérieur : nous nous bornerons à les énoncer pour les surfaces du troisième ordre.

Soit

$$S_3 \equiv \varpi_1\varpi_2\varpi_3 + k\varpi_1'\varpi_2'\varpi_3' = 0,$$

l'équation d'une surface du troisième ordre, rapportée à deux trièdres conjugués (*).

Ces deux trièdres se coupent suivant neuf droites qui appartiennent à la surface.

Si, sur ces droites, on choisit neuf points, tels que quatre

(*) *Ibid.*, p. 98.

d'entre eux ne soient pas compris dans une même face, on a ce théorème :

Si l'on joint un point quelconque de la surface aux neuf points 1, 2, 3, 4, ... 9, *le rapport anharmonique*

$$\frac{(147)(582)(936)}{(978)(123)(564)}$$

est constant.

Il existe également une propriété analogue relative aux sommets d'un ennéagone gauche inscrit à la surface :

Si l'on joint un point quelconque de la surface aux neuf sommets d'un ennéagone gauche inscrit à cette surface, on a la relation

$$1 + a\frac{(147)(582)(936)}{(978)(123)(564)} + b\frac{(584)(762)(529)}{(546)(521)(789)} = 0.$$

Ces neuf sommets ont, bien entendu, des positions particulières.

Ces théorèmes, ainsi que leurs corrélatifs, sont susceptibles d'extensions, sur lesquelles nous aurons lieu de revenir plus tard.