SUR

# LES FORMULES DE CHANDLER (*)

Le célèbre astronome américain a fait, sur les variations de latitude, des travaux si nombreux, et trouvé des formules empiriques qui concordent tellement bien avec les observations, que presque tous les astronomes ont fini par y croire.

Malgré de grandes hésitations, fondées sur la théorie, j'avais cru devoir moi-même admettre sa période du mouvement eulérien (430 jours environ).

Depuis que j'étudie la question de plus près, je suis arrivé à conclure qu'elle n'est pas encore résolue.

La dernière forme donnée par Chandler à son expression de la latitude (*astronomique*) est la suivante :

$$\text{I.}\quad \varphi = \varphi_0 - r_1 \cos\left[\lambda + \vartheta(t - T_1)\right] - r_2 \cos(\lambda + \odot + G),$$

dans laquelle $\vartheta = 0^\circ{,}84$ par jour, $r_1$, $r_2$, $T_1$, G étant des paramètres qui varient durant une période de 66 ans, $\lambda$ la longitude de l'Obervatoire par rapport à Greenwich.

(*) Extrait des *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique*, 3e sér., t. XXIX, n° 3, pp. 336-341, 1895.

Je n'ai jamais compris la signification théorique du second terme (*), et me propose de démontrer empiriquement :

1° Qu'il n'existe pas, ou, du moins, pas seul;

2° Et, comme conséquence logique, que le premier terme lui-même, sous la forme que lui donne Chandler, est peut-être incorrect.

Je choisis mon exemple dans la courbe des variations de latitude dont la formule de Chandler approche de plus près, celle des latitudes de Strasbourg de 1891.4 à 1894.4 (**).

Voici le tableau des résidus pris sur la courbe même des variations observées (***), dont celle de Chandler ne s'écarte presque pas, en sorte que les conclusions seraient absolument les mêmes si nous avions pris les résidus sur cette dernière courbe.

Le premier nombre est le millésime de l'année à partir de 1890.0; le second, le résidu $\varphi - \varphi_0$ :

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *1,4* | — 13 | *1,5* | 2 | *1,6* | 16 | *1,7* | 24 | *1,8* | 26 |
| *1,9* | 20 | *2,0* | 6 | *2,1* | — 10 | *2,2* | — 25 | *2,3* | — 33 |
| *2,4* | — 25 | *2,5* | — 10 | *2,6* | 6 | *2,7* | 16 | *2,8* | 20,5 |
| *2,9* | 20 | *3,0* | 6 | *3,1* | — 5 | *3,2* | — 14 | *3,3* | — 20 |
| *3,4* | — 23 | *3,5* | — 22 | *3,6* | — 12 | *3,7* | 4 | *3,8* | — 16 |
| *3,9* | 17 | *4.0* | 10 | *4,1* | 3 | *4,2* | — 2 | *4,3* | — 5 |
| *4,4* | — 7. | | | | | | | | |

(*) *Essai sur les variations de latitude.* (Notices extraites de l'*Annuaire de l'Observatoire royal de Belgique,* 1894.)

(**) *Vierteljahrsschrift,* 29e année, 4e livraison.

(***) *Ibid.,* p. 278.



Comme, à six mois d'intervalle, la longitude du Soleil ☉ a augmenté de 180°, il est évident que, dans la somme des résidus $\varphi - \varphi_0$ de la formule I, pris à six mois d'intervalle, le second terme disparaîtra, en sorte qu'elle se réduira à

$$\text{II.}\quad \left\{\begin{aligned} &-r_1\left\{\cos[\lambda+\vartheta(t-T_1)]+\cos[\lambda+\vartheta(t'-T_1)]\right\}= \\ &-2r_1\cos\vartheta\frac{t-t'}{2}\cos\left[\lambda+\vartheta\left(\frac{t+t'}{2}-T_1\right)\right]. \end{aligned}\right.$$

Ces sommes doivent donc fournir une courbe dans laquelle la période eulérienne de Chandler apparaisse clairement seule. Les voici, avec les dates correspondantes au milieu de l'intervalle des deux résidus employés; le point qui suit chaque date signifie 0.5.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *1,6.* | 7 | *1,7.* | 8 | *1,8.* | 6 | *1,9.* | — 1 | *2,0.* | — 7 |
| *2,1.* | — 5 | *2,2.* | — 4 | *2,3.* | — 4 | *2,4.* | — 9 | *2,5.* | — 12,5 |
| *2,6.* | — 5 | *2,7.* | — 4 | *2,8.* | 1 | *2,9.* | — 2 | *3,0* | — 0,5 |
| *3,1.* | — 3 | *3,2.* | — 16 | *3,3.* | — 17 | *3,4.* | — 10 | *3,5.* | — 4 |
| *3,6.* | — 6 | *3,7.* | — 12 | *3,8.* | — 9 | *3,9.* | 2 | *4,0.* | 11 |
| *4,1.* | 10. | | | | | | | | |

On en déduit les dates suivantes des valeurs maxima, minima et nulles des sommes de résidus :

*1,93* : 0   *2,55* : — 12   *2,83* : 0   2,95 : + 2
3,07 : 0   3,55 : — 17   3,94 : 0 ;

d'où, en fraction de l'année, les intervalles consécutifs

0,62,   0,28,   0,12,
0,12,   0,28,   0,59.

L'irrégularité de ces intervalles (et, par suite, de la courbe des sommes de résidus) est frappante, sans parler de l'anomalie des maxima relatifs — 4 qui surviennent aux dates 1892.3 et 1893.33.

D'après la période de Chandler, ces intervalles devraient être régulièrement de 0,295.

Les deux moyens en approchent; les moyennes des extrêmes ne s'en éloignent pas très fort, et la moyenne générale est de 0 335.

On retrouve donc bien là quelque indice de la période de Chandler.

(D'après la courbe de Strasbourg, la période des variations *totales* de latitude serait de 387 jours.)

Mais indubitablement le second terme de la formule de Chandler est inexact, puisque nous avons déduit, en l'éliminant, au lieu d'une courbe de variations eulériennes que nous eussions dû trouver, une courbe d'une irrégularité frappante.

Que deviendra le premier, celui dans lequel se manifeste la période de l'astronome américain, lorsqu'on sera parvenu à trouver l'expression véritable du second ?

C'est là une question qu'il serait prématuré de vouloir résoudre aujourd'hui.

Peut-être la recherche du second terme serait-elle même facilitée si l'on adoptait, pour la période eulérienne, une valeur, différant beaucoup moins que celle de Chandler, de la valeur théorique de 305 jours.

Faisons la contre-épreuve, c'est-à-dire la somme des résidus à 0.6 an de distance, ce qui éliminera à très peu près le terme eulérien de Chandler, si sa période est exacte, et donnera, par conséquent, des sommes de résidus qui



devront manifester l'existence de la période annuelle du second terme de cette formule.

Voici quelles sont ces sommes :

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *1,7* | — 7 | *1.8* | — 8 | *1,9* | — 9 | *2,0* | — 9 | *2,1* | 1 |
| 2,2 | 10 | *2,3* | 12 | *2,4* | 6 | *2,5* | — 4,5 | *2,6* | — 13 |
| 2,7 | — 19 | 2,8 | — 15 | *2,9* | — 8 | *3,0* | — 4 | *3,1* | — 2,5 |
| *3,2* | — 2 | 3,3 | — 6 | *3,4* | — 1 | *3,5* | 2 | *3,6* | — 3 |
| *3,7* | — 13 | 3,8 | — 19 | *3,9* | — 14 | *4,0* | — 1 | *4,1* | 9 |

Afin d'obtenir une régularité plus grande dans la succession de ces résidus, dont nous n'avons rien pu tirer, nous avons déplacé l'origine (latitude moyenne) en les augmentant tous de 7, et obtenu ainsi la série

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *1,7* | 0 | *1,8* | — 1 | *1,9* | — 2 | *2,0* | — 2 | *2,1* | 8 |
| 2,2 | 17 | *2,3* | 19 | *2,4* | 13 | *2,5* | 2,5 | *2,6* | — 6 |
| 2,7 | — 12 | *2,8* | — 8 | *2,9* | — 1 | *3,0* | 3 | *3,1* | 4,5 |
| *3,2* | 5 | *3,3* | 1? | *3,4* | 6 | *3,5* | 9 | *3,6* | 4 |
| *3,7* | — 6 | *3,8* | — 12 | *3,9* | — 7 | *4,0* | 6 | *4,1* | 16 |

Faisant abstraction de l'irrégularité manifestée par le résidu 1 ?, recherchons les dates consécutives des 0, des minima et des maxima, ainsi que les intervalles compris entre elles :

| 0 | | minima | | 0 | | maxima | | 0 | | minima | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1,7 | | 1,95 | | 2,01 | | 2,30 | | 2,53 | | 2,70 | |
| | 0,25 | | 0,06 | | 0,29 | | 0,23 | | 0,17 | | 0,22 |

| 0 | | maxima | | 0 | | minima | | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2,92 | | 3,50 | | 3,64 | | 3,75 | | 3,96 |
| | 0,58 | | 0,14 | | 0,11 | | 0,21 | |

Ces intervalles sont très irréguliers.

La moyenne en est 0.226, ce qui donne une période de 0.9 an = 328 jours environ.

Ainsi, l'élimination du terme annuel de Chandler a conduit, abstraction faite des grandes irrégularités des intervalles, à une période de $4 \times 0.333 = 1.33$, au lieu de la période 1.18 de Chandler; et l'élimination de son terme eulérien, à une période de 328 jours, au lieu de 363.

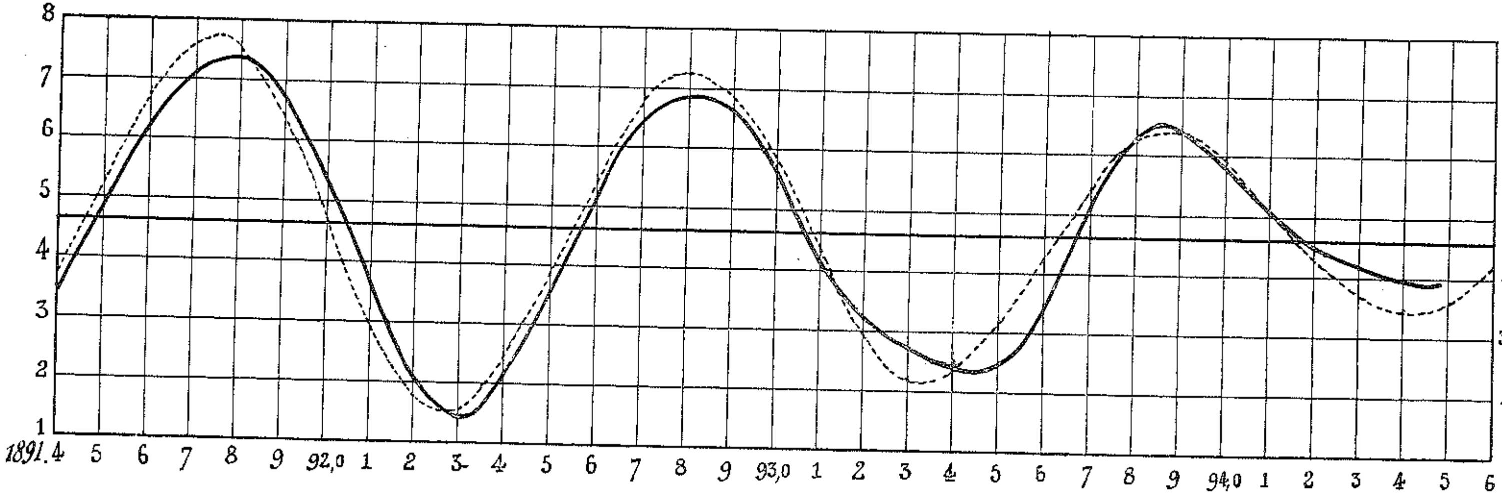
On aurait attendu de meilleurs résultats de la surprenante concordance de la courbe empirique de Chandler avec celle des observations de Strasbourg.

La conclusion qui s'impose, selon nous, est que les périodes des deux termes de la variation de latitude (abstraction faite du terme annuel, qui existe peut-être sous la simple forme $h \cos (\odot - A)$ (*), sans le $\lambda$ de Chandler), que ces deux périodes sont à rechercher empiriquement, de la manière dont Chandler a essayé de résoudre le problème, ou, plutôt, qu'il faut rechercher tout d'abord si les deux termes théoriques de la nutation eulérienne, qui figurent dans une précédente notice, et dont l'un indique un mouvement direct, l'autre un mouvement rétrograde du pôle instantané, n'existent pas en réalité, en admettant que leur période soit de 318 jours environ (**).

Au sujet de cette période, qui conduit à un mouvement annuel de 413°, nous rappellerons que, si ce mouvement est considéré comme rétrograde, il correspond à un mouvement annuel direct de 307° ou de 0°,84 par jour, valeur adoptée par Chandler.

(*) Voir *Essai sur les variations de latitude.*

(**) Voir *Revision des constantes de l'astronomie stellaire*, p. 63.


8
7
6
5
4
3
2
1
1891.4 5 6 7 8 9 92,0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 93,0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 94,0 1 2 3 4 5 6

Et c'est ainsi que nous nous expliquons les concordances de la formule de l'astronome américain avec un très grand nombre d'observations.

La planche ci-jointe reproduit, d'après celle de l'article cité en note (*Vierteljahrschrift*), en trait plein, la courbe de Strasbourg, en pointillé, celle de Chandler.