COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Variations de latitude dues aux marées; par F. Folie, membre de l'Académie.

1. M. Vande Sande-Backhuysen a trouvé, dans les nombreuses séries des latitudes observées depuis dix ans, une périodicité qui semble identique à celle des marées.

Laplace a démontré que celles-ci n'exercent aucune influence sur les phénomènes de précession et de nutation pour une Terre *solide*. En admettant même que sa démonstration soit applicable à l'écorce terrestre, il ne s'ensuivrait pas que les marées n'exercent sur cette écorce aucune influence, particulièrement dans la détermination des latitudes.

Si le Soleil et la Lune se mouvaient dans le plan de l'équateur, les renflements de la mer, produits par leurs attractions, n'exerceraient aucune influence sur la position de l'axe d'inertie de l'écorce terrestre. Mais il n'en est pas ainsi, puisque les déclinaisons du Soleil et de la Lune peuvent dépasser respectivement 23° et 28°. Dans ces conditions, le déplacement, dû aux marées, d'une masse d'eau à la surface de l'écorce terrestre, modifiera la position de l'axe d'inertie de l'ensemble et occasionnera, par conséquent, des variations *réelles* de la latitude (rapportée à l'axe d'inertie).

Il existe donc trois causes de ces variations (réelles) :

1° Le déplacement du pôle (d'inertie) dû aux circonstances météorologiques (*);

2° Les marées;

3° L'élasticité de l'écorce.

Ce sont les seules, pensons-nous, qui produisent des variations réelles.

Les autres variations, et probablement les plus importantes, sont purement *apparentes* et proviennent, soit de l'usage des formules incorrectes d'Oppolzer, soit des déviations périodiques de la verticale qui sont dues à la non-coïncidence des centres de gravité du noyau et de l'écorce.

Leur découverte n'en aura pas moins grandement contribué à susciter celles des trois causes que nous venons d'énumérer, et même à provoquer l'éclosion de la *Théorie du mouvement de rotation de l'écorce terrestre* (**) qui, complétée, établira les véritables fondements de l'astronomie sphérique du XXe siècle.

Je me propose de rechercher d'une manière élémentaire la formule pratique des variations en ascension droite et en déclinaison qui sont dues au déplacement de l'axe d'inertie produit par les marées.

Il résulte de la théorie de celles-ci, combinée avec celle des moments d'inertie, que l'expression de ce déplacement peut s'écrire

$$\text{(I)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \Delta\Phi = k\,(\sin 2\delta + 2.5 \sin 2\delta'),$$

(*) Voir l'*Essai sur les variations de latitude,* 1893.
(**) Bruxelles, Hayez, 1898.

δ et δ' désignant les déclinaisons du Soleil et de la Lune; au moins serait-il très difficile et, en tout cas, impraticable de trouver une expression plus correcte.

Le coefficient k dépend essentiellement du rapport de la masse d'eau déplacée par la marée à celle de l'écorce solide.

Supposons la Terre recouverte tout entière par la mer. Les marées luni-solaires formeraient alors un anneau parallèle à l'équateur et qui n'altérerait en rien la position de l'axe d'inertie. On peut admettre qu'il en est à peu près ainsi quant à l'hémisphère austral, presque entièrement occupé par le Pacifique. Mais sur l'hémisphère boréal, il existe une notable étendue continentale sur laquelle cet anneau fait défaut. La position du centre de gravité du renflement produit par les marées dépendra des déclinaisons du Soleil et de la Lune, et la longitude de ce centre variera en raison des différences qui existeront entre ces déclinaisons. Mais quelles difficultés dans sa détermination! Je doute que personne se résolve à les surmonter. Dans ces conditions, il faut bien admettre que les centres de gravité des renflements solaire et lunaire tombent sur le même méridien; telle est la raison de la formule I, dans laquelle nous avons admis que l'action de la Lune est deux fois et demie plus forte que celle du Soleil. Quant à la valeur moyenne de la longitude de ce méridien, elle devra être déterminée empiriquement, de même que k, et ne s'écartera pas notablement de 330° W. de Greenwich.

Pour le Soleil, on a

$$\sin\delta = s'\sin\odot,$$

s' désignant le sinus de l'obliquité.

On en déduit, par

$$\sin 2\delta = 2\sin\delta(1-\sin^2\delta)^{\frac{1}{2}}:$$

$$\sin 2\delta = \left(2-\frac{5}{4}s'^2-\frac{5}{32}s'^4\right)\sin\odot+\frac{1}{4}s'^3\left(1+\frac{s'^2}{4}\right)\sin 3\odot+\ldots$$

$$= 1.897\sin\odot + 0.016\sin 3\odot.$$

Or on a (*)

$$\frac{d\theta}{dt} = -n\cos(J+\varphi)\Delta\varphi,$$

$$\sin\theta\frac{d\psi}{dt} = n\sin(J+\varphi)\Delta\varphi,$$

J désignant la longitude du méridien sur lequel s'effectue, en vertu des marées, le déplacement de l'axe d'inertie de l'écorce terrestre, longitude que nous estimons égale à 25° E. de Greenwich environ.

Quant à l'action du Soleil, nous aurons donc, en négligeant le terme qui dépend de la triple longitude, et qui est cent fois moindre que le premier :

$$\frac{d\theta}{dt} = -jn\cos(J+\varphi)\sin\odot,$$

$$\sin\theta\frac{d\psi}{dt} = jn\sin(J+\varphi)\cos\odot,$$

j représentant $1.897\,k$; ou bien

$$\frac{d\theta}{dt} = -\tfrac{1}{2}jn\{\sin(J+\odot+\varphi)-\sin(J-\odot+\varphi)\},$$

$$\sin\theta\frac{d\psi}{dt} = -\tfrac{1}{2}jn\{\cos(J+\odot+\varphi)-\cos(J-\odot+\varphi)\}.$$

(*) *Annuaire de l'Observatoire royal*, 1894, p. 341.

A la rigueur, on devrait remplacer la longitude vraie en fonction de la longitude moyenne, ce qui introduirait des termes très faibles en $5\odot$, que nous négligerons; nous aurons ainsi, en désignant par m_2 le rapport du moyen mouvement du Soleil au mouvement diurne :

$$\Delta\theta = \tfrac{1}{2}\frac{j}{1+m_2}\cos(\mathrm{J}+\odot+\varphi) - \tfrac{1}{2}\frac{j}{1-m_2}\cos(\mathrm{J}-\odot+\varphi),$$

$$\sin\theta\Delta\psi = -\tfrac{1}{2}\frac{j}{1+m_2}\sin(\mathrm{J}+\odot+\varphi) + \tfrac{1}{2}\frac{j}{1-m_2}\sin(\mathrm{J}-\odot+\varphi).$$

Puisque $m_2 = {}^1/_{366}$ environ, nous le négligerons vis-à-vis de 1, et obtiendrons ainsi :

$$\Delta\theta = -j\sin(\mathrm{J}+\varphi)\sin\odot,$$
$$\sin\theta\Delta\psi = -j\cos(\mathrm{J}+\varphi)\sin\odot.$$

D'où l'on déduira

$$\Delta\delta = -j\cos(\mathrm{J}_1+\eta)\sin\odot,$$
$$\Delta\alpha = j\sin(\mathrm{J}_1+\eta)\sin\odot,$$

η désignant l'angle horaire, et J_1, $\mathrm{J}+\mathrm{L}$, L étant la longitude du premier méridien.

Ces expressions changeront de signe à douze heures de différence en temps ou en longitude, et constitueront de nouveaux termes solaires à ajouter à ceux que Chandler a découverts empiriquement.

En développant $\sin 2\delta'$ en fonction de la longitude moyenne de la Lune, on obtiendrait de même l'expression des variations en ascension droite et en déclinaison produites par l'action de cet astre.

Nous ne nous en occuperons pas ici, le but de cette note étant d'établir, d'abord la raison théorique de la

période des variations de latitude découverte par M. Vande Sande-Backhuysen, ensuite la forme des termes solaires produits par l'action des marées sur l'écorce terrestre.

Les termes lunaires sont, à la vérité, $2\,{}^1/_2$ fois plus considérables, mais leur importance est beaucoup moindre à raison de la brièveté de leur période.

2. L'action des marées sur l'écorce terrestre, que nous venons d'analyser, n'est pas la seule qu'elles exercent.

Une masse d'eau considérable, dont la position n'est pas fixe à la surface de l'écorce, occasionne, par ses mouvements, des déplacements parallèles du centre de gravité de celle-ci.

Désignons par M la masse totale de l'écorce diminuée de celle du renflement produit par la marée; par M′ celle de ce renflement; par X Y; X′ Y′; X″ Y″ les coordonnées respectives de M, M′, M + M′ rapportées à deux axes passant par le centre du noyau et situés dans le méridien du centre de gravité de M. On aura

$$(\mathrm{M}+\mathrm{M}')\mathrm{X}'' = \mathrm{MX}+\mathrm{M}'\mathrm{X}',$$
$$(\mathrm{M}+\mathrm{M}')\mathrm{Y}'' = \mathrm{MY}+\mathrm{M}'\mathrm{Y}';$$

et, comme X′ et Y′ dépendent des déclinaisons du Soleil et de la Lune, X″ et Y″, c'est-à-dire la position du centre de gravité de l'écorce, en dépendront aussi.

Mais la gravité en un lieu donné est la résultante des attractions exercées par le noyau et par l'écorce en ce lieu; son intensité et sa direction seront donc des fonctions des déclinaisons du Soleil et de la Lune.

Les variations de l'intensité seront-elles sensibles? Cela dépendra de la valeur des rapports $\frac{\mathrm{M}'}{\mathrm{M}}$ et $\frac{\mathrm{M}+\mathrm{M}'}{\mathrm{M}_0}$,

M_0 désignant la masse du noyau. En tout cas, elles seront fort délicates à déterminer.

Quant aux variations de la direction, elles se traduiront par des déviations périodiques de la verticale, et puisque le centre de gravité du noyau tourne en un jour autour de celui de l'écorce, supposé immobile, le caractère de ces déviations sera diurne, et il en résultera des variations diurnes apparentes de la latitude, qui se produiront en sens inverse en deux lieux distants de 180° en longitude, et, dans le même lieu, à douze heures d'intervalle.

J'ai signalé depuis longtemps cette cause de variations apparentes de la latitude (*).

Elle contribue, avec la première, à occasionner, dans les variations de latitude, la périodicité découverte par M. Vande Sande-Backhuysen.

3. Des effets que les marées et les circonstances météorologiques (accumulation des neiges, grandes perturbations barométriques) peuvent exercer sur les coordonnées apparentes des astres, nous nous sommes borné à analyser celui du déplacement du pôle d'inertie qui résulte de ces deux causes.

Il est indubitable qu'elles produisent d'autres effets encore : la modification de forme qu'elles occasionnent dans le sphéroïde qui constitue l'écorce terrestre altérera certainement les valeurs de ses moments d'inertie A′, B′, C′ et, par suite, les coefficients des termes de la précession et de la nutation qui dépendent de ces moments. Ces coefficients renfermeront donc une partie

(*) *Quelques grandes phases dans l'histoire de l'Astronomie*, 1896.

périodique, fonction des déclinaisons du Soleil et de la Lune.

Mais nous avons démontré dans notre *Théorie du mouvement de rotation de l'écorce terrestre*, que les termes principaux (la précession et le terme nodal) dépendent exclusivement des moyennes entre les moments d'inertie A′, B′, C′ de l'écorce et ceux du noyau A, B, C.

Comme ces derniers sont beaucoup plus considérables que les premiers à raison de la faible épaisseur de l'écorce, il en résulte que la partie périodique de A′, B′, C′, déjà très faible vis-à-vis de leur partie constante, sera sans influence appréciable dans les moyennes $\frac{A+A'}{2}$, etc.

Le terme principal de la nutation ne sera donc altéré que d'une manière absolument insignifiante; quant à la précession, elle ne sera nullement altérée, puisqu'elle ne dépend que de la partie constante.

A la vérité, les termes solaires, qui ne sont déjà pas tout à fait les mêmes que pour une Terre solide, comme nous l'avons établi dans notre *Théorie du mouvement de rotation de l'écorce terrestre*, ainsi que les termes lunaires, seront quelque peu altérés par suite de l'existence des termes solaires et lunaires de A′, B′, C′; mais la théorie serait impuissante à déterminer la valeur de ces altérations, et il s'écoulera bien des années encore avant que la pratique puisse en soupçonner l'existence.

Il en sera de même quant à la période chandlérienne qui, pour nous, dépend exclusivement des moments d'inertie A′, B′, C′ de l'écorce, et renfermera, par conséquent, une partie périodique très faible, fonction des déclinaisons du Soleil et de la Lune.