cincte de l'intéressant et important mémoire de notre associé, tant en ce qui concerne la question principale de physique qui y est traitée, que les conséquences que l'auteur en déduit.

Je me rallie aux conclusions de mes savants confrères pour prier l'Académie : 1° de voter l'impression *in extenso* du mémoire et des planches dans les Mémoires in-4°; 2° d'adresser des remercîments à l'auteur pour l'hommage de reconnaissance qu'il lui a adressé ; 3° d'engager vivement notre savant associé à continuer ses relations scientifiques et sympathiques avec l'Académie. »

Les conclusions des rapports de MM. Folie, Van der Mensbrugghe et Melsens sont adoptées.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

A propos de la détermination de la latitude, par M. F. Folie, membre de l'Académie.

Depuis un certain nombre d'années, on tend à substituer au calcul des procédés plus rapides, comme celui de la règle à calcul, ou celui du calcul graphique. Le mal ne serait pas grand dans les sciences d'application, où le résultat, déterminé par ces procédés, est toujours multiplié par un coefficient de sécurité, si ces procédés ne déshabituaient du calcul, et n'avaient même trop souvent pour résultat de faire considérer celui-ci comme inutile.

Mais leur introduction dans les sciences de précision nous semble beaucoup plus funeste. Un de leurs défauts, tout à fait irremédiable, est l'impossibilité où l'on se trouve d'en contrôler les résultats.

Le calcul, au contraire, si même il est incorrect, permet toujours de retrouver le vrai résultat à l'aide des données, et même d'introduire dans celles-ci des corrections, dont des observations postérieures ont démontré la nécessité.

Telles sont les raisons qui nous empêchent d'approuver, quelque simple qu'elle soit, la méthode graphique exposée par M. le colonel Adan pour la détermination de la latitude.

Cette méthode est exclusivement destinée, il est vrai, aux personnes qui ne connaissent pas l'usage des logarithmes.

Nous rendrons peut-être service aux explorateurs, ainsi qu'à la géographie, en montrant aux premiers qu'ils peuvent, en employant la méthode de Bessel, calculer la latitude au moyen de simples opérations arithmétiques.

Cette méthode consiste, on le sait, sous sa forme la plus pratique, à observer le passage de deux étoiles zénithales dans un même plan voisin du premier vertical, l'une à l'Est, l'autre à l'Ouest; et elle est d'autant plus aisée à appliquer au Sud de l'équateur, que la détermination approchée du méridien y est rendue très-simple, par suite de l'existence d'une étoile (σ Oct : $\delta = -89°16',3$) extrêmement rapprochée du pôle austral (1).

(1) Si l'on pointe cette étoile à l'instant où, d'après l'éphéméride, elle passe au méridien, une avance ou un retard de 10 minutes, dans l'heure marquée par le chronomètre, n'entraînera qu'une erreur inférieure à 2 minutes d'arc dans la détermination du méridien, pour les régions qui s'étendent depuis l'équateur jusqu'à 5° au Nord ou au Sud de cette ligne.

L'explorateur non muni d'éphémérides pourrait se borner à consigner, en une page, les positions moyennes des étoiles qui passent à peu de distance du zénith des lieux qu'il parcourt, ainsi que les A.R de cette circompolaire de dix en dix jours, et déterminer très-approximativement sa latitude à l'aide de ces données, et des observations qu'il aura faites.

Il serait aisé de corriger plus tard le résultat en se servant des positions exactes des étoiles pour le jour de l'observation.

Le mode de calcul, dont je vais donner un exemple, suppose qu'on ait à sa disposition une table des *lignes trigonométriques naturelles*. J'en ai construit une, il y a quelque temps, pour mon usage (1), afin de faciliter le calcul de certaines réductions, dans lesquelles je n'ai besoin que de deux ou trois chiffres exacts. Elle est à 4 décimales seulement, et ne donne les lignes triginométriques que de 10' en 10'; elle ne permet donc pas, en général, une grande approximation; mais, comme nous le verrons plus bas, on peut en attendre beaucoup d'exactitude dans le calcul de la latitude des régions équatoriales.

Comme elles se réduisent à 4 pages in-8°, elles sont d'un usage très-commode. Nous en mettrons bien volontiers à la disposition des explorateurs.

Exposons maintenant le calcul, qui peut se faire très-aisément en moins d'une demi-heure.

(1) *Mémoires de la Société royale des sciences de Liége*, 2e série, t. IX.

Les données sont déduites d'observations au théodolite, faites à Kronstadt, le 9 août 1843. Les voici (1) :

	δ CASS.	γ CASS.
	$\alpha = 1^h\ 15^m\ 40^s38$	$0^h\ 47^m\ 21^s49$.
	$\delta = 59°\ 25'\ 6''2$	$59°\ 52'\ 2''3$.
Passage or.	$t = 0^h\ 26^m\ 20^s9$	$0^h\ 24^m\ 6^s6$.
— occid.	2 4 11.7	1 9 55.4.
D'où angle horaire or.	— 0 49 19.48	— 0 23 14.89.
— — occ.	0 48 31.52	0 22 35.91.

Nous combinerons le passage oriental de la première étoile avec le passage occidental de la seconde, et vice-versâ, ce qui fournira un contrôle de l'exactitude à laquelle on peut atteindre en faisant usage de nos tables.

Si nous appelons δ et δ', η et η' les déclinaisons et les angles horaires des deux étoiles, et si nous posons

$$\operatorname{tg}\delta \sec \eta = m, \qquad \operatorname{tg}\delta' \sec \eta' = m',$$

la latitude φ pourra se trouver par la formule

$$2 \operatorname{tg}\varphi = m + m' - (m - m') \sin(\eta + \eta') \operatorname{cosec}(\eta - \eta').$$

On déduit des données qui précèdent, dans la première combinaison (pass. or. de δ Cass., occ. de γ Cass.)

$$\eta = -12°19'52''$$
$$\eta' = +5\ \ 58\ \ 29$$

d'où

$$\eta + \eta' = -6\ \ 41\ \ 23$$
$$\eta - \eta' = -17\ \ 58\ \ 31.$$

Calculons m et m' :

$$\operatorname{tg}\delta = 1.692 \qquad \operatorname{tg}\delta' = 1.723$$
$$\sec\eta = 1.023 \qquad \sec\eta' = 1.005$$

(1) SAWITSCH, *Abriss der praktischen Astronomie*, Leipzig, 1879, p. 388.

d'où

$$m = 1.721 \qquad m' = 1.732$$

et

$$m + m' = 3.453 \qquad m - m' = -0.011.$$

Cherchons maintenant

$$\sin(\eta + \eta') = -0.1165$$
$$\operatorname{cosec}(\eta - \eta') = -3.240$$

Produit . . . . $= +0.3775$,

qui, multiplié par $m - m'$, donne — 0,004. Ce dernier produit, retranché de $m + m'$, donne enfin

$$2 \operatorname{tg}\varphi = 3.457, \quad \operatorname{tg}\varphi = 1.7285, \text{ et } \varphi = 59°\ 57'.$$

La seconde combinaison (pass. or. de γ Cass., occ. de δ Cass.) aurait donné $\eta = -5°48'43''$, $\eta' = +12°7'50''$; ce qui conduit, avec nos tables à 4 décimales, aux mêmes valeurs de m et m'; les indices seuls étant changés : m = 1,732, m' = 1,721. On trouve ensuite

$$\sin(\eta + \eta') = 0.1100$$
$$\operatorname{cosec}(\eta - \eta') = -3.246$$

Produit . . . . $= -0.3571$,

qui, multiplié par + 0,011, donne — 0,0039.

Cette valeur, retranchée de $m + m'$, conduit absolument au même résultat que le précédent pour $2 \operatorname{tg}\varphi$.

La latitude, ainsi trouvée à l'aide des tables à 4 décimales, 50°57', est en défaut de 2'1/2, comme nous allons le montrer en la calculant par logarithmes, d'après les données de la première combinaison d'étoiles, et en nous servant de tables à 6 décimales.

Posons

$$\frac{m'}{m} = \operatorname{tg}\mu \text{ et } \operatorname{tg}(45^\circ - \mu)\,\frac{\sin(\eta + \eta')}{\sin(\eta - \eta')} = \operatorname{tg}\nu,$$

l'expression précédente de tg φ pourra s'écrire

$$\operatorname{tg}\varphi = m\,\frac{\cos(45^\circ - \mu)\sin(45^\circ - \nu)}{\cos\mu\,\cos\nu},$$

et se calculera comme suit :

lg tg δ	0.228458	lg m = 0.238575 +
— lg cos η	9.989863	
lg tg δ'	0.236241	
— lg cos η'	9.997894	
lg tg μ	0.999775	lg cos μ 9.849597 —
$\mu = 44^\circ\ 59'\ 6''7$		
lg tg $(45^\circ - \mu)$	6.412285	lg cos $(45^\circ - \mu)$ 0.000000
lg sin $(\eta + \eta')$	9.066298	
lg sin $(\eta - \eta')$	9.489403	
lg tg ν	5.989178	lg cos ν 0.000000
$\nu = 0^\circ\ 0'\ 20''1$		lg sin $(45^\circ - \nu)$ 9.849441 +
		lg tg φ 0.238419,

$\varphi = 59^\circ 59' 30''8.$

La seconde combinaison d'étoiles donnerait une valeur très-peu différente de celle-ci.

Les valeurs déduites par Sawitch des passages respectifs de δ Cass., et de γ Cass. et corrigées de l'inclinaison de l'axe du théodolite, sont $\varphi = 59^\circ 59' 30''.8$ et $59^\circ 59'\ 31''5$.

On voit quelle précision on peut attendre de cette méthode, et, en même temps, l'exactitude très-suffisante qu'on est droit d'espérer de nos petites tables de deux feuillets; même à des latitudes très-fortes, comme celles que nous venons de calculer, l'erreur n'est que de $2'\,{}^1/_2$; elle serait bien inférieure pour les latitudes des régions équatoriales.

Supposons, en effet, qu'on arrive à la valeur

$$\operatorname{tg}\varphi = 0.0360.$$

La table donne

$$\operatorname{tg} 2^\circ\ 0' = 0.03492\ ;\ \text{diff. } 108$$
$$\operatorname{tg} 2^\circ\ 10' = 0.03783.$$

Diff. 291.

L'inverse de ce nombre, donné dans nos Tables, est 343, qui, multiplié par 108, donne 371.

Pour 108, on a donc 3',71 ou 3'42",6 à ajouter à 2°. Le calcul par logarithmes donnerait 2°3'43",4.

Nous croyons donc pouvoir recommander avec confiance l'emploi de la méthode que nous venons d'exposer, en même temps que celui de nos Tables, en deux feuillets, des lignes trigonométriques naturelles, aux explorateurs qui ignorent l'usage des tables de logarithmes, ou qui ne veulent pas perdre de temps à les feuilleter.