Vérification pratique des formules du mouvement de l'écorce terrestre; par F. Folie, membre de l'Académie.

1. En 1898, j'ai exposé les formules du mouvement de rotation de l'écorce terrestre (*). Je n'en retiendrai ici que ces deux points :

C'est qu'il existe pour l'écorce :

A. Un terme rétrograde de nutation générale à période chandlérienne et à coefficients arbitraires;

B. Trois termes à caractère diurne et de période eulérienne (304), chandlérienne (431) et annuelle.

Cette année-ci même, j'ai rétabli correctement les formules du mouvement de rotation de la Terre rapportées aux axes instantanés, et montré qu'elles ont l'inconvénient d'être absolument inapplicables dans la pratique, et ce vice, plus capital encore, de ne pouvoir définir qu'une heure variable d'un observatoire à un autre.

Il en résulte qu'il faut en revenir au système des axes principaux, adopté du reste par tous les géomètres qui, depuis Euler jusque Tisserand, ont traité du mouvement de rotation de la Terre.

C'est-à-dire que les termes eulérien, chandlérien et annuels interviendront dans les formules, en affectant le caractère diurne qui provient de ce que ces termes résultent du mouvement de l'axe d'inertie autour de l'axe instantané.

(*) *Théorie du mouvement de rotation de l'écorce solide du globe.* Bruxelles, Hayez, 1896. (Mém. des membres, in-4°, t. LIII.)

C'est à démontrer pratiquement ces deux points que je me suis surtout attaché, savoir :

A. *L'existence d'un terme rétrograde de nutation à période chandlérienne;*

B. *L'existence des termes eulérien, chandlérien et annuels, là même où les astronomes prétendent unanimement qu'ils ne peuvent exister;*

C. *Enfin, les résultats confirmeront l'harmonie de l'explication de ces dernières variations et de celle des variations de latitude.*

2. Je commencerai par rappeler deux des conséquences de mes formules :

1° C'est que les termes eulérien, chandlérien et annuels, à raison de leur caractère diurne, disparaissent dans la somme de deux ascensions droites ou de deux déclinaisons *s* et *i* consécutives, ou dans la différence de deux latitudes consécutives, en sorte qu'il ne reste alors à trouver que notre terme rétrograde, ainsi que l'aberration et la parallaxe (je fais ici abstraction de la petite correction que le coefficient du terme de nutation en ⊙ doit subir pour l'écorce, et qui ne peut dépasser quelques millièmes de seconde d'arc).

2° Qu'au contraire, si l'on prend la différence entre deux ascensions droites ou deux déclinaisons *s* et *i* consécutives, son expression renfermera exclusivement tous les termes diurnes (eulérien, chandlérien, annuels).

Cette seconde conséquence est niée par tous les astronomes quant à l'ascension droite. Elle est traduite par eux en variation de la latitude, quant à la déclinaison.

Je m'occuperai donc surtout ici, en ce qui concerne le second point, de l'ascension droite.

A. — Existence d'un terme rétrograde de nutation à période chandlérienne.

Formules générales.

5. Le terme rétrograde s'exprime, en obliquité et en longitude, par (*)

$$\Delta\theta = \gamma \sin(\beta'_0 - \beta' t),$$
$$\sin\theta\Delta\psi = \gamma \cos(\beta'_0 - \beta' t),$$

d'où l'on déduit

$$\Delta\delta = \sigma\xi + \varkappa\eta,$$
$$\cot\delta\Delta\alpha = -\varkappa\xi + \sigma\eta,$$

ξ et η désignant les produits de γ par le sin et le cos de $\beta'_0 - \alpha$, σ et $\varkappa$ les sin et cos de $\beta' t$, dont la période est celle de Chandler, que nous avons supposée de 432 jours.

En ajoutant à ces variations celles qui proviennent de l'aberration et de la parallaxe, dépendant toutes deux de la longitude du Soleil, dont nous désignerons le sin et le cos par s et c, nous aurons :

$$(1) \quad \ldots \quad \Delta\delta = \sigma\xi - \varkappa\eta + sx + cy = 0,$$

$$(2) \quad \ldots \quad \cot\delta\Delta\alpha + \varkappa\xi - \sigma\eta + sx + cy = 0.$$

On connaît les expressions de x et de y; nous les rappellerons, du reste, ci-dessous.

(*) *Ouvrage cité*, p. 32.

a. — Preuve par les déclinaisons de la polaire.

4. Nous avons appliqué l'équation (1) à la différence D des résidus s et i obtenus par Peters dans ses recherches sur la latitude de Poulkova; cette différence renferme $2\Delta\delta$. En remplaçant $\Delta\delta$ par $n = \mathrm{D}$, nous obtiendrons donc des valeurs trop fortes du double pour chaque inconnue. Voici le tableau des équations de condition, dans lequel p indique le poids, c'est-à-dire le nombre des couples observés :

		p	s	c	σ	$\varkappa$	D	D′
1842	Mars.	5	- 7.8	- 99	62	78	- 6.2	- 3.9
	Avril.	26	46	75.	23.	96	12.2	- 7.1
	Mai-juin	42	93	40.	- 39	89.	32.4	10.4
	Juillet-août	41	76	- 62	- 92	25.	- 4.5	- 11.5
	Septembre	14	6.	- 99.	- 90.	40.	- 4.6	- 1.4
	Octobre-décembre . .	20	- 47	- 86	- 64.	- 64	- 6.3	5.1
1843	Janvier-mars. . . .	10	- 20.	85	93.	- 25	- 5.2	- 5.3
	Avril	33	39	90	92.	34	8.6	- 6.0
	Septembre.	9	12.	- 99	- 82	56.	- 2.0	- 0.8
	Octobre-décembre . .	16	- 32	- 72	- 87	89	- 16.0	- 13.3
1844	. . . .	16	14	23	- 42.	- 18	3.1	- 0.4

Tous les nombres, à l'exception des p, sont multipliés par 100.

L'unité est la seconde d'arc.

D′ sont les résidus obtenus en substituant à x, y, ξ, η, les valeurs respectives — 0.135, — 0.075, 0.005, 0.065 obtenues au moyen des moindres carrés dans les équations de condition

$$sx + cy + \sigma\xi + \varkappa\eta + \mathrm{D} = 0;$$

on trouve

$$\Sigma p \mathrm{D}^2 = 6.11. \quad \Sigma p \mathrm{D}'^2 = 1.61.$$

L'erreur probable d'une observation est donc diminuée de plus de moitié.

De

$$\sqrt{\xi^2 + \eta^2} = 0''.0652,$$

on déduit

$$\gamma'' = 0''.0326,$$

parce que la différence des latitudes renferme non pas $\Delta\delta$, mais $2\Delta\delta$. Puis $\beta'_0 - \alpha = 4°30'$, 11 juillet 1843.

La diminution considérable de l'erreur probable, malgré la petitesse des valeurs des inconnues, prouve l'existence de notre terme rétrograde, existence que nous vérifierons également par les ascensions droites, nous réservant de revenir ultérieurement sur les valeurs de x et de y.

b. — Preuve par les ascensions droites de la polaire.

5. Les ascensions droites de Lindhagen, groupées également, nous ont fourni le tableau suivant, dans lequel n désigne la demi-somme des résidus *s.* et *i.* consécutifs de Lindhagen, diminués de 0^s02, s, c, σ, $\varkappa$, comme précédemment, les sin et cos respectifs de $\odot$ et de $\beta' t$.

		p	n	s	c	σ	$\varkappa$
1842	Mars	4	20	3	100	− 59	80.
	Avril	13	− 17	34	92	− 70.	45.
	Mai	17	− 15.7	82	52	− 98.	7.
	Juin	15	− 2.5	98	16	− 95	− 29
	Juillet-août	18	− 0.2	65.	− 73	− 39	− 91
	Septembre	7	− 20	10	− 99.	15	− 99
	Octobre	11	− 18.5	− 36	− 93	− 51	− 85

		p	n	s	c	σ	$\varkappa$
1843	Février	3	− 15	− 57	82	74	66
	Mars	8	4.3	− 4	99	32	94.
	Avril	16	3	51	80.	− 15	98
	Mai	11	6	86	50	− 53	83.
	Juin	10	− 5.8	98	12	− 81	58
	Juillet-août	12	8	85	− 47	− 97	58
	Septembre	11	− 6.6	7	− 91.	− 74	− 66
	Octobre-novembre	3	− 5	− 54.	− 63	− 21	− 94
1844	Mars	4	0.1	− 5	100	96	26.
	Avril	6	20	97	32	82	57
	Mai	7	10.3	72	69	56.	82

d'où (2) par

$$n + sx + cy + \varkappa\xi - \sigma\eta = 0,$$

les équations normales :

$$\begin{array}{rrrrr}
1545\,x + & 3290\,y - & 5890\,\xi - & 1980\,\eta & + 143.8 = 0 \\
& 10003 - & 5 & - 8018 & + 275.7 \\
& & 8345 & + 91.5 & - 360.9 \\
& & & - 8595 & + 558.0,
\end{array}$$

qui donnent

$$x = -0.205, \quad y = -0.165, \quad \xi = 0.219, \quad \eta = -0.1815.$$

Des valeurs

$$\gamma'' \sin(\beta'_0 - \alpha) = 0.1815, \quad \gamma'' \cos(\beta'_0 - \alpha) = 0.219,$$

on déduit

$$\beta'_0 - \alpha = 39°30', 11 \text{ avril } 1843,$$

et, après multiplication par $15 \cot \delta$:

$$\gamma'' = 0''.117.$$

Cette valeur est à peu près quadruple de la précédente; mais une quantité aussi faible est fort difficile à déterminer exactement, et les observations de Lindhagen sont bien loin d'égaler en précision celles de Peters.

La comparaison des valeurs de $\beta'_0 - \alpha$ au 11 avril et au 10 juillet montre que l'angle β' décroît avec le temps, comme le veut la théorie.

c. — Constante de l'aberration et parallaxe de la polaire.

6. En désignant par k et ϖ les corrections des valeurs attribuées par Peters à la constante de l'aberration et à la parallaxe de la polaire, nous aurons, par les observations de cet astronome, en laissant de côté les termes multipliés par $\cos\delta$:

$$k\cos\alpha + \varpi\sin\alpha = \frac{x}{2\sin\delta} = -\frac{0.131}{2\sin\delta},$$

$$k\sin\alpha - \varpi\cos\alpha = \frac{-y}{2\cos\theta\sin\delta} = \frac{0.075}{2\cos\theta\sin\delta},$$

d'où l'on tire

$$k = -0''.064,\quad \varpi = -0''.057.$$

Ces valeurs ajoutées à

20.505 0.067 (Peters)

donnent

const. aberr. 20.449 *parall.* 0.010.

Cette valeur de la constante de l'aberration se rapproche fort de celle que nous avons déduite des observations de Struve, 20.457. La moyenne de ces deux valeurs est 20.453. Nous en regardons les deux premières décimales comme absolument certaines, quoiqu'une valeur plus considérable ait prévalu, et soit même encore tenue pour trop faible par plusieurs astronomes très distingués.

Quant à la parallaxe de la polaire, 0'',01, nul astronome ne niera que cette valeur ne soit beaucoup plus plausible que la plupart de celles qu'ont trouvées un grand nombre d'astronomes.

B. — Existence des nutations eulérienne, chandlérienne et annuelle en ascension droite.

7. Les astronomes sont unanimes à nier, avec Oppolzer, la présence du terme eulérien (et par suite des termes chandlériens et annuels) dans l'expression de l'ascension droite, parce que celle-ci est, pour eux, rapportée au pôle instantané.

J'ai démontré que leurs formules sont incorrectes; qu'il faut en revenir aux axes principaux, relativement auxquels les formules sont absolument correctes, et qu'alors le mouvement diurne du pôle géographique autour du pôle instantané, joint à ses mouvements propres (eulérien, chandlérien, annuel), donne naissance à trois termes de caractère diurne, et dont les périodes sont respectivement (abstraction faite de ce caractère) 304, 431 et 365 jours.

A raison de leur caractère diurne, ces trois termes sont égaux et de signes contraires, soit en ascension droite, soit en déclinaison, pour deux passages *s.* et *i.* consécutifs.

La différence des ascensions droites *s.* et *i.* doit donc en révéler l'existence, et nous allons montrer, par deux séries différentes, qu'il en est bien ainsi, quoiqu'en pensent les astronomes.

La comparaison de ces deux séries entre elles nous fournira le moyen de déterminer, avec une grande précision, la durée des périodes eulérienne et chandlérienne.

Les nutations eulérienne et diurne s'expriment en ascension droite, dans le méridien, par

$$\begin{aligned}\text{pas. sup. } \cot\delta\,\Delta\alpha_s &= \gamma \sin(\beta_1 + \beta t) + \gamma' \sin(\beta'_1 + \beta' t),\\ \text{pas. inf. } \cot\delta\,\Delta\alpha_i &= -\gamma \sin(\beta_1 + \beta t) + \gamma' \sin(\beta'_1 + \beta' t),\end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned}\cot\delta\,(\Delta\alpha_s - \Delta\alpha_i) &= 2\,\{\gamma \sin(\beta_1 + \beta t) + \gamma' \sin(\beta'_1 + \beta' t)\}\\ &= \sigma\eta + \varkappa\xi + \sigma'\eta' + \varkappa'\xi',\end{aligned}$$

σ, $\varkappa$, σ', $\varkappa'$ désignant les sin et cos respectifs de βt (Euler) et $\beta' t$ (Chandler);

ξ, η, ξ', η' les produits de 2γ et de $2\gamma'$ par les sin et cos de β_1 et β'_1.

Au second membre, nous avons à ajouter $sx + cy$, s et c désignant les sin et cos de $\odot$, pour tenir compte des deux termes solaires qui existent pour l'écorce terrestre : l'un provenant du déplacement hivernal du pôle d'inertie, l'autre de la non-coïncidence des centres de gravité de l'écorce et du noyau (*).

(*) Voir, sur ce sujet, *Quelques grandes phases dans l'histoire de l'astronomie*. Bruxelles, 1898.

L'équation à employer sera donc

$$sx + cy + \sigma\xi + \varkappa\eta + \sigma'\xi' + \varkappa'\eta' + n = 0,$$

et, comme n représente

$$\Delta\alpha_s - \Delta\alpha_i = 2\Delta\alpha_s,$$

toutes nos inconnues seront à diviser par 2 pour obtenir les coefficients g, γ et γ' des termes annuel, eulérien et chandlérien.

a. — Série de Lindhagen.

8. La série de Lindhagen nous a fourni le tableau suivant :

		p	n	s	c	σ	$\varkappa$	σ'	$\varkappa'$
1842 Mars. . . .	20	6	75	− 1	100	− 98.	− 15	60	80
Avril . . .	12	10	0.2	39	91.	− 93	33.	84	53
Mai	19	18	− 4	87	53	− 37.	85.	99	5.
Juin-juillet .		17	− 10.4	97	9	19	95	89	− 34.
Août. . . .	8	19	2.4	65.	− 71	94.	30.	38	− 92
Septembre .	18	7	6	9.	− 99.	90	− 44.	15	− 99
Octobre . .	15	10	50	36	− 98.	52	− 85	− 52	− 86
1843 Février. . .	12	3	− 11	− 59.	80	92	35	− 73	66
Mars . . .	15	8	− 61	− 2	99.	− 47.	89	− 32	94
Avril . . .	18	20	− 26.7	54	83	24.	95	17.	98
Mai	24	9	− 43	89	45	78.	62	59	81
Juin. . . .	15	9	− 39.8	98.	11	95	24	79	75
Juillet . . .	10	8	8	95.	− 30	96	− 28	96.	25
Août. . . .	9	4	21	68.	− 72.	62	− 79	98	− 18
Septembre .	15	12	57.	13	− 98	− 13	99	74.	− 67
Octobre . .	19	2	106.	− 42	− 88	− 65.	− 73	39.	− 89
Novembre. .	18	1	68	− 83.	− 55	− 99	− 14.	7	− 100
1844 Mars . . .	15	4	− 15	− 4	99.	37	92	− 100	− 3
Avril . . .	10	6	− 25	− 38	92	75	63	− 94.	32
Mai	6	7	− 37	− 72	69.	97.	19	− 87	63

Le point après un nombre signifie 0.5.

L'origine du temps est le 11 avril 1843, date moyenne entre les deux extrêmes.

A cette série d'observations nous avons appliqué l'équation

$$sx + cy + \sigma\xi + \varkappa\eta + \sigma'\xi' + \varkappa'\eta' + n = 0,$$

dans laquelle

$$\xi = k \cos \beta_1, \qquad \eta = k \sin \beta_1,$$
$$\xi' = k \cos \beta_1', \qquad \eta' = k \sin \beta_1'$$

La résolution par les moindres carrés nous a conduit aux équations normales

$$\begin{array}{rrrrrrr}
9087\varkappa & +1319y & +4034\xi & +4484\eta & +5579\xi' & +2861\eta' & -\ 566.5 = 0 \\
 & 8649 & -2529 & +6265 & -\ 420 & +7360 & -1683 \\
 & & 8412 & -\ 559 & -\ 287 & +\ 20 & -1248 \\
 & & & 9282 & +2556 & +4021 & -3164.5 \\
 & & & & 9043 & +\ 545 & +\ 531 \\
 & & & & & 8599 & -2059.5,
\end{array}$$

d'où l'on déduit :

$$x = -0.627, \qquad y = -5.205$$
$$\xi = -0.558, \qquad \eta = \ \ 2.117$$
$$\xi' = -0.54, \qquad \eta' = \ \ 2.26.$$

Ces valeurs témoignent de l'existence des trois termes qui figurent, à cause de leur caractère diurne, dans la différence de deux ascensions droites consécutives *s.* et *i.*, et de l'incorrection des formules usuelles en ascension droite, qui ne tiennent nul compte de ces termes.

Quant à leur importance, on voit qu'ils se rangent dans l'ordre suivant :

1° Terme annuel;

2° Terme chandlérien;

3° Terme eulérien.

Nous en avons déduit :

$$\beta_1 = 279°36', \qquad \beta_1' = 278°33', \qquad 11 \text{ avril } 1843$$
$$\gamma = 0''.43, \qquad \gamma' = 0''.46.$$

b. — Série de Struve.

9. Ces dernières valeurs sont certainement beaucoup trop considérables, comme le sont, du reste, les différences entre deux ascensions droites consécutives de Lindhagen.

Aussi avons-nous voulu chercher une confirmation de notre critérium pratique dans les différences des ascensions droites de la polaire observées par F.-W. Struve à Dorpat, qui sont beaucoup plus précises, comme en témoigne le tableau ci-dessous :

		p	σ	$\varkappa$	σ'	$\varkappa'$	s	c	n
1823	Mars	3	71.	- 70	- 79	61.	9.	99.	1.7
	Avril	1	47	- 88.	- 64	77	34.	94	-63
	Mai	2	- 4	-100	- 32	95	70.	71	1.5
	—	6	- 30	- 96	- 13	99	84.	53	7.0
	Juin	6	- 54	- 83.	5.	100	93.	35	10.7
	Septembre . .	3	- 46	89	100	4	22.	- 97.	0.3
	Octobre . . .	7	15.	98.	92	- 39	- 29	- 95.	- 3.0
	— . . .	2	49.	87	79	- 61	- 56	- 83	- 1.0
	Novembre . .	2	73	68	64.	- 76.	- 75	- 65	8.0
	— . .	1	90	44	47.	- 88.	- 89	- 44.	9.0
	Décembre . .	2	99	18	30	- 95.	- 97	- 24	- 4.5

		p	σ	x	σ'	x'	s	c	n
1824	Mars	3	- 48	- 87.	- 96	- 28	13	99	- 16.0
	Avril	2	- 69	- 72	- 99.	- 10	33	93	- 8.0
	—	3	- 87.	- 48.	- 99.	10.	51	86	21.0
	Mai	2	- 94	- 33	- 97	22.	66.	74.	12.0
	—	6	- 99.	8	- 87	49.	87	48.	- 3.5
	—	3	- 96	22.	- 80	56.	93	36	- 8.3
	Juin	4	- 89	45.	- 69.	71.	98	18.	- 13.2.
	— . . .	5	- 78	65	- 57	82	100	- 0.	2.0
	Septembre . .	4	88.	47	69	72	- 1.	-100	9.5
	Octobre . . .	4	98	3	88	46.	- 37.	- 91.	10.2.
	Décembre . .	2	38	- 91	93	- 35	- 98	- 15	11.5
1825	Février . . .	1	- 89	- 46	16	- 99.	- 42	- 90.	20.0
	Mars	6	-100	- 3	- 15	- 98.	- 7	100	6.7
	Avril	2	- 93	36	- 41	- 90.	26	96	11.0
	Mai	3	- 51	86	- 78.	- 62	72.	69	- 17.0
	—	4	- 31	95	- 87	- 49	83	55.	- 4.5
	Juin	5	0	100	- 96	- 28.	94.	32	- 8.8
	Octobre . . .	3	55	- 83	- 6.	100	- 18.	- 98.	0.3
	— . . .	2	20	- 97.	20.	98	- 48.	- 87.	- 3.0
	Novembre . .	1	8	- 99.	28.	96	- 70.	- 70.	- 6.0
	Décembre . .	3	- 69.	- 71.	78	63	- 97	- 23.	19.3

Nous avons exclu l'observation d'avril 1825 comme manifestement erronée, et avons trouvé les équations normales

$$
\begin{array}{rrrrrrrr}
417\,\xi + & 93\,\eta + & 14\,\xi' + & 8.7\,\eta' - & 5.3\,x - & 168\,y & + 58.4 & = 0 \\
 & 335 + & 64 & - 211 & - 15.2 & - 65.3 & - 6.5 & \\
 & & 401 & - 231 & - 339 & - 357 & - 13.7 & \\
 & & & 422 & + 200 & + 175 & + 27.5 & \\
 & & & & 396.5 & + 282 & + 27.1 & \\
 & & & & & 409 & - 15.15, &
\end{array}
$$

d'où

$$x = -0.25, \quad y = 0.018; \quad \xi = -0.105, \quad \eta = 0.096;$$
$$\xi' = -0.187, \quad \eta' = -0.0125.$$

On observera que ces valeurs, très notablement inférieures, du reste, à celles tirées des observations de Lindhagen, manifestent cependant le même ordre quant à l'importance relative des trois termes (annuel, chandlérien, eulérien).

Nous en avons déduit :

$$\beta_1 = 157°34', \qquad \beta'_1 = 183°49'.5 \qquad \text{2 août 1824.}$$
$$\gamma = 0''.0286, \qquad \gamma'' = 0''.0576.$$

Ces dernières valeurs sont, croyons-nous, trop faibles.

Il est permis cependant d'augurer de l'identité de marche des trois termes, quant à leur importance, dans les observations de Lindhagen et de Struve, que les valeurs relatives des inconnues sont assez bien déterminées, et que, par conséquent, les angles β sont affectés d'erreurs peu considérables.

10. Or, entre les deux origines, il s'est écoulé 6826 jours qui comprennent vingt-deux périodes eulériennes et quinze périodes chandlériennes entières.

En ajoutant donc $22 \times 360°$ (ou $15 \times 360°$) aux différences 142° (ou 95°) en nombres ronds, trouvées entre les β (ou β'), en 1843 et 1824, on aura respectivement 8062° (ou 5495°), d'où pour la période 304.8 jours (ou 447.2 jours).

On remarquera d'abord combien la période eulérienne est exactement déterminée par ces deux séries d'observations en ascension droite ; ensuite, que le nombre de jours trouvé pour la période chandlérienne coïncide à peu près exactement avec celui que nous déduirons ci-dessous (12) de la comparaison des valeurs de β' fournies par la série des observations de Struve en ascension droite et de Peters en déclinaison.

Est-ce pure coïncidence? L'exactitude du nombre trouvé pour la période eulérienne permet d'en douter.

Ce qu'on peut affirmer, c'est que cette dernière existe; et puisque Chandler, dans ses recherches, a omis d'en tenir compte, celles-ci sont à reprendre en réparant cette omission.

Peut-être de nouvelles recherches, entreprises dans cette voie, conduiront-elles à une période un peu différente de 431 jours pour le terme chandlérien.

Il est possible que nous nous en occupions ultérieurement.

C. — Concordance des explications, par les nutations a caractère diurne, des variations en ascension droite et des variations de latitude.

Quoique nos formules en déclinaison soient identiques à celles que les astronomes emploient dans la variation des latitudes, il ne sera pas inutile de montrer que notre explication de ces variations est en parfaite harmonie avec celle que nous avons donnée des différences systématiques entre une ascension droite supérieure et l'ascension droite inférieure consécutive.

En groupant les moyennes des latitudes *s.* et *i.* de Peters, nous en avons déduit, par le procédé de T. Mayer:

$$x = -0''.29, \quad y = 0.025, \quad \xi = 0.097, \quad \eta = 0.15,$$
$$\xi' = 0.06, \quad \eta' = 0.015.$$

Ici encore, on voit prédominer la variation annuelle; mais la nutation eulérienne semble l'emporter notablement sur la chandlérienne.

Dans le but de contrôler ce résultat assez surprenant, nous avons fait la somme des observations à 1 $^1/_2$ d'intervalle, ce qui élimine le terme annuel; la résolution des équations de condition, assez peu nombreuses, du reste, nous a conduit à un coefficient trois à quatre fois plus fort pour la nutation eulérienne que pour la chandlérienne.

Le calcul des observations de Peters devra être repris par les moindres carrés. Nous avons voulu toutefois essayer de déterminer la durée des deux périodes eulérienne et chandlérienne au moyen de la comparaison des valeurs de β'_1, et β_1, égales respectivement à 51° 53'.5 et 88° 54' (10 juillet 1845), déduites de

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\xi}{\eta}, \qquad \operatorname{tg} \beta'_1 = \frac{\xi'}{\eta'},$$

avec celles que nous ont données ci-dessus les observations de Struve en ascension droite :

$$\beta_1 = 137°34', \qquad \beta'_1 = 183°49'.5 \qquad \text{(2 août 1824).}$$

En ajoutant, comme précédemment, aux différences - 105° et - 95°,26, les vingt-deux ou les quinze périodes entières eulériennes ou chandlériennes 7920° et 5400°, on obtient 7816° et 5304°,74 en 6916 jours, ce qui donne 318.2 et 460.4 jours pour chacune des deux périodes respectivement. Ces deux nombres sont certainement trop grands; le premier devrait être réduit du vingt-cinquième de sa valeur environ.

Si l'on réduit le second dans la même proportion, on trouvera 442 jours, nombre très concordant avec celui que nous avons tiré de la comparaison des observations de Struve et de Lindhagen en ascension droite.

Au sujet de cette période, j'ajouterai que j'ai découvert, dans le diagramme des latitudes de Poulkova tracé par M. A. Ivanof, une période bien caractérisée de deux ans et demi, comme MM. Thackeray et Turner en avaient soupçonné une de cinq ans dans celles de Greenwich. Or, $2\ ^1/_2$ ans $= 914 = 3 \times 304.7 = 2 \times 457$ jours.

Pour la période eulérienne, nous avons trouvé 304.8 jours; pour la chandlérienne 447 et 442 jours. Ces derniers nombres se rapprochent plus du précédent que de 431.

Je ferai observer, au surplus, que de ce diagramme, dont les abscisses croissent de 0.05 an $=$ 18 jours, il serait bien difficile de déduire une période à moins de dix jours près.

Le nombre 457, trouvé d'après le diagramme, pourrait donc se réduire à 447, mais pas, probablement, à 431.

Du reste, il n'est pas possible que la période chandlérienne ait pu être déterminée exactement, puisqu'il n'a jamais été tenu compte, dans les recherches qui y ont été consacrées, de la nutation eulérienne, dont nous avons démontré théoriquement et pratiquement l'existence.

Résumé.

A. Nous avons prouvé l'existence du terme nouveau de nutation générale, rétrograde, à période chandlérienne et à constantes arbitraires, que nous a donné l'intégration des équations du mouvement de rotation de l'écorce terrestre :

1° Par les latitudes de Peters;

2° Par les ascensions droites de Lindhagen.

La comparaison de ces deux séries nous a fait voir que ce terme est bien rétrograde.

Son coefficient n'est probablement que de 0".04.

B. Nous avons montré, dans les observations de Lindhagen et dans celles de Struve, la marche systématique des différences entre deux ascensions droites consécutives *s*. et *i*., différences niées par tous les astronomes, et établi qu'elles proviennent de trois termes à caractère diurne de la nutation du pôle géographique, l'annuel, l'eulérien et le chandlérien.

La comparaison des deux séries nous a donné :

Pour la période eulérienne 304.8 jours ;

Pour la période chandlérienne 447 jours, nombre qui se rapproche bien plus que celui de Chandler, du nombre 457 déduit de la période de deux ans et demi manifestée dans les latitudes de Poulkova.

La comparaison des observations de Struve en ascension droite avec celles de Peters en déclinaison nous a conduit également à un nombre très voisin du précédent pour la période de Chandler.

En calculant (*A*) la parallaxe de la polaire et la constante de l'aberration par nos formules, nous avons trouvé : *parallaxe* 0".010, *constante de l'aberration* 20.449.

La moyenne entre cette valeur et celle que nous avons déduite des observations de Struve, 20.457 (au lieu de 20.445), donne 20.453, qui est bien probablement exacte à un couple de millièmes près.

Il n'est pas douteux que si nous avions eu le loisir de corriger toutes les observations de la nutation diurne, dont les constantes sont bien connues, et d'introduire la correction des coefficients des termes solaires se rappor-

tant à l'écorce du globe, nous serions arrivé à une concordance plus considérable encore.

Celle que nous avons obtenue suffira toutefois, espérons-le, pour prouver aux astronomes la nécessité de faire usage de nos formules relatives à l'écorce terrestre.

Et les valeurs que nous avons trouvées pour les périodes eulérienne et chandlérienne, en appliquant nos formules aux différences entre les ascensions droites *s.* et *i.* de Lindhagen et de Struve, entre ces dernières et les observations de Peters en déclinaison, finiront peut-être par convaincre les astronomes qui n'ont pas suivi nos démonstrations mathématiques de l'incorrection radicale des formules d'Oppolzer, d'après lesquelles ces différences seraient nulles, qu'ils doivent en revenir aux seules formules correctes, rapportées aux axes principaux, et exposées exclusivement par tous les géomètres qui ont traité la question du mouvement de rotation de la Terre.

—

A propos du nitrile anisique; par Louis Henry, membre de l'Académie.

J'ai fait connaître ici même, en 1869 (*), le *nitrile anisique* p$(CH_3O)\,C_6H_4 - CN$.

C'est un corps d'un aspect extérieur remarquable que l'on peut obtenir par évaporation spontanée de sa solution dans l'éther, en gros cristaux allongés qui paraissent être des prismes rectangulaires obliques. Je lui ai assigné

(*) *Bull. de l'Acad. roy. de Belgique,* t. XXVIII (2), p. 552.

56°-57° pour point de fusion et 253°-254° pour point d'ébullition sous la pression ordinaire (*).

Ce nitrile résulte d'une manière fort nette de l'action du pentachlorure de phosphore PCl_5 sur l'*amide anisique* $(CH_3O)\,C_6H_4 - CO\,(NH_2)$. C'est un des corps dont la formation, dans ces conditions, m'a servi pour démontrer l'inertie de PCl_5 sur les groupements oxy-alcooliques, $- O - CH_3$, $- O - C_2H_5$, etc., alors que le groupement équivalent - OH, *hydroxyle,* en est si vivement attaqué. Dans ces mêmes conditions, les *amides oxy-benzoïques* $(HO)\,C_6H_4 - CO\,(NH_2)$ sont transformées dans les *nitriles benzoïques monochlorés* correspondants $Cl\ C_6H_4 - CN$, *m*, *o* et *p*.

Depuis 1869, le nitrile anisique a été obtenu dans d'autres circonstances par divers chimistes (**).

Mon attention a été rappelée sur ce composé, déjà bien ancien comme on le voit, par un article de deux chimistes hollandais, MM. Reinders et Ringer, paru récem-

(*) Ces chiffres ont été vérifiés récemment à l'aide de l'échantillon ancien du nitrile anisique conservé dans ma collection. On a trouvé pour point de fusion, en tube étroit, 60°, et pour point d'ébullition 256°-257° fixe sous la pression de 765 millimètres. La distillation a été faite dans une petite cornue tubulée. Le thermomètre employé était un thermomètre court, de Müller de Bonn, dont la graduation commence à + 80°. La plus grande partie de la colonne mercurielle était dans la vapeur.

(**) *a)* En 1889, par J.-A. Miller, *Réaction du chorure d'acétyle sur l'anisaldoxime* (Berichte, etc., t. XXII, p. 2791);

b) En 1894, par P. Rehlander, *Distillation de l'acide anisique avec le sulfocyanure de plomb* (Id., t. XXVII, p. 2159).