

Gestion active d'un réseau de distribution d'électricité : formulation du problème et benchmark

Quentin Gemine, Damien Ernst, Bertrand Cornélusse

Département d'Electricité, Electronique et Informatique
Université de Liège, 4000 Liège, Belgique
{qgemine, dernst, bertrand.cornelusse}@ulg.ac.be

Résumé : Afin d'opérer un réseau de distribution d'électricité de manière fiable et efficace, c'est-à-dire de respecter les contraintes physiques tout en évitant des coûts de renforcement prohibitifs, il devient nécessaire de recourir à des stratégies de gestion active du réseau. Ces stratégies, rendues nécessaires notamment par l'essor de la production distribuée, reposent sur des politiques de contrôle à court-terme du niveau de puissance des dispositifs producteurs ou consommateurs d'électricité. Alors qu'une solution simple consisterait à moduler à la baisse la production des générateurs, il paraît néanmoins plus intéressant de déplacer la consommation aux moments adéquats afin d'exploiter au mieux les sources d'énergie renouvelables sur lesquelles reposent généralement ces générateurs. Un tel moyen de contrôle introduit néanmoins un couplage temporel au problème, menant à un problème d'optimisation non-linéaire, séquentiel sous incertitude et à variables mixtes. Afin de favoriser la recherche dans ce domaine très complexe, nous proposons une formalisation générique du problème de gestion active d'un réseau de distribution moyenne tension (MT). Plus spécifiquement, cette formalisation se présente sous la forme d'un processus de décision markovien. Dans cette article, nous présentons également une spécification de ce modèle décisionnel à un réseau de 75 noeuds et pour un ensemble de services de modulation donnés. L'instance de test qui en résulte est disponible à l'adresse <http://www.montefiore.ulg.ac.be/~anm/> et a pour objectif de mesurer et de comparer les performances des techniques de résolution qui seront développées.

Mots-clés : Gestion active, réseau de distribution d'électricité, services de flexibilité, énergies renouvelables, optimisation séquentielle sous incertitude, grand système.

1 Introduction

En Europe, une croissance prononcée de la production d'électricité à partir de sources d'énergie renouvelables est observée depuis plusieurs années, en accord avec les objectifs 20/20/20 de la Commission Européenne, et suite aux incitants financiers mis en place par les gouvernements locaux (Fouquet & Johansson, 2008). Une partie substantielle des investissements résulte en l'installation d'unités solaires et éoliennes de production électrique au sein des réseaux de distribution (RD). L'accroissement significatif du nombre d'unités de production installées dans ces réseaux remet en cause l'approche de type *fit and forget* qui a jusqu'à maintenant dominé leurs pratiques de planification et d'opération (Lopes *et al.*, 2007), celle-ci ayant été élaborée lorsque la mission des RD était essentiellement de délivrer aux consommateurs l'énergie provenant du réseau de transport (RT). L'approche *fit and forget* consiste à s'assurer que les investissements réalisés au niveau de l'infrastructure du réseau (câbles, lignes, transformateurs, *etc.*) permettent d'éviter d'enfreindre les limites opérationnelles (c.-à-d. éviter des problèmes de congestion ou de tension) en toutes circonstances, sans nécessiter un monitoring et un contrôle permanent des flux d'énergie ou des tensions en certains endroits du réseau. La planification du réseau est réalisée à partir d'un ensemble de scénarios critiques de niveaux de consommation des charges et de production des générateurs distribués (GD), typiquement les pointes de consommation et de production, pour que des marges opérationnelles suffisantes soient assurées dans tous les cas. Cependant, avec l'essor des GD, la préservation de marges opérationnelles suffisantes ne pourra être obtenues que par d'importants renforcements du réseau.

Des stratégies de *gestion active du réseau* (GAR) ont récemment été proposées comme alternatives au *fit and forget* avec comme objectif d'éviter des coûts prohibitifs de renforcement du réseau. Ces stratégies préviennent les problèmes de congestion et de tension à l'aide de politiques court-terme de prise de décision (Lopes *et al.*, 2007). Fréquemment, les modèles de GAR proposés maintiennent le système dans

les limites opérationnelles en réduisant, en quasi-temps réel, l'injection de puissance des unités solaires et éoliennes (Liew & Strbac, 2002, Ochoa *et al.*, 2010, Dolan *et al.*, 2012). Une telle stratégie peut être assez controversée d'un point de vue environnemental et devrait probablement être considérée uniquement en dernier ressort. Dans l'optique de réduire la dépendance sur la modulation des GD, une possibilité consiste à envisager des stratégies de GAR qui exploitent la flexibilité des charges (Strbac, 2008). Il est important de remarquer que les charges devant généralement consommer une quantité établie d'énergie en un certain intervalle de temps, la modulation d'une charge flexible à un instant influence la plage de modulation autorisée aux instants suivants. Il est donc essentiel pour un gestionnaire de réseau de distribution (GRD) de ne pas prendre des décisions à trop court terme, mais de les planifier sur un horizon de temps suffisant (Gemine *et al.*, 2013). De plus, à cause de l'incertitude des phénomènes naturels (vent, soleil, *etc.*) qui alimentent les GD et des comportements variables des consommateurs, les injections et prélèvements futurs de puissance dans le réseau ne sont connus qu'avec un certain degré d'incertitude. Le GRD doit donc mettre en place une méthode de GAR qui est en mesure de planifier de manière adéquate des actions de contrôle sous incertitude.

Beaucoup d'auteurs ont à ce jour visé à fournir des solutions à ces problèmes de gestion prévisionnelle. Comme ceux-ci utilisent des formalismes différents, il est difficile pour un auteur de reconstruire sur les travaux d'un autre. Cependant, une lecture approfondie des travaux laisse suggérer qu'il y a la possibilité d'avoir un paradigme décisionnel commun, notamment lié au fait que la majorité de ces derniers sont en fait une extension du problème d'*optimal power flow* (OPF) (Dommel & Tinney, 1968). De manière plus précise, ils peuvent être assimilés à des problèmes de décision séquentiels où, à chaque pas de temps, des contraintes similaires à celles présentes dans un OPF sont rencontrées. Dans cet article, nous nous concentrons sur l'introduction d'une formulation générique du problème en espérant ainsi réduire la dispersion des efforts de recherche et faciliter la comparaison des techniques de résolution développées. En particulier, cette formalisation est présentée sous la forme d'un processus de décision markovien où la dynamique du système décrit l'évolution du réseau électrique et des dispositifs électriques qui y sont connectés tandis que l'espace d'actions reprends l'ensemble des actions de contrôle disponibles pour le GRD. Afin de mesurer et de comparer les performances des techniques de résolution qui seront développées, nous mettons également à disposition un benchmark, qui consiste en une instance du modèle décisionnel présenté et repose sur un réseau de distribution générique de 75 noeuds.

Le reste de l'article est structuré de la manière suivante. Le problème de gestion active d'un réseau de distribution est formalisé dans la section 2, où tous les détails liés à la modélisation électrique et à l'opération du réseau sont décrits. Une formulation du problème sous forme de processus de décision de Markov constitue la section 3. La section 4 propose une modélisation sous forme de programme non-linéaire en nombres entiers et passe en revue la littérature associée, les perspectives de recherches en apprentissage par renforcement ou en programmation dynamique sont également soulignées. Finalement la section 5 décrit le benchmark mis à disposition à l'adresse <http://www.montefiore.ulg.ac.be/~anm/>.

2 Description du problème

Le problème étudié est celui rencontré par un GRD souhaitant planifier l'opération de son réseau dans le temps, en veillant à ce que les limites opérationnelles de son infrastructure soient respectées. En d'autres termes, cela revient à trouver l'opération optimale, au cours du temps, d'un ensemble \mathcal{D} de dispositifs électriques qui injectent ou prélèvent de l'énergie électrique du réseau. Plus particulièrement, nous considérons l'opération en régime établi du réseau et des dispositifs. Ceci nous conduit à décrire l'évolution du système par un processus à temps discret, où l'ensemble \mathcal{T} modélise l'horizon de temps considéré. Celui-ci représente un ensemble de périodes qui, par analogie avec la structure du marché de l'énergie, sont d'une durée de 15 minutes. Etant donné l'hypothèse de régime établi, les niveaux de puissance des injections et prélèvements des dispositifs électriques sont constants au sein d'une même période. C'est sur ces niveaux de puissance que les actions de contrôle que nous présentons ont un impact direct, certaines induisant par ailleurs un couplage temporel.

Infrastructure réseau

L'infrastructure du GRD est l'ensemble des composants électriques de son réseau, à savoir les noeuds et les liens (c.-à-d. lignes, câbles et transformateurs). Chaque noeud $n \in \mathcal{N}$ est caractérisé par un niveau de tension nominal $V_n^{(nom)}$ tandis que chaque lien $l \in \mathcal{L}$ connecte une paire de noeuds $n, n' \in \mathcal{N}$ et

est modélisé par sa représentation en π , composée de trois valeurs complexes d'admittance $Y_{nn'}^{(l)}$, $Y_{nn}^{(l)}$ et $Y_{n'n'}^{(l)}$ (voir figure 1). Celles-ci modélisent les caractéristiques physiques du lien. Le système électrique fonctionnant en régime alternatif, les grandeurs électriques sont des nombres complexes. Nous dénoterons, au noeud $n \in \mathcal{N}$ et à l'instant $t \in \mathcal{T}$, la tension complexe par $V_{n,t}$, son amplitude par $|V_{n,t}|$ et ses parties réelles et imaginaires par $e_{n,t}$ et $f_{n,t}$, respectivement.

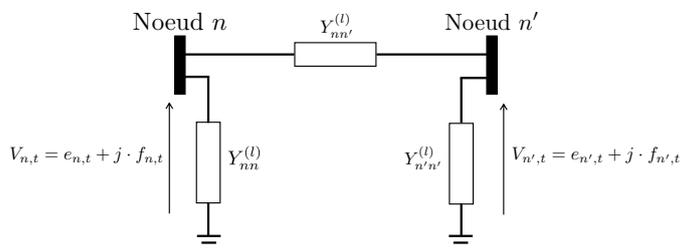


FIGURE 1 – Représentation en π d'un lien reliant les noeuds i et j .

En particulier, nous nous concentrons sur l'opération du réseau moyenne tension (MT) du GRD, qui inclut généralement l'ensemble de son infrastructure à l'exception des composants au plus près des consommateurs résidentiels, qui composent le réseau basse tension (BT).

Limites opérationnelles

Les limites opérationnelles représentent un ensemble de contraintes, en tension aux noeuds et en courant dans les liens, qui doivent être respectées pour ne pas compromettre l'opération du réseau. Les contraintes de tension expriment que l'amplitude de la tension $|V_{n,t}|$ au noeud n ne peut pas dévier arbitrairement de sa valeur nominale $V_n^{(nom)}$. Si c'était le cas, cela pourrait nuire aux dispositifs électriques connectés à ce noeud. Ainsi, on peut écrire :

$$\forall(t, n) \in \mathcal{T} \times \mathcal{N} : \underline{V}_n \leq |V_{n,t}| \leq \bar{V}_n, \quad (1)$$

où $|V_{n,t}|$ représente l'amplitude de la tension au noeud n et au temps t tandis que les notations $\underline{\cdot}$ et $\bar{\cdot}$ dénotent des bornes inférieure et supérieure, respectivement.

En ce qui concerne les limites en courant, ou limites thermiques, elles traduisent un phénomène de congestion qui se produit au niveau des liens quand l'amplitude du courant qui y passe est trop grande. Les lignes, câbles et transformateurs peuvent surchauffer et des dégâts irréversibles peuvent se produire si ces limites ne sont pas respectées. En général, un système de protections interrompt les liens concernés en cas de dépassement des limites, entraînant potentiellement une déconnection de certaines parties du réseau. Ces contraintes s'expriment comme suit :

$$\forall(t, l) \in \mathcal{T} \times \mathcal{L} : |I_{l,t}| \leq \bar{I}_l, \quad (2)$$

avec $I_{l,t}$ le courant au temps t dans le lien l et $|I_{l,t}|$ son amplitude.

Dispositifs électriques

L'ensemble \mathcal{D} des dispositifs électriques est constitué d'éléments qui sont connectés aux noeuds $n \in \mathcal{N}$ du réseau et qui échangent de l'énergie électrique avec celui-ci. Ils peuvent être différenciés en deux sous-ensembles distincts :

- l'ensemble $\mathcal{C} \subset \mathcal{D}$ des charges, elles soutirent de la puissance depuis le réseau car elles consomment de l'énergie électrique ;
- l'ensemble $\mathcal{G} \subset \mathcal{D}$ des générateurs, ils injectent de la puissance vers le réseau en produisant de l'énergie électrique.

Au sein de chaque sous-ensemble, nous distinguons également deux sortes de modèles de dispositifs. Les premiers représentent des points d'injection et de soutirage individuels tel que c'est le cas pour certains GD et pour les consommateurs qui sont directement connectés au réseau MT (p.ex. les éoliennes, certaines entreprises et usines, ...). Les autres modélisent quant à eux un ensemble de dispositifs agrégés qui sont

assimilés à un seul point d'injection/soutirage sur le réseau MT (p.ex. les consommateurs résidentiels et les panneaux solaires). La figure 2 illustre des dispositifs et les éléments physiques qu'ils modélisent. Au noeud 3, on observe qu'un ensemble de charges résidentielles et de productions photovoltaïques décentralisées ont chacun été agrégé en un seul dispositif électrique.

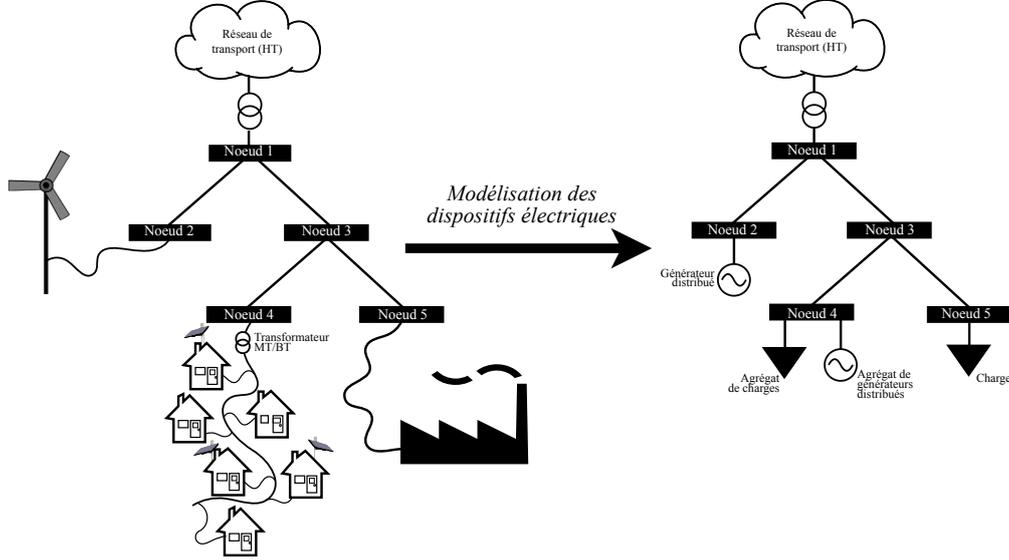


FIGURE 2 – Modélisation du système.

Une valeur d'injection de puissance active $P_{d,t}$ et une valeur d'injection de puissance réactive $Q_{d,t}$ sont associées à chaque dispositif $d \in \mathcal{D}$, pour toute période $t \in \mathcal{T}$. Si la puissance utile aux dispositifs électriques est la puissance active, les propriétés capacitatives et inductives du système électrique induisent inévitablement des flux de puissance réactive. Nous faisons l'hypothèse que tous les dispositifs connectés au réseau opèrent à facteur de puissance constant, cela signifie que le ratio entre puissance réactive et active, dénoté $\tan \phi_d$, reste inchangé :

$$\forall (t, d) \in \mathcal{T} \times \mathcal{D} : \frac{Q_{d,t}}{P_{d,t}} = \tan \phi_d. \quad (3)$$

Nous adoptons comme convention qu'une valeur d'injection de puissance est positive si elle alimente le réseau (générateur) et négative si c'est un soutirage de puissance (charge).

Etat électrique

Déterminer l'état électrique du réseau revient à calculer les parties réelles $e_{n,t}$ et imaginaires $f_{n,t}$ de la tension aux noeuds (ou l'amplitude $|V_{n,t}|$ et la phase $\phi_{n,t}$, selon le système de coordonnées utilisé). Les valeurs d'admittance des liens ainsi que les valeurs d'injection des dispositifs permettent d'obtenir cet état grâce aux équations de *power flow* qui, $\forall n \in \mathcal{N}$, s'expriment :

$$\sum_{d \in \mathcal{D}(n)} P_{d,t} = \sum_{l=(n,n') \atop l \in \mathcal{L}} ((g_{nn}^{(l)} + g_{nn'}^{(l)})(e_{n,t}^2 + f_{n,t}^2) - g_{nn'}^{(l)}(e_{n,t}e_{n',t} + f_{n,t}f_{n',t}) + b_{nn'}^{(l)}(e_{n,t}f_{n',t} - f_{n,t}e_{n',t})), \quad (4)$$

$$\sum_{d \in \mathcal{D}(n)} Q_{d,t} = \sum_{l=(n,n') \atop l \in \mathcal{L}} (b_{nn'}^{(l)}(e_{n,t}e_{n',t} + f_{n,t}f_{n',t}) + g_{nn'}^{(l)}(e_{n,t}f_{n',t} - f_{n,t}e_{n',t}) - (b_{nn}^{(l)} + b_{nn'}^{(l)})(e_{n,t}^2 + f_{n,t}^2)), \quad (5)$$

où g et b dénotent les parties réelles et imaginaires des admittances Y et avec $\mathcal{D}(n)$ l'ensemble des dispositifs connectés au noeud n .

Une fois la tension aux noeuds connue, l'amplitude du courant $I_{l,t}$, dans chaque lien $l \in \mathcal{L}$ reliant les noeuds n et n' , est obtenue à l'aide de l'équation suivante :

$$I_{l,t}^2 = (g_{nn'} + b_{nn'})^2 ((e_n - e_{n'})^2 + (f_n - f_{n'})^2). \quad (6)$$

Par la suite, nous utilisons la notation abrégée

$$\forall n \in \mathcal{N} : g_n(\mathbf{e}, \mathbf{f}, P_{n,t}^\Sigma, Q_{n,t}^\Sigma) = 0, \quad (7)$$

$$\forall n \in \mathcal{N} : h_n(\mathbf{e}, \mathbf{f}, P_{n,t}^\Sigma, Q_{n,t}^\Sigma) = 0, \quad (8)$$

$$\forall l \in \mathcal{L} : i_l(\mathbf{e}, \mathbf{f}) = 0, \quad (9)$$

pour dénoter les equations (4), (5) et (6), respectivement, où \mathbf{e} et \mathbf{f} sont les vecteurs des parties réelles et imaginaires des tensions aux noeuds et avec

$$P_{n,t}^\Sigma = \sum_{d \in \mathcal{D}(n)} P_{d,t}, \quad (10)$$

$$Q_{n,t}^\Sigma = \sum_{d \in \mathcal{D}(n)} Q_{d,t}. \quad (11)$$

Actions de contrôle

Nous décrivons ci-dessous deux moyens de contrôle du système et un des modes d'interaction possible entre acteurs du système pour ces moyens de contrôle. En pratique il existe d'autres manières de contrôler le système, comme par exemple en modulant le(s) signal(aux) tarifaire(s), en agissant sur la topologie du réseau, ou en commandant des sources de stockage distribuées. Pour un même moyen de contrôle, plusieurs manières d'organiser les interactions entre acteurs peuvent également être envisagées.

Nous considérons que le GRD peut avoir recours à différentes actions de contrôle qui modifient l'opération des dispositifs électriques connectés à son réseau. Pour chaque dispositif appartenant à l'ensemble $\mathcal{G} \subset \mathcal{D}$ des GD, il peut ordonner une réduction du niveau de production. La figure 3 illustre l'impact d'une telle action de contrôle sur l'injection de puissance d'un GD. Cette requête peut être effectuée jusqu'à la période précédant celle concernée par la réduction de puissance et est obtenue en échange d'une certaine compensation financière. Cette compensation sert à dédommager le producteur de l'énergie qu'il n'a pas pu vendre pendant les périodes de modulations. Parmi les alternatives de paiement présentées dans Jacobsen & Schröder (2012), nous avons retenu l'approche correspondant à une compensation définie par le prix du marché *day-ahead* de l'électricité pour les périodes considérées pour chaque MWh non produit. Selon le moment auquel une décision de modulation est prise (ou prévue) par le GRD, le prix du marché est ou n'est pas encore connu, car en Europe le prix de marché pour chaque heure du lendemain n'est connu qu'aux environs de 12h00. Par souci de simplicité, nous postulerons que ce prix est parfaitement connu.

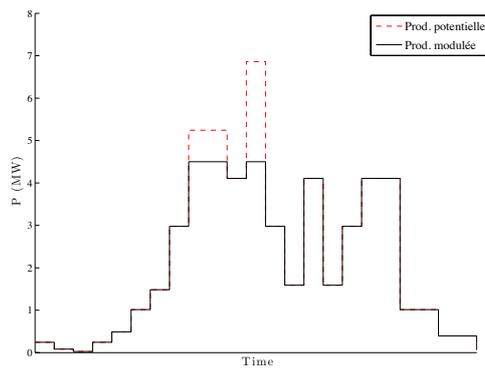
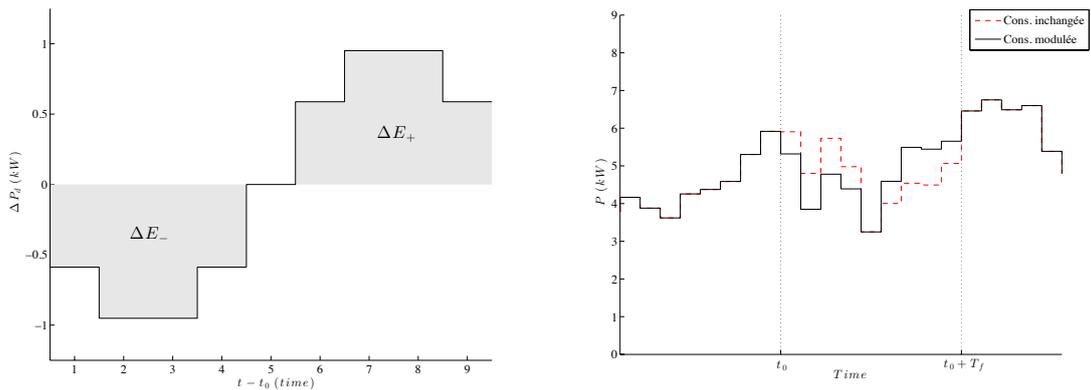


FIGURE 3 – Réduction du niveau de production d'un générateur distribué.

Nous considérons également que le GRD a la possibilité de modifier la consommation des charges flexibles du réseau. Ces charges forment un sous ensemble \mathcal{F} de l'ensemble de toutes les charges $\mathcal{C} \subset \mathcal{D}$ du réseau. Un coût d'activation est associé à ce moyen de contrôle. Une charge flexible peut être notifiée jusqu'à la période précédant l'activation du service. Une fois l'activation réalisée au temps t_0 , la consommation de la charge flexible d est modifiée d'une certaine valeur pendant T_d périodes. Pour chacune des périodes



(a) Signal de modulation de la consommation ($T_d = 9$) (b) Impact du signal de modulation sur la consommation

FIGURE 4

de modulation $t \in \llbracket t_0 + 1; t_0 + T_d \rrbracket$, cette valeur est définie par la fonction de modulation $\Delta P_d(t - t_0)$. La figure 4 présente un exemple de fonction de modulation et son influence sur une courbe de consommation.

A cause de l'origine de la flexibilité des charges, celles-ci ne peuvent habituellement pas être modulées de façon arbitraire. Par exemple, une telle flexibilité peut être obtenue auprès de charges dotées d'une capacité de stockage sous forme quelconque (p. ex. chauffage ou réfrigérateur électrique, pompe à eau, ...) ou auprès de processus disposant d'une marge de manoeuvre dans l'ordonnancement des tâches ou produits à réaliser (p. ex. ligne de production industrielle, lave-vaisselle, machine à laver, ...). Ces processus sous-jacents à la consommation électrique contraignent la forme du signal modulation ΔP_d . Pour cette raison, nous imposons que celui-ci vérifie toujours deux caractéristiques :

- Une modulation à la baisse est suivie d'une augmentation de la consommation, et inversement. Ceci modélise l'effet rebond.
- L'intégrale du signal de modulation est nulle pour assurer que la consommation n'a été que déplacée et non modifiée.

La courbe $\Delta P(t - t_0)$ de la figure 4a respecte ces caractéristiques, le sens de modulation dans la deuxième partie de l'intervalle de temps $\llbracket 1; T_d \rrbracket$ est opposé à celui de la première partie et l'intégrale est nulle ($\Delta E_- + \Delta E_+ = 0$).

3 Dynamique du problème décisionnel

Le problème présenté est un problème de décision séquentiel. Cette séquentialité est induite par le service de modulation offert par les charges flexibles. En effet, si un tel service est activé au temps t_0 pour une charge flexible d , cette action aura une influence sur le système pour l'ensemble des périodes $\llbracket t_0 + 1, t_0 + T_d \rrbracket$. En plus d'être un problème séquentiel, il est également stochastique car l'évolution du système et l'issue des actions de contrôle sont affectées par plusieurs facteurs d'incertitude tels que la vitesse du vent, le niveau d'irradiance solaire ou encore le niveau de consommation des charges. Dans cette section, nous modélisons ce problème comme un processus de décision markovien de premier ordre à ensembles d'états et d'actions mixtes continus et discrets. Nous considérons donc que les probabilités de transition des éléments stochastiques du système d'une période t à une période $t + 1$ ne dépendent que de l'état à l'instant t . A partir d'une modélisation pertinente de l'état du système, nous pensons qu'un tel processus stochastique permet déjà de représenter l'incertitude du système avec une précision satisfaisante. Les modèles obtenus à partir d'ensembles de données et dont certaines réalisations sont présentées à la section 5 semblent soutenir cette opinion. Cependant, une étude approfondie visant à quantifier l'erreur d'approximation engendrée par l'hypothèse de Markov par rapport aux modèles les plus détaillés de la littérature devrait être réalisée.

3.1 Etat du système

Grâce aux équations (4), (5) et (6), on peut déduire la valeur des différentes grandeurs électriques du réseau à partir des injections de puissance des dispositifs. Si la représentation de ces injections nécessite l'information de consommation individuelle de chacune des charges, il est par contre possible d'obtenir la production des GD en fonction du niveau de puissance de leur source d'énergie (c.-à-d. la vitesse du vent ou l'irradiance solaire). Cela nous mène à définir un premier ensemble d'état $\mathcal{S}^{(1)}$ tel que les vecteurs $\mathbf{s}_t^{(1)}$ qu'il a pour éléments sont définis comme

$$\mathbf{s}_t^{(1)} = (P_{1,t}, \dots, P_{|\mathcal{C}|,t}, ir_t, v_t)$$

et contiennent, à l'instant $t \in \mathcal{T}$, l'information minimale nécessaire à la connaissance des injections de puissance de l'ensemble \mathcal{D} des dispositifs. Les composantes ir_t et v_t représentent le niveau d'irradiance solaire et la vitesse du vent, respectivement. Si, par souci de simplicité, nous nous limitons à modéliser les générateurs éoliens et solaires, d'autres types de générateurs pourraient également être intégrés en accroissant la dimension de $\mathcal{S}^{(1)}$. De même, le processus de décision markovien pourrait être étendu à un ordre n en intégrant à ce vecteur l'historique sur n périodes des injections de puissance des charges, du niveau d'irradiance solaire et de la vitesse du vent. La modélisation que nous considérons correspond donc à un historique d'une période (ordre 1).

Le GRD pouvant influencer les valeurs d'injection des dispositifs, nous introduisons un deuxième ensemble $\mathcal{S}^{(2)}$ représentant les instructions de modulation. Les vecteurs $\mathbf{s}_t^{(2)} \in \mathcal{S}^{(2)}$ sont définis comme

$$\mathbf{s}_t^{(2)} = (\bar{P}_{1,t}, \dots, \bar{P}_{|\mathcal{G}|,t}, s_{1,t}^{(f)}, \dots, s_{|\mathcal{F}|,t}^{(f)})$$

et contiennent, à l'instant $t \in \mathcal{T}$, les injections maximales de puissance active $\bar{P}_{g,t}$ des GD $g \in \mathcal{G}$, telles qu'autorisées par le GRD, ainsi que les indicateurs $s_{d,t}^{(f)}$ de l'état des services de flexibilité des charges $d \in \mathcal{F}$, définis comme

$$s_{d,t}^{(f)} = \begin{cases} \text{nombre de périodes actives restantes} & \text{si service actif} \\ 0 & \text{si service inactif.} \end{cases}$$

A l'aide des deux ensembles $\mathcal{S}^{(1)}$ et $\mathcal{S}^{(2)}$, on peut finalement définir l'ensemble d'états \mathcal{S} du système comme

$$\mathcal{S} = \mathcal{S}^{(1)} \times \mathcal{S}^{(2)} \times \llbracket 1, 96 \rrbracket,$$

où la composante appartenant à l'intervall d'entiers $\llbracket 1, 96 \rrbracket$ identifie à quel quart d'heure dans la journée correspond l'état. Cette composante est nécessaire car elle permet la définition de plusieurs fonctions de transition qui dépendent de cette information. Par la suite, nous dénotons cette composante par q_t .

3.2 Actions de contrôle

Les moyens de contrôle dont dispose le GRD pour contrôler le système sont modélisés par l'ensemble \mathcal{A}_s des actions de contrôle. Cet ensemble dépend de l'état \mathbf{s}_t du système car il n'est pas possible d'activer le service de flexibilité d'une charge si celui-ci est déjà actif. Les composantes des vecteurs $\mathbf{a}_t \in \mathcal{A}_s$ sont définies par

$$\mathbf{a}_t = (\bar{\mathbf{p}}_t, \mathbf{a}_t^{(f)}),$$

avec $\bar{\mathbf{p}}_t \in \mathbb{R}^{|\mathcal{G}|}$ tel que $\bar{p}_{g,t}$ indique le niveau d'injection de puissance active maximum à la période $t+1$ pour chaque générateur $g \in \mathcal{G}$. Le vecteur $\mathbf{a}_t^{(f)}$ représente quant à lui les indicateurs d'activation des services de flexibilité des charges $d \in \mathcal{F}$ où chaque composante $a_{d,t}^{(f)}$ est à valeur dans $\mathcal{A}_{d,s}^{(f)}$, défini comme

$$\mathcal{A}_{d,s}^{(f)} = \begin{cases} \{0, 1\} & \text{si } s_{d,t}^{(f)} = 0 \\ \{0\} & \text{si } s_{d,t}^{(f)} > 0, \end{cases}$$

pour s'assurer qu'une charge déjà active n'est pas activée.

En utilisant une telle représentation des actions de contrôle, nous considérons donc qu'une action de limitation de niveau de production ou d'activation de service de flexibilité qui vise une période t doit toujours

être effectuée à la période $t - 1$ qui la précède. Comme déjà décrit à la section 2, ces actions de contrôle peuvent en effet être notifiées par le GRD jusqu'à la période précédant leur application. Bien qu'il aurait été possible de considérer une modélisation des vecteurs d'actions intégrant des composantes n'induisant un contrôle effectif qu'après plusieurs périodes, cela impliquerait des effets de couplage temporel encore plus importants sans pour autant augmenter la marge de manœuvre de GRD. En effet, pour une période t , le dernier recours du GRD reste la période $t - 1$ et le modèle d'interactions considéré associé à une action un coût indifférent du délai entre sa notification et le moment où elle devient effective.

3.3 Fonction de transition

L'évolution du système d'un état s_t à un état s_{t+1} est décrit par la fonction de transition f . Le nouvel état s_{t+1} dépend, en plus de l'état précédent, des actions de contrôle \mathbf{a}_t du GRD et de la réalisation des processus stochastiques, modélisés comme des processus de Markov. Plus spécifiquement, on a

$$f : \mathcal{S} \times \mathcal{A}_s \times \mathcal{W} \mapsto \mathcal{S},$$

où \mathcal{W} est l'ensemble des réalisations possibles d'un processus aléatoire. L'évolution générale du système est donc gouvernée par la relation

$$s_{t+1} = f(s_t, \mathbf{a}_t, \mathbf{w}_t), \quad (12)$$

où $\mathbf{w}_t \in \mathcal{W}$ et distribué selon une loi de probabilité conditionnelle $p_{\mathcal{W}}(\cdot | s_t)$. Afin de définir cette fonction plus en détails, nous décrivons maintenant les différents processus qui la composent.

Consommation des charges

L'incertitude sur le comportement des consommateurs induit inévitablement une incertitude sur le niveau de puissance qu'ils prélèvent du réseau. Cependant, sur un horizon d'une journée, certaines tendances peuvent être observées. Des pics de consommation s'observent par exemple en début de matinée et en soirée chez les consommateurs résidentiels mais à des niveaux qui fluctuent malgré tout d'un jour à l'autre et d'un consommateur à l'autre. Finalement, nous modélisons l'évolution de la consommation pour chaque charge $d \in \mathcal{C}$ par

$$P_{d,t+1} = f_d(P_{d,t}, q_t, w_{d,t}), \quad (13)$$

où $w_{d,t}$ est une composante de $\mathbf{w}_t \sim p_{\mathcal{W}}(\cdot | s_t)$. La dépendance des fonctions f_d au quart d'heure de la journée q_t permet de capturer les tendances journalières du processus. Etant donné l'hypothèse de facteur de puissance constant des dispositifs, la consommation de puissance réactive peut être directement déduite de $P_{d,t+1}$:

$$Q_{q,t+1} = \tan \phi_d \cdot P_{d,t+1}.$$

Dans la section 5, nous décrivons une procédure possible pour modéliser l'évolution de la consommation d'un ensemble agrégé de consommateurs résidentiels par la relation (13).

Vitesse du vent et niveau de puissance des générateurs éoliens

L'incertitude quant au niveau de production des éoliennes est héritée de l'incertitude sur la vitesse du vent. Le processus de Markov que nous considérons régit la vitesse du vent, considérée comme uniforme sur l'ensemble du RD. Le niveau de production des générateurs éoliens est ensuite obtenu par une fonction déterministe qui dépend de la réalisation de la vitesse du vent, cette fonction est la courbe de puissance du générateur considéré. On formalise le phénomène comme :

$$v_{t+1} = f_v(v_t, q_t, w_t^{(v)}), \quad (14)$$

$$P_{g,t+1} = \eta_g(v_{t+1}), \forall g \in \text{générateurs éoliens} \subset \mathcal{G}, \quad (15)$$

tel que $w_t^{(v)}$ est une composante de $\mathbf{w}_t \sim p_{\mathcal{W}}(\cdot | s_t)$ et où η_g est la courbe de puissance du générateur g . Un exemple typique de courbe de puissance $\eta_g(v)$ est illustré à la figure 5. Comme pour les charges, la production de puissance réactive est obtenue à l'aide de la relation :

$$Q_{g,t+1} = \tan \phi_g \cdot P_{g,t+1}.$$

Une approche possible pour déterminer f_v à partir d'un ensemble de mesures est décrite à la section 5.

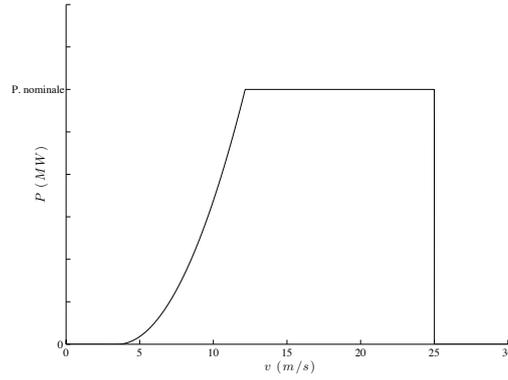


FIGURE 5 – Courbe de puissance d'un générateur éolien.

Irradiance solaire et production photovoltaïque

De façon similaire aux générateurs éoliens, les générateurs photovoltaïques ont un niveau de production incertain induit par l'incertitude associée à leur source d'énergie. Cette source est représentée par le niveau d'irradiance solaire qui quantifie la puissance du rayonnement solaire par m^2 . Le niveau d'irradiance est le processus stochastique qui est modélisé tandis que le niveau de production est obtenu par une fonction déterministe de l'irradiance et de la surface des panneaux photovoltaïques. Cette fonction est plus simple que la courbe de puissance d'une éolienne et est définie par

$$P_{g,t} = \eta_g \cdot \text{surf}_g \cdot ir_t,$$

où η_g est le facteur d'efficacité des panneaux, considéré comme constant et d'une valeur de 15%, tandis que surf_g est la surface des panneaux en m^2 et est propre à chaque générateur photovoltaïque. Le niveau d'irradiance est quant à lui dénoté par ir_t et l'ensemble du phénomène est modélisé par le processus de Markov suivant :

$$ir_{t+1} = f_{ir}(ir_t, q_t, w_t^{(ir)}), \quad (16)$$

$$P_{g,t+1} = \eta_g \cdot \text{surf}_g \cdot ir_{t+1}, \forall g \in \text{générateurs photovoltaïques} \subset \mathcal{G}, \quad (17)$$

tel que $w_t^{(v)}$ est une composante de $w_t \sim p_{\mathcal{W}}(\cdot | s_t)$. La technique utilisée dans la section 5 pour construire f_{ir} à partir d'un ensemble de données est similaire à celle utilisée pour la vitesse du vent.

Impact des actions de contrôle

Les processus stochastiques décrits régissent l'évolution de l'état $s_t^{(1)} \in \mathcal{S}^{(1)}$ de la consommation des charges (hors services de flexibilité) et du niveau de puissance des sources d'énergie des GD. Les lois de transition suivantes définissent quant à elles l'évolution des composantes de l'état des instructions de modulation $s_t^{(2)} \in \mathcal{S}^{(2)}$ en intégrant les actions de contrôle du GRD :

$$\forall g \in \mathcal{G} : \quad \bar{P}_{g,t+1} = \bar{p}_{g,t}, \quad (18)$$

$$\forall d \in \mathcal{F} : \quad s_{d,t+1}^{(f)} = \max(s_{d,t}^{(f)} - 1; 0) + a_{d,t}^{(f)} T_d, \quad (19)$$

$$\forall d \in \mathcal{F} : \quad \Delta P_{d,t+1} = \begin{cases} \Delta P_d(T_d - s_{d,t+1}^{(f)} + 1) & \text{si } s_{d,t+1}^{(f)} > 0 \\ 0 & \text{si } s_{d,t+1}^{(f)} = 0. \end{cases} \quad (20)$$

A partir des vecteurs $\mathbf{s}_i^{(1)}$ et $\mathbf{s}_i^{(2)}$, on peut, pour chaque noeud $n \in \mathcal{N}$, déterminer les puissances active et réactive réellement injectées et ainsi obtenir la valeur des grandeurs électriques électrique du réseau :

$$P_{n,t}^\Sigma = \sum_{g \in \mathcal{G}(n)} \min(\bar{P}_{g,t}; P_{g,t}) + \sum_{d \in \mathcal{C}(n) \setminus \mathcal{F}(n)} P_{d,t} + \sum_{d \in \mathcal{F}(n)} (P_{d,t} + \Delta P_{d,t}), \quad (21)$$

$$Q_{n,t}^\Sigma = \sum_{g \in \mathcal{G}(n)} \min(\tan \phi_g \bar{P}_{g,t}; Q_{g,t}) + \sum_{d \in \mathcal{C}(n) \setminus \mathcal{F}(n)} Q_{d,t} + \sum_{d \in \mathcal{F}(n)} (Q_{d,t} + \tan \phi_d \Delta P_{d,t}), \quad (22)$$

$$0 = g_n(\mathbf{e}, \mathbf{f}, P_{n,t}^\Sigma, Q_{n,t}^\Sigma), \quad (23)$$

$$0 = h_n(\mathbf{e}, \mathbf{f}, P_{n,t}^\Sigma, Q_{n,t}^\Sigma), \quad (24)$$

tandis qu'on niveau des liens $l \in \mathcal{L}$, on a :

$$i_l(\mathbf{e}, \mathbf{f}) = 0. \quad (25)$$

3.4 Fonction de récompense et objectif

Afin d'évaluer la performance d'une politique de décision, nous spécifions d'abord la fonction $r : \mathcal{S} \times \mathcal{A}_s \times \mathcal{S} \mapsto \mathbb{R}$ qui associe une récompense instantanée à chaque transition du système d'une période t à une période $t + 1$:

$$r(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t, \mathbf{s}_{t+1}) = - \underbrace{\sum_{g \in \mathcal{G}} \max\{0, \frac{P_{g,t+1} - \bar{P}_{g,t+1}}{4}\}}_{\text{coût de modulation des GD}} C_g^{curt}(q_{t+1}) - \underbrace{\sum_{d \in \mathcal{F}} a_{d,t}^{(f)} C_d^{flex}}_{\text{coût d'activation des charges flexibles}} - \underbrace{\Phi(\mathbf{s}_{t+1})}_{\text{fonction barrière}}, \quad (26)$$

où $C_g^{curt}(q_{t+1})$ est le prix du marché day-ahead pour le quart d'heure q_{t+1} de la journée et C_d^{flex} est le coût d'activation des charges flexibles, propre à chacune. La fonction Φ est quant à elle une fonction barrière qui permet de pénaliser une politique de décision menant le système dans un état électrique qui viole les limites opérationnelles. Celle-ci est définie comme

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{s}_{t+1}) = & \sum_{n \in \mathcal{N}} [\chi(e_{n,t+1}^2 + f_{n,t+1}^2 - \bar{V}_n^2) + \chi(V_n^2 - e_{n,t+1}^2 - f_{n,t+1}^2)] \\ & + \sum_{l \in \mathcal{L}} \chi(|I_{l,t+1}| - \bar{I}_l), \end{aligned} \quad (27)$$

où $e_{n,t+1}$, $f_{n,t+1}$ ($n \in \mathcal{N}$) et $I_{l,t+1}$ ($l \in \mathcal{L}$) sont déterminés à partir de \mathbf{s}_{t+1} grâce aux équations (21)-(25) et avec

$$\chi(x) = \begin{cases} 10^5 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (28)$$

La fonction de récompense est donc d'autant plus négative que les coûts d'opération sont élevés et que les limites opérationnelles ne sont pas respectées.

On peut maintenant définir le *retour sur T périodes*, dénoté par R_T , comme la somme pondérée des récompenses observées sur une trajectoire du système de T périodes

$$R_T = \sum_{t=0}^{T-1} \gamma^t r(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t, \mathbf{s}_{t+1}), \quad (29)$$

où $\gamma \in]0; 1[$ est le facteur d'actualisation. Etant donné que $\gamma^t < 1$ pour $t > 0$, on attribue moins d'importance aux récompenses obtenues après la période $t = 0$ et ce d'autant plus qu'on s'éloigne de celle-ci dans le temps. L'opération d'un RD devant être assurée en tout temps, il ne semble pas pertinent de considérer des retours sur un nombre fini de périodes et on introduit le *retour R* comme

$$R = R_\infty = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{t=0}^{T-1} \gamma^t r(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t, \mathbf{s}_{t+1}), \quad (30)$$

qui correspond à la somme pondérée des récompenses observées sur une trajectoire infinie du système. Etant donné que les coûts et les pénalités prennent des valeurs finies et que la fonction de récompense r est une somme d'un nombre fini de ces coûts et pénalités, il existe une constante C tel que, $\forall(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t, \mathbf{s}_{t+1}) \in \mathcal{S} \times \mathcal{A}_s \times \mathcal{S}$, on a $|r(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t, \mathbf{s}_{t+1})| < C$ et donc

$$|R| < \lim_{T \rightarrow \infty} C \sum_{t=0}^{T-1} \gamma^t = \frac{C}{1-\gamma}. \quad (31)$$

Cela signifie que le retour R , bien que défini comme une somme infinie, converge en une valeur finie. Observons que, vu que $\mathbf{s}_{t+1} = f(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t, \mathbf{w}_t)$, il existe une fonction $\rho : \mathcal{S} \times \mathcal{A} \times \mathcal{W} \mapsto \mathbb{R}$ qui agrège les fonction f et r et tel que

$$r(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t, \mathbf{s}_{t+1}) = \rho(\mathbf{s}_t, \mathbf{a}_t, \mathbf{w}_t), \quad (32)$$

avec $\mathbf{w}_t \sim p_{\mathcal{W}}(\cdot | \mathbf{s}_t)$. Soit une politique de décision $\pi : \mathcal{S} \mapsto \mathcal{A}_s$ qui associe une action de contrôle à chaque état du système. On peut maintenant définir, à partir d'un état initial $\mathbf{s}_0 = \mathbf{s}$, l'espérance du retour R d'une politique π par

$$J^\pi(\mathbf{s}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \mathbb{E}_{\mathbf{w}_t \sim p_{\mathcal{W}}(\cdot | \mathbf{s}_t)} \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} \gamma^t \rho(\mathbf{s}_t, \pi(\mathbf{s}_t), \mathbf{w}_t) | \mathbf{s}_0 = \mathbf{s} \right\}. \quad (33)$$

Appelons Π l'espace de toutes les politiques π . Face au problème de gestion prévisionnelle décrit à la section 2, l'objectif du GRD revient à déterminer une politique optimale π^* parmi tous les éléments de Π , c'est-à-dire une politique satisfaisant la condition suivante

$$J^{\pi^*}(\mathbf{s}) \geq J^\pi(\mathbf{s}), \forall \mathbf{s} \in \mathcal{S}, \forall \pi \in \Pi. \quad (34)$$

Il est bien connu qu'une telle politique satisfait l'équation de Bellman (Bellman, 1957) qui s'écrit

$$J^{\pi^*}(\mathbf{s}) = \max_{\mathbf{a} \in \mathcal{A}_s} \mathbb{E}_{\mathbf{w} \sim p_{\mathcal{W}}(\cdot | \mathbf{s})} \left\{ \rho(\mathbf{s}, \mathbf{a}, \mathbf{w}) + \gamma J^{\pi^*}(f(\mathbf{s}, \mathbf{a}, \mathbf{w})) \right\}, \forall \mathbf{s} \in \mathcal{S}. \quad (35)$$

Si nous considérons uniquement l'espace des politiques stationnaires (c.-à-d. qui sélectionnent une action indépendamment de l'instant t), cela se fait sans perte de généralité par rapport à l'espace des politiques $\Pi' : \mathcal{S} \times \mathcal{T} \mapsto \mathcal{A}$ car le retour qui doit être maximisé correspond à une trajectoire infinie du système (Bertsekas & Shreve, 1978).

4 Techniques de résolution

Nous identifions dans cette section trois classes de techniques de résolution qui pourraient s'appliquer au problème de gestion prévisionnelle. La première est l'optimisation mathématique, technique pour laquelle nous joignons également une revue de la littérature concernant les travaux de recherche en résolution d'OPF multi-période. La seconde approche considérée est constituée des techniques qui reposent sur la programmation dynamique, telles que la programmation dynamique approchée et l'apprentissage par renforcement. Finalement, les techniques d'optimisation basées sur des approches de simulation sont discutées.

4.1 Optimisation mathématique

Il est possible d'aborder ce problème de gestion prévisionnelle en résolvant, à chaque période t , un programme mathématique \mathcal{M}_t qui prends en compte l'évolution du système sur un horizon de temps fini T , c'est-à-dire où $[[t, t + T - 1]]$ constitue l'ensemble \mathcal{T}_t des périodes considérées. L'action de contrôle \mathbf{a}_t appliquée à l'instant t est alors l'action calculée par le programme mathématique \mathcal{M}_t et est associée à la première période au sein de \mathcal{T}_t . La politique de décision optimale approchée $\hat{\pi}_{\mathcal{M}_t}^*$ qui en résulte peut être

formulée comme

$$\hat{\pi}_{\mathcal{M}_t}^*(\mathbf{s}) = \arg \max_{\mathbf{a} \in \mathcal{A}_s} \max_{\substack{\forall t' \in \mathcal{T}_t \\ \mathbf{s}_{t'}, \mathbf{a}_{t'}, \\ \mathbf{w}_{t'} \sim p_{\mathcal{W}}(\cdot | \mathbf{s}_{t'})}} \mathbb{E}_{\mathbf{w}_{t'} \sim p_{\mathcal{W}}(\cdot | \mathbf{s}_{t'})} \left[\sum_{t'=t}^{t+T-1} \gamma^{t'-t} \rho(\mathbf{s}_{t'}, \mathbf{a}_{t'}, \mathbf{w}_{t'}) \right] \quad (36)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{s}_t = \mathbf{s} \quad (37)$$

$$\mathbf{a}_t = \mathbf{a} \quad (38)$$

$$\mathbf{s}_{t'} = f(\mathbf{s}_{t'-1}, \mathbf{a}_{t'-1}, \mathbf{w}_{t'-1}), \quad \forall t' \in \mathcal{T}_t \setminus \{t\} \quad (39)$$

$$\mathbf{a}_{t'} \in \mathcal{A}_{\mathbf{s}_{t'}}, \quad \forall t' \in \mathcal{T}_t, \quad (40)$$

où l'erreur d'approximation est d'autant plus forte que le nombre T de périodes considérées est faible. Ce n'est cependant pas la seule source d'approximation. Premièrement, il n'existe pas de méthode numérique exacte pour résoudre (36)-(40) sans nécessiter une approximation discrète des processus incertains (Shapiro *et al.*, 2009). Ensuite, à cause de la non-linéarité des équations de power flow d'une part et de la présence de variables entières pour exprimer l'activation des services de flexibilité d'autre part, le programme mathématique résultant est très complexe à résoudre. Pour cette raison, il est souvent nécessaire de recourir à des techniques d'optimisation locale et à des heuristiques qui n'apportent pas de garantie sur le degré d'optimalité des solutions.

L'optimisation mathématique ayant la capacité d'explicitement prendre en compte des contraintes sur les variables d'optimisation, il est possible de modifier le programme mathématique pour ne retenir que les coûts des modulation et de flexibilité dans la fonction objectif et d'intégrer les limites opérationnelles comme des contraintes. En considérant également une discrétisation des processus aléatoires en un arbre de scénarios (Defourny *et al.*, 2011), on obtient une politique $\hat{\pi}_{\mathcal{M}_t}^*$ définie comme

$$\hat{\pi}_{\mathcal{M}_t}^*(\mathbf{s}) = \arg \min_{\mathbf{a} \in \mathcal{A}_s(\mathbf{s})} \min_{\substack{\forall k \in \mathcal{K}_t \\ \mathbf{s}_k, \mathbf{a}_k}} \sum_{k=0}^{|\mathcal{K}_t|-1} \left[\mathbb{P}_k \gamma^{\mathbb{D}_k} \text{cost}(\mathbf{s}_k, \mathbf{a}_k, \mathbf{w}_k) \right] \quad (41)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{s}_0 = \mathbf{s} \quad (42)$$

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{a} \quad (43)$$

$$\mathbf{s}_k = f(\mathbf{s}_{\mathbb{A}_k}, \mathbf{a}_{\mathbb{A}_k}, \mathbf{w}_{\mathbb{A}_k}), \quad \forall k \in \mathcal{K}_t \setminus \{0\} \quad (44)$$

$$\mathbf{a}_k \in \mathcal{A}_{\mathbf{s}_k}, \quad \forall k \in \mathcal{K}_t \quad (45)$$

$$\mathbf{s}_k \in \mathcal{S}^{(\text{ok})}, \quad \forall k \in \mathcal{K}_t, \quad (46)$$

où la notation utilisée est la suivante :

- $\text{cost} : \mathcal{S} \times \mathcal{A}_s \times \mathcal{W}$ définit le coût de modulation et de flexibilité associé à une transition du système ;
- \mathcal{K}_t est l'ensemble des noeuds de l'arbre de scénarios ($0 \in \mathcal{K}_t$ correspond au noeud racine) ;
- \mathbb{P}_k est la probabilité attachée au noeud $k \in \mathcal{K}_t$;
- \mathbb{A}_k est le parent direct du noeud k dans l'arbre ;
- \mathbb{D}_k est la profondeur du noeud k dans l'arbre, définie comme $\mathbb{D}_k = \mathbb{D}_{\mathbb{A}_k} + 1$ avec $\mathbb{D}_0 = 0$;
- $\mathcal{S}^{(\text{ok})}$ représente le sous-ensemble des états du système qui n'enfreignent pas les limites opérationnelles du réseau.

Relaxations et tentatives de résolution récentes

Les problèmes d'OPF, bien que non-convexes, ont longtemps été résolus (et le sont toujours dans les applications pratiques) en utilisant des méthodes d'optimisation non-linéaire locale. Les méthodes de point intérieur sont probablement la classe la plus répandue des méthodes dédiées à ce problème (Capitanescu *et al.*, 2007). Si la solution que ces méthodes fournissent n'a aucune garantie d'être globalement optimale, celles-ci ont cependant un bon taux de convergence et une bonne capacité à résoudre efficacement des problèmes d'assez grande dimension. Récemment, l'optimisation semi-définie positive (SDP) a été appliquée avec succès pour obtenir une relaxation convexe du problème d'OPF (Lavai & Low, 2012). Les auteurs rapportent un écart de dualité très faible sur certains réseaux de test standards maillés, et sur des versions

randomisées de ceux-ci. Cette propriété d'écart de dualité quasi-nul a ainsi été observée expérimentalement, mais d'autres recherches ont donné lieu à des conditions suffisantes pour un écart de dualité nul. C'est le cas, par exemple, si la fonction objectif est convexe et monotonement croissante avec le niveau de production de puissance active des générateurs, et si le réseau a une topologie radiale (Bose *et al.*, 2012; Gan *et al.*, 2012). Une autre approche visant l'optimalité globale repose sur la relaxation lagrangienne (LR) (Phan, 2012). L'auteur décrit également un *branch-and-bound* spatial pour combler l'écart de dualité. Gopalakrishnan *et al.* (2012) ont évalué la capacité des approches SDP et LR à réduire l'écart d'optimalité dans un *branch-and-bound* spatial. Pour chacune de ces méthodes, il a été démontré expérimentalement qu'il est très difficile de parvenir à réduire significativement l'écart de dualité dans des délais raisonnables, même pour de petits systèmes de test. Des applications multi-période liées au stockage de l'énergie sont examinées dans Gayme & Topcu (2011), où la relaxation SDP de Lavaei & Low (2012) est appliquée avec succès, car leurs applications particulières remplissent les conditions pour n'avoir aucun écart de dualité. Les auteurs de Gopalakrishnan *et al.* (2013) mentionnent que l'extension de Gopalakrishnan *et al.* (2012) dans un cadre multi-période résulte en un SDP de taille trop importante pour les solveurs actuels.

De nombreux travaux considèrent le problème de *unit commitment* sur un réseau à courant alternatif, ce qui est une instance d'un OPF multi-période avec des variables discrètes. Par exemple, dans Alguacil & Conejo (2000), une décomposition de Benders généralisée subdivise le problème en un problème maître linéaire avec des variables discrètes et des sous-problèmes non-convexes multi-période. Des coupes de Benders sont générées grâce à l'information obtenue en résolvant les sous-problèmes, afin d'améliorer la formulation du problème maître. Finalement, Gemine *et al.* (2014) explore une tentative de résolution d'un problème très similaire mathématiquement (la seule différence réside dans la définition des services de flexibilité), et fournit plus d'information sur les travaux de recherches liés.

4.2 Programmation dynamique

Les méthodes qui dérivent directement de l'optimisation mathématique se buttant à des problèmes calculatoires importants, il semble pertinent d'envisager des algorithmes qui reposent sur les principes de la programmation dynamique (DP). En particulier, la *programmation dynamique approchée* (Bertsekas & Tsitsiklis, 1996; Busoniu *et al.*, 2010) vise à calculer des politiques optimales approchées pour des problèmes décisionnels de grande dimension. Ces algorithmes reposent souvent sur des schémas itératifs où, à chaque itération k , une fonction J_k sensée se rapprocher de plus en plus de la fonction J^{π^*} est apprise. Lorsque l'algorithme se termine, la dernière fonction apprise, que nous appelons \hat{J}^{π^*} , peut alors être utilisée pour définir comme suit une politique optimale approchée :

$$\hat{\pi}^*(\mathbf{s}) = \arg \max_{\mathbf{a} \in \mathcal{A}_{\mathbf{s}}} \mathbb{E}_{\mathbf{w} \sim \mathcal{P}_{\mathcal{W}}(\cdot|\mathbf{s})} \{ \rho(\mathbf{s}, \mathbf{a}, \mathbf{w}) + \gamma \hat{J}^{\pi^*}(\mathbf{s}') \mid \mathbf{s}' = f(\mathbf{s}, \mathbf{a}, \mathbf{w}) \}. \quad (47)$$

4.3 Méthodes de simulation

La *recherche directe de politiques* (Busoniu *et al.*, 2011) forme un sous-ensemble important des techniques de résolution reposant sur la simulation. Cette approche requiert tout d'abord la définition d'un espace de politiques candidates paramétriques $\Pi_{\theta} \subset \Pi$. A chaque itération k , des valeurs θ_i ($i \in \mathcal{I}^{(k)}$) de paramètre sont évaluées en simulant des trajectoires du système associées aux politiques π_{θ_i} . Le résultat de ces simulations permet la sélection des nouvelles valeurs de paramètres θ_i ($i \in \mathcal{I}^{(k+1)}$) à l'itération suivante. L'objectif recherché par un tel algorithme est de converger au plus vite vers une valeur de paramètre $\hat{\theta}^*$ qui définit une bonne politique optimale approchée $\pi_{\hat{\theta}^*}$.

Un autre sous-ensemble des méthodes de simulation est constitué par la *recherche arborescente Monte-Carlo* (Kocsis & Szepesvári, 2006; Maes *et al.*, 2012). Usuellement, à chaque pas de temps, cette classe d'algorithmes repose sur la simulation de trajectoires du système pour construire de manière incrémentale un arbre de scénarios dont la profondeur n'est pas uniforme. Ce sont les simulations déjà réalisées qui sont exploitées pour sélectionner les noeuds de l'arbre de scénarios à développer. Lorsque la construction de l'arbre est terminée, l'action jugée optimale pour le noeud racine de l'arbre est appliquée au système.

5 Instance de test

Dans cette section, nous décrivons une instance de test du problème étudié. L'ensemble des modèles et des paramètres propres à cette instance ainsi que la documentation nécessaire à leur utilisation sont accessibles

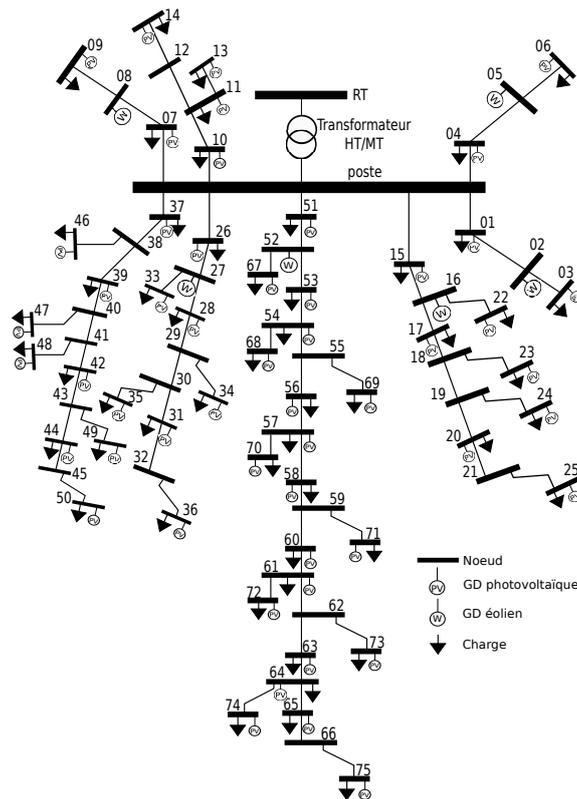


FIGURE 6 – Réseau de test.

à l'adresse <http://www.montefiore.ulg.ac.be/~anm/> sous forme des scripts et de fonctions Matlab[®]. Ceux-ci ont été développés pour fournir un simulateur de type "boîte noire" rapide à mettre en place. Le RD choisi pour cette instance est un réseau générique de 75 noeuds (SEDC Centre, 2010) doté d'une topologie radiale, il est représenté à la figure 6. Nous y avons attaché différents dispositifs électriques de sorte qu'il est possible de regrouper les noeuds de ce réseau en quatre catégories distinctes :

- les noeuds *résidentiels* ont chacun deux dispositifs qui leur sont connectés, à savoir une charge représentant un ensemble de consommateurs résidentiels et un générateur modélisant les installations photovoltaïques présentes sur le toit des maisons ;
- les noeuds *producteurs* ont uniquement un générateur qui leur est raccordé, celui-ci consiste en un parc éolien de 6 MW de capacité ;
- les noeuds *topologiques* ne sont pas directement liés à des dispositifs, ils ont une fonction topologique et permettent la ramification du réseau ;
- le noeud *balancier* modélise le RT vu du RD, il assure l'équilibre entre la puissance consommée et produite au sein du réseau et un niveau de tension constant lui est associé.

Lors du dimensionnement des dispositifs, nous avons d'abord considéré que le réseau alimentait vingt mille logements avec une moyenne de 2,4 habitants par logement. Ces logements ont été repartis en 53 charges tel qu'indiqué par la figure 7. Afin de déterminer la capacité des générateurs aux noeuds résidentiels, une valeur de 1,3 m² de panneaux photovoltaïques par personne a été utilisée. Ces grandeurs ont servi à construire les modèles stochastiques d'injection et de prélèvement. Ceux-ci sont illustrés à la figure 8 qui présente, sur un horizon d'une journée, des réalisations de la puissance prélevée du réseau par les dispositifs électriques. La procédure ayant conduit à la construction des modèles stochastiques est décrite à la fin de cette section.

Outre les possibilités de modulation du niveau de production offertes par tous les GD (éoliens et photovoltaïques) au coût défini à la section 3.4 avec un prix de marché day-ahead correspondant la figure 9, nous

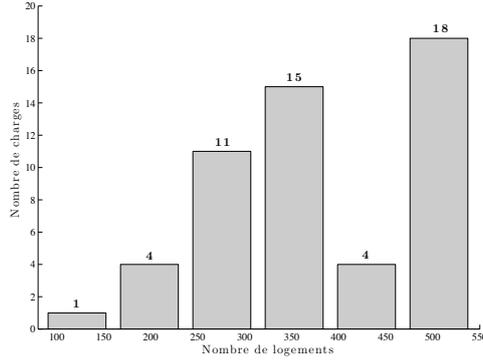


FIGURE 7 – Histogramme décrivant la répartition des logements parmi les charges agrégées du RD.

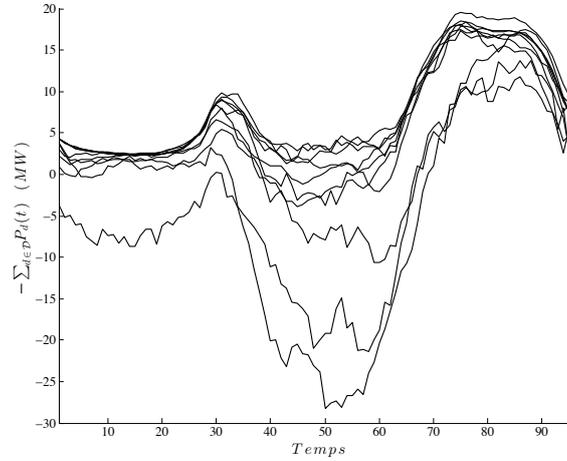


FIGURE 8 – Scénarios de prélèvement des dispositifs électriques. Les valeurs négatives signifient que les GD injectent plus de puissance que la consommation des charges.

considérons que toutes les charges offrent un service de flexibilité. Pour cette instance, on a, $\forall d \in \mathcal{F} = \mathcal{C}$:

$$t'_d = T_d - s_{d,t}^{(f)} + 1 \quad (48)$$

$$\Delta P_d(t'_d) = \begin{cases} \pm \Delta P_d^{nom} \sin(1.8\pi \frac{t'_d - 0.5(T_d + 1)}{T_d - 1}) & \text{si } t'_d \in \llbracket 1, T_d \rrbracket \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (49)$$

où le signe de $\Delta P_d(t')$ dépend du sens de modulation qu'offre la charge d . Environ la moitié des charges offrent une modulation initialement à la baisse, suivie d'une rebond à la hausse et inversement pour l'autre moitié. Ces services de flexibilité sont illustrés à la figure 10. Les paramètres ΔP_d^{nom} et T_d sont propres à chaque charge et nous considérons que le coût d'activation de ces services est proportionnel à l'amplitude du signal de modulation ($C_d^{flex} \propto \Delta P_d^{nom}$).

Pour construire les fonctions de transition des différentes grandeurs stochastiques (c.-à-d. la consommation des charges, la vitesse du vent et le niveau d'irradiance solaire), l'approche que nous avons utilisée consiste à apprendre, à partir d'un ensemble de données, les fonctions $\mu_i(s_{i,t}, q_t)$ et $\sigma_i^2(q_t)$ qui déterminent respectivement la moyenne et la variance, à la période $t + 1$, de chacune de ces grandeurs i à partir de leur réalisation à la période t et du quart d'heure associé à cette réalisation. La procédure utilisée pour construire les fonctions estimées $\hat{\mu}_i$ et $\hat{\sigma}_i^2$, pour chaque grandeur stochastique i , est la suivante :

1. formatage des données en K tuples $(s_{i,t}^{(k)}, q_t^{(k)}, s_{i,t+1}^{(k)})$;
2. soit $\hat{\mu}_\theta$ un réseau de neurones où θ représente ses paramètres d'apprentissage, on détermine $\hat{\mu}_i$ en

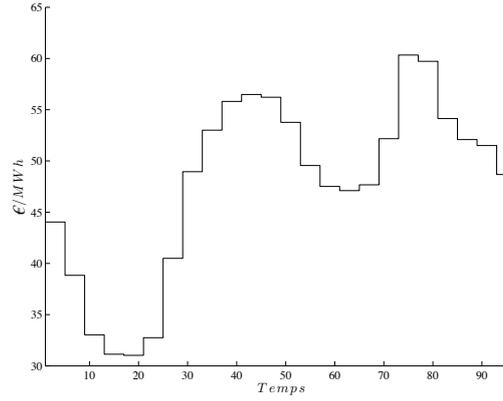


FIGURE 9 – Prix de l'électricité par MWh dans la journée.

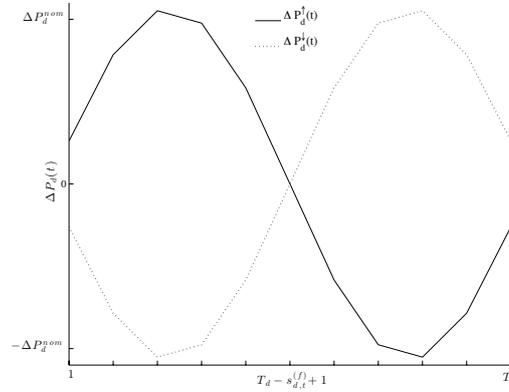


FIGURE 10 – Modèles de signal de modulation utilisés dans l'instance de test.

résolvant

$$\theta_i^* = \arg \min_{\theta} \sum_{k=1}^K [s_{i,t+1}^{(k)} - \hat{\mu}_{\theta}(s_{i,t}^{(k)}, q_t^{(k)})]^2$$

et on pose $\hat{\mu}_i = \hat{\mu}_{\theta_i^*}$;

3. soit $\hat{\sigma}_{\eta}^2$ un réseau de neurones où η représente ses paramètres d'apprentissage et soit l'ensemble $\mathcal{J}_k = \{j \mid q_t^{(j)} = q_t^{(k)}\}$, on détermine $\hat{\sigma}_i^2$ en résolvant

$$\eta_i^* = \arg \min_{\eta} \sum_{k=1}^K \left[\hat{\sigma}_{\eta}^2(q_t^{(k)}) - \frac{1}{|\mathcal{J}_k|} \sum_{\forall j \in \mathcal{J}_k} [s_{i,t+1}^{(j)} - \hat{\mu}_i(s_{i,t}^{(j)}, q_t^{(j)})]^2 \right]^2$$

et on pose $\hat{\sigma}_i^2 = \hat{\sigma}_{\eta_i^*}^2$.

Ensuite, en choisissant $p_{\mathcal{W}}(\cdot | \mathbf{s}_t)$ tel que chaque composante $w_{i,t}$ du vecteur $\mathbf{w}_t \sim p_{\mathcal{W}}(\cdot | \mathbf{s}_t)$ suit une loi normale standard $\mathcal{N}(0, 1)$, on peut définir les différentes fonctions de transition des grandeurs stochastiques comme

$$P_{d,t+1} = f_d(P_{d,t}, q_t) = \hat{\mu}_d(P_{d,t}, q_t) + w_{d,t} \sqrt{\hat{\sigma}_d^2(q_t)} \quad , \quad \forall d \in \mathcal{C} \quad (50)$$

$$v_{t+1} = f_v(v_t, q_t) = \hat{\mu}_v(v_t, q_t) + w_{v,t} \sqrt{\hat{\sigma}_v^2(q_t)} \quad (51)$$

$$ir_{t+1} = f_{ir}(ir_t, q_t) = \hat{\mu}_{ir}(ir_t, q_t) + w_{ir,t} \sqrt{\hat{\sigma}_{ir}^2(q_t)} \quad (52)$$

Les données utilisées pour l'apprentissage des fonctions sont des mesures réelles pour la vitesse du vent¹ et pour l'irradiance solaire² tandis que les données de consommation correspondent à des scénarios agrégés de consommations résidentielles générées à partir d'un modèle stochastique détaillé (Richardson *et al.*, 2010).

6 Remerciements

Cette recherche est soutenue par le Service Public de Wallonie – Département de l'Énergie et du Bâtiment Durable – dans le cadre du projet GREDOR.

Les auteurs sont également reconnaissants pour le soutien financier du Réseau Dysco, un programme du Pôle d'Attraction Interuniversitaires initié par l'État Belge et la Politique Scientifique Fédérale.

Références

- ALGUACIL N. & CONEJO A. (2000). Multiperiod optimal power flow using Benders decomposition. *IEEE Transactions on Power Systems*, **15**(1), 196–201.
- BELLMAN R. (1957). *Dynamic Programming*. Princeton University Press.
- BERTSEKAS D. & SHREVE S. (1978). *Stochastic Optimal Control : The Discrete Time Case*. Academic Press New York.
- BERTSEKAS D. & TSITSIKLIS J. (1996). *Neuro-Dynamic Programming*. Belmont, MA : Athena Scientific.
- BOSE S., GAYME D., MANI CHANDY K. & LOW S. (2012). Quadratically constrained quadratic programs on acyclic graphs with application to power flow. *ArXiv e-prints*.
- BUSONI L., BABUSKA R., DE SCHUTTER B. & ERNST D. (2010). *Reinforcement Learning and Dynamic Programming Using Function Approximators*. Boca Raton, FL : CRC Press.
- BUSONI L., ERNST D., DE SCHUTTER B. & BABUSKA R. (2011). Cross-entropy optimization of control policies with adaptive basis functions. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B : Cybernetics*, **41**(1), 196–209.
- CAPITANESCU F., GLAVIC M., ERNST D. & WEHENKEL L. (2007). Interior-point based algorithms for the solution of optimal power flow problems. *Electric Power Systems Research*, **77**(5–6), 508–517.
- DEFOURNY B., ERNST D. & WEHENKEL L. (2011). *Multistage stochastic programming : A scenario tree based approach to planning under uncertainty*, In *Decision Theory Models for Applications in Artificial Intelligence : Concepts and Solutions*, chapter 6. Information Science Publishing : Hershey, PA.
- DOLAN M. J., DAVIDSON E. M., KOCKAR I., AULT G. W. & MCARTHUR S. D. J. (2012). Distribution power flow management utilizing an online optimal power flow technique. *IEEE Transactions on Power Systems*, **27**(2), 790–799.
- DOMMEL H. & TINNEY W. (1968). Optimal power flow solutions. *IEEE transactions on Power Apparatus and Systems*, **PAS-87**(10), 1866–1876.
- FOUQUET D. & JOHANSSON T. (2008). European renewable energy policy at crossroads – focus on electricity support mechanisms. *Energy Policy*, **36**(11), 4079–4092.
- GAN L., LI N., TOPCU U. & LOW S. (2012). On the exactness of convex relaxation for optimal power flow in tree networks. In *Proceedings of the IEEE 51st Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, p. 465–471.
- GAYME D. & TOPCU U. (2011). Optimal power flow with distributed energy storage dynamics. In *Proceedings of the 2011 American Control Conference (ACC)*, p. 1536–1542.
- GEMINE Q., ERNST D., LOUVEAUX Q. & CORNÉLUSSE B. (2014). Relaxations for multi-period optimal power flow problems with discrete decision variables. In *Proceedings of the 18th Power Systems Computation Conference (PSCC-14)*.
- GEMINE Q., KARANGELOS E., ERNST D. & CORNÉLUSSE B. (2013). Active network management : planning under uncertainty for exploiting load modulation. In *Proceedings of the 2013 IREP Symposium - Bulk Power System Dynamics and Control - IX*.
- GOPALAKRISHNAN A., RAGHUNATHAN A., NIKOVSKI D. & BIEGLER L. (2012). Global optimization of optimal power flow using a branch & bound algorithm. In *Proceedings of the 50th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing*, p. 609–616.

1. <http://www.knmi.nl/samenw/hydra/register/index.html>

2. <http://solargis.info/>

- GOPALAKRISHNAN A., RAGHUNATHAN A., NIKOVSKI D. & BIEGLER L. (2013). Global optimization of multi-period optimal power flow. In *Proceedings of the 2013 American Control Conference (ACC)*, p. 1157–1164.
- JACOBSEN H. & SCHRÖDER S. (2012). Curtailment of renewable generation : Economic optimality and incentives. *Energy Policy*, **49**(C), 663–675.
- KOCSIS L. & SZEPESVÁRI C. (2006). Bandit based monte-carlo planning. In *Proceedings of the 17th European Conference on Machine Learning (ECML)*, p. 282–293 : Springer.
- LAVAEI J. & LOW S. (2012). Zero duality gap in optimal power flow problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, **27**(1), 92–107.
- LIEW S. & STRBAC G. (2002). Maximising penetration of wind generation in existing distribution networks. *IET Generation Transmission and Distribution*, **149**(3), 256–262.
- LOPES J., HATZIARGYRIOU N., MUTALE J., DJAPIC P. & JENKINS N. (2007). Integrating distributed generation into electric power systems : A review of drivers, challenges and opportunities. *Electric Power Systems Research*, **77**(9), 1189–1203.
- MAES F., LUPIEN ST-PIERRE D. & ERNST D. (2012). Monte carlo search algorithm discovery for one player games. *IEEE Transactions on Computational Intelligence and AI in Games*, **5**(3).
- OCHOA L., DENT C. & HARRISON G. (2010). Distribution network capacity assessment : Variable DG and active networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, **25**(1), 87–95.
- PHAN D. (2012). Lagrangian duality and branch-and-bound algorithms for optimal power flow. *Operations Research*, **60**(2), 275–285.
- RICHARDSON I., THOMSON M., INFELD D. & CLIFFORD C. (2010). Domestic electricity use : A high-resolution energy demand model. *Energy and Buildings*, **42**(10), 1878–1887.
- SEDG CENTRE (2010). UK generic distribution system (UKGDS) project. <http://www.sedg.ac.uk/>.
- SHAPIRO A., DENTCHEVA D. & RUSZCZYŃSKI A. (2009). *Lectures on Stochastic Programming : Modeling and Theory*. SIAM.
- STRBAC G. (2008). Demand side management : Benefits and challenges. *Energy Policy*, **36**(12), 4419–4426.