

Evaluation de la durée de vie des outils de fraisage

J.F. Debongnie

Laboratoire de Méthodes de Fabrication,
Université de Liège

Résumé

Cet article présente une méthode d'évaluation de la durée de vie des outils de fraisage, fondée sur le principe du dommage cumulatif. La théorie est développée aussi bien dans le cas du fraisage en roulant que dans celui du fraisage en bout. Dans ce dernier cas, et à titre d'illustration, l'effet du décentrement de la coupe sur la durée de vie est discuté.

Summary

A method of prediction of the life of milling tools is presented. Founded on the cumulative damage principle, this method evenly covers peripheral and face milling. In the latter case, the theory is illustrated by a comparison of symmetrical and asymmetrical face milling from the point of view of tool life.

Samenvatting

Dit artikel handelt over een methode voor het evalueren van de levensduur van freeswerktuigen. De theorie, steunend op het principe van de cumulatieve schade, wordt zowel toegepast op het draaifrezen als op het eindfrezen. In dit laatste geval wordt ter illustratie vanuit het standpunt van de levensduur van het werktuig een vergelijking gemaakt tussen het symmetrische en het asymmetrische frezen.

1. Introduction

Le présent article livre les résultats d'une recherche effectuée au Laboratoire de Méthodes de Fabrication de l'Université de Liège dans le cadre d'un programme plus vaste visant à la *détermination informatique des conditions de coupe*. Comme on le sait, il s'agit en substance de déterminer les conditions de coupe réalisant le meilleur compromis économique entre l'accroissement du débit de coupe et la limitation de l'usure des outils, tout en tenant compte de la puissance de la machine-outil.

Il va de soi qu'une telle analyse nécessite une connaissance suffisamment précise des lois qui régissent l'usure des outils. Dans le cas du tournage, le problème est assez bien cerné, du moins pour le chariotage, et on admet généralement une loi de Taylor généralisée où interviennent, avec des exposants appropriés, la vitesse, l'épaisseur et la largeur de coupe. Le choix rationnel des conditions de coupe peut alors se faire aisément sur base de tables d'exposants de Taylor que l'on se procure sans difficulté.

La situation est beaucoup moins favorable dans le cas du fraisage. La géométrie est plus complexe, et les renseignements utiles sont rares et résultent le plus souvent de recherches empiriques sans fondement théorique sérieux. Dans ces conditions, il est illusoire de prétendre optimiser le processus, car on le connaît trop mal. Pour trouver une issue à cette impasse, nous avons jugé *nécessaire* d'essayer d'établir un *modèle rationnel* de la durée de vie des fraises. Bien que de nature théorique, la présente étude est donc justifiée par une motivation *strictement pragmatique*, à savoir, le besoin de disposer d'une méthode de calcul. Le modèle que nous proposons repose sur le *principe du dommage cumulatif*, déjà appliqué avec succès dans l'étude des essais accélérés de coupe (*essais Brandsma*) [2]. Après avoir rappelé ce principe sous une forme élémentaire, nous en déduisons une formule de Taylor générale pour le fraisage, où apparaissent d'une part la *durée de vie en prise* introdui-

te par Colding [3,4] et d'autre part une *épaisseur moyenne* particulière, différente de la simple moyenne arithmétique. Cette formule générale est alors appliquée aux deux grands modes de fraisage. Le cas particulier des faibles angles de prise est envisagé, et permet d'obtenir des formules simples proches de celles de la littérature. Notre théorie permet également d'étudier l'effet de décentrement de la fraise en fraisage en bout et conduit, dans ce cas, à des conclusions intéressantes.

2. Principe du dommage cumulatif

Les essais classiques de durée de vie des outils consistent à effectuer un chariotage au tour et à mesurer l'évolution d'un paramètre d'usure de l'outil, par exemple l'usure en dépouille VB. *Par convention*, l'outil est réputé *hors service* lorsque cette usure atteint une certaine *valeur de référence* VB_{max} . Le temps de chariotage après lequel cette usure a été atteinte est appelé *durée de vie* T de l'outil. On sait depuis les travaux de Taylor [1] que cette durée de vie est liée à la vitesse de coupe v par la relation

$$v T^n = C^* \quad (1)$$

où C^* est une constante dépendant de la géométrie de coupe. On peut admettre une relation de la forme

$$C^* = \frac{C}{h^p b^q} \quad (2)$$

où h est l'épaisseur de coupe et b, la largeur de coupe, soit, en chariotage,

$$h = f \sin \kappa_r, \quad b = a / \sin \kappa_r$$

en désignant par f l'avance par tour, par a, l'engagement et par κ_r , l'angle de direction de l'arête de coupe.

Mais le chariotage est un usinage très particulier, où les trois paramètres b, h et v sont constants tout au long de l'opération, ce qui est loin d'être le cas dans bien des usinages courants. Ainsi, lors du dressage au

tour réalisé à fréquence de rotation constante, la vitesse varie constamment avec le diamètre; en fraisage, c'est l'épaisseur de coupe qui change d'un endroit à l'autre. Pour toutes ces opérations, il est nécessaire de faire appel à un modèle de durée de vie plus général. Le plus simple de ces modèles est fondé sur le principe du *dommage cumulatif* que l'on peut exprimer comme suit: si, pendant une durée élémentaire dt , l'outil est utilisé dans des conditions (b, h, v) qui, en chariotage, mèneraient à une durée de vie T , il consomme pendant cet intervalle de temps une portion dt/T de sa durée de vie. On dit encore qu'il subit un *dommage élémentaire*

$$d\mathcal{D} = \frac{dt}{T} \quad (3)$$

Ce dommage se cumule, c'est à dire qu'après un temps τ pendant lequel b, h et v auront varié, le *dommage total* sera

$$\mathcal{D} = \int_0^{\tau} \frac{dt}{T} \quad (4)$$

L'outil sera *hors service* lorsque ce dommage cumulé vaudra l'unité.

Le lecteur intéressé par une discussion complète de ce principe pourra se référer aux rapports [2,10]. Son applicabilité au cas d'une vitesse variable est pleinement confirmée par les essais accélérés de durée de vie réalisés en dressage (*essais Brandsma*). Nous nous proposons d'utiliser le même principe pour étudier le cas du fraisage, considéré comme une opération à épaisseur de coupe variable.

3. Application aux outils tayloriens

Nous ne considérerons que des outils *tayloriens*, c'est-à-dire justiciables, à conditions de coupe constantes, des lois (1) et (2). La durée de vie vérifie alors la relation

$$\frac{1}{T} = C^{-1/n} v^{1/n} h^{p/n} b^{q/n}$$

ce qui implique

$$d\mathcal{D} = C^{-1/n} v^{1/n} h^{p/n} b^{q/n} dt$$

Après avoir travaillé un temps τ à conditions variables, l'outil a donc subi un dommage

$$\mathcal{D} = C^{-1/n} \int_0^{\tau} v^{1/n} h^{p/n} b^{q/n} dt \quad (5)$$

4. Le cas du fraisage

Lors du fraisage en régime, la vitesse périphérique de la fraise v et la largeur de coupe sont constantes. Par contre, l'épaisseur de coupe h varie constamment. Notons $]-\varphi_1, \varphi_2[$ l'angle de prise de la fraise dans la pièce. On peut écrire

$$\begin{cases} h(\vartheta) \neq 0 \text{ dans }]-\varphi_1, \varphi_2[\\ h(\vartheta) = 0 \text{ hors de cet intervalle} \end{cases} \quad (6)$$

La position angulaire ϑ d'une dent est du reste liée au temps par la relation

$$d\vartheta = 2\pi N dt \quad (7)$$

où N est la fréquence de rotation de la fraise. Le dommage après un tour sera donc

$$\mathcal{D}_{1 \text{ tour}} = C^{-1/n} v^{1/n} b^{q/n} \cdot \frac{1}{2\pi N} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} h^{p/n}(\vartheta) d\vartheta \quad (8)$$

Comme ce tour s'effectue en un temps $1/N$, le taux moyen d'accroissement du dommage sera

$$\dot{\mathcal{D}}_{\text{moy}} = N \mathcal{D}_{1 \text{ tour}} = C^{-1/n} v^{1/n} b^{q/n} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} h^{p/n}(\vartheta) d\vartheta \quad (9)$$

On peut alors définir la *durée de vie moyenne* T_{moy} par la condition de mise hors service

$$\mathcal{D} = \dot{\mathcal{D}}_{\text{moy}} T_{\text{moy}} = 1$$

soit

$$T_{\text{moy}} = 1/\dot{\mathcal{D}}_{\text{moy}} \quad (10)$$

Explicitement, cela donne

$$\frac{1}{T_{\text{moy}}} = C^{-1/n} v^{1/n} b^{q/n} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} h^{p/n}(\vartheta) d\vartheta \quad (11)$$

Pour rendre cette expression plus parlante, nous introduirons deux grandeurs nouvelles. La première de celles-ci est l'*épaisseur moyenne d'ordre p/n* , $h_{p/n}$ définie par

$$h_{p/n} = \left[\frac{1}{\varphi_s} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} h^{p/n}(\varphi) d\varphi \right]^{n/p} \quad (12)$$

où φ_s est l'angle de prise de la fraise, à savoir,

$$\varphi_s = \varphi_1 + \varphi_2 \quad (13)$$

Cette définition permet d'écrire

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} h^{p/n}(\vartheta) d\vartheta &= \frac{\varphi_s}{2\pi} h_{p/n}^{p/n} \\ \text{et} \\ \frac{1}{T_{\text{moy}}} &= C^{-1/n} v^{1/n} b^{q/n} \cdot \frac{\varphi_s}{2\pi} \cdot h_{p/n}^{p/n} \end{aligned} \quad (14)$$

On se rend alors compte qu'à condition d'introduire comme deuxième grandeur auxiliaire la *durée de vie en prise* T_s définie par

$$T_s = T_{\text{moy}} \frac{\varphi_s}{2\pi} \quad (15)$$

qui n'est autre que la portion de la durée de vie moyenne pendant laquelle les dents travaillent, la relation (14) se ramène à une loi de Taylor de forme classique, à savoir

$$v T_s^n h_{p/n}^p b^q = C \quad (16)$$

En somme, la loi de Taylor continue de s'appliquer en fraisage, à condition de considérer d'une part, la durée de vie en prise et d'autre part, l'épaisseur moyenne d'ordre p/n .

L'utilisation de la durée de vie en prise avait déjà été suggérée par Colding [3,4] et sur ce point, nos développements constituent une confirmation des vues de cet auteur. Par contre, l'épaisseur moyenne d'ordre p/n est une notion nouvelle, et il n'est peut-être pas sans intérêt de s'attarder un peu sur cette grandeur.

5. Sur l'évaluation des épaisseurs moyennes d'ordre r

Pour abrégier les écritures, nous noterons r le rapport p/n . D'après certaines données que nous possédons, r varie généralement entre 0 et 2. L'établissement d'une stratégie de calcul des moyennes h est facilité par la connaissances de trois de leurs propriétés que nous citons ici sans démonstration [8].

a) La moyenne h_r croît avec r . En d'autres termes, si

$$0 < r_1 < r_2, \text{ on a } h_{r_1} < h_{r_2}$$

b) Lorsque r tend vers 0, h_r tend vers une limite h_0 qui n'est autre que la moyenne logarithmique:

$$h_0 = \exp \left[\frac{1}{\varphi_s} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \ln h(\vartheta) d\vartheta \right] \quad (17)$$

c) Lorsque r tend vers l'infini, h_r tend vers une valeur h_∞ qui s'identifie au maximum de h dans l'intervalle de prise:

$$h_\infty = \max_{[-\varphi_1, \varphi_2]} h(\vartheta) \quad (18)$$

Cela étant, on peut imaginer plusieurs voies pour l'évaluation de h :

(i) *Méthode exacte*: par intégration numérique. Ce sera la voie naturelle dans un programme sur ordinateur.

(ii) *Méthode d'interpolation*: à partir d'une table pré-établie de h_r pour diverses valeurs de r , on interpole sur r .

(iii) *Méthode de surestimation*: en remplaçant r par une valeur supérieure, on obtient une surestimation de h_r , ce qui va dans le sens de la sécurité pour la durée de vie. Or, nous verrons que les valeurs particulières h_1 et h_2 s'évaluent assez facilement. On notera qu'une approximation du même type est généralement consentie de manière tacite dans le calcul de la puissance de coupe. En effet, partant de la loi de Kienzle donnant l'effort de coupe sous la forme

$$F_C = k_{C11} b h^{1-Z}$$

la puissance moyenne de coupe est exactement, pour Z dents,

$$P = Z k_{C11} v b \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} h^{1-Z}(\varphi) d\vartheta$$

$$= Z \frac{\varphi_s}{2\pi} k_{C11} v b h_{1-Z}$$

et il est d'usage de remplacer dans cette expression h_{1-Z} par h_1 .

Cette approximation a pour effet de surestimer légèrement la puissance.

6. Fraisage en roulant: cas général

Établissons les formules explicites de durée de vie pour le fraisage en roulant. La figure 1. montre que si f_z est l'avance par dent,

$$h(\vartheta) = f_z \sin \vartheta \quad (19)$$

moyennant l'approximation classique consistant à négliger la vitesse d'avance devant la vitesse de coupe. L'arc de prise s'étend de $\varphi_1=0$ à $\varphi_2=\varphi_s$ et on a toujours

$$0 < \varphi_s \leq \pi/2 \quad (20)$$

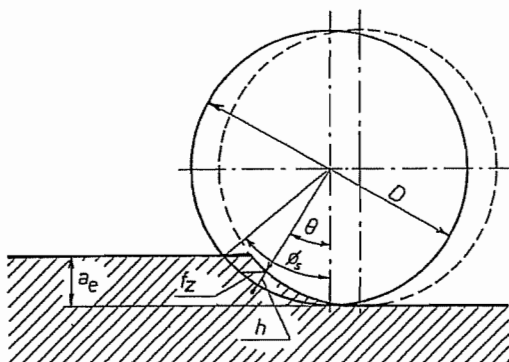


Fig. 1.

L'épaisseur moyenne h est donc donnée par

$$h_r = l_r(\varphi_s) \cdot f_z \quad (21)$$

avec

$$l_r(\varphi_s) = \left[\frac{1}{\varphi_s} \int_0^{\varphi_s} \sin^r \vartheta d\vartheta \right]^{1/r} \quad (22)$$

La table 1 donne un certain nombre de valeurs de cette fonction. Pour un calcul par surestimation, on peut partir des valeurs simples suivantes:

$$l_1(\varphi_s) = \frac{1}{\varphi_s} \int_0^{\varphi_s} \sin \vartheta d\vartheta = \frac{1 - \cos \varphi_s}{\varphi_s} \quad (23)$$

et

$$l_2(\varphi_s) = \left[\frac{1}{\varphi_s} \int_0^{\varphi_s} \sin^2 \vartheta d\vartheta \right]^{1/2} = \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sin 2\varphi_s}{2\varphi_s} \right) \right]^{1/2} \quad (24)$$

Du reste, l'angle p se calcule (fig. 1) par la relation

$$\cos \varphi_s = 1 - \frac{2a_e}{D} \quad (25)$$

où a_e est l'engagement radial et D , le diamètre de la fraise.

φ/deg	r										
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0,0641	0,0700	0,0751	0,0796	0,0835	0,0870	0,0902	0,0931	0,0958	0,0982	0,1005
20	0,1276	0,1392	0,1493	0,1580	0,1658	0,1728	0,1790	0,1847	0,1899	0,1947	0,1991
30	0,1897	0,2068	0,2215	0,2344	0,2457	0,2559	0,2650	0,2733	0,2808	0,2877	0,2941
40	0,2499	0,2720	0,2911	0,3076	0,3221	0,3351	0,3468	0,3573	0,3669	0,3757	0,3839
50	0,3075	0,3341	0,3569	0,3766	0,3940	0,4093	0,4231	0,4356	0,4469	0,4572	0,4668
60	0,3620	0,3924	0,4183	0,4406	0,4602	0,4775	0,4929	0,5068	0,5194	0,5310	0,5415
70	0,4126	0,4461	0,4745	0,4988	0,5199	0,5386	0,5552	0,5701	0,5835	0,5958	0,6070
80	0,4588	0,4946	0,5246	0,5502	0,5724	0,5918	0,6091	0,6245	0,6383	0,6509	0,6624
90	0,5000	0,5372	0,5682	0,5944	0,6169	0,6366	0,6540	0,6694	0,6832	0,6957	0,7071

Tableau 1 - Fraisage en roulant - valeurs de la fonction l (ϕ)

7. Fraisage en roulant: faibles angles de prise

Il est très fréquent dans ce mode de fraisage que l'engagement radial soit une faible portion du diamètre, ce qui permet d'apporter quelques simplifications. La formule (25) peut alors être approchée par

$$1 - \frac{\varphi_s^2}{2} \cong 1 - \frac{2a_e}{D}$$

ce qui donne

$$\varphi_s \cong 2\sqrt{a_e/D} \quad (26)$$

On peut en outre confondre $\sin \vartheta$ et ϑ tout au long de l'angle de prise, ce qui permet d'écrire

$$l_r(\varphi_s) \cong \left[\frac{1}{\varphi_s} \int_0^{\varphi_s} \vartheta^r d\vartheta \right]^{1/r} = \frac{\varphi_s}{(r+1)^{1/r}} = \frac{2}{(r+1)^{1/r}} \sqrt{a_e/D} \quad (27)$$

De plus, la durée de vie moyenne en prise admet l'expression approchée

$$T_S = T_{moy} \frac{\varphi_s}{2\pi} \cong T_{moy} \cdot \frac{1}{\pi} \sqrt{a_e/D} \quad (28)$$

Ces résultats, et le fait que b n'est autre que l'engagement axial a_p , permettent de transformer la loi de Taylor (16) en

$$v T_{moy}^n a_p^q f_z^p (a_e/D)^{(n+p)/2} \cong C \frac{\pi^n}{2^p} \left[1 + \frac{p}{n} \right]^n = C^{**} \quad (29)$$

Le premier membre de cette expression contient, outre les facteurs classiques v , T , a_p , f_z , le groupement a_e/D à la puissance $(n+p)/2$.

8. Fraisage en bout: cas général

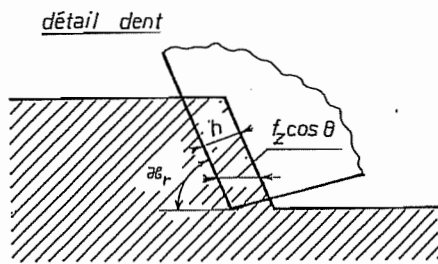
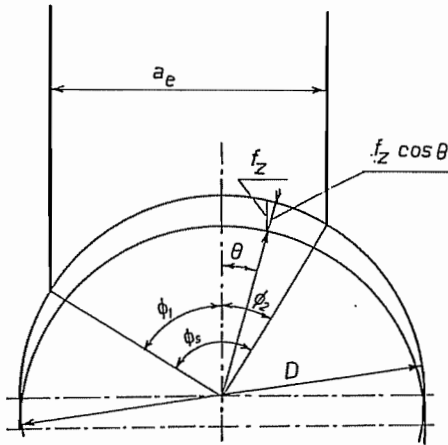


Fig. 2.

La figure 2 illustre le fait que, pour un fraisage en bout,

$$h(\vartheta) = f_z \sin \kappa_r \cos \vartheta \tag{30}$$

où f_z est l'avance par dent et κ_r l'angle de direction de l'arête principale de coupe. L'arc de prise se situe entre les angles $(-\varphi_1)$ et φ_2 , avec

$$-\pi/2 < \varphi_1 \leq \pi/2 \text{ et } -\pi/2 < \varphi_2 \leq \pi/2 \tag{31}$$

L'expression générale de l'épaisseur moyenne d'ordre t est donc

$$h_t = J_t(-\varphi_1, \varphi_2) \cdot f_z \sin \kappa_r \tag{32}$$

avec

$$J_t(-\varphi_1, \varphi_2) = \left[\frac{1}{\varphi_s} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \cos^t \vartheta \, d\vartheta \right]^{1/t} \tag{33}$$

La tabulation directe de cette fonction nécessiterait une table à trois entrées. Pour éviter une telle accumulation de résultats, on peut procéder comme suit: notant que

$$\begin{aligned} J_t^t(-\varphi_1, \varphi_2) &= \frac{1}{\varphi_s} \left(\int_{-\varphi_1}^0 \cos^t \vartheta \, d\vartheta + \int_0^{\varphi_2} \cos^t \vartheta \, d\vartheta \right) \\ &= \left[\frac{\varphi_1}{\varphi_s} \cdot \left(\frac{1}{\varphi_s} \int_0^{\varphi_1} \cos^t \vartheta \, d\vartheta \right) + \frac{\varphi_2}{\varphi_s} \cdot \left(\frac{1}{\varphi_s} \int_0^{\varphi_2} \cos^t \vartheta \, d\vartheta \right) \right] \end{aligned}$$

on constate qu'à partir de la connaissance de la seule fonction

$$J_t(0, \varphi) = \left[\frac{1}{\varphi} \int_0^{\varphi} \cos^t \vartheta \, d\vartheta \right]^{1/t} \tag{34}$$

dont un certain nombre de valeurs sont données dans la table 2, il est possible de calculer $J_t(-\varphi_1, \varphi_2)$ par

$$J_t(-\varphi_1, \varphi_2) = \left[\frac{\varphi_1}{\varphi_s} J_t^t(0, \varphi_1) + \frac{\varphi_2}{\varphi_s} J_t^t(0, \varphi_2) \right]^{1/t} \tag{35}$$

φ/deg	r										
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	0,9949	0,9949	0,9949	0,9949	0,9949	0,9949	0,9949	0,9949	0,9949	0,9949	0,9949
20	0,9796	0,9797	0,9797	0,9797	0,9798	0,9798	0,9798	0,9799	0,9799	0,9799	0,9800
30	0,9541	0,9542	0,9544	0,9546	0,9548	0,9549	0,9551	0,9553	0,9554	0,9556	0,9558
40	0,9180	0,9185	0,9191	0,9196	0,9202	0,9207	0,9213	0,9218	0,9223	0,9229	0,9234
50	0,8708	0,8723	0,8737	0,8751	0,8765	0,8778	0,8792	0,8805	0,8818	0,8831	0,8844
60	0,8118	0,8149	0,8180	0,8211	0,8241	0,8270	0,8299	0,8327	0,8354	0,8381	0,8407
70	0,7387	0,7452	0,7515	0,7576	0,7635	0,7691	0,7746	0,7799	0,7850	0,7900	0,7947
80	0,6464	0,6595	0,6719	0,6837	0,6948	0,7053	0,7152	0,7245	0,7332	0,7414	0,7492
90	0,5000	0,5373	0,5682	0,5944	0,6169	0,6366	0,6540	0,6694	0,6832	0,6957	0,7071

Tableau 2 - Fraisage en bout - valeurs de la fonction $J_t(0, \varphi)$

Si l'on se contente de surestimations, on pourra utiliser les résultats suivants:

$$J_1(-\varphi_1, \varphi_2) = \frac{1}{\varphi_s} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \cos \vartheta \, d\vartheta = \frac{\sin \varphi_1 + \sin \varphi_2}{\varphi_s} \tag{36}$$

et

$$\begin{aligned} J_2(-\varphi_1, \varphi_2) &= \left[\frac{1}{\varphi_s} \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \cos^2 \vartheta \, d\vartheta \right]^{1/2} = \\ &= \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sin 2\varphi_1 + \sin 2\varphi_2}{2\varphi_s} \right) \right]^{1/2} \end{aligned} \tag{37}$$

9. Fraisage en bout: effet du décentrement de la coupe

On vérifie aisément à l'aide de la figure 2 que l'engagement radial a_e est lié aux angles φ_1 et φ_2 par la relation

$$\frac{2a_e}{D} = \sin \varphi_1 + \sin \varphi_2 \tag{38}$$

Pour une même valeur de $a_e < D$, il est possible de réaliser le travail d'une manière centrée, c'est-à-dire avec $\varphi_1 = \varphi_2$ ou décentrée, avec, pour fixer les idées, $\varphi_1 < \varphi_2$. Quelle est l'influence de ce choix du mode de travail sur la durée de vie?

La formule (11) montre que l'inverse de la durée de vie ($1/T_{\text{moy}}$) est proportionnel à l'intégrale

$$L = \int_{-\varphi_1}^{\varphi_2} \cos^{p/n} \vartheta \, d\vartheta \tag{39}$$

Augmenter le décentrement, c'est augmenter φ_2 tout en maintenant a_e/D constant. Pour respecter cette condition, il faudra qu'à une variation $\delta\varphi_2$ de φ_2 corresponde une variation $\delta\varphi_1$ de φ_1 telle que

$$\delta(2a_e/D) = \cos \varphi_1 \delta\varphi_1 + \cos \varphi_2 \delta\varphi_2 = 0$$

ce qui suppose

$$\delta\varphi_1 = -\frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \delta\varphi_2 \tag{40}$$

La variation première de L est alors

$$\begin{aligned} \delta L &= \cos^{p/n} \varphi_2 \delta\varphi_2 + \cos^{p/n} \varphi_1 \delta\varphi_1 \\ &= (\cos^{p/n} \varphi_2 - \cos^{(p/n)-1} \varphi_1 \cos \varphi_2) \delta\varphi_2 \end{aligned}$$

soit, en fin de compte,

$$\delta L = \cos^{p/n} \varphi_2 \left[1 - \left(\frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \right)^{1-(p/n)} \right] \delta\varphi_2 \tag{41}$$

Pour $\varphi_2 > \varphi_1$, on a évidemment $(\cos \varphi_2 / \cos \varphi_1) < 1$. Il en résulte que si p/n est inférieur à l'unité, $\delta L > 0$ et la durée de vie diminue; à l'inverse, si p/n est supérieur à l'unité, $\delta L < 0$ et la durée de vie augmente.

Nous obtenons donc la conclusion suivante: *Le décentrement diminue la durée de vie si $p/n < 1$ et l'augmente si $p/n > 1$. Pour $p=n$, la fraise est indifférente au décentrement.*

10. Fraisage en bout: faibles angles de prise

Le cas des faibles angles de prise, bien que moins fréquent qu'en fraisage en roulant, est assez instructif. Notons φ_m l'angle situé au milieu de l'arc de prise:

$$\varphi_m = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \quad (42)$$

Pour un angle de prise φ_s relativement petit, on peut écrire sans grande erreur

$$\cos^t \vartheta \cong \cos^t \varphi_m - t(\vartheta - \varphi_m) \sin \varphi_m \cos^{t-1} \varphi_m$$

ce qui donne, après intégration

$$J_t(-\varphi_1, \varphi_2) \cong \cos \varphi_m \quad (43)$$

D'autre part, on a

$$\begin{aligned} \frac{2a_e}{D} &= \sin \varphi_1 + \sin \varphi_2 = \sin \left(\frac{\varphi_s}{2} - \varphi_m \right) + \sin \left(\varphi_m + \frac{\varphi_s}{2} \right) \\ &= 2 \sin \frac{\varphi_s}{2} \cos \varphi_m \\ &\cong \varphi_s \cos \varphi_m \end{aligned} \quad (44)$$

Il en découle

$$T_s = T_{\text{moy}} \frac{\varphi_s}{2\pi} \cong \frac{T_{\text{moy}}}{\cos \varphi_m} \cdot \frac{a_e}{\pi D} \quad (45)$$

Ces approximations permettent de donner à la loi de Taylor (16) la forme approchée

$$v T_{\text{moy}}^n b^q (f_z \sin \kappa_r)^p (a_e / D)^n \cos^{p-n} \varphi_m \cong C \pi^n = C^{***} \quad (46)$$

On remarquera que l'angle φ_m mesure le décentrement du travail. Un décentrement croissant correspond à une décroissance de $\cos \varphi_m$, ce qui a pour effet d'augmenter la durée de vie si $p > n$ et de la diminuer dans le cas contraire. Ceci est en parfait accord avec les conclusions de la section 9. Mais ici, nous possédons une relation explicite, qui peut s'écrire

$$T / T_0 = \cos^{(p/n)-1} \varphi_m$$

en appelant T la durée de vie moyenne obtenue et T_0 celle qui correspondrait à un décentrement nul. Comme l'illustre la figure 3, l'effet du décentrement peut être assez marqué.

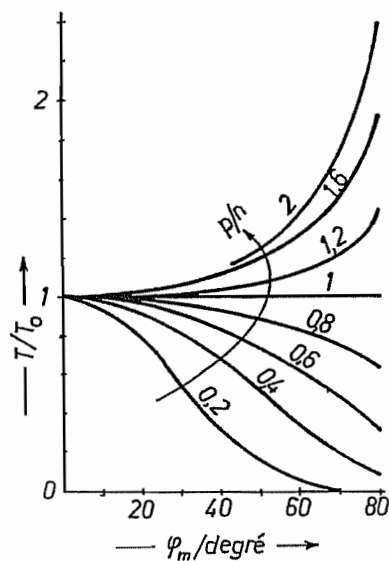


Fig. 3.

11. Conclusions

Le principe du dommage cumulatif permet de construire un modèle de la durée de vie des fraises prenant en compte l'influence des divers facteurs géométriques de la coupe. Les lois de Taylor obtenues pour les faibles angles de prise se rapprochent de celles que l'on trouve dans la littérature, mais possèdent moins d'exposants *indépendants*. L'effet du décentrement de la coupe est également présent dans notre modèle et comme nous l'avons vu, il peut être aussi bien favorable que défavorable, selon la valeur du rapport p/n . L'opinion commune selon laquelle le décentrement serait toujours défavorable parce qu'il conduit à un plus long chemin de la fraise dans la pièce [9] semble donc à nuancer.

Insistons finalement sur le fait qu'il ne s'agit que d'un modèle d'usure, qui ne dispense nullement de se prémunir contre les risques de rupture des dents à l'entrée ou à la sortie de la pièce, le talonnement éventuel en début d'arc avalant, etc..., bref, que le processus de coupe doit se passer dans des conditions normales.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] F.W. TAYLOR – «On the art of cutting metals» T.A.S.M.E., 28, 1907
- [2] J.F. DEBONGNIE – «Fondements théoriques des essais accélérés d'usure des outils» *Rapport LMFID25*, Université de Liège, 1993
- [3] B.N. COLDING – «A wear relationship for turning, milling and grinding» *R. Techn. Hochsk.*, Stockholm, 1959
- [4] J. PETERS – *Theorie van de verspaning* Tome 2, Universitas, Antwerpen
- [5] B. PEROVIC – *Fertigungstechnik* Springer verlag, Berlin, 1990
- [6] W. DEGNER, H. LUTZE, E. SMEJKAL – *Spanende Formung* 12 édition, VEB Verlag Technik, Berlin, 1989
- [7] V. ARSHINOV, G. ALEKSEEV – *Metal cutting theory and cutting tool design* Mir, Moscou, 1976
- [8] J.F. DEBONGNIE – «Modèle théorique de la durée de vie des outils de fraisage» *Rapport LMFID26*, Université de Liège, 1993
- [9] Anonyme – *HERTEL – Technique de fraisage* Manuel technique Hertel 102F
- [10] J.F. DEBONGNIE – «Fondements théoriques et classification des essais accélérés d'usure des outils». *Congrès National de Mécanique Théorique et Appliquée*, Liège, mai 1994