

Calcul et choix du serrage d'une paire de roulements à contact oblique

par J.F. DEBONGNIE,

Ir., Dr. Sc. Appli (Lg)

Maître de conférences et chef-adjoint du département Génie Mécanique de l'Ecole Mohammadia d'Ingénieurs à Rabat (Maroc)

RESUME

Cet article étudie le comportement de deux roulements à contact oblique montés en opposition et tente d'établir des règles rationnelles pour le choix du serrage initial, en fonction de l'effet désiré sur la durée de vie ou la raideur de la liaison.

SAMENVATTING

In dit artikel is de werking bestudeerd van twee hoekkontaktlagers. Men tracht rationele regels vast te leggen voor een goede keus van de vóórbelasting om de beste levensduur of de beste stijfheid te verkrijgen.

SUMMARY

The concern of this paper is the behaviour of a system consisting of two angular contact rolling element bearings. The author's aim is to develop rational rules for a proper choice of the preload, as a function of the desired effect on the life or the stiffness of the bearing arrangement.

1. INTRODUCTION

La conception d'un guidage en rotation par roulements à contact oblique, nous entendons par là aussi bien les roulements à rouleaux coniques que les roulements à billes à contact oblique, pose deux problèmes fondamentaux. Le premier, lié à l'hyperstaticité du système, consiste à déterminer la valeur de l'inconnue hyperstatique, communément appelée « poussée axiale induite ». La méthode classique exposée dans les catalogues de plusieurs constructeurs [12, 13] revient à faire l'hypothèse simpliste que, nécessairement, les chemins de roulement de chaque palier sont chargés sur la moitié au moins de leur longueur, ce qui entraîne que la charge axiale appliquée à chaque roulement vaut au moins $1,25 F_r \tan \alpha$, F_r étant la charge radiale, et α , l'angle de contact. Ce calcul, généralement exprimé en termes des coefficients e et Y relatifs à la durée de vie [12, 13], équivaut en fait à admettre une valeur bien définie de la précontrainte. On pourrait croire que cette façon de faire place le calcul du côté de la sécurité, dans la mesure où il exagère la charge appliquée à chaque roulement. Or, ce n'est pas toujours vrai, car une diminution du serrage entraîne une réduction de la zone de charge sur l'un des paliers, qui en devient moins apte à supporter la charge.

Ces quelques faits démontrent clairement l'intérêt d'une étude du comportement des roulements à contact oblique montés en opposition, avec ou sans précontrainte. Après avoir établi les équations générales d'un tel système, nous posons le problème de la durée de vie. Il se trouve que si l'on considère la durée de vie de l'ensemble des deux roulements, ce qui revient en quelque sorte à admettre que les frais et inconvénients résultant de l'avarie de l'un des deux roulements justifient pleinement le remplacement des deux, on constate qu'il existe une valeur optimale du serrage initial ou du jeu, menant à la plus grande durée de vie. Bien qu'il ne soit pas toujours réalisable, pour des raisons que nous précisons, ce point de fonctionnement peut au moins servir de repère. Nous avons d'ailleurs pu donner à sa recherche une forme graphique très aisée.

Le plus souvent, le rôle du serrage initial est d'augmenter la raideur de la liaison. C'est le cas, par exemple, des pignons d'attaque des réducteurs à engrenages coniques ou hypoïdes. Étant donné qu'à partir d'une certaine valeur du serrage initial, la durée de vie décroît de plus en plus, il convient de chercher dans quelle mesure le gain de raideur est suffisant pour justifier cette surcharge. Nous nous sommes donc efforcé de re-

chercher des limites rationnelles à ce que l'on pourrait appeler le serrage utile.

Enfin, la variation du moment de perte a également été envisagée.

Dans tous ces développements, nous utilisons les lois les plus couramment admises, sauf dans le cas généralement négligé où moins de la moitié des chemins de roulement est chargée, pour lequel il nous a fallu compléter les lois classiques.

2. FLEXIBILITE AXIALE DES ROULEMENTS A CONTACT OBLIQUE (Fig. 1)

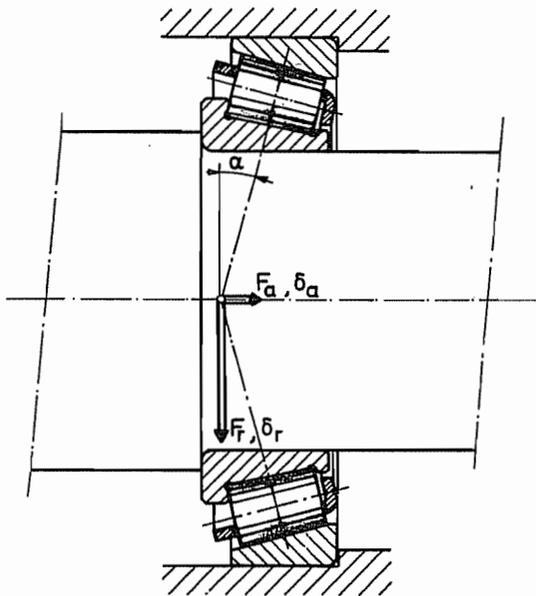


Figure 1

La théorie classique de la répartition des efforts dans les roulements se fonde sur la description du contact hertzien d'un élément roulant avec les deux chemins de roulement par une relation du type

$$Q = K u^m, \quad (1)$$

où Q est l'effort de contact, et u le déplacement élastique qui en résulte. En dehors des contacts, les deux bagues sont supposées parfaitement rigides. De plus, on admet que l'angle de contact ne varie pas avec la charge, ce qui mène à écrire

$$u = \delta_r \cos \alpha \cos \theta + \delta_a \sin \theta, \quad (2)$$

où δ_r est le déplacement radial d'une bague par rapport à l'autre, et δ_a , leur rapprochement axial, tous deux comptés au centre de pression. θ est un angle décrivant la circonférence en partant du point où le déplacement u est maximum.

Soulignons une fois pour toutes que ces relations ne constituent en fait qu'une première approximation. Elles reviennent en particulier à admettre qu'aucun moment ne s'opposerait à la rotation de la bague intérieure autour d'un axe perpendiculaire à l'axe du roulement et passant par le centre de pression. Cette hypothèse, vérifiée au

premier ordre dans le cas des roulements à billes, se justifie moins pour les roulements à rouleaux. Par contre, dans les roulements à billes, des effets secondaires apparaissent du fait de la variation de l'angle de contact avec les efforts. C'est du reste cette modification de l'angle de contact qui permet aux roulements rigides à billes d'absorber des efforts axiaux importants [15, 16, 17].

Pratiquement, les limitations à prendre en compte peuvent s'énoncer comme suit :

- l'inclinaison de l'arbre doit rester très faible : les roulements doivent donc être bien alignés, et leurs centres de pression respectifs doivent être suffisamment éloignés (limitation de l'inclinaison élastique), à moins que l'arbre ne soit soutenu par ailleurs.

- l'angle de contact nominal doit être suffisant. Un chiffre généralement cité est $\alpha_0 \geq 25^\circ$. On montre en effet que l'angle de contact varie d'autant plus qu'il est plus faible [5]. Ajoutons que dans tous les calculs relatifs aux roulements à billes, on utilise un angle de contact légèrement plus grand que l'angle nominal, correspondant à une charge axiale de l'ordre des trois dixièmes de la capacité de charge statique. Ces angles corrigés sont donnés dans le tableau II.

Définissant alors le paramètre de zone de charge ϵ par

$$2\epsilon - 1 = \frac{\delta_a}{\delta_r} \operatorname{tg} \alpha, \quad (3)$$

on obtient immédiatement

$$u = \delta_r \cos \alpha (2\epsilon - 1 + \cos \theta) = u_{\max} \frac{2\epsilon - 1 + \cos \theta}{2\epsilon} \quad (4)$$

Un élément roulant ne sera chargé que si $u > 0$, ce qui, lorsque ϵ est inférieur à 1, n'aura lieu que pour $|\theta| < \theta_0$ avec

$$\cos \theta_0 = 1 - 2\epsilon. \quad (5)$$

Pour $\epsilon \geq 1$, on aura $\theta_0 = \pi$. La charge radiale supportée par le roulement s'écrit alors (z = nombre de billes)

$$\begin{aligned} F_r &= \sum_{|\theta_i| < \theta_0} Q_i \cos \theta_i \cos \alpha \\ &= z Q_{\max} \cos \alpha \sum_{|\theta_i| < \theta_0} \frac{Q_i}{Q_{\max}} \cos \theta_i \\ &\simeq z Q_{\max} \cos \alpha J_r(\epsilon), \end{aligned} \quad (6)$$

avec

$$J_r(\epsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \left(\frac{2\epsilon - 1 + \cos \theta}{2\epsilon} \right)^m \cos \theta d\theta \quad (7)$$

De la même façon, on obtient pour la charge axiale

$$F_a = \sum_{|\theta_i| < \theta_0} Q_i \sin \alpha \simeq z Q_{\max} \sin \alpha J_a(\epsilon) \quad (8)$$

avec

$$J_a(\epsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \left(\frac{2\epsilon - 1 + \cos \theta}{2\epsilon} \right)^m d\theta \quad (9)$$

L'introduction des intégrales J_a et J_r est due à Sjöwall [18].

En ce qui nous concerne, nous nous intéresserons plus particulièrement à l'expression du déplacement axial en termes des charges. Rassemblant les relations (1), (3) et (9), on obtient

$$\delta_a = G F_a^{1/m} \Phi_a(\epsilon) \quad (10)$$

où apparaissent, d'une part le coefficient de flexibilité

$$G = [z K (\sin \alpha)^{m+1}]^{-1/m} \quad (11)$$

qui ne dépend que des caractéristiques du roulement, et, d'autre part, la fonction de ϵ

$$\Phi_a = \frac{2\epsilon - 1}{2\epsilon} J_a^{-1/m} \quad (12)$$

dont on trouvera les valeurs dans le tableau I, ainsi qu'un diagramme en figure 2. On peut également exprimer le déplacement axial en fonction de la charge radiale, ce qui donne

$$\delta_a = G(F_r \operatorname{tg} \alpha)^{1/m} \Phi_r(\epsilon) \quad (13)$$

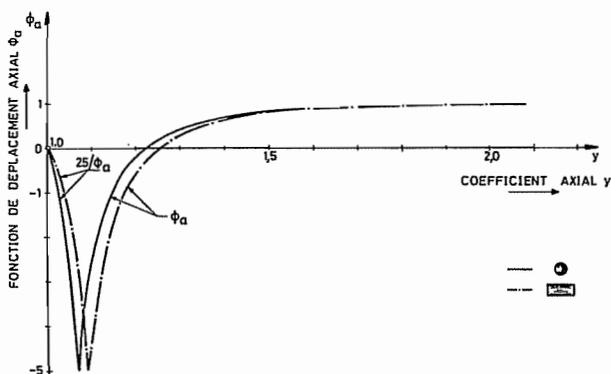


Figure 2. - Fonction Φ_a

où apparaît la nouvelle fonction

$$\Phi_r = \frac{2\epsilon - 1}{2\epsilon} J_r^{-1/m} \quad (14)$$

également reprise dans le tableau I et représentée en figure 3.

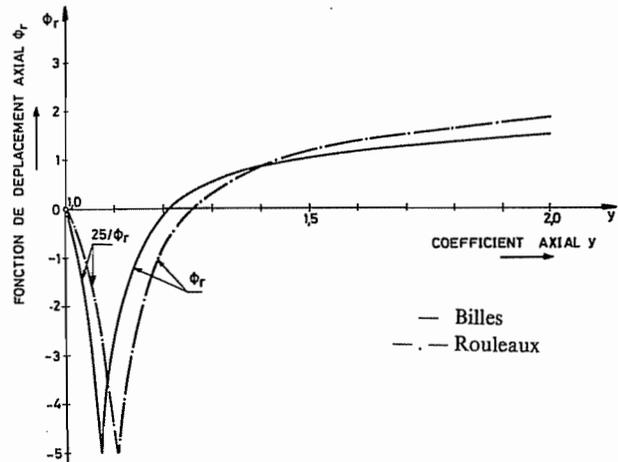


Figure 3. - Fonction Φ_r

3. EQUATIONS REGISSANT UN SYSTEME DE DEUX ROULEMENTS MONTES EN OPPOSITION (Fig. 4)

Nous adopterons les conventions de signe suivantes, en accord avec certains constructeurs [13] :

- L'orientation des forces radiales ne jouant aucun rôle, nous les compterons positivement.
- La charge axiale appliquée à un roulement est positive si elle tend à charger le roulement. Moyennant cette convention, on a donc pour chaque roulement [1]

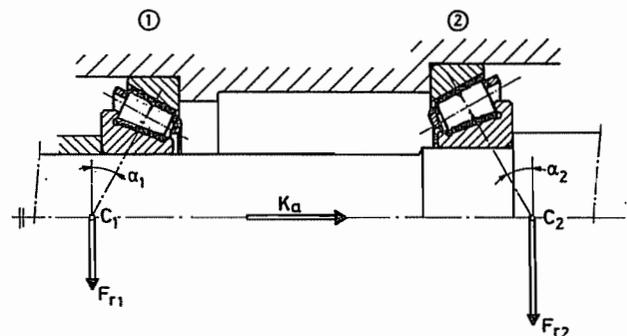


Figure 4

$$F_a \geq F_r \operatorname{tg} \alpha \geq 0.$$

- La charge axiale appliquée à l'ensemble peut, quant à elle, agir dans les deux sens. Attribuons arbitrairement le numéro 1 à l'un des roulements et le numéro 2 à l'autre. Nous conviendrons alors de compter positivement la charge axiale K_a si elle tend à charger le roulement 1.

En ce qui concerne les déplacements, leurs sens positifs coïncideront avec les sens positifs des charges conjuguées. Toutes les grandeurs attachées au roulement 1 porteront l'indice 1 et celles du roulement 2, l'indice 2.

Ceci posé, l'équation d'équilibre axial s'écrit

$$K_a = F_{a1} - F_{a2}. \quad (15)$$

Il faut encore que les déplacements axiaux vérifient l'équation de compatibilité

$$\delta_{a1} + \delta_{a2} = \Delta, \quad (16)$$

où apparaît le serrage initial Δ . (Lorsque Δ est inférieur à zéro, il s'agit à proprement parler d'un jeu). Dans le cas d'un serrage initial positif, en l'absence de charge appliquée, les deux roulements sont soumis à une charge axiale commune F_{a0} , appelée *précontrainte*. Comme dans ce cas $\varepsilon = \infty$, on tire de (10) la relation

$$\Delta = (G_1 + G_2) F_{a0}^{1/m}, \quad (17)$$

qui lie le serrage initial à la précontrainte. Le serrage initial se répartit d'ailleurs sur chacun des roulements en raison inverse des flexibilités :

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 = G_1 F_{a0}^{1/m} &= \frac{G_1}{G_1 + G_2} \Delta \\ \Delta_2 = G_2 F_{a0}^{1/m} &= \frac{G_2}{G_1 + G_2} \Delta \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Enfin, le déplacement axial de l'ensemble est donné par

$$\delta_a = \delta_{a1} - \Delta_1,$$

c'est-à-dire

$$\delta_a = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} [F_{a1}^{1/m} \Phi_a(\varepsilon_1) - F_{a2}^{1/m} \Phi_a(\varepsilon_2)], \quad (19)$$

ou encore

$$\delta_a = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} [(F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1)^{1/m} \Phi_r(\varepsilon_1) - (F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2)^{1/m} \Phi_r(\varepsilon_2)]. \quad (20)$$

4. COMPORTEMENT DU SYSTEME SOUS UNE CHARGE PUREMENT AXIALE

Ce cas particulier se traite sans difficulté. Convenons d'attribuer les numéros de paliers de façon que $K_a \geq 0$. Les équations (10), (15), (16) se combinent pour donner

$$\Delta = G_1 (K_a + F_{a2})^{1/m} + G_2 F_{a2}^{1/m}. \quad (21)$$

Cette équation appelle une remarque. En effet, elle n'admet de solution que si

$$K_a \leq \left(\frac{\Delta}{G_1}\right)^{1/m}. \quad (22)$$

Au delà de cette charge, le roulement 2 est complètement déchargé, si bien que

$$F_{a1} = K_a, \quad F_{a2} = 0.$$

Pour le reste, l'équation (21) se résout sans difficulté par la méthode de Newton-Raphson ou encore, par voie graphique [10].

5. CAS OU LA CHARGE RADIALE EST NULLE SUR L'UN DES ROULEMENTS

Donnons dans ce cas le numéro 1 au roulement dépourvu de charge radiale. On aura donc $\varepsilon_1 = \infty$, et par (10), (13) et (16),

$$\Delta = G_1 F_{a1}^{1/m} + G_2 (F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2)^{1/m} \Phi_r(\varepsilon_2). \quad (23)$$

Il est opportun, dans cette équation, d'exprimer la fonction Φ_r en termes de la variable

$$y = \frac{J_a(\varepsilon)}{J_r(\varepsilon)} = \frac{F_a}{F_r \operatorname{tg} \alpha} \quad (24)$$

à la place de la variable ε , ce qui nous est parfaitement loisible puisque la relation entre ces deux variables est croissante (voir tableau I). On notera que

$$\left. \begin{aligned} \text{pour } \varepsilon = 0, \text{ on a } y &= 1; \\ \text{pour } \varepsilon = 0,5, \text{ on a } y &= y_0, \text{ avec} \\ y_0 &= 1,216 \text{ (roulements à billes)} \\ y_0 &= 1,260 \text{ (roulements à rouleaux).} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Enfin, y et ε sont simultanément infinis. On peut alors résoudre l'équation (23) en itérant comme suit : on se donne une valeur de y_2 , par exemple la valeur donnée en (25). On en déduit F_{a1} par

$$F_{a1} = K_a + y_2 F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2, \quad (26)$$

puis une nouvelle valeur de y_2 par la relation

$$\Phi_r(y_2) = \frac{\Delta - G_1 F_{a1}^{1/m}}{G_2 (F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2)^{1/m}}. \quad (27)$$

Cet algorithme, bien qu'élémentaire, converge en général très vite vers la solution, grâce à la forte pente de la fonction Φ_r . La résolution de l'équation (27) peut se faire à l'aide de la figure 3.

Le problème inverse, à savoir, la recherche du serrage initial menant à une valeur donnée de ε_2 (ou y_2) est beaucoup plus simple [11]. En effet, il suffit d'écrire successivement les relations (26) et (23).

6. ETUDE DU SYSTEME LORSQUE LA CHARGE RADIALE N'EST NULLE SUR AUCUN DES DEUX ROULEMENTS

Pour traiter ce problème, de loin le plus fréquent, nous utiliserons systématiquement la variable y , définie en (24). Il nous faut donc résoudre simultanément l'équation (15), à laquelle on peut donner la forme équivalente

$$K_a = y_1 F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1 - y_2 F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2 \quad (28)$$

TABLEAU I

ε	Roulements à billes				Roulements à rouleaux			
	y = J _n /J _r	Φ _n	Φ _r	Φ*	y = J _n /J _r	Φ _n	Φ _r	Φ*
0	1.000	-∞	-∞	+∞	1.000	-∞	-∞	+∞
0.05	1.017	-46.81	-47.34	52.60	1.020	-77.83	-79.30	88.11
0.1	1.034	-16.44	-16.82	21.03	1.040	-25.21	-26.11	32.64
0.2	1.073	-4.875	-5.111	8.518	1.085	-6.838	-7.365	12.28
0.3	1.116	-1.881	-2.023	5.058	1.136	-2.502	-2.809	7.023
0.4	1.163	-0.4364	-0.7038	3.519	1.193	-0.8143	-0.9563	4.782
0.5	1.216	0.000	0.000	2.673	1.260	0.000	0.000	3.588
0.6	1.276	0.3651	0.4297	2.149	1.337	0.4405	0.5736	2.868
0.7	1.346	0.5895	0.7190	1.798	1.429	0.6942	0.9602	2.401
0.8	1.430	0.7332	0.9304	1.551	1.542	0.8438	1.251	2.085
0.9	1.532	0.8263	1.098	1.373	1.689	0.9300	1.498	1.873
1	1.667	0.8854	1.245	1.245	1.909	0.9713	1.749	1.749
1.25	2.204	0.9469	1.603	1.069	2.779	0.9884	2.503	1.669
1.67	3.238	0.9783	2.142	0.9154	4.274	0.9961	3.730	1.594
2.5	5.45	0.9922	3.057	0.7643	7.289	0.9984	6.076	1.519
5	12.03	0.9985	5.244	0.5827	16.37	0.9997	12.70	1.411
∞	∞	1.000	∞	0.000	∞	1.000	∞	0.000

et l'équation (16) qui, par la relation (13), se transforme encore en

$$\Delta = G_1 (F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1)^{1/m} \Phi_r(y_1) + G_2 (F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2)^{1/m} \Phi_r(y_2) \tag{29}$$

On peut résoudre ce système par une procédure itérative comparable à celle que nous avons exposée ci-dessus. Mais ici, le choix du *point de départ* est un peu plus délicat. Nous supposons que la charge axiale est *positive*, ce qui ne constitue pas une restriction, puisqu'il suffit de numérotter les roulements en conséquence. Cela étant, on notera qu'une augmentation de la charge axiale correspondra soit à une croissance de y₁, soit à une diminution de y₂. Notre point de départ consistera à chercher une solution de (28) en admettant que chacune des variables y₁ et y₂ doit rester au moins égale à une certaine valeur y_{min} ≥ 1. Deux cas peuvent se présenter :

a) Si F_{r1} tg α₁ ≤ F_{r2} tg α₂, on a nécessairement

$$y_1 = \frac{K_a}{F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1} + \frac{F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2}{F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1} y_2 \geq y_2,$$

et c'est donc y₂ que nous fixerons égal à y_{min}.

b) Si F_{r1} tg α₁ > F_{r2} tg α₂, on peut écrire les deux relations

$$K_a = (y_1 - y_2) F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1 + y_2 (F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1 - F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2)$$

et

$$K_a = y_1 (F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1 - F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2) + (y_1 - y_2) F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2.$$

Dès lors, on aura y₁ ≤ y₂, donc y₁ = y_{min} si

$$K_a \leq y_{min} (F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1 - F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2)$$

et, au contraire, y₁ > y₂, donc y₂ = y_{min} si

$$K_a > y_{min} (F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1 - F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2).$$

Il nous reste à fixer y_{min}. On pourrait choisir y_{min} = 1, mais cette valeur mène à des singularités. Comme généralement, la petite valeur de y ne descend guère bien en-deçà de la valeur y_n définie en (25), nous choisirons cette valeur comme y_{min}. La solution de départ ainsi obtenue correspond précisément au calcul classique de la charge axiale induite pour l'évaluation de la durée de vie [1, 2, 7, 12, 13]. C'est pourquoi nous l'appellerons dans la suite *solution de référence*.

Donnons alors l'indice 3 au roulement ayant la grande valeur de y, et l'indice 4 à l'autre. De la valeur de y₁, on déduit y₃ par

$$y_3 = \frac{\pm K_a + y_4 F_{r4} \operatorname{tg} \alpha_4}{F_{r3} \operatorname{tg} \alpha_3} \tag{30}$$

où K_a est affectée du signe + si l'indice 3 correspond au roulement 1, du signe - dans le cas contraire. Une meilleure valeur de y₄ pourra alors être obtenue à partir de la relation

$$\Phi_r(y_4) = \frac{\Delta - G_3 (F_{r3} \operatorname{tg} \alpha_3)^{1/m} \Phi_r(y_3)}{G_4 (F_{r4} \operatorname{tg} \alpha_4)^{1/m}} \tag{31}$$

d'où la possibilité de réitérer jusqu'à convergence. Pour y₃ supérieur à 2,3 on calculera Φ_r(y₃) par la relation approchée

$$\Phi_r(y) \simeq y^{1/m} \quad , \quad y > 2. \tag{32}$$

En-deçà de 2,3 on utilisera la figure 3. Les avantages principaux de cet algorithme sont la simplicité de mise en œuvre et la convergence rapide. Une procédure très semblable dans son essence a été proposée par Jones [9], mais sous une forme moins simple.

A nouveau, le problème inverse est nettement plus simple. Soit donc à rechercher la valeur du serrage initial assurant une valeur donnée de ε₃ ou y₄. On tire y₃ de la relation (30), ce qui permet de calculer le serrage initial par l'équation (29).

7. RECHERCHE DU SERRAGE INITIAL OPTIMUM QUANT A LA DUREE DE VIE

Il est bien connu que la durée de vie d'un roulement est une notion probabiliste, correspondant à neuf chances sur dix de ne pas constater de défaut sous la charge donnée. Dès lors, si l'on considère l'ensemble des deux roulements comme un tout (ce qui revient à admettre que la défaillance de l'un des deux roulements entraîne de tels frais et inconvénients que le remplacement des deux roulements s'impose dans ce cas), sa probabilité de survie est inférieure à celle de chacun des roulements, puisque égale au produit de ces deux probabilités. Il en résulte en particulier que la durée de vie de l'ensemble est inférieure à la plus faible des deux durées de vie [19].

On démontre aisément, en faisant appel à la loi de probabilité de Weibull, la relation suivante entre la durée de vie L de l'ensemble et les durées de vie L₁ et L₂ des roulements isolés :

$$(1/L)^e = (1/L_1)^e + (1/L_2)^e, \tag{33}$$

e étant une constante du matériau, dont la valeur moyenne est de l'ordre de 1,1 et que l'on prend généralement égale à 10/9 pour les roulements à billes et à 9/8 pour les roulements à rouleaux [1, 5, 6]. Tenant alors compte de la relation classique entre la charge équivalente et la durée de vie [12, 13],

$$L = (C/P)^p, \tag{34}$$

où C est la capacité dynamique de base, P, la charge dynamique équivalente, et p un exposant dépendant du type de roulement, nous cherchons donc le minimum de l'expression

$$\frac{1}{L^p} = \left(\frac{P_1}{C_1}\right)^w + \left(\frac{P_2}{C_2}\right)^w, \tag{35}$$

avec w = pe. Pour les roulements à billes, on a p = 3, et donc w = 10/3; pour les roulements à rouleaux, on pose [5, 6] p = 10/3, ce qui donne w = 3,750.

Nous nous placerons dans le cas le plus courant, où les forces F_{r1} et F_{r2} ne sont pas nulles. Modifier le serrage initial revient alors à modifier y₁ et y₂. Il nous faut donc

préciser la relation entre la charge équivalente sur un roulement et la variable y, pour une charge radiale donnée. La théorie mène à un diagramme de la charge équivalente semblable à celui de la figure 5. Le point O est l'état de référence, c'est-à-dire celui où le déplacement axial est nul (ε = 0,5). Les besoins de la pratique ont conduit à simplifier ce diagramme en le remplaçant par deux segments BC et CD (voir figure 5). Le choix du segment CD, ayant fait l'objet d'accords au sein de l'A.F.B.M.A. (*), a été adopté par l'I.S.O. en 1962 (I.S.O. R281) [8], et nous y souscrivons sans réserve. Par contre, à gauche du point O, le segment horizontal BC s'éloigne assez fort de la réalité, dans le sens opposé à la sécurité. En effet, pour y, proche de l'unité, un petit nombre d'éléments roulants sont chargés. C'est pourquoi nous avons développé l'expression approchée suivante, sur base du comportement asymptotique pour ε → 0 : en notant π le rapport P/F_r, on a, pour y < y₀

$$\pi \simeq \left[\left(\frac{y}{y_0}\right)^{3p-1} \cdot \left(\frac{y_0-1}{y-1}\right)^{p-1}\right]^{1/(2p)}. \tag{36}$$

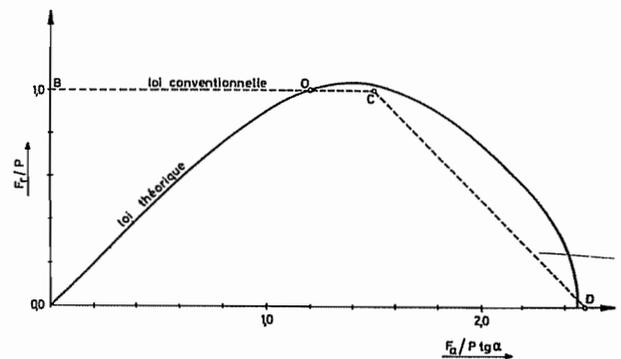


Figure 5. - Diagramme de la charge dynamique équivalente

C'est cette loi que nous utiliserons pour y < y₀. Les valeurs correspondantes sont reprises dans le tableau III. Au-delà de la valeur y₀, la loi linéaire classique a la forme

$$P = X F_r + Y F_a$$

ce qui s'écrit encore

(*) Anti-Friction Bearing Manufacturers' Association.

TABLEAU II [9]

B	α _n deg.	X	Y	y _r	tg α	Y tg α	X _n	Y _n	y _n	f _i
I	20	0,43	1,00	1,25	0,46	0,46	0,5	0,42	2,59	0,0007
L	25	0,41	0,87	1,25	0,54	0,47	0,5	0,38	2,44	0,0008
E	30	0,39	0,76	1,25	0,64	0,49	0,5	0,33	2,37	0,0010
S	35	0,37	0,66	1,25	0,76	0,50	0,5	0,29	2,27	0,0011
	40	0,35	0,57	1,25	0,91	0,52	0,5	0,26	2,11	0,0013
Rouleaux		0,40	$\frac{0,4}{\text{tg } \alpha}$	1,5	—	0,40	0,5	$\frac{0,22}{\text{tg } \alpha}$	2,27	—

$$\pi = X + y Y \operatorname{tg} \alpha. \tag{37}$$

Les valeurs de X, Y, Y tg α et y_c sont données dans le tableau II. Finalement, en raccordant les deux points O et C par un segment horizontal, on obtient un diagramme de la forme représentée en figure 6.

Notre problème d'optimum consiste donc à minimiser par rapport à y₁ et y₂ l'expression

$$\frac{1}{L^e} = \left(\frac{F_{r1}}{C_1}\right)^w \pi_1^w + \left(\frac{F_{r2}}{C_2}\right)^w \pi_2^w, \tag{38}$$

où π₁ = π(y₁) et π₂ = π(y₂), moyennant la condition d'équilibre (28). Nous utiliserons la méthode des multiplicateurs de Lagrange et chercherons donc l'extremum de l'expression

$$\left(\frac{F_{r1}}{C_1}\right)^w \pi_1^w + \left(\frac{F_{r2}}{C_2}\right)^w \pi_2^w + \lambda (K_a - y_1 F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1 + y_2 F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2)$$

Dérivant par rapport à y₁ et y₂, on obtient les deux équations

TABLEAU III

y	Roulements à billes			Roulements à rouleaux		
	π	Ψ	π _n	π	Ψ	π _n
1,01	2,174	13,40	3,518	2,320	11,32	3,659
1,02	1,749	7,162	2,525	1,845	6,342	2,626
1,03	1,548	4,965	2,092	1,622	4,524	2,176
1,04	1,424	3,827	1,838	1,486	3,562	1,912
1,05	1,339	3,125	1,668	1,392	2,959	1,735
1,06	1,276	2,646	1,544	1,323	2,543	1,606
1,07	1,228	2,297	1,450	1,269	2,236	1,508
1,08	1,189	2,029	1,375	1,227	2,000	1,431
1,09	1,157	1,818	1,315	1,192	1,811	1,367
1,10	1,131	1,645	1,264	1,163	1,656	1,315
1,11	1,109	1,501	1,222	1,139	1,526	1,271
1,12	1,090	1,378	1,186	1,118	1,415	1,234
1,13	1,074	1,273	1,155	1,100	1,319	1,201
1,14	1,060	1,180	1,128	1,085	1,235	1,173
1,15	1,048	1,098	1,104	1,072	1,159	1,148
1,16	1,038	1,024	1,083	1,060	1,092	1,126
1,17	1,029	0,9567	1,064	1,050	1,030	1,107
1,18	1,021	0,8954	1,047	1,041	0,9739	1,089
1,19	1,014	0,8388	1,032	1,033	0,9218	1,074
1,20	1,008	0,7859	1,019	1,026	0,8731	1,060
1,21	1,003	0,7352	1,007	1,020	0,8273	1,047
1,216	1,000	0,7077	1,000	1,017	0,8010	1,040
1,23	—	—	—	1,010	0,7424	1,025
1,24	—	—	—	1,006	0,7023	1,016
1,25	—	—	—	1,003	0,6633	1,008
1,26	—	—	—	1,000	0,6250	1,000

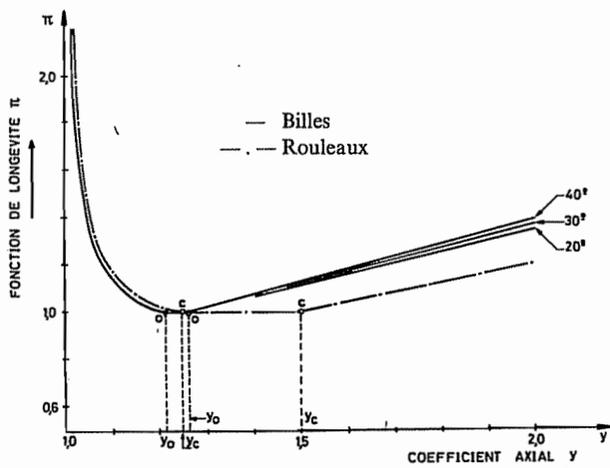


Figure 6. - Fonction π

$$\left(\frac{F_{r1}}{C_1}\right)^w \frac{d}{dy_1} (\pi_1^w) - \lambda F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1 = 0$$

et

$$\left(\frac{F_{r2}}{C_2}\right)^w \frac{d}{dy_2} (\pi_2^w) + \lambda F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2 = 0$$

ce qui mène au système

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_{r1}^{w-1}}{C_1^w \operatorname{tg} \alpha_1} \frac{d}{dy_1} (\pi_1^w) &= - \frac{F_{r2}^{w-1}}{C_2^w \operatorname{tg} \alpha_2} \frac{d}{dy_2} (\pi_2^w) \\ y_1 F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1 - y_2 F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2 &= K_a \end{aligned} \right\} \tag{39}$$

La forme même de la première équation conduit immédiatement à la conclusion qualitative suivante : à l'opti-

mun, un des deux roulements devra se situer sur la partie descendante de la courbe de π , c'est-à-dire qu'il vérifiera $y < y_0$, et l'autre devra se trouver sur la partie montante, ce qui implique $y > y_c$, à moins, bien sûr, que les deux roulements ne fonctionnent dans la partie horizontale de la courbe.

Pour résoudre ce système, on peut utiliser la méthode suivante : on calcule d'abord l'état de référence défini ci-dessus ($\epsilon = 0,5$). Si dans cet état, $y_3 \leq y_c$, il s'agit d'un optimum. Dans ce cas, on peut même augmenter le serrage initial jusqu'à obtenir $y_3 = y_c$ sans modifier la durée de vie, propriété qui peut permettre de gagner de la raideur sans compromettre la longévité. Souvent, au contraire, l'état de référence se caractérise par $y_3 > y_c$. On peut alors chercher l'optimum comme suit : on a

$$\left[\frac{d}{dy_3} (\pi_3^w) \right]^{1/w-1} = (w \operatorname{tg} \alpha_3)^{1/w-1} (X_3 + y_3 Y_3 \operatorname{tg} \alpha_3).$$

Dès lors, en tenant compte de la relation (30), on obtient aisément l'équation

$$\Psi(y_4) = B_1 + B_2 y_4, \tag{40}$$

avec

$$\left. \begin{aligned} \Psi(y) &= \left[-\frac{1}{w} \frac{d}{dy} (\pi^w) \right]^{1/w-1} \\ B_1 &= B_0 \cdot \frac{F_{r4} \operatorname{tg} \alpha_3}{F_{r3} \operatorname{tg} \alpha_4} \cdot \left(X_3 \pm \frac{K_a}{F_{r3}} \right) \\ B_2 &= B_0 \operatorname{tg} \alpha_3 \\ B_0 &= \left(\frac{C_4}{C_3} \right)^{w/w-1} \cdot \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_4}{\operatorname{tg} \alpha_3} \right)^2 \cdot (Y_3 \operatorname{tg} \alpha_3)^{1/w-1} \end{aligned} \right\} \tag{41}$$

Dans l'expression de B_1 , le signe de K_a doit être choisi comme dans la relation (30). La fonction Ψ peut être calculée à partir de l'approximation (36), ce qui donne

$$\Psi(y) = A_5 \cdot y^{x_2} \cdot (y-1)^{-x_3} \cdot (x_4 - y)^{x_5}, \tag{42}$$

les valeurs de A_5, x_2, x_3, x_4, x_5 étant données dans le tableau IV. La résolution de l'équation (40) peut être faite graphiquement, à l'aide de la figure 7. Il suffit d'y tracer la droite correspondant au second membre de (40). Son intersection avec le graphe de Ψ détermine l'optimum.

Ces résultats sont cependant soumis à une importante limitation. En effet, en assimilant en (6) et (7), et dans tout le reste de la théorie, les sommes sur les éléments

roulants à des intégrales, on suppose implicitement que la zone de charge contient suffisamment d'éléments roulants. Il va de soi que lorsqu'elle est très petite, elle peut même n'en plus contenir du tout, pour certaines positions angulaires; pour des étendues un peu plus

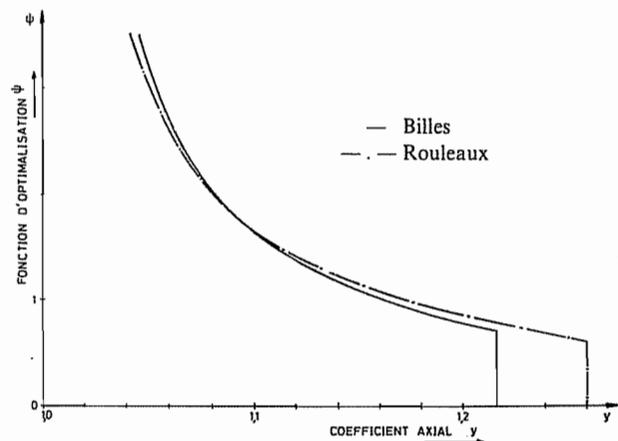


Figure 7. - Fonction Ψ (optimisation de la durée de vie)

grandes, Q_{max} varie assez fortement avec la position des éléments roulants, ce qui provoque des vibrations indésirables et un excès de fatigue. Il convient donc de se fixer une borne inférieure pour ϵ . Un critère raisonnable semble être d'avoir toujours au moins trois éléments roulants chargés, ce qui mène à la valeur

$$\epsilon_{min} = (1 - \cos \frac{3\pi}{z})/2. \tag{43}$$

On peut en déduire le minimum admissible de y par la formule approchée suivante, valable pour les faibles valeurs de ϵ :

$$y \simeq \frac{1}{1 - \epsilon/(m + 3/2)}. \tag{44}$$

Notre méthode graphique permet d'ailleurs de tenir compte de cette limitation : il suffit de tronquer le diagramme de Ψ de sa partie située à gauche de y_{min} et de la remplacer par la verticale en y_{min} .

La valeur optimale de y_4 étant connue, on pourra calculer y_3 par (30), puis le serrage initial par l'équation (29). Il est également utile de recalculer la durée de vie : dans le cas où le gain par rapport à l'état de référence n'est pas notable, on obtient une zone de « tolérance » sur le serrage initial, entre l'état optimum et l'état de référence.

TABLEAU IV

	A_5	x_2	x_3	x_4	x_5
Billes	0.3320	1.476	0.9048	4/3	0.4286
Rouleaux	0.3435	1.477	0.8409	1.350	0.3636

8. DU RAIDISSEMENT PAR SERRAGE INITIAL

Bien souvent, le serrage initial est réalisé dans le but d'augmenter la raideur de l'appui. C'est par exemple le cas des pignons d'attaque des réducteurs à engrenages coniques ou hypoïdes. Quelle valeur donner à ce serrage ? Pour tenter de donner une réponse à cette question, nous considérerons une flexibilité généralisée définie comme le rapport du travail des forces appliquées au carré d'une norme du système des forces, plus précisément :

$$F = \frac{F_{r1} \delta_{r1} + F_{r2} \delta_{r2} + K_n \delta_n}{F_{r1}^2 + F_{r2}^2 + K_n^2}$$

Examinons séparément les trois termes du numérateur. Les déplacements radiaux peuvent, en vertu de (3) et (13), s'écrire

$$\delta_{r1} = \frac{\delta_{n1} \operatorname{tg} \alpha_1}{2 \varepsilon_1 - 1} = G_1 \operatorname{tg} \alpha_1 (F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1)^{1/m} \Phi_r^*(\varepsilon_1) \quad (45)$$

avec

$$\Phi_r^*(\varepsilon_1) = \frac{\Phi_r(\varepsilon_1)}{2 \varepsilon_1 - 1} = \frac{1}{2 \varepsilon_1} J_r^{-1/m} \quad (46)$$

d'où, en passant aux variables y,

$$F_{r1} \delta_{r1} = G_1 (F_{r1} \operatorname{tg} \alpha_1)^{1+1/m} \Phi_r^*(y_1) \quad (47)$$

L'examen du graphe de la fonction Φ_r^* (Fig. 8) montre clairement qu'au-delà d'une valeur que l'on peut chiffrer à $y = 1,66$ pour les roulements à billes et à $y = 1,91$ pour

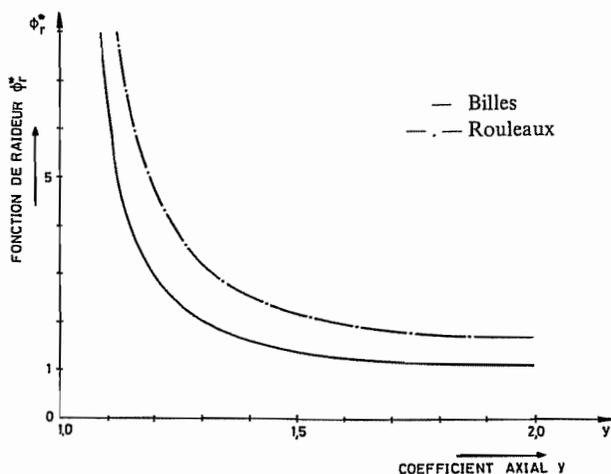


Figure 8. - Fonction Φ_r^*

les roulements à rouleaux (valeurs correspondant à $\varepsilon = 1$), la variation de Φ_r^* devient très lente, si bien que le gain de raideur cesse d'être significatif. La même conclusion vaut évidemment pour $F_{r2} \delta_{r2}$. Venons-en au terme axial. On a par (19)

$$\delta_n = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} [(F_{n1}^{1/m} - F_{n2}^{1/m}) \Phi_n(y_1) + F_{n2}^{1/m} (\Phi_n(y_1) - \Phi_n(y_2))].$$

Or, pour des valeurs de y supérieures à celles mentionnées ci-dessus, on peut écrire $\Phi_n(y_1) \simeq \Phi_n(y_2) \simeq 1$, si bien que le dernier terme devient très petit. Quant à l'autre, il peut s'écrire, en vertu de (15),

$$K_n^{1/m} f\left(\frac{F_{n2}}{K_n}\right) \Phi_n(y_1) \simeq K_n^{1/m} f\left(\frac{F_{n2}}{K_n}\right) \quad (48)$$

où l'on a introduit la fonction (Fig. 9)

$$f(x) = (1 + x)^{1/m} - x^{1/m}.$$

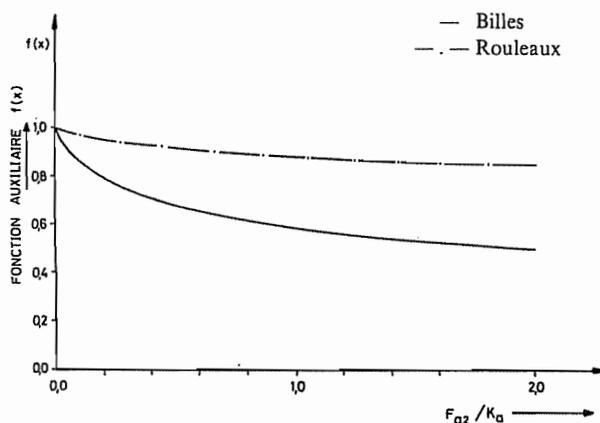


Figure 9. - Fonction f

Les valeurs de $f(x)$ sont toujours inférieures à 1; en outre, cette fonction est décroissante, mais sa variation se fait de plus en plus lente lorsque x croît. Cette variation est pratiquement égale entre $x = 0$ et $x = 0,4$ et entre $x = 0,4$ et $x = 3$. On peut donc dire qu'il n'y a pas de grand intérêt à aller plus loin que

$$F_{n2}/K_n = 0,4, \text{ soit encore}$$

$$y_2 = 0,4 \frac{K_n}{F_{r2} \operatorname{tg} \alpha_2} \quad (49)$$

pour autant que cette valeur corresponde à $\varepsilon \geq 1$. Eventuellement, dans le cas des paliers à billes, si la durée de vie n'en est pas compromise, on peut aller au-delà. Remarquons finalement que pour y suffisant, F varie comme $\|F\|^{(1/m)-1}$.

9. INFLUENCE DE LA PRECONTRAINTE SUR LE MOMENT DE PERTE

Nous nous appuyerons dans ce qui suit sur la théorie des pertes dans les roulements établie par Snare [2, 12, 14, 16]. Selon cet auteur, le moment de perte se compose d'un terme hydrodynamique M_n indépendant de la

charge, et d'un terme M_1 qui dépend de celle-ci et représente les glissements et l'hystérésis élastique. Le premier terme s'écrit, en N.mm,

$$M_0 = 10^{-7} f_0 (\nu n)^{2/3} d_m^3, \quad (50)$$

où d_m est le diamètre moyen du roulement (mm), n , la vitesse du roulement (tr/min), ν , la viscosité cinématique du lubrifiant (mm^2/s), et f_0 , un coefficient dépendant du type de roulement, dont la valeur est 2 pour les roulements à billes à contact oblique et 3 à 4 pour les roulements à rouleaux coniques [12]. Lorsque $(\nu n) < 2000$, il convient de remplacer $(\nu n)^{2/3}$ par le nombre 159. Le second terme a la forme générale

$$M_1 = f_1 F_1 d_m \quad (51)$$

d_m ayant la même signification que ci-dessus, F_1 étant une charge équivalente à préciser, et f_1 , un coefficient. Seul ce second terme est influencé par la précontrainte. Pour les roulements à rouleaux, on a

$$f_1 = (0,00030 \dots 0,00040) \frac{y_0}{\cos \alpha}, \quad (52)$$

la plus grande valeur devant être prise pour les sections fortes.

En ce qui concerne la valeur de la charge équivalente, Snare n'a étudié son expression que pour $\varepsilon \geq 0,5$. Mais l'examen de ses équations mène à la conclusion qu'elle s'écrit tout simplement

$$F_1 = \frac{y}{y_0} F_r \quad (53)$$

Dès lors, pour ce type de roulements, le serrage initial augmente la perte selon une loi linéaire en y . Pour les roulements à billes, le coefficient f_1 dépend de la valeur absolue de la charge :

$$f_1 = f_1 \left(\frac{P_0}{C_0} \right)^{0,33} \quad (54)$$

f_1 étant un coefficient, C_0 , la capacité de charge statique du roulement, et P_0 , sa charge statique équivalente. Pour le calcul de celle-ci, nous écrivons

$$P_0 = \begin{cases} \pi_0(y) F_r & \text{pour } y < y_0 \\ F_r & \text{pour } y_0 \leq y \leq y_{co} \\ X_0 F_r + Y_0 F_a & \text{pour } y > y_{co} \end{cases} \quad (55)$$

les valeurs de X_0 , Y_0 , y_{co} , f_1 sont consignées dans le tableau II. Quant au coefficient π_0 , équivalent du coefficient π pour la charge statique, il admet l'expression approchée

$$\pi_0(y) \approx \left(\frac{y}{y_0} \right)^{3/2} \left(\frac{y_0 - 1}{y - 1} \right)^{1/2}$$

Ses valeurs sont reprises dans le tableau III. A nouveau, le cas $\varepsilon \geq 0,5$ est négligé dans le calcul de F_1 . L'expression de cette charge équivalente est plus complexe que

pour les rouleaux, mais on ne commet pas de grande erreur en écrivant

$$F_1 = \begin{cases} \frac{y}{y_0} F_r & \text{pour } y \leq y_0 \\ y_0 \\ (0,905 y - 0,1) & \text{pour } y > y_0. \end{cases} \quad (56)$$

La seconde expression est de Snare. La première la complète en approchant la loi analytique exacte. L'examen de ces expressions montre que, pour F_r constant, la perte passe par un minimum pour $y = 1,128$. Ce minimum n'est inférieur à la valeur en $y = y_0$ que de 2,5 %. En deçà de $y = 1,128$ la perte augmente, mais très lentement. Pour $y = 1,01$ valeur que l'on peut considérer comme impraticable, la perte n'a augmenté que de 26 %. Pour les grandes valeurs de y , on s'aperçoit que la perte varie asymptotiquement comme $y^{1,33}$.

Il résulte de tout ceci que le plus souvent, la perte totale des deux roulements croît avec le serrage initial. Dans le cas des roulements à rouleaux, la variation est tout simplement linéaire en y ; dans le cas des roulements à billes, elle est plus compliquée. Notons enfin que l'optimum pour la durée de vie, généralement caractérisé par un jeu ou un faible serrage initial, conduit d'habitude à de faibles pertes également.

10. EVALUATION DU COEFFICIENT G ET DU NOMBRE D'ELEMENTS ROULANTS

Pour mener à bien les calculs, il nous faut disposer des valeurs des coefficients G définis par la formule (11). Dans un roulement à billes à contact oblique, si les petits rayons des chemins de roulements sont r_i (bague intérieure) et r_e (bague extérieure), on a, pour des billes de diamètre D_w [5]

$$r_i/D_w = 0,5175, \quad r_e/D_w = 0,5300, \quad (57)$$

ce qui permet de calculer le déplacement par la théorie de Hertz, en supposant les deux autres rayons infinis (*) :

$$u = \gamma_b \cdot Q^{2/3} \cdot D_w^{-1/3} \quad (58)$$

avec

$$\gamma_b = 467 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{4/3} \cdot N^{-2/3}. \quad (59)$$

On en déduit aisément

$$G = \gamma_b \cdot z^{-2/3} \cdot D_w^{-1/3} \cdot (\sin \alpha)^{-5/3}. \quad (60)$$

Dans le cas des roulements à rouleaux, on a selon Lundberg [6]

$$u = \gamma_r \cdot Q^{0,909} \cdot l_a^{-0,8}. \quad (61)$$

l_a étant la longueur effective du rouleau; la valeur de γ_r est

$$\gamma_r = 75,29 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{1,8} \cdot N^{-0,909}. \quad (62)$$

Il en découle

$$G = \gamma_r \cdot z^{-0,909} \cdot l_a^{-0,8} \cdot (\sin \alpha)^{-1,909}. \quad (63)$$

Malheureusement, les constructeurs ne fournissent pas, en général, les caractéristiques intérieures de leurs

(*) Cette approximation n'est valable que pour le calcul de la raideur. La pression de Hertz, quant à elle, est fortement influencée par les grands rayons.



roulements. Pour ce qui est de l'angle de contact α , on obtient aisément sa tangente en divisant le coefficient e de la loi de la charge équivalente ($F = F_r$ pour $F_a/F_r \leq e$) par 1,25 pour les roulements à billes et par 1,5 dans le cas des roulements à rouleaux. Mais les grandeurs D_w , z , l_a , ne sont pas fournies. On peut cependant évaluer G à partir des capacités de charge C et C_o , du moins si le constructeur se conforme, dans leur calcul, aux prescriptions I.S.O. (R 76, R 281). Examinons d'abord le cas des roulements à billes. Des relations générales [1,9]

$$C = f_c \cdot z^{2/3} \cdot (\cos \alpha)^{0.7} \cdot D_w^{1.8}$$

et

$$C_o = f_o \cdot z \cdot D_w^2 \cos \alpha$$

on déduit aisément

$$G = \left[\gamma_b \cdot f_o^{2.095} \cdot f_c^{-2.143} \right] \cdot (\cos \alpha)^{0.595} \cdot (\sin \alpha)^{-5/3} \cdot C^{2.143} \cdot C_o^{-2.095} \quad (64)$$

Or, f_o est une constante, égale à 12,26 MPa. Quant au coefficient f_c , il dépend du rapport $D_w/(d_m \cos \alpha)$ [5, 6, 9]. Mais dans la plupart des applications courantes, on peut admettre

$$f_c \simeq 59 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1.8} \quad (65)$$

Dans ces conditions, le facteur entre crochets de (64) a pour valeur

$$\left[\gamma_b \cdot f_o^{2.095} \cdot f_c^{-2.143} \right] = 14,28 \cdot 10^{-6} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-0.7147} \quad (66)$$

Le cas des rouleaux est moins simple, du fait de la présence d'une variable supplémentaire : la longueur utile des rouleaux. Néanmoins, les relations générales [1,9]

$$C = f_c z^{3/4} D_w^{29/27} (l_a \cos \alpha)^{7/9}$$

et

$$C_o = f_o z l_a D_w \cos \alpha$$

permettent d'écrire

$$G = \left[\gamma_r \cdot z^{-0.034} \cdot f_o^{2.9} \cdot f_c^{-2.7} \right] \cdot (\cos \alpha)^{0.8} \cdot (\sin \alpha)^{-1.909} \cdot C^{2.7} \cdot C_o^{-2.9} \quad (67)$$

tenant compte du fait que la variation de $z^{-0.034}$ est très faible, on peut n'en conserver qu'une moyenne. En adoptant la valeur 0,911 pour celle-ci, l'erreur ne dépasse pas 2,2 % entre 8 et 30 rouleaux, ce qui nous semble tout à fait acceptable. Quant à la valeur de f_o elle est de 21,6 MPa. Enfin, f_c varie lentement avec le rapport $D_w/(d_m \cos \alpha)$, comme dans le cas des billes, mais en outre, il faut distinguer deux cas : le cas 1 correspondra à un contact linéaire conforme sur les deux chemins de roulement, et le cas 2, à un contact linéaire modifié. On peut alors admettre

$$f_c \simeq \begin{cases} 63,95 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-29/27} & \text{(cas 1)} \\ 82,70 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-29/27} & \text{(cas 2)} \end{cases} \quad (68)$$

Cela étant, le facteur entre crochets de (67) prendra les valeurs suivantes :

$$\left[\gamma_r \cdot z^{-0.034} \cdot f_o^{2.9} \cdot f_c^{-2.7} \right] \simeq \begin{cases} 6,767 \cdot 10^{-6} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-0.709} & \text{(cas 1)} \\ 3,380 \cdot 10^{-6} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-0.709} & \text{(cas 2)} \end{cases} \quad (69)$$

De la même façon, le nombre de billes d'un roulement est donné assez approximativement par

$$z \simeq 2464 \cdot C^{-4.286} \cdot C_o^{3.857} \cdot (\cos \alpha)^{-0.8568}$$

et le nombre de rouleaux, par

$$z \simeq \xi (D-d/B)^{0.85} \cdot C^{-5.684} \cdot C_o^{5.263} \quad \text{avec}$$

$$\xi = \begin{cases} 2726 \text{ N}^{0.421} & \text{(cas 1)} \\ 3132 \text{ N}^{0.421} & \text{(cas 2)} \end{cases}$$

D est le diamètre extérieur, d , l'alésage et B , la largeur de la bague intérieure. Les charges sont à exprimer en N. Ces dernières formules, assez peu précises, suffisent néanmoins à estimer ϵ_{m1n} (section 7).

11. EXEMPLE

Pour illustrer les considérations qui précèdent, nous traiterons le cas suivant :

Roulement 1 : Type 30210

$C = 64000 \text{ N}$, $C_o = 52000 \text{ N}$, $e = 0,43$, $d_m = 70 \text{ mm}$
Roulement à rouleaux à contact linéaire modifié.

Roulement 2 : Type 30207

$C = 44000 \text{ N}$, $C_o = 32500 \text{ N}$, $e = 0,37$, $d_m = 53,5 \text{ mm}$
Roulement à rouleaux à contact linéaire modifié.

*Mise en charge : $F_{r1} = 6800 \text{ N}$, $F_{r2} = 5200 \text{ N}$,
 $K_a = 1600 \text{ N}$.*

11.1 - Caractéristiques des roulements

$$\text{tg } \alpha_1 = 0,43/1,5 = 0,2867$$

$$G_1 = 15,33 \cdot 10^{-6} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-0.709} \text{ (par (67))}$$

$$\text{tg } \alpha_2 = 0,37/1,5 = 0,2467$$

$$G_2 = 28,70 \cdot 10^{-6} \text{ mm} \cdot \text{N}^{-0.709} \text{ (par (67))}$$

11.2 - Solution de référence

a) On a visiblement $F_{r1} \text{ tg } \alpha_1 > F_{r2} \text{ tg } \alpha_2$ et $K_a/(F_{r1} \text{ tg } \alpha_1 - F_{r2} \text{ tg } \alpha_2) = 2,399 > 1,260$, donc $y_1 > y_2$. On posera donc $y_2 = y_0 = 1,260$, d'où, par (30), $y_1 = 1,650$.

b) Durée de vie :

$$\pi_1 = 0,4 (1 + 1,650) = 1,060; P_1 = \pi_1 F_{r1} = 7208 \text{ N}$$

$$\pi_2 = 1; P_2 = F_{r2} = 5200 \text{ N}.$$

$$L_1 = (C_1/P_1)^{10/3} = 1449 \text{ Mr (mégarévolutions)}$$

$$L_2 = (C_2/P_2)^{10/3} = 1235 \text{ Mr}$$

et, pour $e = 9/8$, par la formule (33), $L = 719,8 \text{ Mr}$.

c) Pour calculer le serrage initial correspondant, on détermine d'abord à l'aide de la figure 3 les valeurs

$$\Phi_r(y_1) = 1,45, \quad \Phi_r(y_2) = 0,$$

d'où, par la formule (29), $\Delta = 21,75 \cdot 10^{-3}$ mm. Il y correspond, par la relation (17), la précontrainte $F_{a0} = 918,5$ N.

d) Déplacements : à l'aide de la figure 8, on détermine

$$\Phi_r^*(y_1) = 1,90, \quad \Phi_r^*(y_2) = 4,33,$$

d'où, par les formules (45) et (20),

$$\delta_{r1} = 8,171 \mu\text{m}, \quad \delta_{r2} = 20,51 \mu\text{m}, \quad \delta_a = 14,18 \mu\text{m}$$

et

$$F = 2,438 \cdot 10^{-6} \text{ mm/N}$$

e) Moment de perte M_1 : on a

$$(F_1)_1 = (1,650/1,260) \cdot 6800 = 8905 \text{ N};$$

$(F_1)_2 = 5200$ N, et $M_1 = 353,4$ N.mm, pour les deux roulements réunis.

11.3 - Optimisation de la durée de vie

On a ici $w = 3,750$ et les coefficients définis en (41) valent

$$B_0 = 0,3183; B_1 = 0,3073; B_2 = 0,1273.$$

On trace la droite $\Psi = 0,3073 + 0,1273 y$ sur la figure 6. On constate qu'elle ne coupe le graphe de Ψ que dans sa partie verticale, soit pour $y_2 = 1,260$. Ainsi donc, dans le cas considéré, l'état de référence est optimal, ce qui signifie que le serrage initial calculé ci-dessus améliore la durée de vie. Cette situation n'est pas la plus fréquente. En effet, dès que B_0 ou B_1 est grand (C_4/C_3 ou K_n/F_{r3} grand), la valeur optimale de y_2 est plus petite et mène souvent à des jeux.

11.4 - Solution pour un serrage initial nul

Partant de la solution de référence, on obtient par (31) et la figure 3, $\Phi_r(y_1) = -1,133$, d'où, par la figure 3, $y_2 = 1,18$.

On recalcule y_1 par (30), ce qui donne $y_1 = 1,597$, puis on recommence :

$$\Phi_r(y_2) = -1,055; y_2 = 1,19; y_1 = 1,603.$$

La différence entre les nouvelles et les anciennes valeurs étant très faible, on peut s'arrêter là. Il est aisé de calculer la durée de vie correspondante : on a successivement

$$\pi_1 = 1,041; \pi_2 = 1,033; P_1 = 7079 \text{ N}; P_2 = 5372 \text{ N};$$

$$L_1 = 1539 \text{ Mr}; L_2 = 1108 \text{ Mr}; L = 694,6 \text{ Mr}.$$

La différence par rapport à l'optimum n'est pas, ici, très grande. Il arrive cependant qu'elle soit du simple au double. Les déplacements sont ici

$$\delta_{r1} = 8,472 \mu\text{m};$$

$$\delta_{r2} = 22,97 \mu\text{m};$$

$$\delta_a = 20,37 \mu\text{m},$$

et la flexibilité généralisée,

$$F = 2,764 \cdot 10^{-6} \text{ mm/N}.$$

Enfin, on a $M_1 = 340,4$ N.mm.

11.5 - Raidissement par serrage initial

Dans notre cas, $0,4 K_n/(F_{r2} \text{ tg } \alpha_2) = 0,4988$, valeur très faible. On montera donc jusqu'à $\epsilon = 1$, soit $y_2 = 1,91$.

Alors, $y_1 = 2,077$. Calculons la durée de vie. On a successivement

$$\pi_1 = 1,231; \pi_2 = 1,164; P_1 = 8372 \text{ N}; P_2 = 6053 \text{ N};$$

$$L_1 = 880,4 \text{ Mr}; L_2 = 744,1 \text{ Mr}; L = 435,4 \text{ Mr}.$$

On se place donc ainsi à 60 % de la durée de vie maximum. Le serrage initial correspondant vaut $62,10 \mu\text{m}$, et la précontrainte, 2913 N. Quant aux déplacements, ils valent respectivement

$$\delta_{r1} = 7,526 \mu\text{m}; \delta_{r2} = 8,288 \mu\text{m}; \delta_a = 6,881 \mu\text{m},$$

d'où

$$F = 1,388 \cdot 10^{-6} \text{ mm/N}$$

On a donc pu doubler la raideur. Quant au moment de perte M_1 , il vaut à présent 473,0 N.mm, soit 34 % de plus que dans la solution de référence.

12. CONCLUSIONS

L'analyse qui vient d'être faite permet de prévoir d'une manière plus précise le comportement d'un système de roulements à contact oblique en opposition, et de répondre d'une manière rationnelle à la question du choix du serrage initial, tant en ce qui concerne la durée de vie que dans la recherche d'une plus grande raideur. Les méthodes proposées sont conçues dans l'optique de la plus grande simplicité de mise en œuvre et ne nécessitent pas, en particulier, d'outil de calcul trop évolué.

13. REMERCIEMENTS

L'auteur tient à remercier la société S.K.F. qui lui a très aimablement transmis de nombreux documents scientifiques et techniques.

* *
*

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. PALMGREN - « Les Roulements », S.K.F., Belgium.
- [2] V. SYNEK, B. SNARE, C. BERGLING - « Rolling Bearing Theory », S.K.F., Reg. 42, 1973.
- [3] A. PALMGREN - « On the Carrying Capacity and Life of Ball Bearings ». The Ball Bearing Journal, 1937, n° 3, pp. 34-44.
- [4] A. PALMGREN - « Cargas Equivalentes ». La Revista de cojinetas a bolas, n° 36, 1940, pp. 34-39.
- [5] G. LUNDBERG and A. PALMGREN - « Dynamic Capacity of Rolling Bearings ». Acta Polytechnica, n° 7, 1947, Mechanical Engineering Series, Tome 1, n° 3, Stockholm.
- [6] G. LUNDBERG and A. PALMGREN - « Dynamic Capacity of Roller Bearings ». Acta Polytechnica, n° 96, 1952, Mechanical Engineering Series, Tome 2, n° 4, Stockholm.
- [7] J. BAGNERIS - « Roulements à billes et à rouleaux », Techniques de l'ingénieur, B.675, B.676.
- [8] G. BERGLING - « The carrying Capacity and Life of Rolling Bearings. Scientific Facts or Sales Gimmincks ? ». Lecture at Mor-

gardshammars AB, Sweden, 1973-01-31.

[9] A.B. JONES - « The Mathematical Theory of Rolling-Element Bearings ». Chapter 16 of « Mechanical Design and Systems Handbook », edited by H.A. Rothbart, Mac Graw Hill, 1964.

[10] Ch. DEBAILLEUX et J.M. FLAMME - « Détermination de la précontrainte dans une liaison rotoïde réalisée par roulements à billes. Revue M, vol. 26, n° 3, 1980, pp. 187-193.

[11] B. BELHAJ - « Couple de roulements à contact oblique ». Ecole Mohammadia d'Ingénieurs, Rabat, 1980.

[12] S.K.F. - « Catalogue Général ». Catalogue 3000 F, sept. 1976.

[13] « Programme Standard F.A.G. ». Catalogue 41500/2FA, sept. 1979.

[14] B. SNARE - « Rolling Resistance in Bearings ». S.K.F. BBI, 67 03 01, 1967.

[15] G. LUNDBERG - « Teoria de los roamientos rigidos de bolas, S.K.F. ». La Revista de cojinetas a bolas, n° 52, 1944, pp. 39-50.

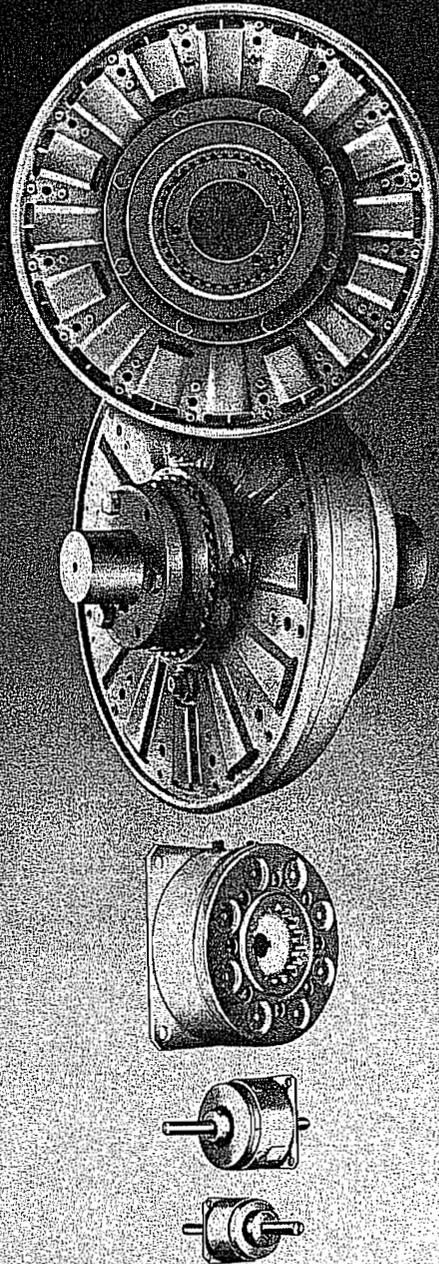
[16] A. PALMGREN - « Rodamientos rigidos con juego interior sometidos a carga axial ». La Revista de cojinetas a bolas, n° 54, 1945, pp. 3-5.

[17] St. ANDREASON - « Theoretische Grundlagen für die Berechnung von mit Kräften und Momenten belasteten Rillenkugellagern ». Konstruktion in Maschinen-Apparate- und Gerätebau, vol. 21, (1969), n° 3, pp. 105-109.

[18] SJÖWALL - « Belastningsfördelningen inom kul- och rulllager vid givna yttre radial- och axial-belastningar ». Tekn. Tidskrift, Mek. 1933, n° 9.

[19] G. BERGLING - « The operational reliability of rolling bearings ». Ball Bearing Journal 188, 1976.

AUSTRALIA BELGIQUE BRASIL SWITZERLAND DANMARK
 DEUTSCHLAND GREAT BRITAIN
 ESPAÑA FRANCE  HONG KONG ITALIA
 NORGE NEDERLAND USA NEW ZEALAND
 JAPAN MEXICO SOUTH AFRICA SUOMI SVERIGE



Warner biedt U de rijkste keuze van electro-magnetische koppelingen en remmen. Nog belangrijker echter: Warner helpt U hoe ze best te gebruiken. Uw tijd kost geld! Bespaar beide. Raadpleeg ons.

Warner Electric N.V.
 Koningsstraat 192, Bte n° 39
 B-1000 Brussel

Tel.: 217 05 77

Tx.: 22444