

Development of a didactic SPH model

Défense du travail de fin d'études

Louis Goffin

Université de Liège – Faculté des sciences appliquées

24 juin 2013

Contexte



Contenu

1. La méthode SPH

2. Implémentation

3. Cas tests

4. Conclusion

1. La méthode SPH

Type de méthode

Bases de la méthode

2. Implémentation

3. Cas tests

4. Conclusion

Type de méthode

La méthode [Smoothed Particle Hydrodynamics \(SPH\)](#) est une méthode :

Meshless particulaire

Aucun quadrillage n'est requis. Le milieu fluide est représenté par un ensemble de particules repérées chacune grâce à leurs coordonnées dans l'espace.

Vision Lagrangienne

On suit le parcours de chaque particule.

Type de méthode

La méthode [Smoothed Particle Hydrodynamics](#) (SPH) est une méthode :

Meshless particulaire

Aucun quadrillage n'est requis. Le milieu fluide est représenté par un ensemble de particules repérées chacune grâce à leurs coordonnées dans l'espace.

Vision Lagrangienne

On suit le parcours de chaque particule.

Type de méthode

La méthode [Smoothed Particle Hydrodynamics](#) (SPH) est une méthode :

Meshless particulaire

Aucun quadrillage n'est requis. Le milieu fluide est représenté par un ensemble de particules repérées chacune grâce à leurs coordonnées dans l'espace.

Vision Lagrangienne

On suit le parcours de chaque particule.

Approximation de la forme intégrale d'une fonction

Une fonction peut être écrite sous forme intégrale :

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (1)$$

En approximant $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ par une fonction de lissage, on obtient :

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) d\mathbf{x}' \quad (2)$$

Approximation de la forme intégrale d'une fonction

Une fonction peut être écrite sous forme intégrale :

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (1)$$

En approximant $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ par une [fonction de lissage](#), on obtient :

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) d\mathbf{x}' \quad (2)$$

Fonction de lissage

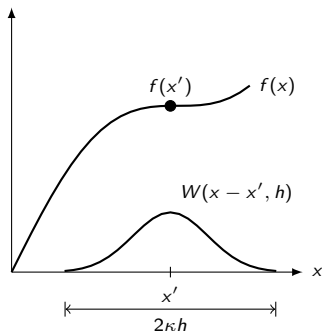


Figure : Représentation graphique de l'approximation d'une fonction 1D (2)

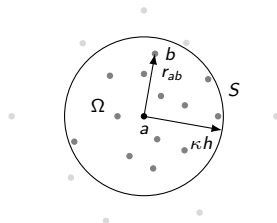


Figure : Approximation de particule en 2D

Équations de Navier-Stokes selon le formalisme SPH

Continuité :

$$\frac{D\rho_a}{Dt} = \sum_{b=1}^N m_b \mathbf{u}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (3)$$

- ρ la masse volumique
- m_b la masse d'une particule voisine
- $\mathbf{u}_{ab} = \mathbf{u}_a - \mathbf{u}_b$ le différentiel de vitesse entre deux particules
- $\nabla_a W_{ab}$ le gradient de la fonction de lissage

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{D\mathbf{u}_a}{Dt} = - \sum_{b=1}^N m_b \left(\frac{p_b}{\rho_b^2} + \frac{p_a}{\rho_a^2} + \Pi_{ab} \right) \nabla_a W_{ab} + \mathbf{F} \quad (4)$$

- p la pression d'une particule
- Π_{ab} un terme de viscosité
- $\mathbf{F}$ les forces volumiques

Équations de Navier-Stokes selon le formalisme SPH

Continuité :

$$\frac{D\rho_a}{Dt} = \sum_{b=1}^N m_b \mathbf{u}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (3)$$

- ρ la masse volumique
- m_b la masse d'une particule voisine
- $\mathbf{u}_{ab} = \mathbf{u}_a - \mathbf{u}_b$ le différentiel de vitesse entre deux particules
- $\nabla_a W_{ab}$ le gradient de la fonction de lissage

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{D\mathbf{u}_a}{Dt} = - \sum_{b=1}^N m_b \left(\frac{p_b}{\rho_b^2} + \frac{p_a}{\rho_a^2} + \Pi_{ab} \right) \nabla_a W_{ab} + \mathbf{F} \quad (4)$$

- p la pression d'une particule
- Π_{ab} un terme de viscosité
- $\mathbf{F}$ les forces volumiques

1. La méthode SPH

2. Implémentation

Idée générale de l'implémentation

Structure de l'algorithme

3. Cas tests

4. Conclusion

Idée générale de l'implémentation

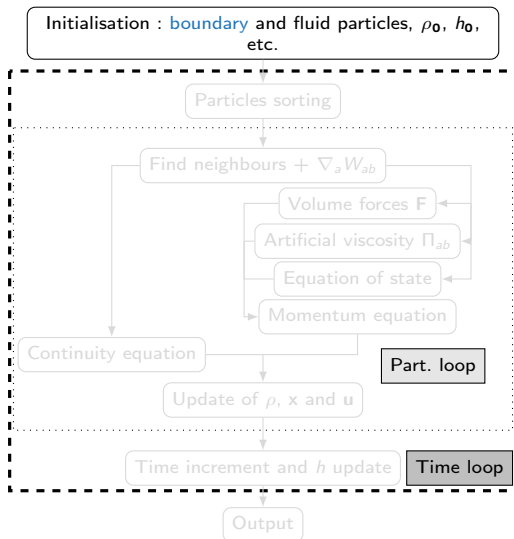
Pour répondre à l'**aspect didactique**, les caractéristiques du programme sont les suivantes :

- **flexibilité** d'utilisation
- **facilité** d'interprétation des résultats

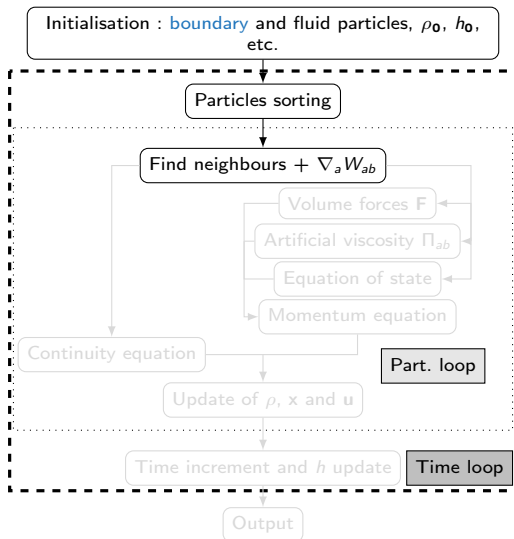
Pour y arriver, il a été choisi de :

- laisser l'utilisateur gérer les données d'entrée et de sortie
- concentrer les calculs dans un programme implémenté en **Fortran** et **orienté-objet**

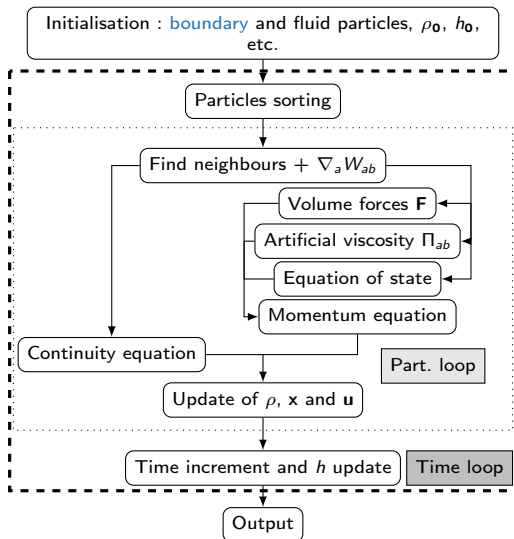
Organigramme



Organigramme



Organigramme



1. La méthode SPH

2. Implémentation

3. Cas tests

Cas tests pour vérification

Cas test de démonstration

4. Conclusion

Cas tests

9 cas tests et plusieurs comparaisons de paramètres.

5 cas tests pour la vérification du code

1. Chute de particules
2. Réservoir au repos
3. Rupture de barrage sur fond sec
4. Rupture de barrage sur fond humide
5. Rotation d'un réservoir cylindrique

4 cas tests pour exposer les possibilités du code

1. Rupture de barrage et saut
2. Écoulement au travers d'une grille
3. Rupture de barrage en 3D
4. Rupture de barrage et impact de structures

Cas tests

9 cas tests et plusieurs comparaisons de paramètres.

5 cas tests pour la vérification du code

1. Chute de particules
2. Réservoir au repos
3. Rupture de barrage sur fond sec
4. Rupture de barrage sur fond humide
5. Rotation d'un réservoir cylindrique

4 cas tests pour exposer les possibilités du code

1. Rupture de barrage et saut
2. Écoulement au travers d'une grille
3. Rupture de barrage en 3D
4. Rupture de barrage et impact de structures

Rupture de barrage sur fond sec I

Nombre de particules : 184 152 ; Temps de calcul : 2,9 h

Rupture de barrage sur fond sec II

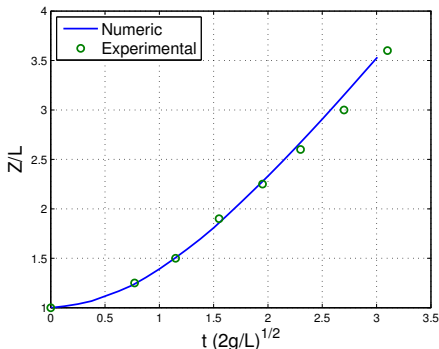


Figure : Comparaison des résultats numériques et expérimentaux

Source : S. Koshizuka and Y. Oka. Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid. Nuclear science and engineering, 1996.

Rotation d'un réservoir cylindrique I

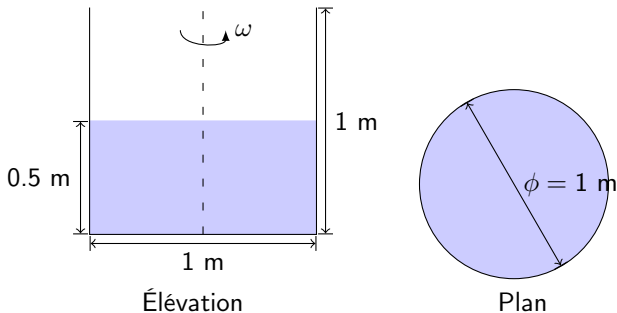
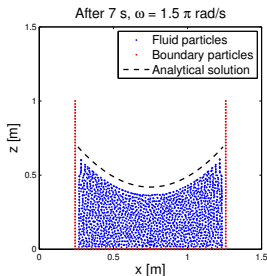
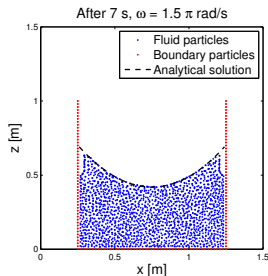


Figure : Géométrie initiale

Rotation d'un réservoir cylindrique II



test a



test b

Figure : Profil de la surface libre pour deux c_0

Nombre de particules : 57 069 ; Temps de calcul : 4,5 h et 109,8 h

Rupture de barrage en 3D I

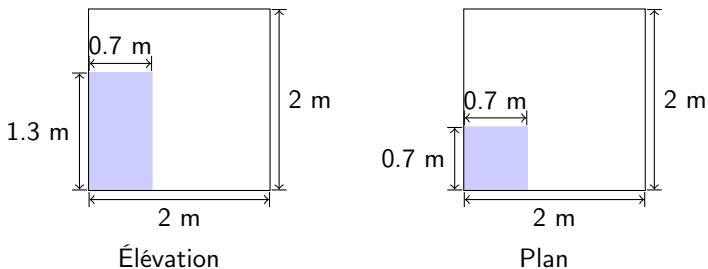


Figure : Géométrie initiale

Rupture de barrage en 3D II

Nombre de particules : 140 027 ; Temps de calcul : 1.8 h

1. La méthode SPH

2. Implémentation

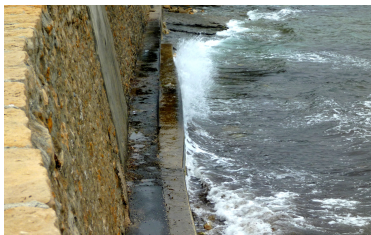
3. Cas tests

4. Conclusion

Retour à la photo introductive

Perspectives

Modélisation d'un cas réel



Nombre de particules : 52 720
Temps de calcul (portable) : 50 min

Pour l'avenir

La méthode SPH est une [approche nouvelle](#) par rapport à ce qui a été fait durant le cursus. Demande beaucoup de [ressources de calcul](#).

Les possibilités actuelles du code implémenté comprennent :

- Calcul en [3D](#)
- Utilisation de [multiples paramètres](#)
- Grande [flexibilité](#) d'utilisation

Améliorations possibles :

- Initialisation des particules
- Façon plus générale de gérer les frontières mobiles
- Terme de [viscosité physique](#)
- Ajout de débits entrants et sortants

Démos