



# Cadrams de hauteur

Yaël Nazé

*Il existe des cadrans solaires  
insolites, à l'allure inhabituelle...  
C'est le cas des cadrans de hauteur,  
dont voici quelques exemples.*



*Cadran Naviculum Rectilinear  
du 15<sup>e</sup> siècle dans la collection  
d'instruments astronomiques du  
Musée de l'Histoire de la Science  
d'Oxford : [www.mhs.ox.ac.uk](http://www.mhs.ox.ac.uk)*

Dès l'Antiquité, on utilisait des cadrans solaires simples, comme un bâton planté dans le sol. Leur principe ? Le Soleil se lève côté est au matin, culmine au sud et se couche côté ouest – l'ombre du bâton suivant forcément le Soleil, son déplacement, au cours de la journée, permet de repérer le temps qui passe. Ce principe s'applique tant aux cadrans horizontaux, qu'aux verticaux, diptyques, polyédriques, sphériques, cylindriques, et équatoriaux (voir *cahier d'exploration du ciel II* pour quelques exemples).

Toutefois, le Soleil ne fait pas que changer de direction durant la journée, il change aussi de hauteur : quand il se lève ou se couche, il est bas sur l'horizon, tandis qu'il est au plus haut dans le ciel à midi. Les cadrans solaires de hauteur marquent l'heure en repérant ce mouvement vertical. Bien sûr, la hauteur du Soleil varie aussi en fonction de l'année (haut en été, bas en hiver) : les cadrans de hauteur comportent donc une graduation supplémentaire permettant de sélectionner la date du jour.

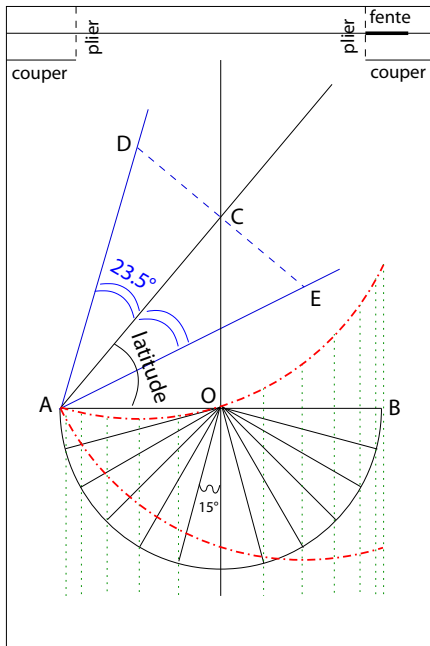
Leur avantage, par rapport aux autres cadrans solaires ? Il n'y a pas besoin de les orienter a priori, donc de connaître précisément la direction du sud. En outre, il s'agit de petits instruments, que l'on peut donc facilement emporter partout. Leur inconvénient ? A cause de leur taille, ils sont peu précis et ce particulièrement entre 11 et 13 heures vu leur conception. De manière générale, leur utilisation requiert aussi la connaissance de la date du jour et du moment approximatif de la journée (matin ou après-midi)...

Dans la famille des cadrans de hauteur, il y a le cadran de berger, très ancien mais devant son nom aux bergers des Pyrénées qui l'adoptèrent au 19<sup>e</sup> siècle (voir cahier II) et les cadrans en anneaux (anneau de paysan, anneau équinoxial), mais il y a aussi les cadrans plans (cadran de capucin, universel d'Apian, navicula, et universel de Regiomontanus), à l'origine mystérieuse.

### Cadran de Capucin

On trouve trace de ce cadran à partir du 16<sup>e</sup> siècle, mais il est probablement plus ancien encore. Le nom de « cadran de capucin » ne

provient pas de l'utilisation du cadran par les moines, comme on pourrait le croire, mais simplement de la forme de la zone horaire, qui ressemble à une capuche de moine capucin...



**Fig. 1 - Construction du cadran de capucin**

#### Construction (Figure 1)

1. tracer un demi-cercle de centre O et de diamètre AB ;
2. diviser ce demi-cercle en secteurs de 15° d'ouverture, et tracer la perpendiculaire à AB passant par les extrémités de ces secteurs : vous avez obtenu la graduation en heures de votre cadran ;
3. tracer en A la demi-droite faisant avec AB un angle égal à votre latitude, identifier le point C sur cette demi-droite situé au-dessus de O ;
4. tracer en C la perpendiculaire à AC ;

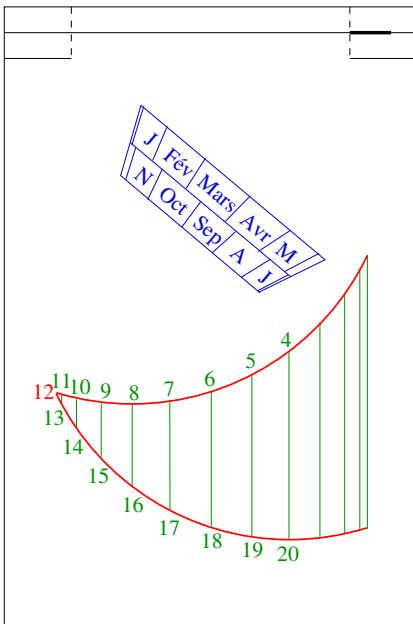
5. tracer deux demi-droites partant de A et faisant les angles de  $+ - 23.5^\circ$  : leur intersection avec la perpendiculaire à AC fournit les points D et E ; tracer d'autres demi-droites de la même manière avec les angles  $+20.5^\circ, +11.5^\circ, -11.5^\circ, \text{ et } -20.5^\circ$  (pour le repérage de l'année « classique », par les signes du zodiaque – l'équinoxe de printemps étant au début du signe du Bélier) ou  $-23^\circ, -17.5^\circ, -7.5^\circ, +4.5^\circ, +15^\circ, +22^\circ, +23^\circ, +18^\circ, +8^\circ, -3^\circ, -14.5^\circ, -22^\circ$  (pour le 1<sup>er</sup> jour de chacun des 12 mois de l'année);
6. tracer en D un arc de cercle de rayon DA, pour délimiter la partie utile des graduations horaires, faire de même en E;
7. effacer les lignes non nécessaires ; fendre le carton le long de DE, y placer un fil, placer une perle sur le fil et lester le tout avec un poids ;
8. prévoir un système de mesure de hauteur : sur les figures 1 et 2, éviter la ligne noire, épaisse, située en haut à droite de la ma-

quette et rabattre les petits battants de chaque côté perpendiculairement au carton.

**Utilisation :**

1. coincer le fil en face de la date du jour, tendre le fil vers la position de midi (Fig 1, point A et Fig 3a), et faire glisser la perle jusqu'à ce qu'elle s'y place (Fig 3b);
2. en gardant le carton bien vertical, l'orienter vers le Soleil (Figs 3c et 4a) de sorte que les rayons solaires passent par la fente évidée puis le long de la ligne jusqu'au 2<sup>e</sup> battant – attention, ne pas regarder directement le Soleil! – vous mesurez ainsi la hauteur du Soleil;
3. lire alors l'heure indiquée par la perle (Figs 3d et 4B).

On ne dispose pas toujours d'une perle, et toutes les graduations horaires ne sont pas utiles. Heureusement, le cadran de capucin peut être amélioré pour pallier ces problèmes. Pour contrer l'absence de perle, il suffit de tracer des arcs de cercles en tous les points intéressants de DE (Fig. 5) depuis les intersections mentionnées ci-dessus : ils serviront de repère pour la date. De plus, comme tout cadran solaire, le cadran de capucin ne fonctionnera pas quand le Soleil est couché ou pas encore levé : inutile donc de prolonger ces arcs au-delà du point situé sous le centre de chaque cercle car ce point est atteint par la perle lorsque le fil est parfaitement vertical (et donc le Soleil à l'horizon)...

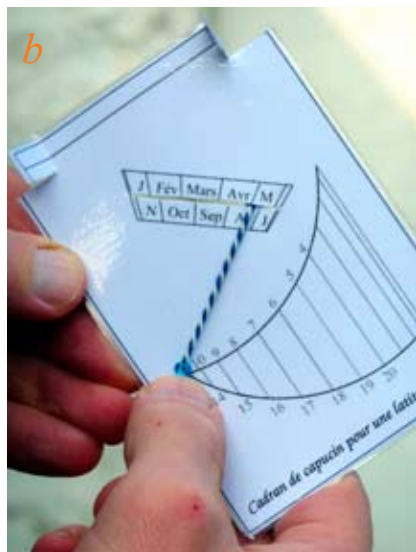


**Fig. 2 - Cadran de capucin terminé pour une latitude de  $50^\circ$**

**Universel d'Apian**

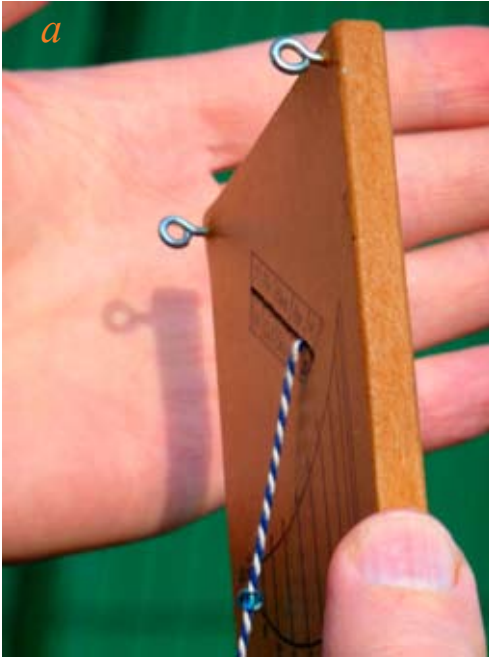
Le cadran de capucin ne fonctionne que pour une seule latitude. On peut évidemment construire, en suivant les indications ci-dessus, un cadran par latitude, mais cela devient encombrant ! Le cadran universel d'Apian (car décrit en premier par Peter Apian en 1533) rassemble ces capucins éparpillés en un seul cadran, généralisant leur principe.

De prime abord, il a un air familier (Fig. 6) : en effet, on y retrouve, en bas, les graduations horaires et, en haut, un ensemble de lignes diagonales de type DE. La superposition des capucins se fait ici en conservant la posi-



**Figs 3 a-d. Utilisation d'un capucin en papier**





**Figs 4 a-b. Utilisation d'un capucin en bois**

tion du point C, et c'est donc le point A qui va changer de position en fonction de la latitude, comme le montre la graduation en latitude à gauche.

L'utilisation de ce cadran se rapproche de celle du capucin : placer un fil à la bonne combinaison date + latitude, ajuster la perle pour qu'elle indique la bonne latitude sur la ligne horaire de midi, orienter le cadran comme auparavant, et lire l'heure indiquée par la perle.

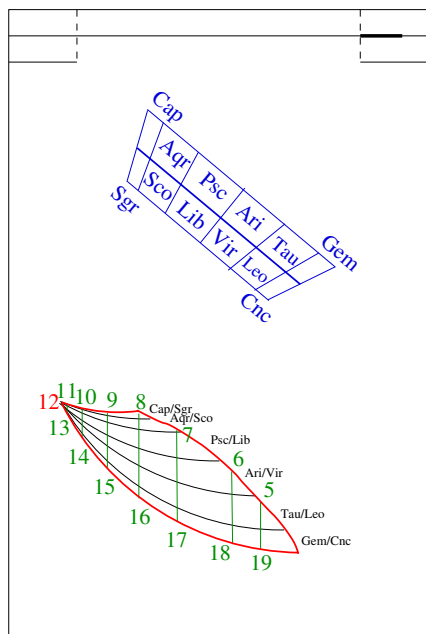
### **Universel de Regiomontanus et navicula**

Par la magie de la trigonométrie sphérique cachée dans le cadran (en particulier la formule donnant la hauteur du Soleil en fonction du temps et de la position de l'observateur), il se fait que latitude et date (soit la

déclinaison du Soleil au cours de l'année) sont interchangeable. En inversant ces deux paramètres dans l'Universel d'Apian, on obtient l'Universel de Regiomontanus, qui lui ressemble donc comme un frère – son utilisation est d'ailleurs similaire. Son nom vient du fait que Johannes Müller, plus connu sous le nom de Regiomontanus, l'a décrit en 1474, mais il ne l'a probablement pas inventé et il n'en donne aucune démonstration (la version géométrique ne sera donnée par Millet Deschaes qu'en 1674 et la version trigonométrique par Delambre en... 1819!).

Le même type de projection est utilisé pour la navicula de venetiis, dont quelques rares exemplaires existent encore. Comme pour les autres cadrans plans, son origine exacte reste un mystère, certains la voyant comme inventée au 14<sup>e</sup> siècle à Oxford, d'autres plusieurs siècles avant dans le monde

<sup>1</sup> Voir <http://dutarte.perso.neuf.fr/instruments/DE-LAMBRE.htm> pour la démonstration de Delambre.

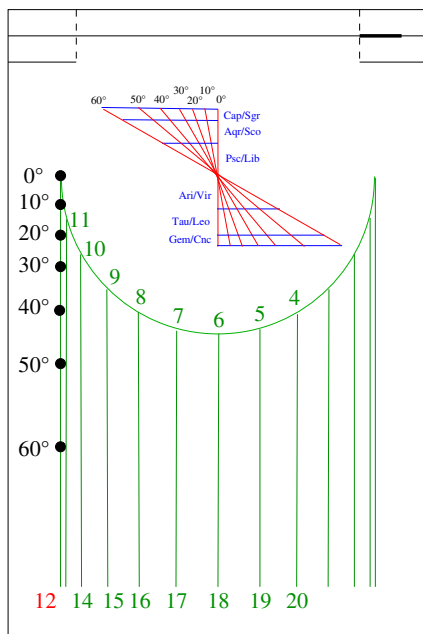


**Fig. 5 - Cadran de capucin limité à sa partie utile**

arabo-musulman. On sait que Ptolémée décrit une projection des positions solaires dans l'Analemma (elle est parfois appelée organum ptolemei<sup>2</sup>). Ses écrits étant disponibles en arabe au 9<sup>e</sup> siècle et en latin à la fin du 13<sup>e</sup> siècle, les deux filiations sont possibles mais aucune avérée. Cette projection de Ptolémée est certainement au moins à l'origine des cadrans de capucins, eux-même servant de base à celui d'Apian, mais le lien avec la navicula ou le cadran de Regiomontanus reste flou – tout comme les relations exactes entre navicula et cadran de Regiomontanus.

Une seule chose est sûre : l'engin était apparemment fort apprécié au Moyen-Âge, notamment par les moines. Le corps de ce bateau comprend les lignes horaires, tandis que le mât

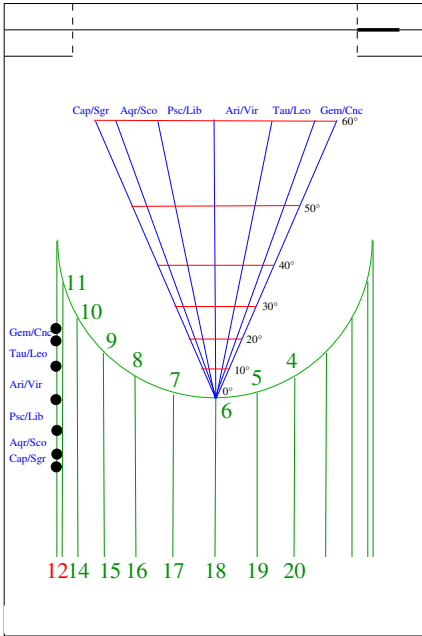
2 Cette projection forme le cœur de l'astrolabe de Rojas, voir article sur les astrolabes II, *Le Ciel*, mars 2012, p. 103–113, et aussi <http://yvon.masse.perso.sfr.fr/gnomon/cadhaut.htm>



**Fig. 6 - Cadran universel d'Apian**

donne l'échelle des latitudes et que proue et poupe accueillent les petits trous nécessaires à la visée. On incline le mât en fonction de la date, à l'aide de graduations situées au bas de l'instrument. Pour bien faire, il faudrait s'écarter horizontalement (cf. Fig. 7), mais seul un mouvement circulaire est prévu : la navicula ne donne donc pas une heure parfaitement exacte<sup>3</sup>. L'autre côté du bateau comprend un carré des ombres et les courbes utiles à la

3 Si la navicula en ivoire de François I<sup>er</sup> faite par Oronce Fine en 1524 se contente de « singer » le cadran de Regiomontanus, laissant cette erreur, les navicula plus anciennes tentent de la minimiser en utilisant quelques ingénieux « trucs » géométriques : une distorsion de l'échelle de latitude et des deux échelles de dates, voir dia 19 et suivantes de [http://yvon.masse.perso.sfr.fr/gnomon/pres\\_nav\\_txt.ppt](http://yvon.masse.perso.sfr.fr/gnomon/pres_nav_txt.ppt) Cela permet d'atteindre une précision de quelques minutes (sauf vers midi, mais la précision sur l'heure est faible à ce moment-là de toute façon). La maquette de la Fig. 8 comprend ce système correctif.



**Fig. 7 - Cadran universel de Regiomontanus**

détermination des heures inégales, comme au verso des astrolabes (voir l'image de titre p.189 et le premier article sur les astrolabes, *Le Ciel*, septembre 2011, p. 266–277).

**Utilisation :**

1. tourner le mât pour le placer en face de la date choisie sur l'échelle de dates située en bas de l'instrument ;
2. faire glisser le point d'attache du fil le long du mât pour la placer en face de la latitude choisie ;
3. tendre le fil vers la date du jour située sur l'échelle latérale en arc de cercle, placer la perle au point du fil situé sur la ligne verticale indiquant midi (et non sur l'arc de cercle !);
4. orienter vers le soleil comme pour les autres cadrans et lire l'heure indiquée par la perle.

**Fig.8 - Plan d'un Navicula (© Yvon Massé)**

