

# La plus jolie et la plus simple de toutes les démonstrations visuelles du théorème de Pythagore

Pascal Dupont

Les premiers numéros de *Losanges* contenaient une rubrique « Démonstrations du théorème de Pythagore », qui a connu six numéros. Voici ma contribution à cette rubrique.

Le théorème de Pythagore affirme, je ne vous apprends rien, que *l'aire du carré construit sur l'hypoténuse d'un triangle rectangle est la somme de celles des carrés construits sur les cathètes*. Mais nous savons qu'une similitude multiplie les aires de toutes les figures par un même facteur (par le carré de son rapport, en fait); dans l'énoncé précédent, nous pouvons donc remplacer les carrés par n'importe quel triplet de figures semblables. Par exemple,

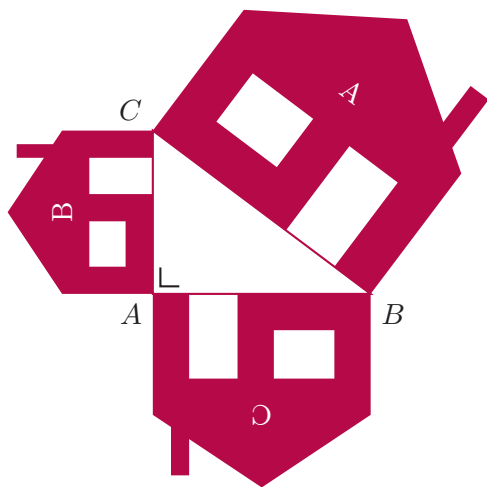


Fig. 1

dans la figure 1, l'aire de la maison **A**, construite sur  $[BC]$ , est la somme des aires des maisons **B** et **C**, construites sur  $[CA]$  et  $[AB]$  respectivement.

Ceci étant bien compris, dans un triangle  $ABC$  rectangle en  $A$ , soit  $D$  le pied de la hauteur relative à l'hypoténuse.

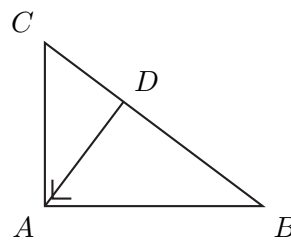


Fig. 2

Les trois triangles  $ABC$ ,  $DAC$  et  $DBA$  sont trois triangles semblables construits sur les trois côtés  $[BC]$ ,  $[CA]$  et  $[AB]$  du triangle rectangle — intérieurement, ce n'est pas interdit. La thèse est donc que

$$\mathcal{A}(ABC) = \mathcal{A}(DAC) + \mathcal{A}(DBA).$$

Le théorème est démontré.

Pascal Dupont est professeur à l'ULg-HEC; ✉ [pascal.dupont@ulg.ac.be](mailto:pascal.dupont@ulg.ac.be)