

Université
de Liège



Université de Liège - Faculté des Sciences Appliquées

Simplification du chargement aérodynamique sur une toiture de stade

Application : le vélodrome de Marseille

Composition du jury

V. Denoël
V. de Ville de Goyet
G. Grillaud
H. Degée

Mémoire de fin d'études réalisé en vue
de l'obtention du grade de Master
Ingénieur Civil des Constructions
à finalité approfondie par Hamra Lotfi.

Année académique 2011-2012

Remerciements

Je transmets mes premiers remerciements à l'assistant de M. Denoël, Nicolas Blaise qui a suivi la progression de mon travail de fin d'études avec attention, m'a aiguillé tout au long de ce quadrimestre et m'a partagé toute son expérience en tant que chercheur.

Je remercie ensuite mon promoteur M. Denoël d'avoir pris le temps de lire mes comptes rendus même à l'étranger, de répondre à mes mails et de m'aiguiller également dans certains choix.

Au bureau Greisch, je souhaite remercier M. Hansoulle pour ses explications sur le modèle élément fini, la structure ou le calcul des surfaces d'influence.

Je remercie Mme. Hanouille, professeur de français, d'avoir corrigé la syntaxe et l'orthographe d'une partie de ce travail de fin d'études et Nicolas Blaise d'avoir relu ce rapport pour vérifier qu'il soit le plus clair et le plus complet possible.

Bien entendu, je remercie ma famille et particulièrement mes parents pour leur soutien à tout instant.

Finalement, mes derniers remerciements vont aux membres du jury M. Denoël, M. de Ville de Goyet, M. Grillaud et M. Degée de m'avoir fait l'honneur de lire et d'assister à la présentation de ce travail de fin d'études.

Hamra Lotfi

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Objectifs du travail de fin d'études	1
1.2	État des connaissances	2
I	Détermination du chargement aérodynamique sur la toiture	5
1	Hypothèses générales de calcul au vent	5
1.1	Vent de référence	5
1.2	Simulation en veine d'essai	5
1.2.1	Repère géométrique	5
1.2.2	Action des pressions	7
1.3	Position des capteurs	7
1.4	Hypothèse et direction de vent considérée	8
2	Analyse des pressions	10
2.1	Introduction	10
2.2	Application de l'Eurocode	10
2.3	Analyse des grandeurs statistiques	12
II	Analyse au vent de la structure	16
1	Description statique de la structure	16
1.1	Vues globales	16
1.2	Toiture	17
1.3	Jupe	18
1.4	Contreventements de la structure	18
1.5	Appuis de la structure	19
2	Modèle éléments finis	21
2.1	Description du modèle éléments finis	21
2.2	Choix des éléments étudiés	21
2.3	Construction de la matrice d'influence	22
2.4	Surfaces d'influence	22
3	Analyse modale	25
3.1	Modes, fréquences propres, grandeurs généralisées et amortissement structurel	25
3.2	Chargements modaux inertiels CMI et réponses modales statiques RMS	27
4	Analyse dynamique stochastique	29
4.1	Base nodale	29
4.1.1	Efforts moyens et contributions quasi-statiques	29
4.1.2	Résultats de l'analyse en base nodale	29
4.2	Base modale	30
4.2.1	Forces généralisées	30
4.2.2	Décomposition des moments spectraux en contributions quasi-statique et résonante	34
4.2.3	Réponse dynamique, quasi-statique et résonante	38
4.2.4	Résultats en base modale	39
4.2.5	Justification de la troncature de la base modale pour la composante résonante	41
4.3	Comparaison des résultats en bases nodale et modale	41
4.4	Résultats finals de l'analyse dynamique stochastique	43
4.5	Coefficient d'amplification dynamique C_d et rapport entre les contributions B/R des variances des efforts internes	43

III	Simplification du chargement aérodynamique	48
1	Chargements de vent statiques équivalents	48
1.1	Contribution quasi-statique	48
1.1.1	Kasperski, 1991	48
1.1.2	Analyse de la contribution quasi-statique des chargements de vent statiques équivalents	49
1.2	Contribution dynamique	52
1.2.1	Chen et Kareem, 2001	52
1.2.2	Analyse des contributions dynamiques des chargements de vent statiques équivalents	54
2	Chargements de vent statiques principaux	60
2.1	Introduction de la méthode	60
2.2	Contribution quasi-statique	61
2.2.1	Décomposition en valeurs singulières	61
2.2.2	Calcul d'erreur par rapport au diagramme enveloppe des efforts normaux	64
2.3	Contribution dynamique	68
2.3.1	Décomposition en valeurs singulières	68
2.3.2	Calcul d'erreur par rapport à l'enveloppe des efforts normaux	71
3	Chargements de vent statiques globaux	75
3.1	Introduction à la combinaison des chargements de vent statiques principaux	75
3.2	Contribution quasi-statique	75
3.3	Contribution dynamique	78
IV	Conclusions générales	84
V	Annexes	89
1	Surfaces d'influence en axes globaux	89
2	Moyenne et contribution quasi-statique des efforts	91
3	Approximation par la méthode des moindres carrés de fS_{F^*}	94
4	Approximation des DSP des forces généralisées aux droits des fréquences propres	96
5	Contributions quasi-statique, résonante et dynamique des moments en base modale	99
6	Contributions quasi-statiques des chargements de vent statiques équivalents selon les 3 axes globaux	102
7	Contributions résonantes des chargements de vent statiques équivalents selon les 3 axes globaux	104
8	Contributions dynamiques des chargements de vent statiques équivalents selon les 3 axes globaux	105
9	Chargements de vent statiques principaux dans les axes globaux (contribution quasi-statique)	106

Promoteur : M. Vincent Denoël

Titre : Simplification du chargement aérodynamique sur une toiture de stade.

Énoncé :

L'analyse stochastique d'une structure soumise au vent turbulent permet d'établir, notamment, les grandeurs de dimensionnement pour n'importe quelle réponse (déplacements, efforts internes, réactions, etc) afin d'effectuer la vérification en résistance. Ces grandeurs de dimensionnement peuvent alors être établies pour chaque réponse au sein de la structure (déplacements, efforts internes,...). Dans le cadre de travail d'un bureau d'étude, il est d'usage de vérifier la résistance de la structure sous des cas de charge statiques. L'enjeu majeur est alors de calculer des cas de charges de vent statiques équivalents qui prennent en compte le comportement résonant de la structure et permettent donc d'approcher au moyen d'analyses statiques simples, les grandeurs de dimensionnement obtenues par une analyse dynamique stochastique.

Des chargements de vent statiques équivalents sont donc déterminés en appliquant diverses méthodes et l'objectif même de ce travail de fin d'études est d'extraire une série limitée de chargements de vent statiques dits principaux tels qu'en les combinant, nous puissions obtenir un nombre minimum de cas de charges dimensionnantes pour la structure. Une attention est portée sur la réponse de la structure qui est composée d'une contribution moyenne, quasi-statique et résonante et sur le nombre de chargements de vent statiques principaux à considérer afin d'obtenir une bonne reconstruction des grandeurs de dimensionnements pour toutes les réponses de la structure.

Les membres du jury :

V. Denoël

V. de Ville de Goyet

G. Grillaud

H. Degée

Promotor : M. Vincent Denoël

Title : Simplifying the aerodynamic load on a roof stadium.

Abstract :

The stochastic analysis of a structure subjected to turbulent wind gives estimation of the extreme (or peak) responses necessary for the structural design. These extreme values are established for each response within the structure (displacements, internal forces, reactions, etc ...). Notwithstanding, engineers from design office are used to design structures under static wind loads. The major challenge is thus to compute equivalent static loads that take into account the dynamic behavior of the structure and by simple static analyses, reconstruct the most accurately the extreme responses obtained from a stochastic dynamic analysis.

Equivalent static wind loads are determined by applying various methods and the aim of this work is to extract a reduced basis, the principal static wind loads. These principal static wind loads are well suited for combinations in order to have a minimum number of design cases. Focus is made on the responses of the structure which are composed of mean, quasi-static and resonant contributions and on the number of design static wind loads to provide an accurate reconstruction of all extreme responses.

Jury members :

V. Denoël

V. de Ville de Goyet

G. Grillaud

H. Degée

Simplification du chargement aérodynamique sur une toiture de stade

Application : le vélodrome de Marseille

Hamra Lotfi - section construction - Année académique 2011-2012.

Résumé. L'objectif de ce travail de fin d'études est de calculer des cas de charges de vent statiques équivalents (CVSE) qui prennent en compte le comportement résonant de la structure et permettent donc d'approcher au moyen d'analyses statiques simples, les grandeurs de dimensionnement obtenues par une analyse dynamique stochastique. Des CVSE sont donc déterminés en appliquant diverses méthodes et l'enjeu majeur de ce travail de fin d'études est d'extraire une série limitée de chargements de vent statiques dits principaux (CVSP) tels qu'en les combinant, nous puissions reconstruire l'enveloppe des réponses.

L'analyse statique, dynamique stochastique en bases nodale et modale permettent de déterminer les réponses moyenne, quasi-statique et résonante respectivement en supposant que les processus aléatoires sont gaussiens. Les densités spectrales de puissance des forces généralisées ont été prolongées au delà de la fréquence de Nyquist pour effectuer une troncature correcte de la base modale. L'approximation en bruit blanc (BB) pour l'estimation de la variance de l'amplitude modale a été appliquée. Vu le caractère erratique des fonctions de cohérence entre les forces généralisées, la difficulté de les approximer et donc de les prolonger au delà de la fréquence de Nyquist, l'approximation SRSS a été appliquée pour la contribution résonante de la réponse.

Chen et Kareem (2001) présentent le CVSE comme une combinaison linéaire de ses contributions quasi statiques et résonantes pondérées par des facteurs de poids. La décomposition en valeurs singulières de la matrice des CVSE permet d'identifier les CVSP. Les 20 premiers CVSP reconstruisent l'enveloppe des réponses avec des erreurs relatives comprises entre 20 % et 50 % pour les différentes catégories d'éléments. Une alternative pour réduire davantage l'erreur relative est la combinaison des CVSP dont les coefficients de combinaison sont déterminés à partir de la simulation de Monte-Carlo suivant une loi normale. En considérant deux combinaisons de CVSP seulement, il est possible d'atteindre une erreur relative moyenne égale à 47 % par rapport à l'enveloppe des réponses.

Mots-clés : CVSE ; CVSP ; BB ; SRSS ; décomposition en valeurs singulières ; simulation de Monte-Carlo.

Abstract. The aim of this work is to compute equivalent static wind loads (ESWL) that take into account the dynamic behavior of the structure and by simple static analyses, reconstruct the most accurately the extreme responses obtained from a stochastic dynamic analysis. ESWL are determined by applying various methods and the major challenge of this work is to extract a reduced basis, the principal static wind loads (PSWL). These PSWL are well suited for combinations in order to have a minimum number of design cases.

Static analysis, stochastic dynamics in nodal and modal bases determine the average, quasi-static and resonant responses respectively, assuming that the random processes are Gaussian. The power spectral densities of generalized forces have been extended beyond the Nyquist frequency to perform a proper truncation of the modal basis. The white noise approximation (WN) for estimating the variance of the modal amplitude was applied. Given the erratic nature of coherence functions between the generalized forces, the difficulty of approximating and thus to extend beyond the Nyquist frequency, the SRSS approximation was applied to the resonant contribution of the response.

Chen and Kareem (2001) have proposed ESWL formulated in terms of weighted combination of background and resonant load components. The singular value decomposition of the ESWL matrix allows to identify PSWL. The first 20 PSWL reconstruct the envelopes of the responses with relative errors included between 20 % and 50 % for different types of elements. An alternative to reduce the relative error is to combine PSWL, combination coefficients are determined from the Monte-Carlo simulation following a normal distribution. The mean relative error is equal to 47 % when considering two combinations of PSWL only.

Keywords : ESWL ; PSWL ; WN ; SRSS ; singular value decomposition ; Monte-Carlo simulation.

1 Introduction

1.1 Objectifs du travail de fin d'études

Les structures du génie civil sont soumises à des actions de vent qui peuvent être décomposées suivant une composante moyenne et une composante fluctuante supposée gaussienne :

$$\mathbf{p}_{tot}(t) = \boldsymbol{\mu}_p + \mathbf{p}(t) \quad (1.1)$$

où

- $\mathbf{p}_{tot}(t)$ est le vecteur des forces nodales énergétiquement équivalentes totales ;
- $\boldsymbol{\mu}_p$ est le vecteur des moyennes des forces nodales énergétiquement équivalentes ;
- $\mathbf{p}(t)$ est le vecteur des forces nodales énergétiquement équivalentes fluctuantes.

Pour déterminer la réponse en déplacement d'une structure sollicitée par une action aléatoire, l'équation dynamique au premier ordre doit être résolue :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{p} \quad (1.2)$$

où :

- $\mathbf{M}$ est la matrice de masse de la structure ;
- $\mathbf{C}$ est la matrice d'amortissement de la structure ;
- $\mathbf{K}$ est la matrice de raideur de la structure ;
- $\mathbf{x}$ est le vecteur des déplacements nodaux.

Les déplacements moyens $\boldsymbol{\mu}_x$ de la structure sont donnés par une simple analyse statique linéaire :

$$\boldsymbol{\mu}_x = \mathbf{K}^{-1}\boldsymbol{\mu}_p \quad (1.3)$$

Dans le cadre de ce travail de fin d'études, l'action aléatoire considérée est le vent mais les développements mathématiques peuvent être appliqués à d'autres types d'actions aléatoires (houle, etc.).

Des déplacements de la structure, nous pouvons déduire les contributions dynamique et moyenne des efforts internes dans la structure suivant :

$$\mathbf{z} = \mathbf{R}\mathbf{x} \quad \boldsymbol{\mu}_z = \mathbf{R}\boldsymbol{\mu}_x \quad (1.4)$$

où :

- $\mathbf{R}$ est la matrice des coefficients d'influence ;
- $\mathbf{z}$ est le vecteur des efforts internes ;
- $\boldsymbol{\mu}_z$ est le vecteur des efforts internes moyens.

Les valeurs extrêmes de la contribution dynamique des efforts internes dérivent de :

$$z_{max,i} = g\sigma_{z,i} \quad z_{min,i} = -g\sigma_{z,i} \quad (1.5)$$

où :

- $z_{max,i}, z_{min,i}$ sont les valeurs extrêmes de l'effort interne z_i ;
- $\sigma_{z,i}$ est l'écart-type de l'effort interne z_i ;
- $g_{z,i}$ est le facteur de pointe de l'effort interne z_i .

Le facteur de pointe est unique et vaut 3,5 pour tous les efforts internes de la structure comme prescrit par l'Eurocode NF EN 1991-1-4. Au chapitre III-1.1.1, nous expliciterons la raison pour laquelle nous avons considéré qu'un seul facteur pour l'entièreté de la structure. Les relations (1.5) définissent l'**enveloppe des réponses dynamiques**.

Le dimensionnement des éléments de la structure est basé sur l'**enveloppe des réponses de dimensionnement** donnée par :

$$z_{d,max,i} = \mu_{z,i} + z_{max,i} \quad z_{d,min,i} = \mu_{z,i} + z_{min,i} \quad (1.6)$$

où :

- $z_{d,max,i}, z_{d,min,i}$ sont les valeurs extrêmes de dimensionnement de l'effort interne z_i ;
- $\mu_{z,i}$ est la moyenne de l'effort interne z_i .

L'hypothèse sur la gaussianité des réponses mène à une enveloppe symétrique des réponses dynamiques (relation (1.5)). A contrario, l'enveloppe des réponses de dimensionnement n'est pas symétrique (relation (1.6)), excepté les cas de réponses de moyenne nulle.

Il est possible de calculer un **chargement de vent statiquement équivalent** $\mathbf{p}_i^e$ (CVSE) tel que nous retrouvons, par une analyse statique, la valeur extrême $z_{max,i}$ (ou $z_{min,i}$) obtenue à partir de l'analyse dynamique (relation (1.2)) :

$$\mathbf{z}_i^e = \mathbf{A}\mathbf{p}_i^e \quad \text{avec } z_{ii}^e = z_{max,i} \quad (1.7)$$

où :

- $\mathbf{A}$ est la matrice des coefficients d'influence ;
- $\mathbf{z}_i^e$ est la **réponse statique équivalente** associée à la $i^{ème}$ réponse maximisée.

De plus, la réponse statique équivalente sous chaque CVSE remplit la condition suivante :

$$z_{min,j} \leq z_{ji}^e \leq z_{max,j} \quad (1.8)$$

où z_{ji}^e est la $j^{ème}$ réponse statique équivalente associée à la $i^{ème}$ réponse maximisée.

Cette condition signifie qu'il n'y pas de surestimation de l'enveloppe des réponses dynamiques. Arbitrairement, nous avons défini le CVSE $\mathbf{p}_i^e$ qui reproduit la $i^{ème}$ réponse dynamique maximum $z_{max,i}$ mais le CVSE qui reproduit $z_{min,i}$ est simplement de signe opposé $-\mathbf{p}_i^e$. Par conséquent, les CVSE sont définis à un signe près et cela est lié à la symétrie de l'enveloppe des réponses dynamiques, donc à l'hypothèse de gaussianité des réponses.

Pour reproduire les réponses extrêmes de dimensionnement $z_{d,max,i}$ et $z_{d,min,i}$, les deux chargements de dimensionnement doivent être considérés respectivement :

$$\mathbf{p}_i^d = \boldsymbol{\mu}_p + \mathbf{p}_i^e \quad \mathbf{p}_i^d = \boldsymbol{\mu}_p - \mathbf{p}_i^e \quad (1.9)$$

Dans la partie III de ce travail, nous ne considérons pas la contribution moyenne du chargement $\boldsymbol{\mu}_p$ dans la représentation des CVSE. De plus, nous nous contentons de présenter uniquement les résultats du CVSE qui maximise la $i^{ème}$ réponse dynamique maximum $z_{max,i}$ car il suffit juste de multiplier par le facteur -1 pour retrouver le CVSE qui minimise la $i^{ème}$ réponse dynamique $z_{min,i}$.

L'objectif de ce travail consiste à déterminer un **nombre limité** de chargements de vent statiques telles que nous approchons l'enveloppe des réponses dynamiques.

Notons que cette introduction s'inspire principalement de l'article rédigé par Blaise et Denoël (2012).

1.2 État des connaissances

Le concept de chargement de vent statique équivalent est largement utilisé pour le dimensionnement de structure. En effet, il simplifie considérablement la procédure de dimensionnement parce que la réponse statique équivalente mène à une répartition des efforts internes qui est plus pratique pour les règles de dimensionnement. De plus, la combinaison avec d'autres chargements statiques (neige, poids propre) définies par les codes est simplifiée.

Dans les années 60, une approche simplifiée de la réponse dynamique du vent a été présentée par Davenport et consiste à calculer un facteur d'amplification pour chaque réponse. Ce facteur multiplie la moyenne de la réponse structurale pour obtenir la valeur maximale de la réponse au cours d'une période de temps spécifiée. Cette approche suppose donc que la distribution du vent, lorsqu'une réponse est maximale, a la même forme que la distribution de chargement de vent moyen. Cette méthode présente l'inconvénient de ne pas être adaptée lorsqu'elle considère une réponse de moyenne nulle (Holmes, 2002).

Se basant sur des développements mathématiques stricts et se limitant à l'analyse linéaire statique nodale, Kasperski (1992) a établi, sous l'hypothèse de gaussianité, le chargement le plus probable pour une réponse extrême spécifiée utilisant la méthode de corrélation entre la réponse et le chargement (méthode **CRC**).

Chen et Kareem (2001) proposent de définir le CVSE comme une combinaison linéaire de ses composantes quasi statiques et résonantes pondérées par une série de facteurs de poids et définies à

partir des chargements modaux inertiels. Un tel format facilite la combinaison avec les autres cas de chargement et est plus approprié pour le dimensionnement.

Dans un dimensionnement structurel traditionnel, quelques éléments clés peuvent être identifiés et une série de CVSE est désignée en vue de reproduire avec une analyse statique le résultat d'une analyse dynamique plus poussée, par exemple l'analyse dynamique stochastique. Le but est d'étudier l'erreur faite sur le diagramme enveloppe lorsque nous utilisons un nombre limité de CVSE. Cependant, en considérant un nombre de CVSE limité peut mener à une sous-estimation des valeurs extrêmes des réponses non considérées de la structure, spécialement pour les grandes structures ayant un comportement complexe.

Katsumara (2007) a proposé un chargement de vent statique universel (CVSU) qui reproduit les réponses extrêmes dans tous les éléments de la structure. Dans cette étude, le CVSU est obtenu à partir de la décomposition en valeurs singulières de la matrice de covariance des pressions de vent fluctuantes (méthode CPT¹) (Bienkiewicz et al., 1995). Les avantages de cette méthode sont qu'elle propose un seul chargement et qu'elle peut maximiser deux réponses simultanément. Les inconvénients sont la surestimation des réponses extrêmes et l'apparition de chargements concentrés irréalistes dans certains cas.

L'objectif de ce travail est de déterminer une base de chargements de vent statiques principaux (CVSP) en effectuant la décomposition en valeurs singulières de la matrice des CVSE. L'idée est de collecter un nombre minimum de ces CVSP pour les combiner afin de reconstruire l'enveloppe des réponses dynamiques.

1. Covariance Proper Transformation.

Partie I : Détermination du chargement aérodynamique sur la toiture

Première partie

Détermination du chargement aérodynamique sur la toiture

1 Hypothèses générales de calcul au vent

Ce chapitre résume le rapport sur les études aérodynamiques de dimensionnement au vent du vélodrome de Marseille réalisées par le centre scientifique et technique du bâtiment à Nantes (J. Vinet, juillet 2011). Le cadre réglementaire utilisé dans cette étude est l'Annexe Nationale 2008 de l'Eurocode NF EN 1991-1-4.

1.1 Vent de référence

L'examen de la rugosité environnant le site du stade montre que celle-ci est de type urbain, de type IIIb ($z_0 = 0,5 m$) voir IV ($z_0 = 1 m$) mais la mer se situe à 2 km à l'ouest (Figure 1-a) alors qu'une application stricte de l'Annexe Nationale stipule que 2,5 km de rugosité homogène sont nécessaires pour adopter une rugosité IIIb pour l'ensemble des directions de vent pour un bâtiment d'une soixantaine de mètres de hauteur. Pour éviter d'avoir à dimensionner le stade pour des directions de vents forts d'ouest improbables (le mistral orienté à 320° - 340° qui est statistiquement le plus fort à Marseille), une analyse statistique (loi de distribution de Gumbel sur les maxima annuels) des vitesses de vent enregistrées à Marignane sur les secteurs $[210^\circ; 280^\circ]$ a été réalisée. Cette analyse montre que le rapport entre les vitesses de vent cinquantennal pour les secteurs $[210^\circ; 280^\circ]$ et le vent cinquantennal toutes directions confondues est de 0,86. En conclusion, la majoration qui aurait pu être retenue pour les secteurs ouest en raison d'un changement de rugosité est compensée par l'abattement déduit de l'analyse statistique.

La croissance du module de vitesse moyenne avec la hauteur peut être caractérisée par une loi de type logarithmique. Les profils théoriques de vitesse et d'intensité turbulente sont calculés en considérant :

- $\bar{V}_{ref} = 26 m/s$ = vitesse moyenne de référence sur 10 minutes, à 10 mètres de hauteurs, en site dégagé de rugosité $z_0 = 0,05 m$ et de période de retour 50 ans ;
- $C_0(z) = 1$ = coefficient orographique ;
- Rugosité IIIb ($z_0 = 0,5 m$) pour l'intégralité des secteurs $[0^\circ; 360^\circ]$;
- C_{dir} = coefficient de direction :
 - $C_{dir} = 0,85$ pour le secteur $[50^\circ; 210^\circ]$ (pour intégrer l'effet de proximité de la mer) ;
 - $C_{dir} = 1$ pour les autres secteurs.

Au sommet de la couverture, soit $z = 62 m$, ces considérations mènent à :

Eurocode Annexe Nationale	Moyenne	De pointe
Vitesse [m/s]	28	42,8
Pression dynamique [Pa]	479	1122
Intensité de turbulence (%)	19,1	

TABLE 1: Vitesse et pression dynamique considérées suivant l'Annexe Nationale 2008 de l'Eurocode NF EN 1991-1-4.

L'Eurocode considère la pression dynamique de pointe pour le calcul de l'état limite de service qui est de 1122 Pa et cette pression multipliée par 1,5 pour l'état limite ultime vaut 1683 Pa.

1.2 Simulation en veine d'essai

1.2.1 Repère géométrique

La maquette du stade, ainsi que son environnement proche dans un rayon de 475 m, est réalisée à l'échelle du $1/250^{ème}$. Cet environnement (modulaire) comprend les bâtiments existants ainsi que

les futurs parvis, le pôle commercial et les bâtiments à construire selon les phases du chantier (Figure 1-b).

Le grand axe du stade est incliné de 24° par rapport au repère naturel, ainsi la direction 336° est perpendiculaire à la façade Nord et 66° perpendiculaire à la façade Est.

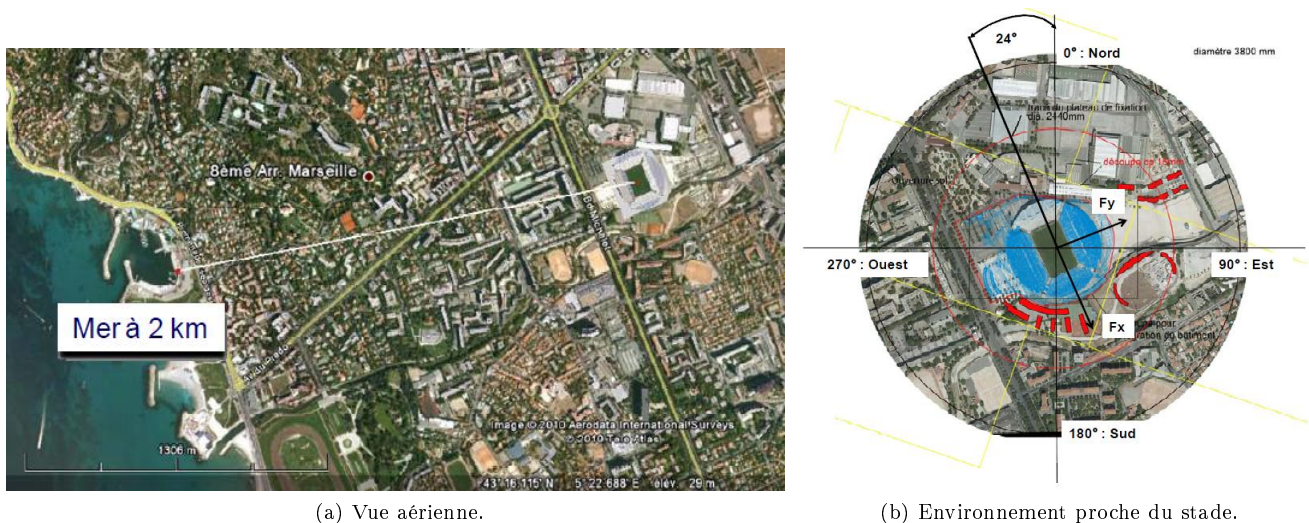


FIGURE 1: Environnement du stade de Marseille - Source : J. Vinet, juillet 2011.

La Figure 2 illustre une configuration de la maquette du stade lorsque le vent vient du nord.

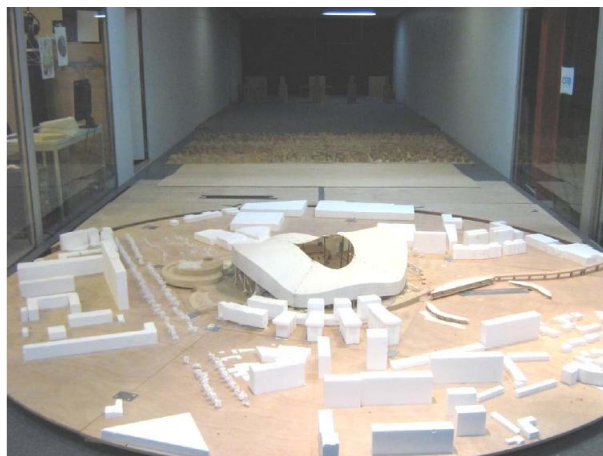


FIGURE 2: Configuration du stade testée (vent venant du nord 0°) -Source : J. Vinet, juillet 2011.

Le Tableau 2 reprend les facteurs d'échelle utilisés :

Facteurs d'échelle

Échelle géométrique	1/250
Échelle des vitesses	1/3,04
Échelle des temps	1/82

TABLE 2: Facteurs d'échelle.

La fréquence d'acquisition étant de 200 Hz approximativement, l'échelle des temps de $1/82$ conduit à une fréquence d'échantillonnage vraie grandeur d'environ 2.2 Hz . Conformément au standard météorologique, douze échantillons consécutifs de dix minutes sont enregistrés pour chaque direction de vent considérée.

1.2.2 Action des pressions

Les résultats sont exprimés soit en termes de pression externe agissant sur la surface soit en termes de différence de pression pour les éléments minces soumis au vent des deux côtés.

La convention d'orientation pour les prises de pressions est la suivante :

- l'action d'une pression positive conduit à un effort d'écrasement (action opposée à la normale extérieure à la surface) ;
- l'action d'une pression négative conduit à un effort d'arrachement (action dans le sens de la normale extérieure à la surface).

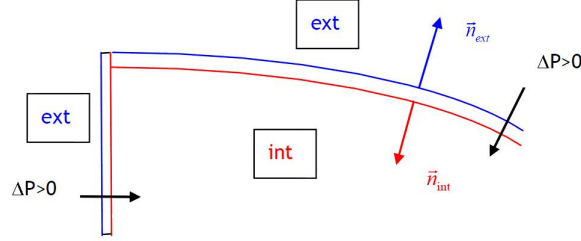


FIGURE 3: Convention d'orientation pour les pressions. Les surfaces extérieures et intérieures se distinguent par leur couleur bleue et rouge respectivement. Source : J. Vinet, juillet 2011.

1.3 Position des capteurs

La Figure 4 illustre la position des capteurs à l'aide de croix. Sur la Figure 4-a, nous observons qu'elles sont relativement concentrées au niveau de l'anneau intérieur et au niveau de la périphérie de la toiture. En moyenne, une radiale de croix bleues comporte 7 capteurs et une radiale sur deux est chargée par des capteurs. Sur la hauteur de la jupe (entre 18 et 20 mètres), il y a environ 3 capteurs et une concentration de capteurs aux coins du stade (Figure 4-b). Au total, la maquette comporte 310 capteurs².

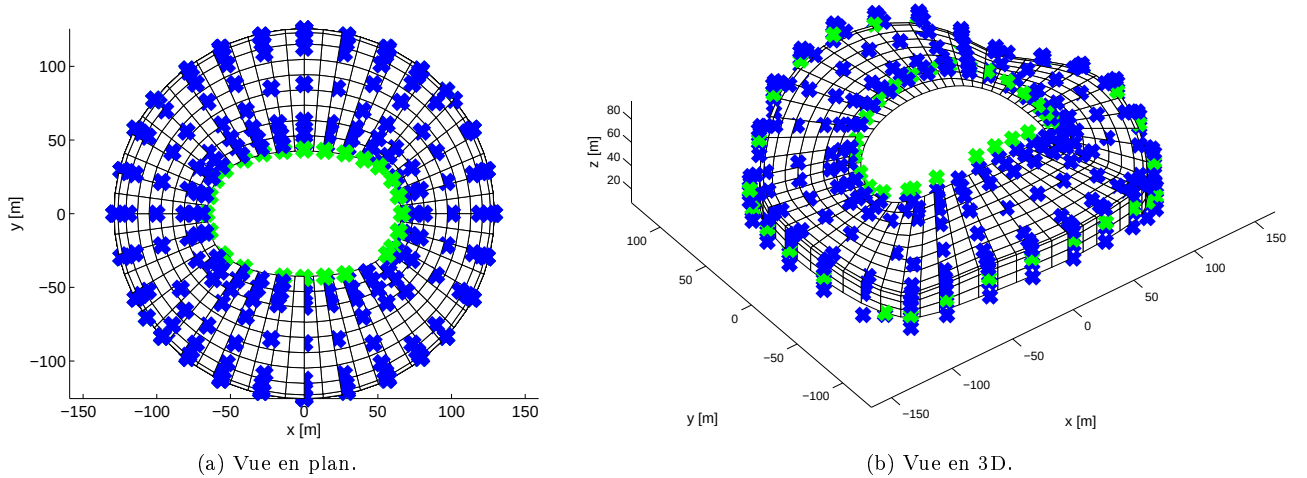


FIGURE 4: Position des capteurs 1 (croix bleues) et 2 (croix vertes).

Les plaques du modèle élément fini (EF) ne correspondent pas à celles du modèle défini par le CSTB, une correspondance entre les zones d'influence des capteurs et les éléments finis doit, dès lors, être établie. Vu la concentration des capteurs dans certaines zones (jupe et anneau intérieur de la

2. En réalité, la maquette comporte 512 prises de pressions extérieures et intérieures à la toiture du stade. Les prises intérieures et extérieures confondues spatialement sont considérées comme constituant un capteur unique car seule, la différence de pression nous importe. De plus, quelques capteurs ont été supprimés de l'analyse par le CSTB car leurs mesures étaient jugées erronées (capteurs bouchés,...).

toiture à la Figure 4), les zones d'influence des capteurs se chevauchent sur une même plaque. Nous considérons qu'au maximum deux capteurs influencent la pression appliquée sur une plaque car au delà de ce nombre, l'extrapolation des pressions enregistrées par les capteurs devient difficile. Autrement dit, nous avons :

$$p_{tot,i} = \frac{S_{1,i}p_{capt1,j} + S_{2,i}p_{capt2,k}}{S_{1,i} + S_{2,i}} = \alpha_{1,i}p_{capt1,j} + \alpha_{2,i}p_{capt2,k} \quad (1.1)$$

où :

- $p_{tot,i}$ est la pression appliquée sur la plaque i ;
- $p_{capt1,j}$, $p_{capt2,k}$ sont les pressions enregistrées respectivement au premier et au second capteur à proximité de la plaque ;
- $S_{1,i}$, $S_{2,i}$ sont les surfaces des zones d'influence des deux capteurs sur l'élément plaque ($S_{1,i} + S_{2,i}$ correspond à la surface de la plaque i) ;
- $\alpha_{1,i}$, $\alpha_{2,i}$ sont les coefficients de pondération des surfaces d'influence.

Les capteurs 1 sont illustrés à l'aide de croix bleues alors que les capteurs 2 sont illustrés à l'aide de croix vertes (Figure 4). Pour la plupart des éléments de type plaque, la pression p_{tot} égale la pression enregistrée au capteur 1, soit p_{capt1} . Au niveau de la jupe et de l'anneau intérieur de la toiture, nous devons effectuer la moyenne pondérée des pressions des capteurs au prorata des surfaces de leur zone d'influence (relation (1.1)).

La Figure 5 illustre les zones d'influence des capteurs 1 et 2. Les capteurs 2 sont présents uniquement au niveau de la jupe et de l'anneau intérieur de la toiture.

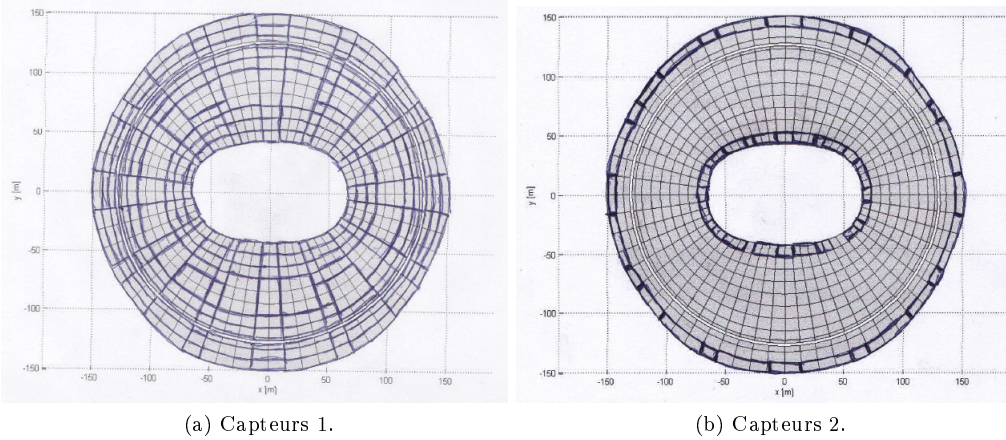


FIGURE 5: Zones d'influence des capteurs 1 et 2 (délimitations soulignées en bleu).

1.4 Hypothèse et direction de vent considérée

Dans le cadre de ce travail, nous considérons que les processus aléatoires étudiés sont **gaussiens**. Les deux premiers moments suffisent donc à caractériser le processus. De plus les processus aléatoires sont considérés comme **stationnaires**.

Nous considérons **une seule direction de vent à 66°** (nord-est) par rapport au repère naturel, soit perpendiculaire à la façade Est du stade de Marseille (Figures 6 et 1-b).



FIGURE 6: Vue générale. - Source modifiée : Info-stades, 1 mai 2012.

2 Analyse des pressions

2.1 Introduction

Le vent dans la couche limite atmosphérique est de nature turbulente. La vitesse de vent moyenne est superposée à la turbulence du vent variant dans l'espace et le temps. A la turbulence est associée la contribution fluctuante du chargement aérodynamique, qui dépend de la géométrie structurelle et d'autres paramètres. Nous décomposerons donc le chargement de vent, supposé stationnaire sur dix minutes, en composantes moyenne et fluctuante, où seule cette dernière sera traitée par des méthodes statistiques (Dyrbye and Hansen, 1997). Ces méthodes permettront de synthétiser les enregistrements de pression issues de la soufflerie, de les caractériser après l'analyse des résultats et de constater si l'hypothèse de gaussianité est vérifiée.

Il est important de relever les irrégularités au sein de la géométrie de la structure pour identifier les zones sensibles où le vent est contrarié, en d'autres termes, où les zones de recirculation et de détachements tourbillonnaires peuvent prendre naissance (N.Blaise, Juin 2010).

Cette caractérisation aérodynamique dépend de l'environnement dans lequel se situe la structure, mais également de la direction de vent considérée. En effet, un obstacle pour l'écoulement d'air à proximité de la structure pour une direction de vent donnée peut être sans effet pour une autre direction de vent considérée (N.Blaise, Juin 2010). Pour rappel, nous considérons une seule direction de vent à 66° par rapport au repère naturel (Nord-Est). La Figure 6 illustre une vue en plan du stade et de son environnement, nous dénotons l'absence de structures à proximité de la façade Est du stade.

2.2 Application de l'Eurocode

L'Eurocode NF EN 1991-1-4 définit un ensemble de règles de dimensionnement pour diverses structures de dimensions limitées et sous l'hypothèse d'une réponse dynamique dans le mode fondamental. Nous utilisons les règles de l'Eurocode pour avoir une idée du chargement aérodynamique appliqué sur la structure bien que la structure ne remplisse pas toutes les conditions de validité de la norme. Nous verrons ultérieurement que l'Eurocode se contente de définir des chargements statiques équivalents à appliquer sur la structure en fonction de divers paramètres.

La Figure 7-a illustre les altitudes de la toiture du stade. Nous considérons que la toiture est une toiture à versants multiples avec des points hauts et bas situés suivant le schéma à la Figure 7-b.

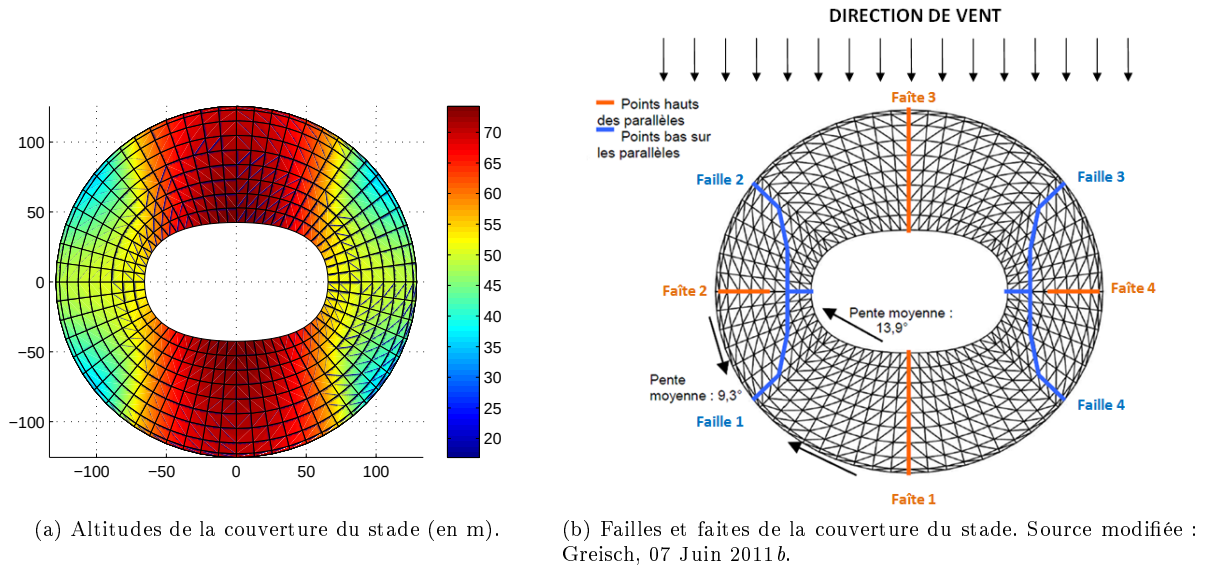


FIGURE 7: Points hauts et bas de la toiture.

L'Eurocode NF EN 1991-1-4 permet de traiter les toitures à double versant sollicitées par un vent ayant une direction de 0° et de 90° par rapport à la façade illustrée à la Figure 8.

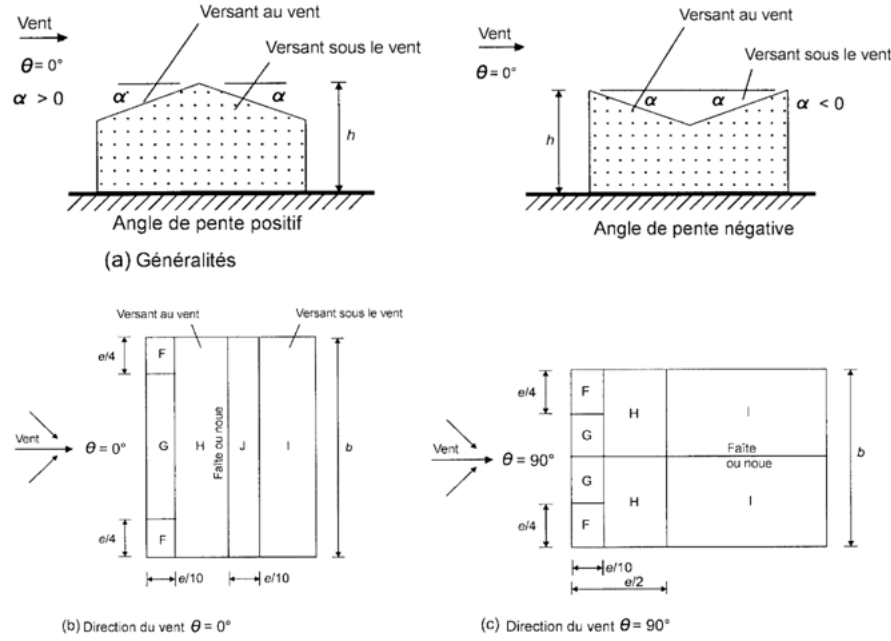


FIGURE 8: Légende applicable aux toitures à deux versants (b =dimension du côté perpendiculaire au vent et e =la plus petite des deux dimensions suivantes : b ou $2h$) - Source : Eurocode NF EN 1991-1-4.

Nous considérons que la toiture de stade est une succession de toitures à double versant indépendantes dont celles caractérisées par les faîtes 1 et 3 sont soumises à un vent de direction $\theta = 90^\circ$ et celles caractérisées par les faîtes 2 et 4 sont soumises à un vent de direction $\theta = 0^\circ$ (Figure 7-b).

Le Tableau 3 indique les coefficients de pression $c_{pe,10}$ et $c_{pe,1}$ en fonction de la pente des versant α et de la direction de vent θ . Les coefficients de pression $c_{pe,10}$ ont un effet plus global car ils s'appliquent sur des surfaces supérieures ou égales à $10 m^2$ contrairement au $c_{pe,1}$ qui s'applique sur des surfaces de $1 m^2$. Les coefficients $c_{pe,10}$ peuvent être utilisés pour le calcul de la structure portante générale des bâtiments tandis que les coefficients $c_{pe,1}$ sont destinés au calcul des petits éléments et de leur fixation.

De part et d'autre du faîte 3 de la toiture à double versant, la pente moyenne d'un versant est de $\alpha = 13,9^\circ$ ($\alpha = 15^\circ$ et une direction de vent $\theta = 90^\circ$ (Tableau 3 partie supérieure)). Le coefficient de pression $c_{pe,10} = -1,3$ est relativement important dans les zones F et G (Figure 8), il chute à $-0,6$ dans la zone H et atteint sa plus petite valeur $-0,5$ dans la zone I. Il en est de même du coefficient de pression local $c_{pe,1}$, il peut atteindre la valeur de $-2,0$ sans doute au niveau de l'arête de la façade où le décollement d'air débute. Donc, le coefficient de pression diminue en parcourant le faîte de la périphérie vers l'anneau intérieur de la toiture. Pour la toiture à double versant de faîte 1, l'analyse est identique à celle de faîte 3, le coefficient de pression diminue de l'anneau intérieur à la périphérie du stade.

Pour les toitures à double versant de faîtes 2 et 4, la pente moyenne du versant est de $\alpha = 9,3^\circ$ et la direction de vent considérée est de $\theta = 0^\circ$ (Tableau 3 partie inférieure³). Le coefficient de pression $c_{pe,10}$ vaut $-1,3$ (moyenne des valeurs pour les angles $\alpha = 5^\circ$ et $\alpha = 15^\circ$) dans la zone F, il décroît (en valeur absolue) jusqu'au faîte puis augmente au delà du faîte dans la zone J pour ensuite diminuer dans la zone I.

3. Avec $\theta = 0^\circ$, la pression varie rapidement entre des valeurs positives et négatives sur le versant au vent, pour un angle de pente α allant de -5° à $+45^\circ$. Il convient de prendre en considération quatre cas de figure pour lesquels les plus grandes ou les plus petites valeurs de toutes les zones F,G et H sont combinées aux plus grandes ou aux plus petites valeurs des zones I et J.

Angle de pente α	Zone pour la direction du vent $\theta = 90^\circ$							
	F		G		H		I	
	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$
5°	-1,6	-2,2	-1,3	-2,0	-0,7	-1,2	-0,6	
15°	-1,3	-2,0	-1,3	-2,0	-0,6	-1,2	-0,5	
30°	-1,1	-1,5	-1,4	-2,0	-0,8	-1,2	-0,5	

Angle de pente α	Zone pour la direction du vent $\theta = 0^\circ$									
	F		G		H		I		J	
	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$
5°	-1,7	-2,5	-1,2	-2,0	-0,6	-1,2	-0,6		+0,2	
	+0,0		+0,0		+0,0				-0,6	
15°	-0,9	-2,0	-0,8	-1,5	-0,3	-0,4	-0,4		-1,0	-1,5
	+0,2		+0,2		+0,2				+0,0	+0,0

TABLE 3: Coefficients de pression extérieure applicables aux toitures à deux versants - Source : Eurocode NF EN 1991-1-4.

Face au vent, la jupe peut être considérée comme un cylindre à base circulaire (Figure 9) où le coefficient de pression c_{pe} est maximal et vaut 1,0 pour un angle $\alpha = 0^\circ$ ($c_{pe} = c_{p0}$ pour $\alpha \leq \alpha_{min}$) et diminue jusqu'à atteindre une valeur minimale négative de $-1,5$ pour un nombre de Reynolds relativement important⁴ et un angle $\alpha = \alpha_{min}$ proche de 90° . Ensuite, le coefficient de pression diminue pour tendre vers un palier.

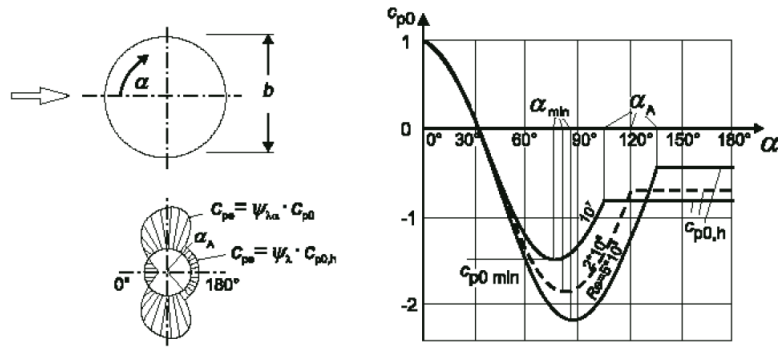


FIGURE 9: Coefficients de pression extérieure applicables aux cylindres à base circulaire - Source : Eurocode NF EN 1991-1-4.

2.3 Analyse des grandeurs statistiques

Les pressions $\mathbf{p}_{tot}(t)$ appliquées sur les différentes plaques de la structure sont considérées comme des variables aléatoires et peuvent être séparées de la manière suivante :

$$\mathbf{p}_{tot} = \boldsymbol{\mu}_p + \mathbf{p} \quad (2.1)$$

où $\boldsymbol{\mu}_p$ et $\mathbf{p}(t)$ indiquent respectivement les pressions moyennes et les parties fluctuantes (de moyenne nulle) des pressions.

Une information appropriée adimensionnelle est obtenue par une mise à l'échelle des pressions par la pression de référence ($p_{moyen} = 479 \text{ Pa}$ voir chapitre I-1.1), donnant, par conséquent, des coefficients de pression $\mathbf{c}_p^{(tot)}(t)$ qui sont décomposés simplement comme :

$$\mathbf{c}_p^{(tot)} = \frac{\boldsymbol{\mu}_p}{p_{moyen}} + \frac{\mathbf{p}}{p_{moyen}} = \mathbf{c}_p^{(moyen)} + \mathbf{c}_p \quad (2.2)$$

où $\mathbf{c}_p^{(moyen)}$ et $\mathbf{c}_p$ représentent les contributions moyenne et fluctuante des coefficients de pression totale respectivement (Blaise and Denoel, 2011b).

4. $Re = \frac{bU}{\nu} = \frac{250 \text{ m} \times 26 \text{ m/s}}{15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 4,333 \times 10^8$.

L'avantage de travailler avec des variables adimensionnelles est la possibilité de comparer les résultats avec d'autres structures de forme similaire.

La Figure 10 illustre les coefficients de pression moyens et les écart-types des coefficients de pression. Notons que le pourtour vertical de la structure, appelé "jupe", a été déplié de telle sorte qu'elle soit visible sur la vue en plan de la toiture. Comme attendu, la toiture est principalement en dépression. La valeur du coefficient de pression diminue en valeur absolue en parcourant le faite 1 de la périphérie (jonction entre la toiture et la jupe) à l'anneau intérieur de la toiture. Les valeurs de coefficient de pression sont très importantes au niveau de la jonction entre la jupe et la toiture, où le décollement de couche et les détachements tourbillonnaires débutent. La distribution du coefficient de pression est relativement symétrique par rapport à l'axe du stade car nous dénotons l'absence de structures à proximité de la façade Est du stade qui auraient pu jouer le rôle d'écran face au vent et provoquer une dissymétrie de l'écoulement d'air par rapport à l'axe du stade. Au niveau du faite 3, nous observons que le coefficient de pression moyen est relativement constant, de l'ordre de $-0,2$ alors que l'écart-type du coefficient de pression est de l'ordre de $0,25$ voir $0,30$ au niveau de l'anneau intérieur et décroît rapidement vers la périphérie du stade comme attendu. Le phénomène de turbulence apparaît à l'extrémité de la radiale qui constitue une arête vive face à l'écoulement d'air⁵ (Figure 14-b). Pour les faîtes 2 et 4, le coefficient de pression est relativement faible et uniforme.

Pour la jupe, la partie exposée directement au vent est en surpression et le vent "contourne" la jupe. L'évolution du coefficient de pression suit la tendance observée à la Figure 9 de l'Eurocode. Le coefficient de pression diminue puis atteint la dépression maximale à proximité de $\alpha = 90^\circ$ (grand axe du stade). Néanmoins, la dépression moyenne reste relativement faible, de l'ordre de $-0,2$ par rapport à la zone en surpression à $0,4$.

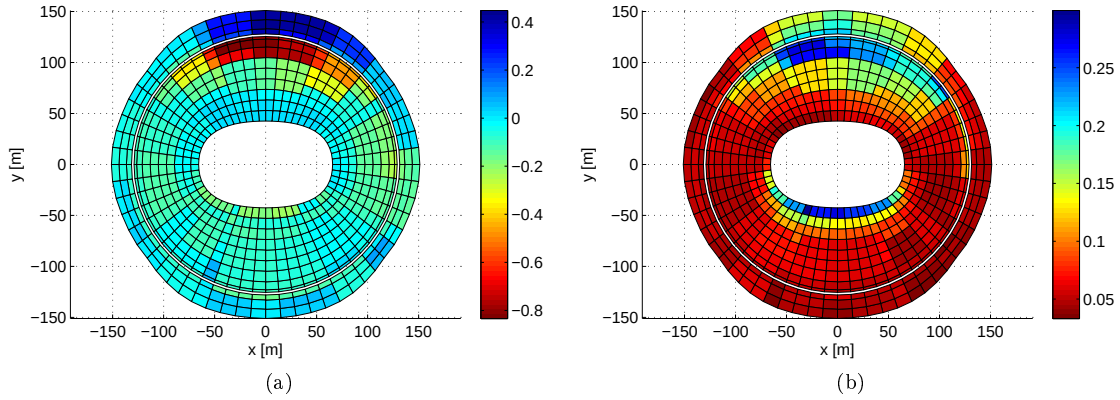


FIGURE 10: Cartes (a) des coefficients de pression moyens; (b) des écarts-types des coefficients de pression.

La Figure 11 illustre la distribution du coefficient de corrélation des pressions pour différents éléments par rapport aux autres. Les zones de corrélation unitaire nous indiquent les positions de ces éléments sur la toiture. Plus un élément est distant de ces derniers, moins la pression appliquée sur cet élément est corrélée. Le coefficient de corrélation nous donne une évaluation de l'échelle de turbulence, notamment la taille des tourbillons. La taille du tourbillon est relativement faible $40\text{ m} \times 40\text{ m}$ à la Figure 11-a alors qu'elle est très importante lorsque le vent rencontre la structure (Figure 11-b) et intermédiaire au niveau du faite 3 (Figure 11-c).

Les parties face au vent subissent les grands tourbillons sans modifier leur allure. Les tourbillons diminuent en taille après avoir rencontré la structure, un obstacle ou des irrégularités et décrochements au sein de la géométrie de la structure. Et, plus les tourbillons sont de taille importante, plus ils chargent la structure de manière uniforme à basses fréquences, donc pendant un temps relativement important.

5. L'Eurocode permet de prendre en compte une majoration des coefficients de pression pour les toitures isolées en fonction du degré d'obstruction mais ces coefficients de pression sont donnés pour toutes les directions de vent. Cette approche est trop sécuritaire et a pour effet de rendre symétrique la distribution des coefficients de pression sur la toiture (vu que toutes les directions de vent sont considérées).

Par contre, plus les tourbillons sont petits, plus le chargement est local et à hautes fréquences (N.Blaise, Juin 2010).

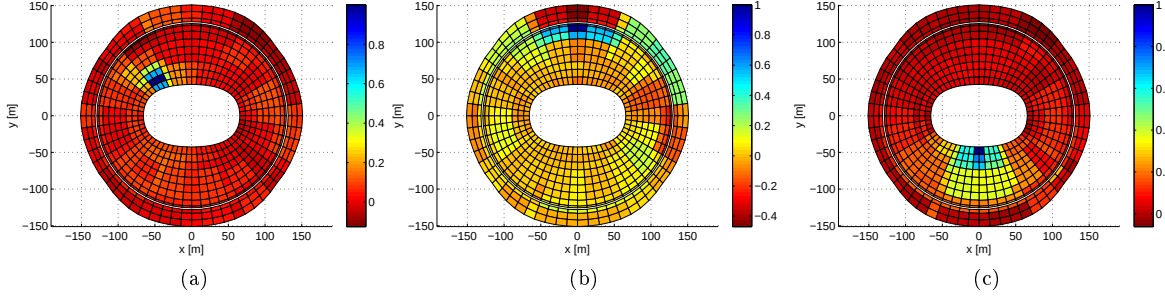


FIGURE 11: Cartes des coefficients de corrélation pour les pressions appliquées sur les éléments de type plaque (a) n°6140 ; (b) n°6200 ; (c) n°6472 du modèle élément fini.

La Figure 12-a présente la carte du coefficient d'asymétrie des pressions, il est égal à l'unité sur une partie de la jupe exposée directement au vent et atteint des valeurs de $-1,5$ au niveau de la jonction entre la jupe et la toiture qui constitue une arête vive. L'hypothèse de la gaussianité des pressions n'est pas vérifiée, et des modèles permettent de calculer des efforts extrêmes sans l'hypothèse de gaussianité (Beirlant, 2004 et Gupta & Van Gelder, 2007).

De manière alternative, l'importance des pressions de vent extrêmes peut être appréciée par les moyennes des facteurs de pointe positifs et négatifs, définies comme :

$$g^{(+)} = \frac{p_{max} - \mu_p}{\sigma_p}; \quad g^{(-)} = \frac{\mu_p - p_{min}}{\sigma_p} \quad (2.3)$$

où p_{max} et p_{min} sont respectivement les moyennes des valeurs maximales et minimales des 12 échantillons de pression fluctuante de 10 minutes respectivement ; σ_p est l'écart-type des échantillons de pression.

En général, les processus gaussiens comportent un facteur de pointe $g \in [3, 5; 4]$ (Blaise et Denoël, 2011b). Nous constatons que les facteurs de pointe varient dans cet intervalle principalement (Figures 12-b et -c). La carte du coefficient d'asymétrie présente les mêmes tendances que les cartes de facteurs de pointe $g^{(+)}$ et $g^{(-)}$. Les valeurs positives (négatives) du coefficient d'asymétrie sont associées aux valeurs de facteurs de pointe positives (négatives). Notamment, le coefficient d'asymétrie vaut l'unité au niveau de la jupe, le facteur de pointe $g^{(+)}$ est relativement important et le facteur de pointe $g^{(-)}$ est très faible car la distribution de la pression est décalée vers les valeurs positives ($\gamma_3 > 0$). Par contre, lorsque le coefficient d'asymétrie vaut $-1,5$ approximativement en périphérie de la toiture (arête vive), le facteur de pointe $g^{(+)}$ est très faible et le facteur de pointe $g^{(-)}$ est très important car la distribution de la pression est décalée vers les valeurs négatives ($\gamma_3 < 0$).

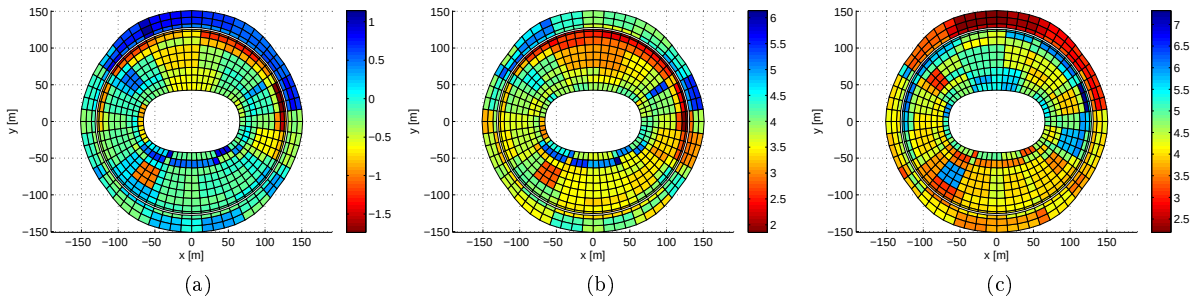


FIGURE 12: Cartes (a) du coefficient d'asymétrie ; (b) du facteur de pointe positif ; (c) du facteur de pointe négatif.

Partie II : Analyse au vent de la structure

Deuxième partie

Analyse au vent de la structure

1 Description statique de la structure

1.1 Vues globales

La Figure 13-a illustre la vue en plan du stade comportant quatre méga-poteaux dans les axes N-E, S-E, S-O et N-O. Seule l'ossature de la structure est représentée mais en réalité, la structure est recouverte d'un voile, d'une membrane en PEHD⁶ relativement dure qui donne la possibilité à toute personne de se mouvoir dessus. L'ossature est un treillis en acier à nœuds rigides constitué de tubes creux. La Figure 13-c montre une vue du stade dans le plan x-z. La structure présente la forme d'un arc comportant une flèche relativement importante, donc le treillis est principalement comprimé et transmet une poussée au niveau des méga-poteaux. Notons que les deux potelets intermédiaires perturbent le fonctionnement en arc de la structure. Enfin, la Figure 13-d illustre la vue du stade dans le plan y-z, la structure présente une légère incurvation et est donc davantage soumise à de la flexion qu'à de la compression.

Notons que la structure est dissymétrique pour 2 raisons principales :

- Le phasage de construction est dissymétrique, la tribune Nord est construite avant la tribune Sud. La distribution de la matière est d'ailleurs non symétrique et influence le comportement de la structure de manière non négligeable;
- La géométrie du pied du méga-poteau S-O est légèrement différente des autres à cause de la présence d'un métro à proximité.

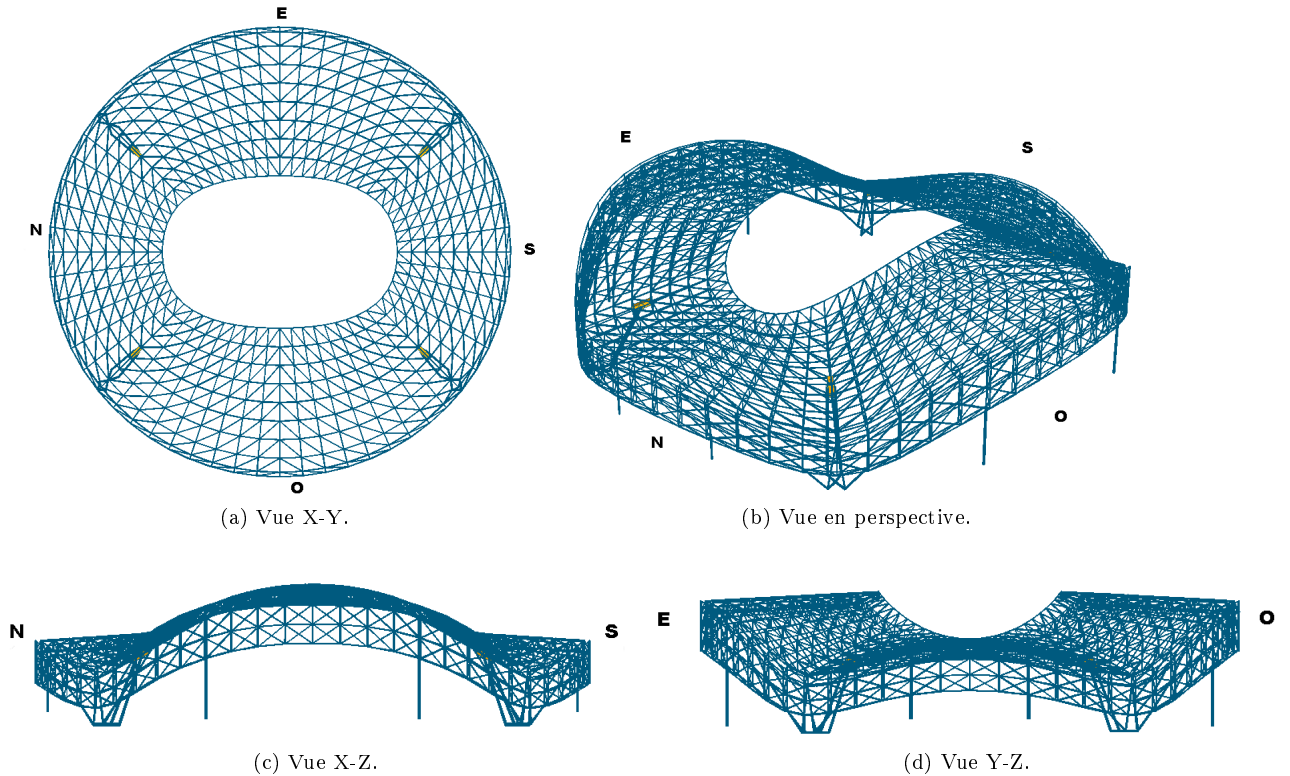


FIGURE 13: Vues globales de la modélisation élément fini 3D de l'ossature du stade.

6. PEHD est le sigle du polyéthylène haute densité.

1.2 Toiture

La structure présente 60 radiales numérotées de 1 à 60 en démarrant de l'axe N-E (au niveau du méga-poteau) dans le sens horlogique (Figure 14-a). L'inclinaison des radiales est maximale dans les axes N-E (Figure 14-b), S-E, S-O et N-O, et minimale dans les axes N, E, S et O. Elle varie dans un intervalle compris entre 3° et 21° approximativement.

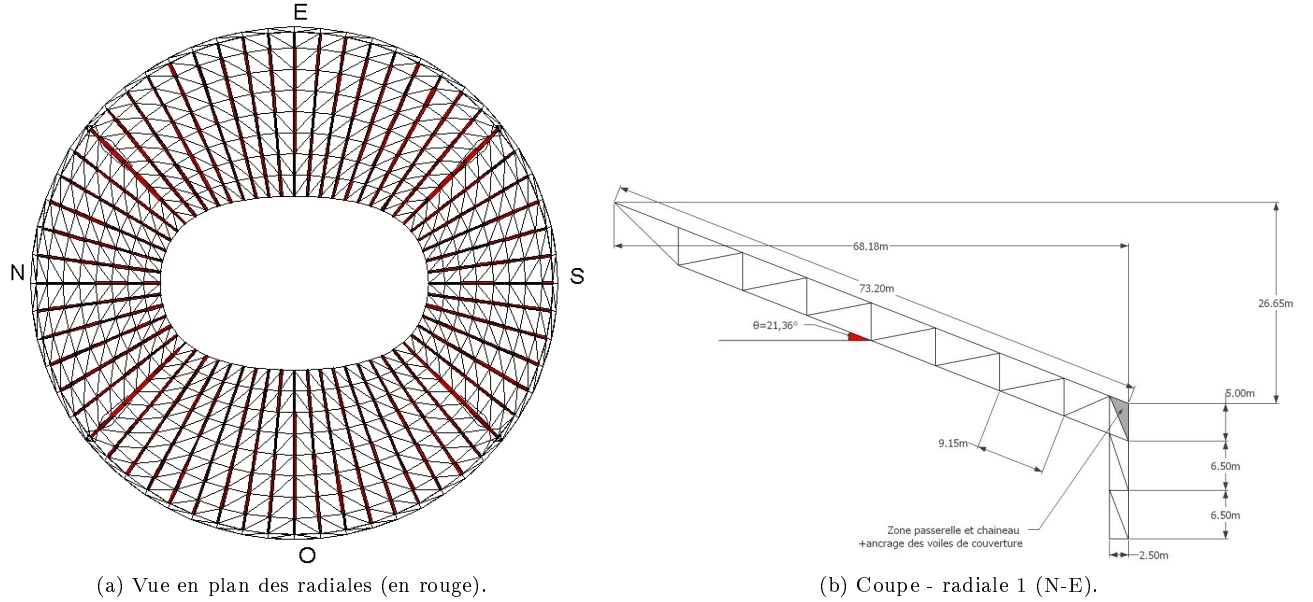


FIGURE 14: Description des radiales.

Les Figures 15-a et -b illustrent les parallèles en plan et en schéma filaire 3D respectivement. Les parallèles sont à égales distances les unes des autres, soit 9 mètres approximativement. Par contre, l'espacement entre les radiales se réduit de l'extérieur vers l'intérieur du stade, il varie entre 7 et 13 mètres. La hauteur du treillis de la toiture est de 5 mètres approximativement. Comme les radiales, les treillis parallèles comportent des diagonales. Par contre, elles travaillent légèrement en arc dans le sens longitudinal et davantage en flexion dans le sens transversal alors que les radiales travaillent uniquement en flexion. De plus, l'orientation des diagonales est identique dans le sens radial (Figure 14-b) contrairement aux diagonales des parallèles. Ces dernières sont fonctions de l'orientation du système de contreventement supérieur de la toiture.

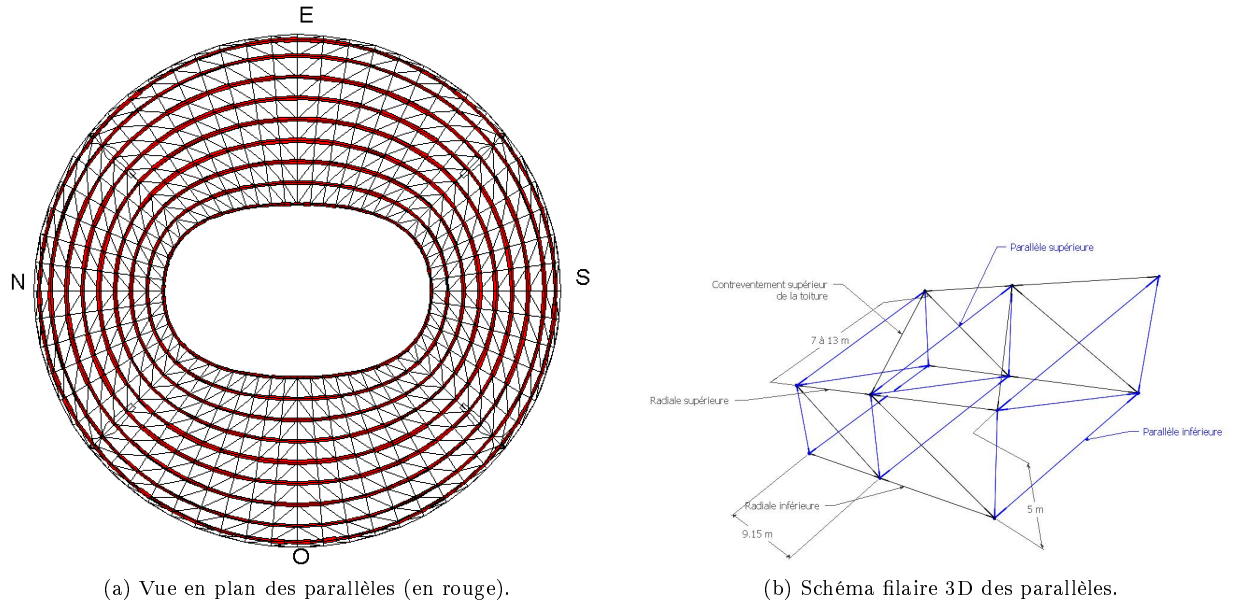


FIGURE 15: Description des parallèles.

1.3 Jupe

La jupe correspond au pourtour vertical du stade (Figures 13-c et 16) et les treillis radiaux transmettent les charges vers la jupe. Elle a une hauteur variant entre 18 et 20 mètres et une largeur de 2,5 mètres.

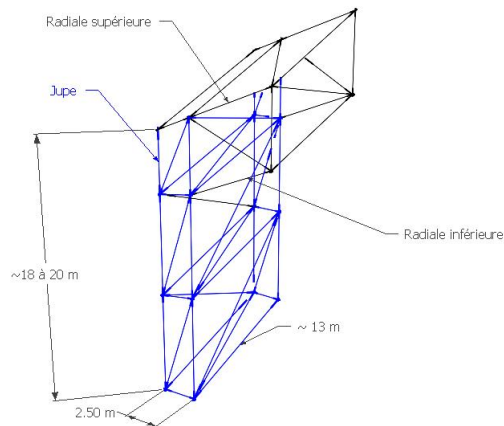


FIGURE 16: Description de la jupe.

1.4 Contreventements de la structure

La Figure 17-c illustre le système du contreventement de la toiture. Ce système reprend les charges horizontales appliquées sur la structure pour les transmettre aux systèmes de contreventement de la jupe et aux jambes de force qui seront décrits plus loin.

Les Figures 17-a et -b mettent en évidence les diagonales extérieures et intérieures du système de contreventement de la jupe. Ces diagonales sont de sens opposé, elles transmettent leurs efforts aux pieds des méga-poteaux et aux potelets décrits au point suivant. Notons que la jupe a été dépliée puis étendue afin d'être visible dans un même plan que la toiture.

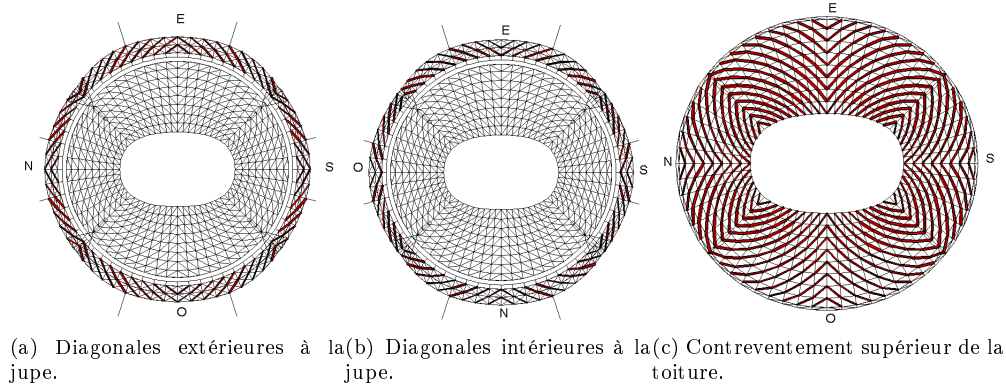


FIGURE 17: Contreventement de la jupe et de la toiture (en rouge).

1.5 Appuis de la structure

La structure comprend 4 méga-poteaux aux quatre axes N-E, N-O, S-E et S-O et la Figure 18 illustre le méga-poteau dans l'axe N-E. Ce dernier présente la forme de la "lettre A" sur laquelle aboutissent des éléments obliques, reliant le système de contreventement de la jupe à la base du méga-poteau. Cette jonction constitue une rotule dans le plan de la jupe, la jupe transmet donc une partie de ses efforts verticaux aux méga-poteaux et ainsi qu'une partie des efforts du système de contreventement.

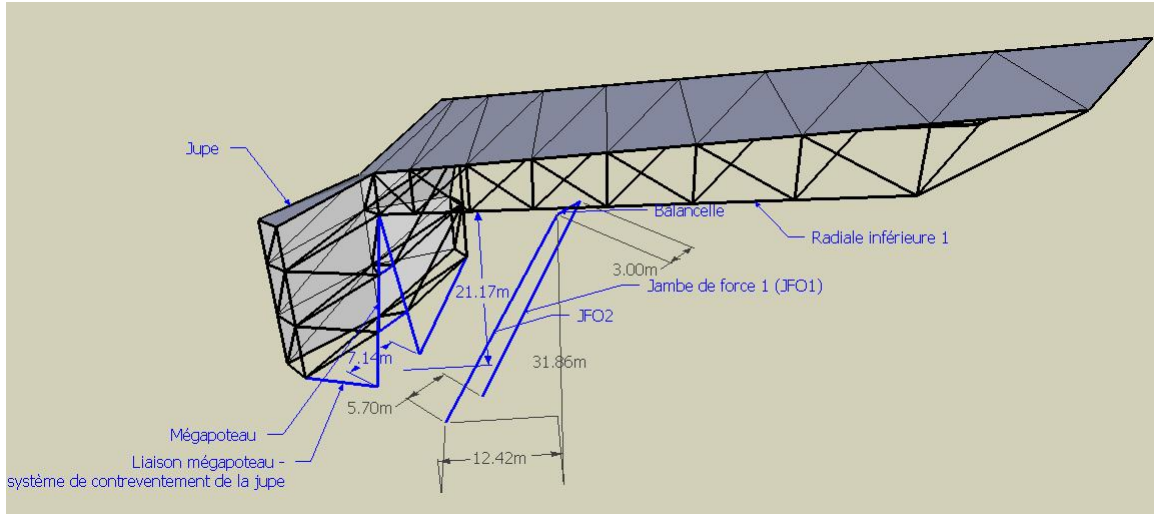


FIGURE 18: Description méga-poteau (schéma filaire 3D).

Les jambes de force sont des éléments obliques constituant un appui supplémentaire pour la toiture dans les axes N-E, N-O, S-E et S-O. Elles sont encastées à leur base et rotulées en tête et elles reprennent le chargement de la toiture via la balancelle (Figures 18, 19). La réaction horizontale circonférentielle transmise par les parallèles est pratiquement négligeable car le système jambes de force-balancelle est un mécanisme. En effet, si nous considérons que la raideur des jambes de force dans leur plan est négligeable et que ces dernières sont pratiquement parallèles, le système jambes de force-balancelle est comme un portique rotulé en chaque nœud et non contreventé. Il est donc impossible de transmettre un effort horizontal, et par conséquent, pas possible de transmettre un moment de flexion dans leur plan. Finalement, la balancelle s'assure d'imposer la stricte égalité des efforts normaux dans les jambes de force en reprenant une partie des efforts horizontaux du système de contreventement de la toiture. Le chargement vertical de la structure se distribue donc entre les jambes de force, les méga-poteaux et les potelets.

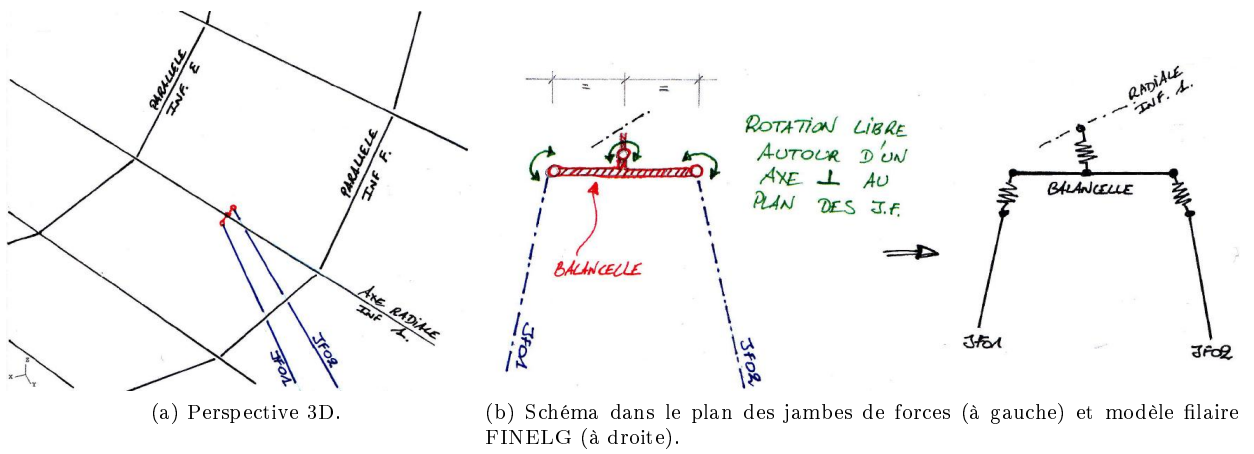


FIGURE 19: Description jambes de force et balancelle. Source : Greisch, 29 juillet 2011a.

Les potelets représentés sur les Figures 20-a et -b sont rotulés en base et constituent des appuis simples verticaux sur lesquels la jupe repose. Comme les méga-poteaux, ils reprennent également une partie des efforts du système de contreventement de la jupe.

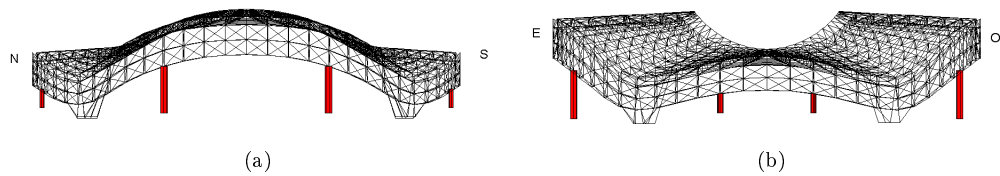


FIGURE 20: Vue des potelets (en rouge) dans les plans (a) X-Z; (b) Y-Z.

2 Modèle éléments finis

2.1 Description du modèle éléments finis

La modélisation du vélodrome de Marseille s'effectue via le programme d'éléments finis 3D FinelG⁷. Les caractéristiques principales du modèle éléments finis 3D sont reprises dans le Tableau 4.

Caractéristiques modèle éléments finis 3D	
Nombre d'éléments	7071
Nombre de types d'éléments	5
Types de matériaux	2
Nombre de géométries	107
Nombre de nœuds	5585
Nombre de degrés de liberté	33510

TABLE 4: Caractéristiques principales du modèle éléments finis 3D.

Les différents types d'éléments dans le modèle éléments finis sont :

- des plaques quadrangulaires ;
- des poutres 3D (ossature) ;
- des éléments ressorts.

Le matériau principal de l'ossature est l'acier et pour caractériser les plaques quadrangulaires modélisant la couverture en PEHD, le modèle définit une loi de matériau avec un module de Young égal à 1/10000 du module de Young de l'acier.

2.2 Choix des éléments étudiés

La méthode sur les chargements de vent statiques équivalents CVSE sera appliquée à tous les éléments de la structure pour tous les types d'effort. Cependant, pour illustrer quelques exemples, nous exposerons en détails uniquement les résultats des 6 éléments illustrés à la Figure 21.

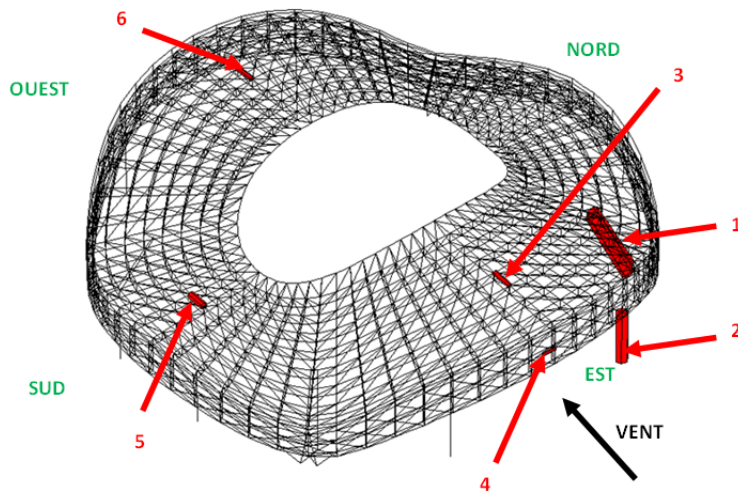


FIGURE 21: Éléments étudiés (en rouge).

Les éléments à la Figure 21 sont repris dans le Tableau 5. Par souci de clarté, nous utilisons les annotations simplifiées (4^{ème} colonne) : le premier niveau indique l'élément considéré tandis que le second indique sa position dans l'espace.

⁷. Logiciel développé par l'Université de Liège en collaboration avec le bureau d'études Greisch.

Numéro de l'élément	Description de l'élément	Élément(s)	Code
1	Jambe de force côté N-E	6841	JF.NE
2	Potelet côté E	7041	Po.E
3	Radiale supérieure de la toiture côté E	923	RST.E
4	Parallèle extérieure de la jupe côté E	976	PEJ.E
5	Parallèle supérieure de la toiture côté S	2496	PST.S
6	Radiale supérieure de la toiture côté O	3983	RST.O

TABLE 5: Liste des éléments étudiés.

2.3 Construction de la matrice d'influence

Pour construire la matrice d'influence A qui lie le chargement à la réponse structurelle, deux possibilités s'offrent à nous :

- soit appliquer une pression unitaire à chaque **élément de type plaque**, extraire de FinelG les réponses de la structure (déplacement ou effort) pour chaque cas de charge unitaire ;
- soit considérer une pression unitaire aux éléments de type plaque dans les zones d'influence des **capteurs 1 et 2** (chapitre I-1.3), extraire de FinelG les réponses de la structure de la même manière que précédemment.

La seconde méthode est équivalente à la première. En effet, à partir des pressions “unitaires” aux capteurs 1 et 2, nous pouvons définir la pression appliquée sur un élément quelconque de type plaque à partir de la relation (1.1). Nous mettons “unitaire” entre guillemets car étant donné que les coefficients de pondération $\alpha_{1,i}$ et $\alpha_{2,i}$ prennent seulement trois couples de valeurs possibles (1, 0; 0) (classique), (0, 76; 0, 24) et (0, 53; 0, 47), elles peuvent être intégrées directement dans les chargements. Donc, le nombre de chargements est de 5 (coefficient de pondération nul qui ne constitue pas un chargement). Un exemple permet de faciliter la compréhension : considérons un capteur quelconque de type 1 ayant sa zone d'influence qui s'étend sur deux plaques différentes. Son influence est totale sur la première plaque ($\alpha_1 = 1, 0$) et partielle pour la seconde ($\alpha_1 = 0, 76$). Pour un capteur de type 2 à proximité, son influence sera nulle sur la première plaque ($\alpha_2 = 0$) et partielle sur la seconde ($\alpha_2 = 0, 24$). Nous aurons donc un seul cas de charge “unitaire” au capteur de type 1 défini par deux chargements différents appliqués sur deux plaques différentes.

L'inconvénient de la première méthode est qu'elle requiert la définition de 720 cas de charge (vu que la structure présente 720 éléments de type plaque) contrairement à la seconde méthode, qui nécessite la définition de 310 cas de charge . Pour rappel, chaque colonne de la matrice A correspond à la réponse de la structure sous un cas de charge unitaire et le nombre de colonnes correspond au nombre de cas de charge unitaire. Or nous étudions 6 efforts (effort normal, moments et efforts tranchants) par nœud d'éléments finis, le nombre d'éléments finis de type poutre⁸ étant de 5736, nous avons au total 68832 efforts à étudier. Donc, il est important de réduire autant que possible le nombre de colonnes de la matrice d'influence pour faciliter autant que possible le stockage en mémoire de cette grande matrice. Par conséquent, nous conservons la seconde méthode :

$$\mathbf{z} = \mathbf{A_p p}_{capt} \quad (2.1)$$

où :

- $\mathbf{A_p}$ est la matrice d'influence ;
- $\mathbf{p}_{capt}$ est le vecteur des pressions aux capteurs 1 ou 2 ;
- $\mathbf{z}$ est la réponse de la structure (déplacements ou efforts internes).

2.4 Surfaces d'influence

Les surfaces d'influence des éléments sont illustrées uniquement pour l'effort normal, elles sont calculées en imposant un incrément de déplacement axial unitaire par l'introduction d'un incrément de température :

8. Nous ne considérons pas les éléments de type plaque, ni les ressorts mais uniquement les éléments de type poutre constituant l'ossature car ces derniers doivent être dimensionnés.

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L} = \alpha \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{\Delta L}{\alpha L} = \frac{1}{\alpha L} \quad (2.2)$$

où :

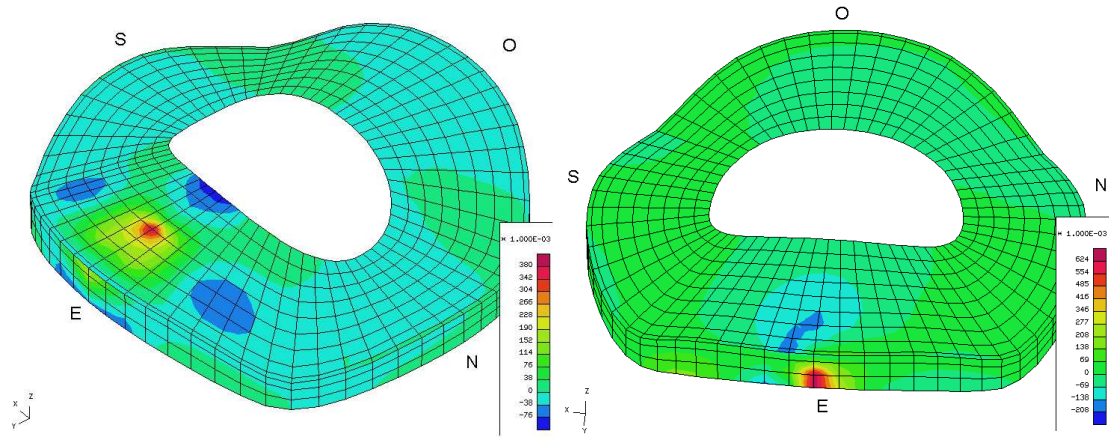
- ϵ est la déformation axiale de l'élément considéré ;
- L est la longueur de l'élément considéré ;
- $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} K^{-1}$ est le coefficient de dilatation thermique de l'acier ;
- $\Delta L = 1 \text{ m}$ est l'incrément de déplacement axial imposé à l'élément considéré ;
- ΔT est l'incrément de température à introduire dans l'élément pour obtenir un allongement ΔL .

Les surfaces d'influence sont représentées selon l'axe z local, normal à chaque élément de type plaque, car le chargement de vent est également normal à chaque plaque (Figure 22). Pour rappel, la surface d'influence est représentée par des courbes de niveau représentatives de la variation d'un effet en un point donné en fonction de la position d'une charge unité mobile. Elles permettent de déterminer très simplement quelles sont les zones de chargement favorables (et défavorables) qui minimisent (maximisent) une action en une section donnée (Henrottay, 14 mai 2012).

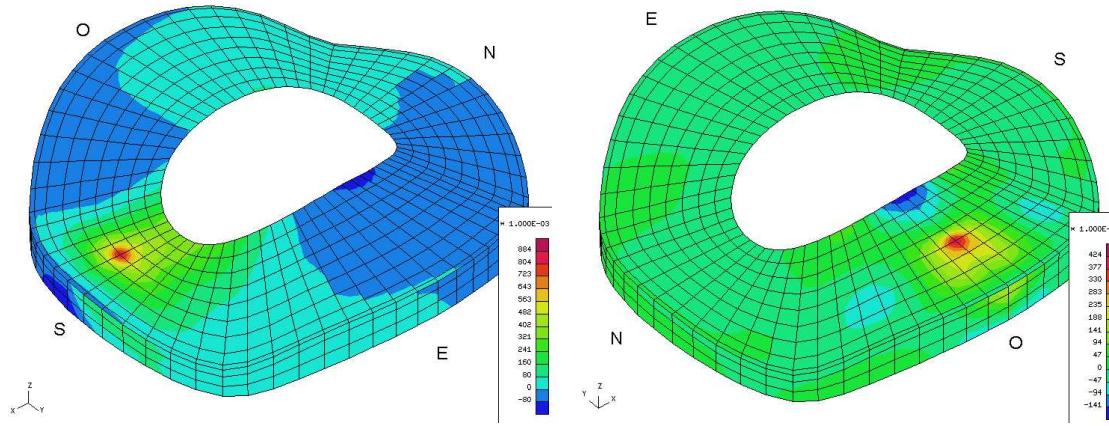
Les parallèles et radiales sont caractérisées par une zone d'influence locale contrairement à la jambe de force ou au potelet. Pour dimensionner ces éléments de manière statique, un chargement de vent local suffit dans le premier cas a priori par opposition à la jambe de force ou au potelet qui nécessiteraient la définition d'un chargement global. Remarquons que le chargement de vent ne suivra pas nécessairement les changements de signe de la surface d'influence, car le vent comporte une certaine cohérence qui dépend de la taille relative des tourbillons par rapport à la zone observée. Les surfaces d'influence donnent une information sur le comportement mécanique de la structure tandis que les signaux de pression sur l'action. Ces informations permettront de comprendre les analyses effectuées plus loin.

Notons qu'il est très difficile, voire impossible d'obtenir les surfaces d'influence pour les autres types d'effort avec des chargements thermiques du modèle élément fini, donc ils ne sont pas illustrés.

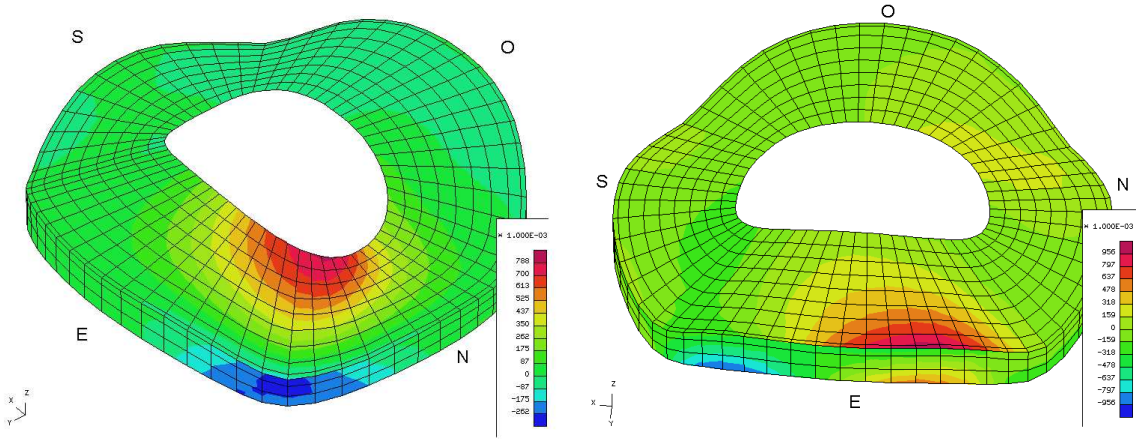
Les surfaces d'influence sont également représentées selon les 3 axes globaux (annexes V-1), elles permettront de mieux comprendre les résultats en base modale car les chargements modaux inertiels que nous verrons plus tard sont définis dans les axes globaux.



(a) Effort normal au sein de la radiale supérieure de la toiture côté E (RST.E). (b) Effort normal au sein de la parallèle extérieure de la jupe côté E (PEJ.E).



(c) Effort normal au sein de la parallèle supérieure de la toiture côté S (PST.S). (d) Effort normal au sein de la radiale supérieure de la toiture côté O (RST.O).



(e) Effort normal au sein de la jambe de force côté N-E (JF.NE). (f) Effort normal au sein du potelet côté E (Po.E).

FIGURE 22: Surface d'influence en z_{local} (Unités : kN, m).

3 Analyse modale

3.1 Modes, fréquences propres, grandeurs généralisées et amortissement structurel

Le Tableau 6 indique les fréquences propres, les masses généralisées ainsi que les raideurs généralisées des 20 premiers modes propres. Il est considéré, en général, qu'au delà d'une fréquence de $1,5\text{ Hz}$, la réponse de la structure dans ses modes est relativement faible car la densité spectrale de puissance (DSP) de sollicitation de vent devient négligeable au delà de ce seuil. A première vue, nous aurions besoin des 8 premiers modes propres lors de l'analyse en base modale. Cependant, la fréquence d'échantillonnage est précisément égale à $2,123\text{ Hz}$ et donc, par le théorème de Nyquist-Shannon, la fréquence de Nyquist vaut la moitié de la fréquence d'échantillonnage, soit $1,062\text{ Hz}$. La fréquence de Nyquist est bien inférieure à au seuil de $1,5\text{ Hz}$, ce qui nous pousse à prolonger les DSP des forces généralisées au delà de la fréquence de Nyquist. Vu que les spectres seront prolongés par des approximations, nous avons profité de la situation pour considérer les 20 premiers modes propres. Lors de l'analyse en base modale, nous discuterons de la troncature de la base modale à partir des variances des amplitudes modales.

Les déformées modales en 3D ainsi que les courbes de niveau du déplacement vertical dans les axes globaux sont illustrées à la Figure 23. Ce choix de représentation se justifie par l'importance des déplacements transversaux par rapport aux déplacements verticaux de la structure, les courbes de niveau donnent un complément d'information à la déformée. Les modes propres sont normés selon un maximum unitaire et à des fins de représentation, les déformées ont été amplifiées d'un facteur égal à 30. L'amortissement structurel est de 1 % pour tous les modes propres.

Mode propre	Fréquence propre [Hz]	Masse généralisée [t]	Raideur généralisée [kN/m]
1	0.659	2500	42898
2	0.831	2232	60890
3	0.920	623	20820
4	0.958	706	25581
5	1.204	1087	62219
6	1.363	849	62264
7	1.376	317	23665
8	1.511	360	32401
9	1.586	300	29779
10	1.605	354	36028
11	1.616	215	22205
12	1.661	215	23417
13	1.702	205	23417
14	1.793	199	25215
15	1.909	167	24063
16	2.026	86	13911
17	2.109	99	17423
18	2.131	249	44566
19	2.222	214	41797
20	2.231	268	52570

TABLE 6: Grandeurs modales.

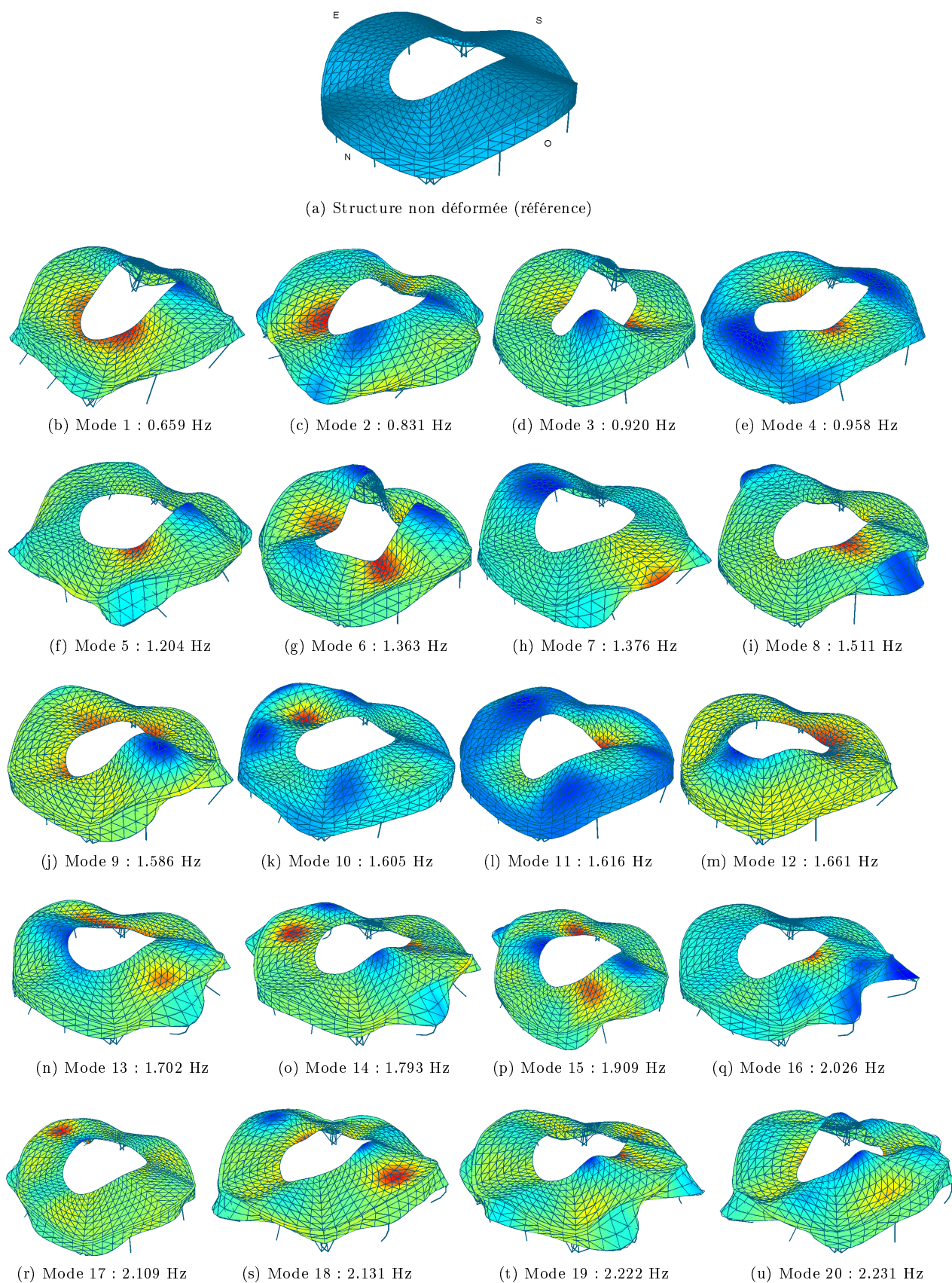


FIGURE 23: Modes propres (déformées + courbes de niveau du déplacement selon z_{global}) - fréquences propres correspondantes.

3.2 Chargements modaux inertiels CMI et réponses modales statiques RMS

Le chargement modal inertiel ψ_m ($m = 1, 2, \dots, 20$) est défini comme un chargement qui, appliqué sur la structure, donne une déformée à la structure identique à un mode propre ϕ_m . Sous ces chargements modaux inertiels (CMI), il est possible d'obtenir les réponses modales statiques $\mathbf{v}_m$ de la structure (efforts internes) qui correspondent aux colonnes de la matrice d'influence $\mathbf{\Upsilon}$:

$$\mathbf{z} = \mathbf{\Upsilon} \mathbf{q} \quad (3.1)$$

où $\mathbf{q}$, $\mathbf{\Upsilon}$, $\mathbf{z}$ sont respectivement le vecteur des amplitudes modales, la matrice des réponses modales statiques (RMS) et le vecteur des réponses.

Les réponses modales statiques sont essentielles pour effectuer l'analyse en base modale et les chargements modaux inertiels sont essentiels dans la définition des chargements de vent statiques équivalents CVSE en base modale définis par Chen & Kareem (chapitre III-1.2.1).

Les pressions de vent s'appliquent perpendiculairement aux plaques de la toiture, des axes locaux perpendiculaires aux plaques suffisent à décrire le chargement. Par contre, les CMI, liés aux propriétés intrinsèques de la structure, ne sont donc pas nécessairement perpendiculaires aux plaques, nous les représentons dans les axes globaux (Figures 24 et 25).

Le CMI est défini à une constante près, nous avons fixé cette constante en considérant que le maximum des déplacements de la structure sous ce chargement est tel qu'il ne dépasse pas un mètre. Le premier CMI (Figures 24-a,-b et -c) comporte une composante selon x qui est la plus importante, ce qui correspond bien à la forme du mode propre qui présentait un déplacement transversal global selon l'axe N-S (Figure 23-b). Le second CMI (Figures 24-d,-e et -f) comporte une composante selon y dominante, car le mode propre correspond à un déplacement transversal global selon l'axe E-O (Figure 23-c). Comme les déformées modales, plus l'indice du mode propre considéré est élevé, plus les CMI se complexifient (Figure 25).

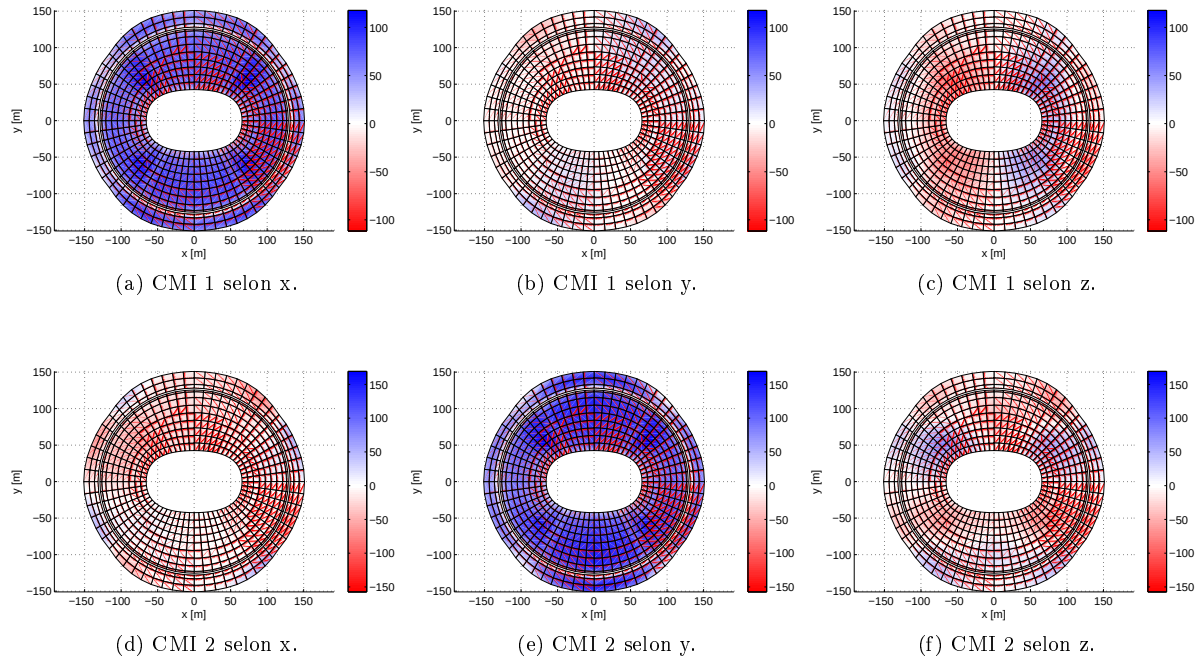


FIGURE 24: Forces nodales énergétiquement équivalentes [kN] des chargements modaux inertiels selon les 3 axes globaux.

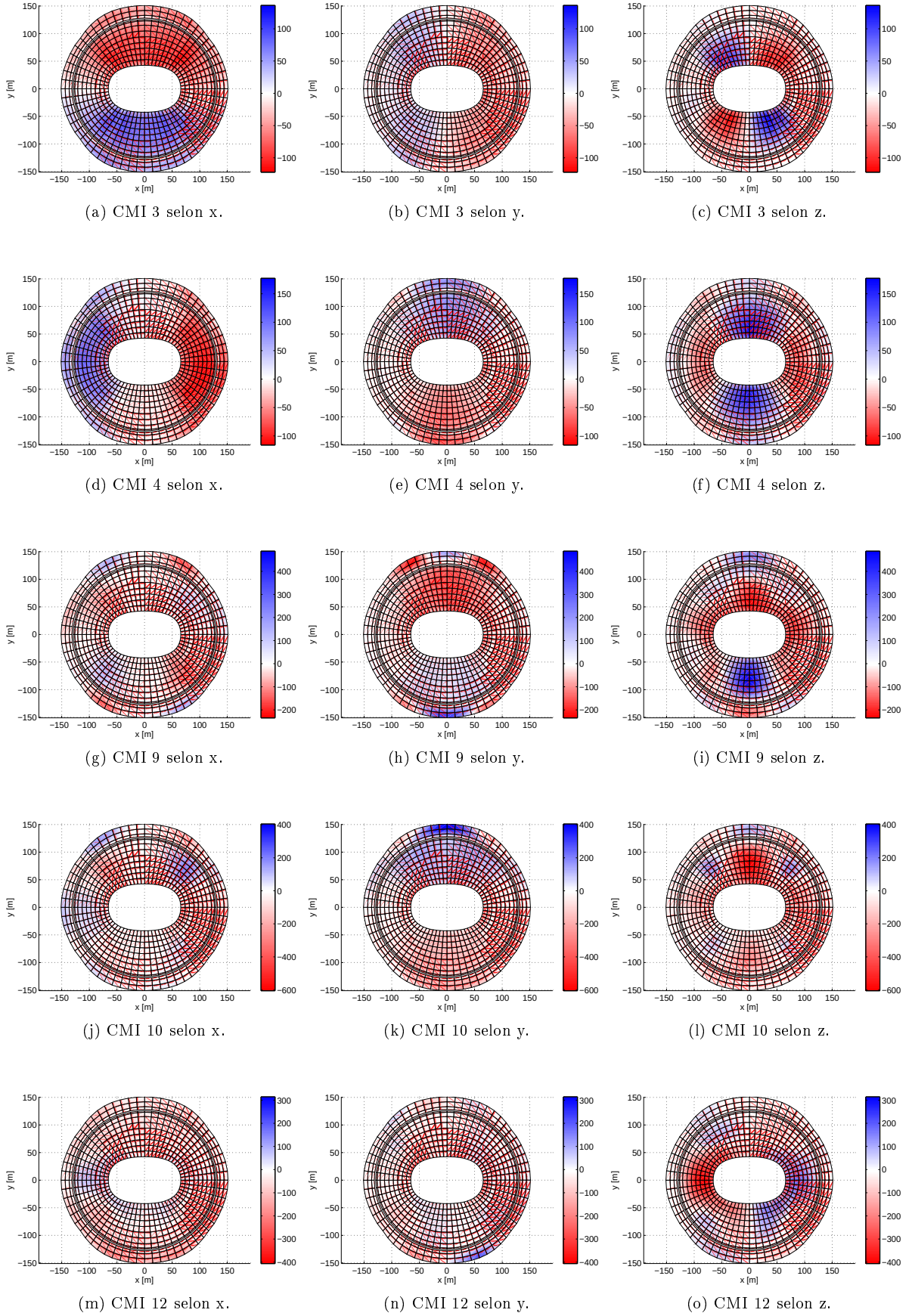


FIGURE 25: Forces nodales énergétiquement équivalentes [kN] des chargements modaux inertiels selon les 3 axes globaux.

4 Analyse dynamique stochastique

Nous effectuons une analyse dynamique stochastique pour déterminer la contribution dynamique de la réponse de la structure sous le chargement aérodynamique. La contribution moyenne sera, quant à elle, traitée par une simple analyse statique.

L'analyse dynamique stochastique en base nodale sera effectuée uniquement pour le calcul de la contribution quasi-statique de la réponse car la contribution dynamique exigerait un emplacement en mémoire de l'ordinateur très conséquent. L'analyse dynamique stochastique permettra d'évaluer les deux contributions quasi-statique et résonante de la réponse dynamique car la projection des équations dans la base réduite des modes propres facilite la résolution numérique.

L'analyse dynamique stochastique en base modale permettra de caractériser le comportement de la structure : quasi-statique, résonant ou intermédiaire.

À la fin de ce chapitre, nous estimerons les coefficients d'amplification dynamique des efforts normaux pour différentes catégories d'éléments et nous les comparons à la valeur de 1,25.

4.1 Base nodale

4.1.1 Efforts moyens et contributions quasi-statiques

L'effort moyen est donné par :

$$\boldsymbol{\mu}_z = \mathbf{A}_p \boldsymbol{\mu}_{p_{capt}} \quad (4.1)$$

où :

- $\boldsymbol{\mu}_{p_{capt}}$ est le vecteur des pressions moyennes ;
- $\boldsymbol{\mu}_z$ est le vecteur des réponses moyennes.

La matrice de covariance de la contribution quasi-statique des réponses est donnée par :

$$\mathbf{C}_{z_B} = \mathbf{A}_p \mathbf{C}_{p_{capt}} \mathbf{A}_p^T \quad (4.2)$$

ou sous forme indicielle (éléments diagonaux) :

$$\sigma_{z_{B,i}}^2 = \sum_k^N \sum_l^N a_{p,ik} a_{p,il} \sigma_{p_{capt,kl}}^2 \quad (4.3)$$

où :

- $\mathbf{C}_{p_{capt}}$ est la matrice de covariance des pressions enregistrées par les capteurs ;
- $\mathbf{C}_{z_B}$ est la matrice de covariance de la contribution quasi-statique des réponses ;
- $\mathbf{a}_{p,i}$ est la $i^{ème}$ ligne de la matrice d'influence $\mathbf{A}_p$;
- $\sigma_{p_{capt,kl}}^2$ est la covariance des pressions $p_{capt,k}$ et $p_{capt,l}$ enregistrées par les capteurs ;
- $\sigma_{z_{B,i}}^2$ est la contribution quasi-statique de la variance de la réponse i .

La valeur extrême de la contribution quasi-statique de la réponse $z_{B,max,i}$ s'écrit (au signe près) :

$$z_{B,max,i} = g_{B,i} \sigma_{z_{B,i}} \quad (4.4)$$

où $g_{B,i} = 3,5$ est le facteur de pointe de la réponse $z_{B,i}$ (tel que prescrit dans l'Eurocode NF EN 1991-1-4).

4.1.2 Résultats de l'analyse en base nodale

La Figure 26 illustre les efforts normaux dans les éléments choisis précédemment. Notons que la contribution quasi-statique de l'effort $z_{B,max}$ est définie à un signe près, elle peut donc être négative.

Les moments de flexion, les efforts tranchants ainsi que le moment de torsion sont repris en annexes (chapitre V-2) . L'ossature est un treillis à nœuds rigides dont les éléments ne sont pas chargés directement entre leurs extrémités, le chargement éolien s'applique en premier lieu sur les plaques qui transmettent ensuite leurs réactions aux nœuds de l'ossature. Les moments de flexion selon les deux

axes varient de manière linéaire tandis que les efforts tranchants, le moment de torsion sont constants dans chaque élément. Nous avons donc disposé les résultats des moments de flexion aux deux extrémités de chaque élément (extrémités A et B). Nous pouvons voir rapidement qu'à la jonction entre la jambe de force et la balancelle, le moment de flexion selon y est nul. Et que le potelet constitue un simple appui vertical de la structure qui ne reprend pas un moment de flexion à ses extrémités. Pour les radiales et les parallèles, les efforts autres que l'effort normal peuvent être considérés comme des "efforts parasites" dans la structure en treillis. A contrario, les moments de flexion en base des jambes de force sont loin d'être négligeables. Comme nous l'avons dit précédemment, nous n'analyserons pas en détails les autres types d'efforts (moments et efforts tranchants) car nous n'avons pas les surfaces d'influence correspondantes et que l'ossature est un treillis où l'effet de l'effort normal est prépondérant en général.

Nous observons que les efforts normaux sont significatifs au sein de la jambe de force et du potelet comme attendu. Leur surface d'influence proposait des zones préférentielles de chargement très étendues (Figures 22-e et -f). L'importance de l'effort normal dans le potelet par rapport à la jambe de force s'explique par l'adéquation spatiale des zones de chargement (voir la moyenne et l'écart-type des coefficients de pression aux Figures 10-a et -b) aux zones préférentielles de chargement. Si le vent était orienté dans l'axe N-E (au lieu de l'axe E), la jambe de force aurait été bien plus sollicitée sans doute vu les indications de sa surface d'influence.

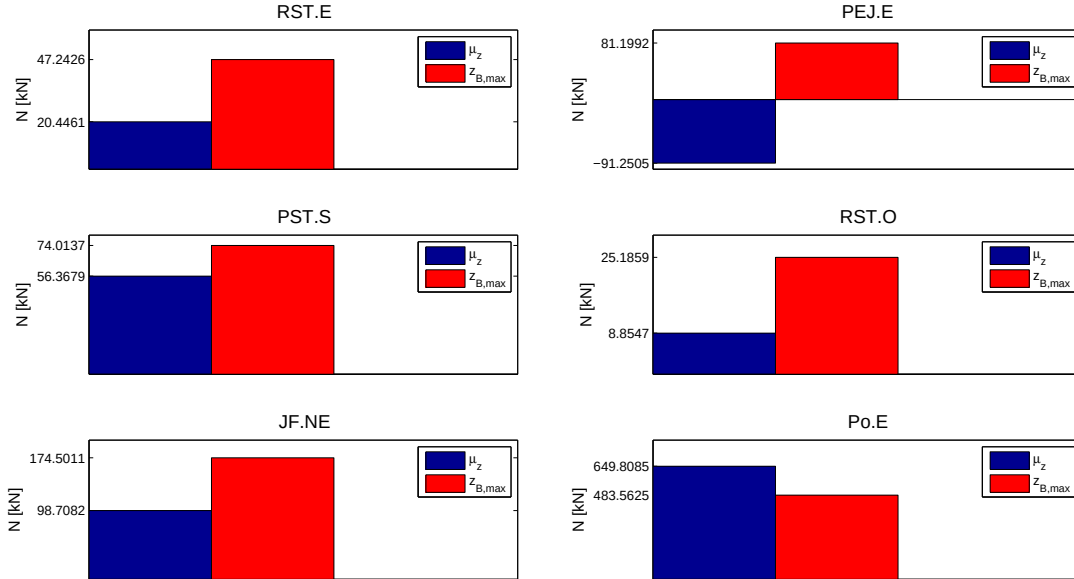


FIGURE 26: Moyenne et contribution quasi-statique de l'effort normal au sein des éléments choisis.

4.2 Base modale

4.2.1 Forces généralisées

Pour déterminer les forces généralisées, nous avons besoin des forces nodales énergétiquement équivalentes évaluées à partir des pressions appliquées sur les plaques de la toiture. A partir du logiciel FinelG, il est possible de les obtenir en considérant un chargement unitaire aux éléments plaques affectés à un même capteur :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{unit} \mathbf{p}_{capt} \quad (4.5)$$

où :

- $\mathbf{p}_{capt}$ est la matrice des pressions enregistrées par les capteurs au cours du temps [310 x 18432] ;
- $\mathbf{F}_{unit}$ est une matrice dont chaque colonne correspond à l'ensemble des forces nodales énergétiquement équivalentes sous un chargement unitaire aux éléments plaques affectés à un même capteur [11376 x 310] ;

- $\mathbf{F}$ est une matrice reprenant l'évolution des forces nodales énergétiquement équivalentes sous un vent orienté à 66° par rapport au repère naturel [11376 x 18432].

A partir des forces nodales énergétiquement équivalentes et des 20 premiers modes propres, nous pouvons déterminer les forces généralisées :

$$\mathbf{F}^* = \boldsymbol{\phi}^T \mathbf{F} \quad (4.6)$$

où :

- $\boldsymbol{\phi}$ est la matrice des modes propres [11376 x 20] ;
- $\mathbf{F}^*$ est la matrice des forces généralisées [20 x 18432].

Comme pour le stade de Lille(N.Blaise, Juin 2010), nous appliquons la méthode de Welch pour approximer les densités spectrales de puissance (DSP) en utilisant un fenêtrage de type Hamming. Le nombre de points utilisés est de 256 pour le calcul de la DSP avec un recouvrement de 50 %. Ce recouvrement des échantillons permet de lisser la DSP et d'éliminer ainsi le bruit en calculant et en moyennant les transformées de Fourier sur 8 tronçons du signal temporel au lieu de 4.

La Figure 27 illustre quelques DSP unilatérales des 8 premières forces généralisées, elles sont bien décroissantes en fonction de la fréquence.

Le chargement éolien est symétrique par rapport à l'axe E-O (Figure 10). La relation (4.6) traduit la projection de ce chargement dans chacun des modes propres. Si le mode propre est antisymétrique dans les 3 axes globaux à l'axe E-O, la force généralisée aura tendance à être relativement faible par rapport à un mode propre symétrique. Ce raisonnement ne s'applique pas dans tous les cas et est à relativiser car les modes propres sont normés selon un maximum unitaire. Si les valeurs maximales de déplacement se trouvent dans des zones de pression nulle, la force généralisée sera également faible même si le mode propre est symétrique.

Par exemple, la DSP de la force généralisée 1 (couleur bleue foncé) présente les valeurs plus importantes car la structure se déplace globalement selon l'axe N-S dans son premier mode propre (Figure 23-b), alors que l'écart-type du coefficient de pression au niveau de la jupe n'est pas parfaitement symétrique (Figure 10-b). De plus, le déplacement vertical semble parfaitement antisymétrique. Or ce n'est pas le cas, le déplacement est plus important du côté N car la distribution de matière de la toiture est non symétrique par rapport à l'axe E-O. La DSP de la force généralisée 4 (de couleur cyan) est relativement importante car le mode propre associé (Figure 23-e) est pratiquement symétrique selon les deux axes N-S et E-O. La DSP de la force généralisée 2 (de couleur verte claire) présente des valeurs intermédiaires, la structure dans ce second mode propre (Figure 23-c) se déplace principalement et globalement selon l'axe E-O, soit la direction du vent. La surpression appliquée sur la jupe côté E a pour effet de contribuer grandement au contenu énergétique de la DSP de la force généralisée 2. La DSP de la force généralisée 5 (couleur mauve) est très faible, car contrairement aux modes propres 1 et 2, le déplacement transversal de la structure est local (Figure 23-f). De plus, verticalement, le déplacement n'est pas parfaitement antisymétrique mais concerne des zones de faible superficie.

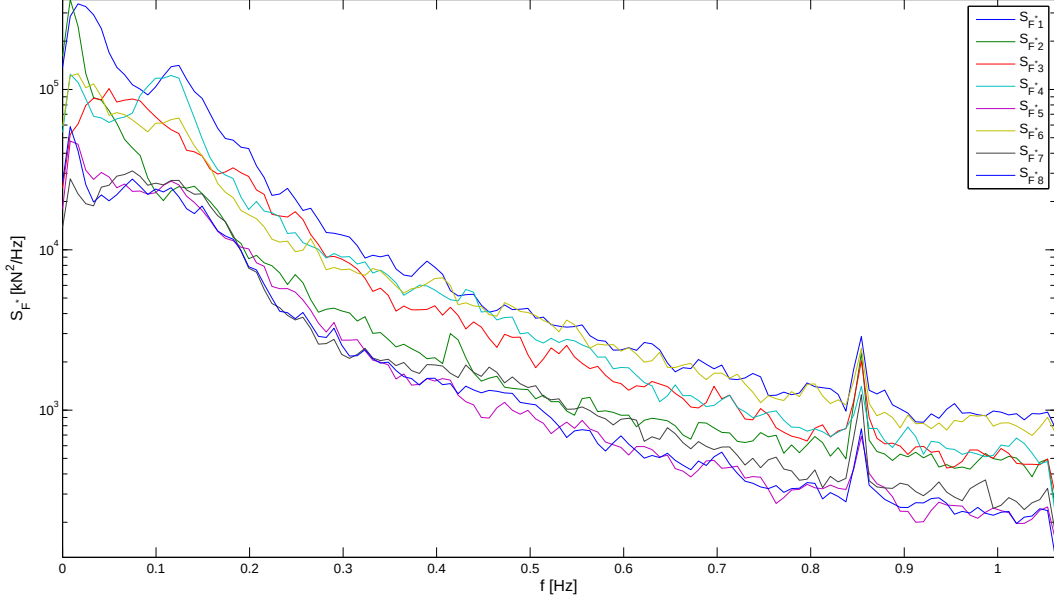


FIGURE 27: DSP des forces généralisées (1 à 8).

Nous observons un pic à la fréquence de $0,854 \text{ Hz}$, cette fréquence est considérée comme parasite car le pic apparaît à toutes les DSP des forces généralisées. Une fréquence parasite peut avoir diverses origines :

- Pour l'énergie à basse fréquence, elle pourrait être due à la fréquence de rotation des pales ;
- La fréquence du réseau électrique est de 50 Hz ;
- La maquette n'est pas infiniment rigide ou la table d'assise de la maquette se met à vibrer.

A titre indicatif, la fréquence équivalente en soufflerie est de 70 Hz sachant que le facteur échelle de temps est de $1/82$. La deuxième source possible (présence du réseau électrique à proximité) du pic parasite peut être écartée.

L'inconvénient est que si cette fréquence parasite est proche d'une fréquence propre, la contribution résonante risque d'être surestimée. Un critère relevé dans le mémoire de fin d'études de N.Blaise (Juin 2010) est de fixer une plage autour de chaque fréquence propre où aucune fréquence parasite ne peut se trouver. Cette plage pourrait être la largeur du pic de la fonction de transfert à mi-hauteur égale à $2\xi f_{nat}$. Une des deux conditions doit être vérifiée :

$$f_{par} > (1 + \xi)f_{nat} \quad f_{par} < (1 - \xi)f_{nat} \quad (4.7)$$

La fréquence propre la plus proche est à $f_{nat,2} = 0.831 \text{ Hz}$, donc la borne supérieure vaut :

$$(1 + \xi)f_{nat} = 0.845 \text{ Hz} \quad (4.8)$$

sachant que l'amortissement est de $\xi = 1 \%$.

Le critère est vérifié mais la fréquence parasite est tout de même relativement proche de la seconde fréquence propre. Nous pouvons envisager de filtrer la fréquence parasite avec un filtre coupe-bande et d'approximer les DSP des forces généralisées avec une méthode paramétrique de type Yule-Walker (Blaise and Denoel, 2011b).

Cependant, cette méthode d'approximation paramétrique n'est pas envisageable étant donné que nous devons prolonger les DSP des forces généralisées pour estimer les contributions résonantes des réponses. En effet, ces dernières dépendent des valeurs des DSP des forces généralisées aux droits des fréquences propres dont certaines sont supérieures à la fréquence de Nyquist. Pour prolonger ces dernières, nous représentons le produit de la DSP $S_{F_i^*}$ par la fréquence f dans les axes logarithmiques (courbes bleues à la Figure 28). A proximité de la fréquence de Nyquist, le produit $fS_{F_i^*}$ tend vers une droite linéaire décroissante due principalement à la cascade d'énergie de Kolmogorov :

“Afin de transformer l'énergie cinétique des mouvements à grande échelle en énergie thermique (dissipation par les mouvements de faible amplitude), les échelles interagissent par un processus appelé

cascade d'énergie. Pendant la cascade, l'énergie cinétique des grandes structures est transformée en énergie de petites structures presque sans dissipation. Finalement, l'énergie cinétique emmagasinée dans les petites structures est convertie en chaleur par les forces visqueuses." (HACH, 2010)

L'approximation est représentée par la droite de couleur noire qui a été ajustée par la méthode des moindres carrés, les points rouges et le point vert indiquent respectivement l'approximation de $fS_{F_i}^*$ aux droites des fréquences propres et de la fréquence correspondante $f_{nat,i}$. La fréquence parasite a pour effet de réduire la pente de la droite et de présenter un risque de surestimer la DSP de la force généralisée, d'autant que l'approximation est effectuée dans des axes logarithmiques. Dans un premier temps, nous avons envisagé de filtrer la fréquence parasite avec un filtre coupe-bande mais les résultats n'étaient pas concluants. La solution retenue consiste à retirer la plage de fréquence autour du pic parasite pour l'approximation par la méthode des moindres carrés.

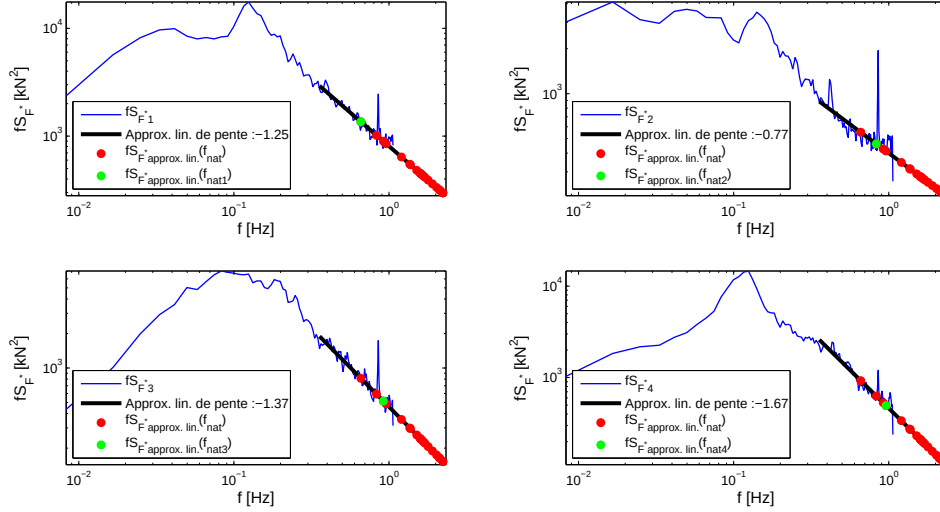


FIGURE 28: Approximations des $fS_{F_i}^*$ ($i = 1$ à 4) dans les axes logarithmiques.

Notons que les autres approximations des $fS_{F_i}^*$ par la méthode des moindres carrés sont disposées en annexes (chapitre V-3).

La Figure 29 illustre les DSP des forces généralisées (courbes bleues) ainsi que leur approximation aux droites des fréquences propres (points rouges) et de leur fréquence propre correspondante (points verts). L'approximation a la même allure que la DSP correspondante. Les autres DSP des forces généralisées sont reprises en annexes (chapitre V-4).

La cohérence $\Gamma_{F_{ij}}^*(f)$ entre les deux forces généralisées i et j est donnée par

$$\Gamma_{F_{ij}}^*(f) = \frac{S_{F_{ij}}^*(f)}{\sqrt{S_{F_{ii}}^*(f)S_{F_{jj}}^*(f)}} \quad (4.9)$$

– $S_{F_{ij}}^*(f)$ est la DSP croisée entre les forces généralisées i et j ;

– $S_{F_{ii}}^*(f)$, $S_{F_{jj}}^*(f)$ sont les DSP unilatérales des forces généralisées i et j respectivement.

Nous avons envisagé de travailler avec la DSP croisée des forces généralisées mais l'inconvénient est qu'elle prend des valeurs négatives et ne peut donc être représentée dans des axes logarithmiques. L'avantage de la fonction de cohérence est sa mise à l'échelle de la DSP croisée des forces généralisées par les DSP unilatérales. La Figure 30 illustre uniquement les parties réelles des cohérences pour les 4 premières forces généralisées car la décomposition en contributions quasi-statique et résonante du coefficient de corrélation entre les amplitudes modales suppose que la cohérence est réelle (Denoe, 2009). Nous n'avons pas représenté le cas évident $i = j$ car la cohérence se réduit à l'unité à toutes les fréquences et nous profitons de la symétrie de la matrice des DSP des forces généralisées croisées en ne représentant que la partie supérieure à la diagonale de la matrice de cohérence. Nous supposons, qu'au delà de la fréquence de Nyquist, la cohérence est nulle car elle est très erratique. Elle peut être

approximée avec un polynôme de degré supérieur à l'unité, mais nous ne pouvons pas envisager de la prolonger vu le nombre de ressauts.

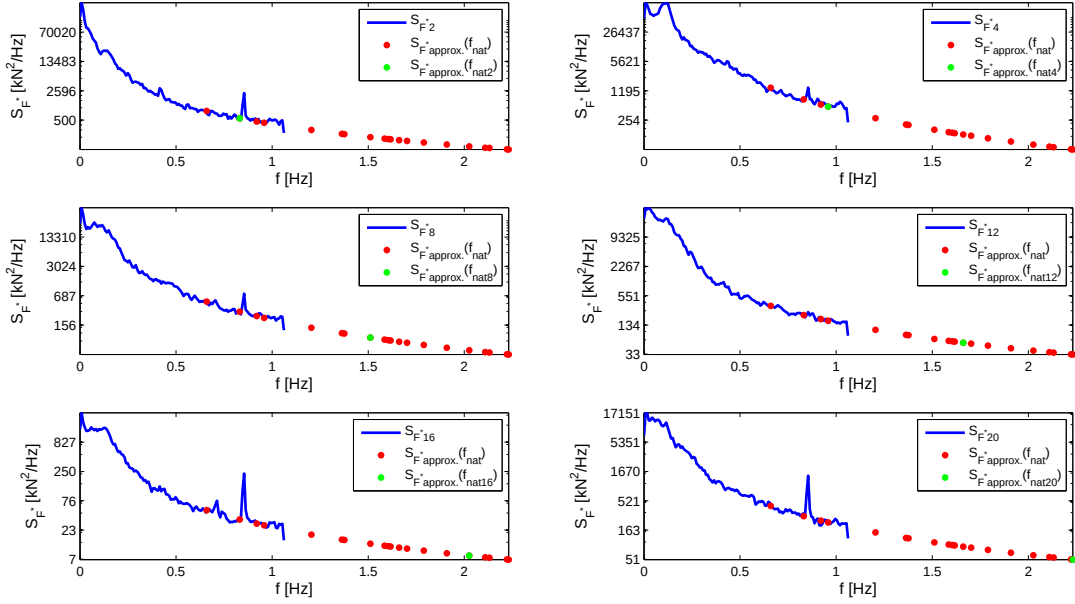


FIGURE 29: DSP unilatérales des forces généralisées 2, 4, 8, 12, 16 et 20 et leur approximation.

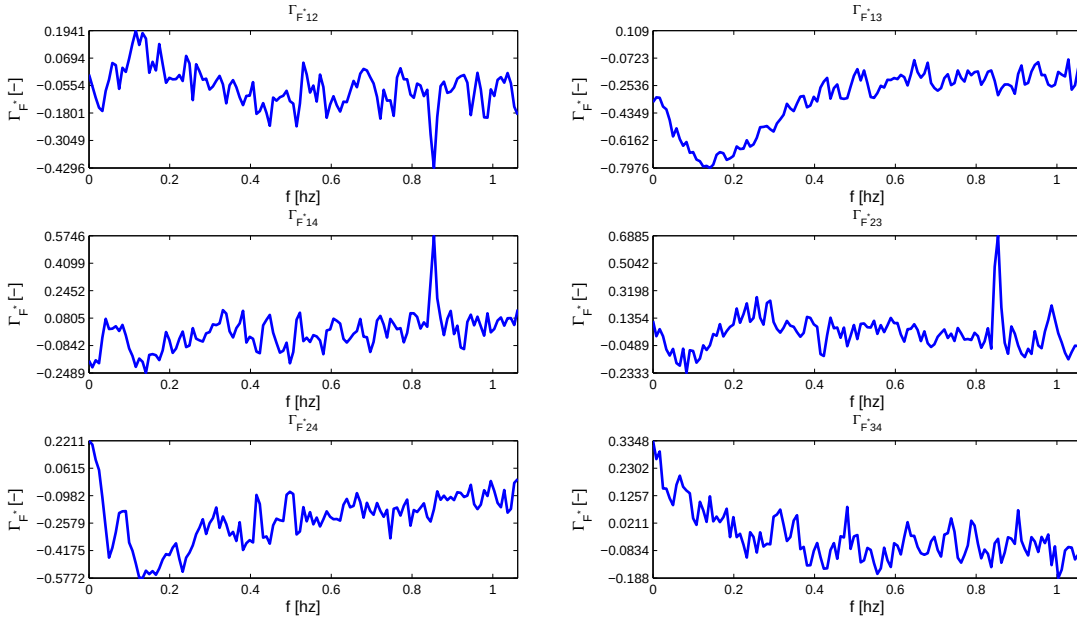


FIGURE 30: Parties réelles des fonctions de cohérence des 4 premières forces généralisées.

4.2.2 Décomposition des moments spectraux en contributions quasi-statique et résonante

L'approximation en bruit blanc (B.B.) simplifie considérablement l'estimation de la variance de l'amplitude modale puisqu'il suffit de connaître la variance des forces généralisées et la valeur de la DSP des forces généralisées S_{F^*} aux droits des fréquences propres :

$$\sigma_{q_i}^2 = \underbrace{\frac{\sigma_{F_i^*}^2}{(K_i^*)^2}}_{\sigma_{qB,i}^2 = B_i} + \underbrace{\frac{S_{F_i^*}(f_{nat,i})}{(K_i^*)^2} \frac{f_{nat,i}}{2\zeta_i} \frac{\pi}{2}}_{\sigma_{qR,i}^2 = R_i} \quad (4.10)$$

où :

- $\sigma_{F_i^*}^2$ est la variance de la force généralisée i ;
- $f_{nat,i}$ est la fréquence propre associée au mode propre i ;
- K_i^* est la raideur généralisée i ;
- $\zeta_i = 1\%$ est le taux d'amortissement modal (identique pour tous les modes propres) ;
- $\sigma_{q_i}^2$ est la variance de l'amplitude modale i ;
- B_i, R_i sont les contributions quasi-statique et résonante de la variance de l'amplitude modale i respectivement.

La Figure 31 illustre la décomposition de la variance de l'amplitude modale en contributions quasi-statique et dynamique. La variance de l'amplitude modale dépend principalement de trois facteurs : la DSP de la force généralisée, la raideur généralisée et la fréquence propre (l'amortissement modal étant fixe). L'influence de la DSP de la force généralisée est le facteur prépondérant car, pour rappel, les DSP des forces généralisées sont représentées dans des axes semi-logarithmiques (Figure 27).

Les DSP des forces généralisées 1, 3 et 4 présentent les valeurs les plus élevées, il n'est donc pas étonnant de voir les variances des amplitudes modales les plus importantes pour ces modes propres. La DSP de la force généralisée 5 est très faible mais en plus la raideur généralisée correspondante est importante (Tableau 6). La DSP de la force généralisée 2 est intermédiaire mais présente une raideur généralisée importante. Le raisonnement est identique pour les autres variances des amplitudes modales.

Nous observons que la contribution dynamique tend à diminuer car les pics de résonance des DSP des amplitudes modales associées aux modes propres élevés diminuent vu que les DSP des forces généralisées sont décroissantes en fonction de la fréquence (Figure 32). Cependant, rien ne nous garantit que la contribution quasi-statique tend à diminuer lorsque l'indice du mode propre considéré est élevé vu qu'elle est proportionnelle à l'intégrale de la DSP de la force généralisée, soit la variance de la force généralisée.

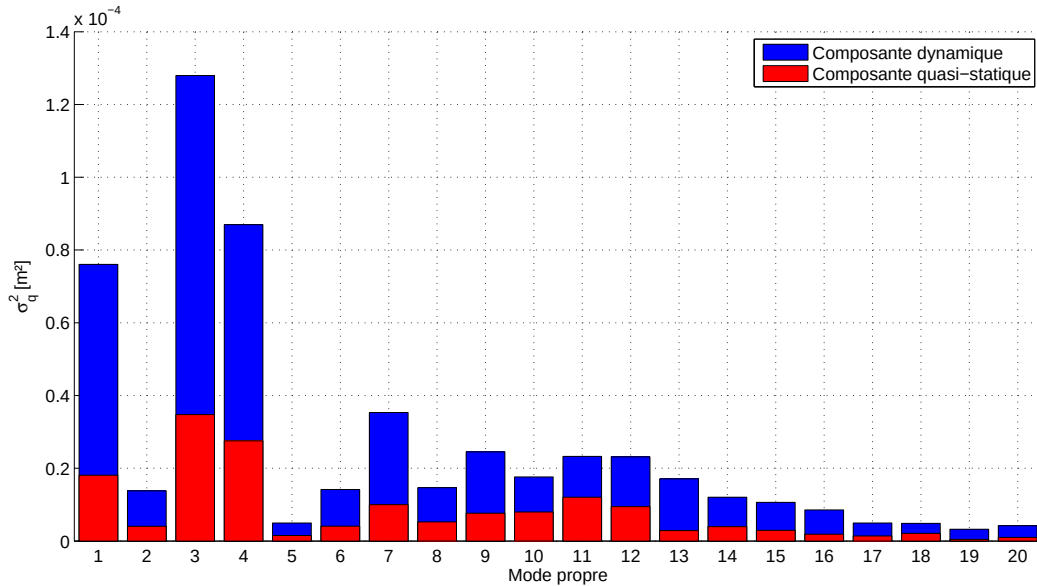


FIGURE 31: Décomposition des variances des amplitudes modales en contributions quasi-statique et dynamique.

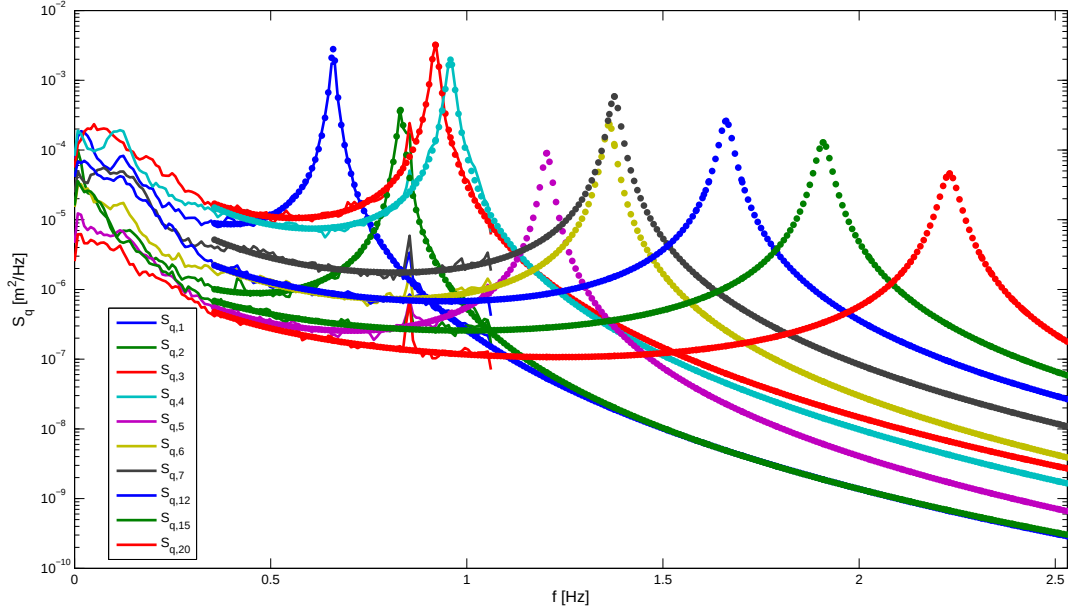


FIGURE 32: DSP des amplitudes modales (courbes continues correspondent aux DSP des amplitudes modales calculées à partir des mesures de pression en soufflerie et les courbes en pointillés sont les approximations des DSP des amplitudes modales).

Afin de décrire le comportement de la structure (quasi-statique ou résonant), nous utilisons le rapport suivant :

$$b_i = \frac{B_i}{R_i} \quad (4.11)$$

Si $b_i \lesssim 0,1$, le comportement de la structure est résonant (R) et si $b_i \gtrsim 5$, le comportement de la structure est quasi-statique (B). Entre ces valeurs limites de b_i , le comportement de la structure est intermédiaire (B+R).

Nous observons que le comportement de la structure est intermédiaire B+R (Figure 33) pour le mode propre 11 et des tendances plus prononcées du caractère résonant pour les modes propres 1, 3, 13, 16, 19 et 20.

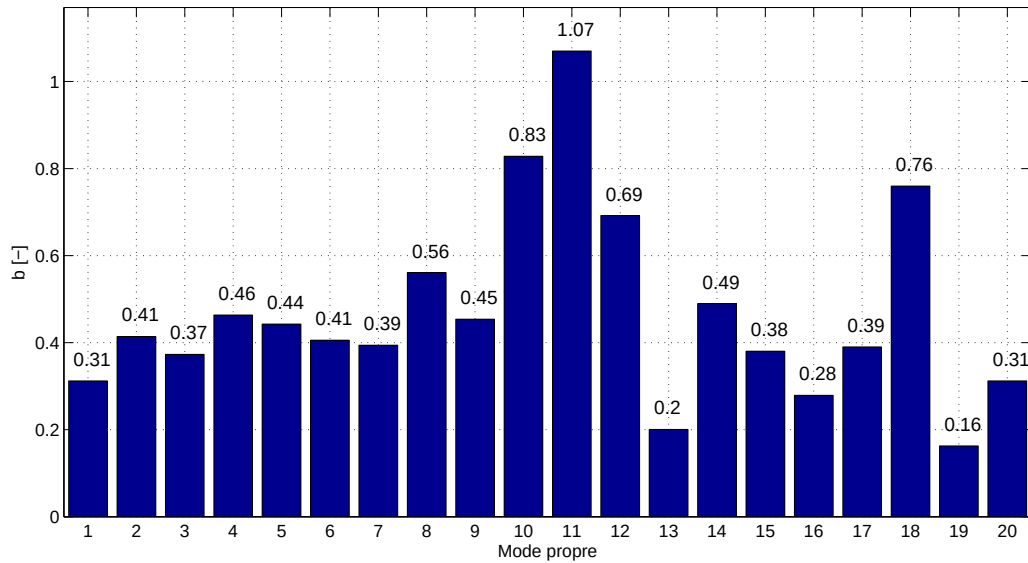


FIGURE 33: Rapport b_i ($i = 1$ à 20) entre les contributions quasi-statique et résonante.

Décomposition B/R étendue

La décomposition des coefficients de corrélation des réponses modales en contributions quasi-statique et résonante est effectuée suivant une méthode simple développée par Denoel (2009) :

$$\rho_{q_{ij}} = \gamma_B \rho_{F_{ij}^*} + \gamma_R \overline{\Gamma_{F_{ij}^*}} \phi(\omega_i, \omega_j, \zeta_i, \zeta_j) \quad (4.12)$$

où :

- $\rho_{q_{ij}}$, le coefficient de corrélation entre les amplitudes modales ;
- $\gamma_B = \frac{1}{\sqrt{1+b_i^{-1}}\sqrt{1+b_j^{-1}}}$ et $\gamma_R = \frac{1}{\sqrt{1+b_i}\sqrt{1+b_j}}$, les coefficients de pondération quasi-statique et résonant ;
- $\rho_{F_{ij}^*}$, le coefficient de corrélation entre les forces généralisées ;
- $\overline{\Gamma_{F_{ij}^*}} = \frac{\Gamma_{F_{ij}^*}(\omega_i) + \Gamma_{F_{ij}^*}(\omega_j)}{2}$, la partie réelle de la fonction de cohérence des forces généralisées ;
- $\phi(\omega_i, \omega_j, \zeta_i, \zeta_j) = \frac{8(\omega_i \omega_j)^{3/2} (\zeta_i \omega_i + \zeta_j \omega_j) \sqrt{\zeta_i \zeta_j}}{(\omega_i^2 - \omega_j^2)^2 + 4\omega_i \omega_j (\zeta_i \omega_i + \zeta_j \omega_j) (\zeta_i \omega_j + \zeta_j \omega_i)}$;
- ω_i, ω_j sont les fréquences naturelles associées aux modes propres i et j respectivement.

La formulation proposée estime le coefficient de corrélation des amplitudes modales par une combinaison pondérée du coefficient de corrélation des forces généralisées $\rho_{F_{ij}^*}$ et un coefficient de corrélation “dynamique” $\overline{\Gamma_{F_{ij}^*}} \phi(\omega_i, \omega_j, \zeta_i, \zeta_j)$. Ce dernier est exprimé comme le produit de deux fonctions (comprises entre -1 et 1) liées à la proximité des fréquences naturelles et à la cohérence des forces généralisées dans la gamme des fréquences autour des fréquences naturelles des modes considérés.

La relation proposée donne deux cas limites :

- Réponse quasi-statique dans les deux modes propres ($b_i \gg, b_j \gg$) : $\gamma_B \simeq 1$ et $\gamma_R \simeq 0$, la réponse est principalement quasi-statique et la corrélation des réponses modales est égale à celle des forces généralisées. La corrélation dynamique et la proximité des fréquences naturelles n’ont plus d’influence.
- Réponse résonante dans les deux modes propres ($b_i \ll, b_j \ll$) : $\gamma_B \simeq 0$ et $\gamma_R \simeq 1$, le coefficient de corrélation des réponses modales est égal à $\overline{\Gamma_{F_{ij}^*}} \phi(\omega_i, \omega_j, \zeta_i, \zeta_j)$, soit le coefficient de corrélation dynamique.

Le coefficient ϕ est un indicateur de séparation entre les fréquences naturelles, il atteint sa valeur maximale lorsque les fréquences naturelles sont égales pour des structures faiblement amorties. Si l’amortissement est identique entre les modes propres et que les fréquences naturelles sont égales, ce coefficient vaut l’unité. La Figure 34 illustre le coefficient ϕ pour différents couples de modes propres.

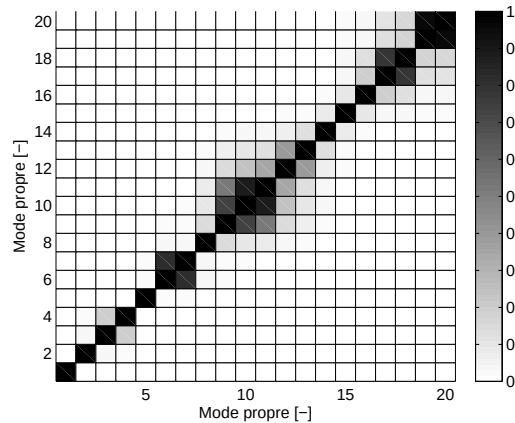


FIGURE 34: Coefficient ϕ (indicateur de séparation entre les fréquences naturelles) pour différents couples des modes propres.

Nous constatons qu’il est **possible** d’avoir un coefficient de corrélation dynamique important pour les paires de modes propres suivantes : 6-7, 9-10, 10-11, 17-18 et 19-20 mais vu que ces fréquences propres ($f_{nat,6} = 1,363 \text{ Hz}$) sont bien au delà de la fréquence de Nyquist et même supérieures à $1,5 \text{ Hz}$

à partir du 8^{ème} mode propre, la fonction de cohérence apporte une contribution moins importante que si nous considérons les premières fréquences propres.

Vu le caractère erratique des fonctions de cohérence, la difficulté de les approximer et donc de les prolonger au delà de la fréquence de Nyquist (Figure 30), nous décidons de négliger les coefficients de corrélation dynamiques et d'appliquer une recombinaison SRSS pour la composante résonante.

Pour l'analyse quasi-statique en base modale, nous pouvons toujours considérer les coefficients de corrélation entre les forces généralisées (Figure 35).

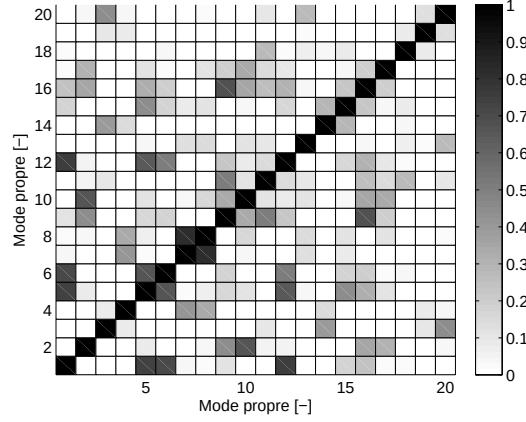


FIGURE 35: Coefficient de corrélation entre les forces généralisées $\rho_{F_{ij}^*}$.

Ils sont égaux à zéro (très faibles dans les applications de type pratique) quand les formes des modes propres correspondent à des vibrations dans des plans orthogonaux et sont plus importants quand les modes propres sont similaires (Denoel, 2009). Notamment, les modes propres 5-6 ne sont pas parfaitement similaires, mais ils présentent un déplacement vertical antisymétrique qui est relativement similaire (Figures 23-f et -g). Par contre, les modes propres 1 et 2 se déplacent globalement selon les axes N-S et O-E respectivement, soit dans des directions orthogonales, le coefficient de corrélation des forces généralisées est très faible dans ce cas.

4.2.3 Réponse dynamique, quasi-statique et résonante

Pour rappel, nous pouvons utiliser la relation (3.1) qui lie la réponse de la structure aux amplitudes modales :

$$\mathbf{z} = \mathbf{\Upsilon} \mathbf{q} \quad (4.13)$$

Nous pouvons déterminer la matrice de covariance des réponses :

$$\mathbf{C}_z = \mathbf{\Upsilon} \mathbf{C}_q \mathbf{\Upsilon}^T \quad (4.14)$$

ou sous forme indicielle (éléments diagonaux) :

$$\sigma_{z,i}^2 = \sum_k^N \sum_l^N \Upsilon_{ik} \Upsilon_{il} \sigma_{q,kl}^2 \quad (4.15)$$

où :

- $\mathbf{C}_q$ est la matrice de covariance des amplitudes modales ;
- $\mathbf{C}_z$ est la matrice de covariance des réponses ;
- Υ_i est la $i^{\text{ème}}$ ligne de la matrice des réponses modales statiques $\mathbf{\Upsilon}$ (RMS) ;
- $\sigma_{q,kl}^2$ est la covariance des amplitudes modales q_k et q_l ;
- $\sigma_{z,i}^2$ est la variance de la réponse i .

Nous avons vu précédemment qu'il est possible de décomposer la variance de l'amplitude modale en contributions quasi-statique et résonante :

$$\sigma_{q,kl}^2 = \sigma_{q_B,kl}^2 + \sigma_{q_R,kl}^2 \quad (4.16)$$

où :

- $\sigma_{q_B,kl}^2$ est la contribution quasi-statique de la covariance des amplitudes modales q_k et q_l ;
- $\sigma_{q_R,kl}^2$ est la contribution résonante de la covariance des amplitudes modales q_k et q_l .

A partir de la relation (4.15), nous pouvons décomposer la variance de la réponse en contributions quasi-statique et résonante également :

$$\sigma_{z,i}^2 = \sum_k^N \sum_l^N \Upsilon_{ik} \Upsilon_{il} \sigma_{q,kl}^2 = \underbrace{\sum_k^N \sum_l^N \Upsilon_{ik} \Upsilon_{il} \sigma_{q_B,kl}^2}_{\sigma_{z_B,i}^2} + \underbrace{\sum_k^N \sum_l^N \Upsilon_{ik} \Upsilon_{il} \sigma_{q_R,kl}^2}_{\sigma_{z_R,i}^2} \quad (4.17)$$

$$\sigma_{z,i}^2 = \sigma_{z_B,i}^2 + \sigma_{z_R,i}^2 \quad (4.18)$$

où :

- $\sigma_{z_B,i}^2$ est la contribution quasi-statique de la variance de la réponse i ;
- $\sigma_{z_R,i}^2$ est la contribution résonante de la variance de la réponse i .

Les valeurs extrêmes des contributions résonante $z_{R,max,i}$ et dynamique de la réponse $z_{max,i}$ s'écrivent :

$$z_{R,max,i} = g_{R,i} \sigma_{z_R,i} \quad z_{max,i} = g_i \sigma_{z,i} \quad (4.19)$$

où $g_{R,i} = g_i = 3, 5$ sont les facteurs de pointe des réponses $z_{R,i}$ et z_i respectivement (tel que prescrit dans l'Eurocode NF EN 1991-1-4).

4.2.4 Résultats en base modale

Les résultats en base modale des efforts normaux sont donnés à la Figure 36.

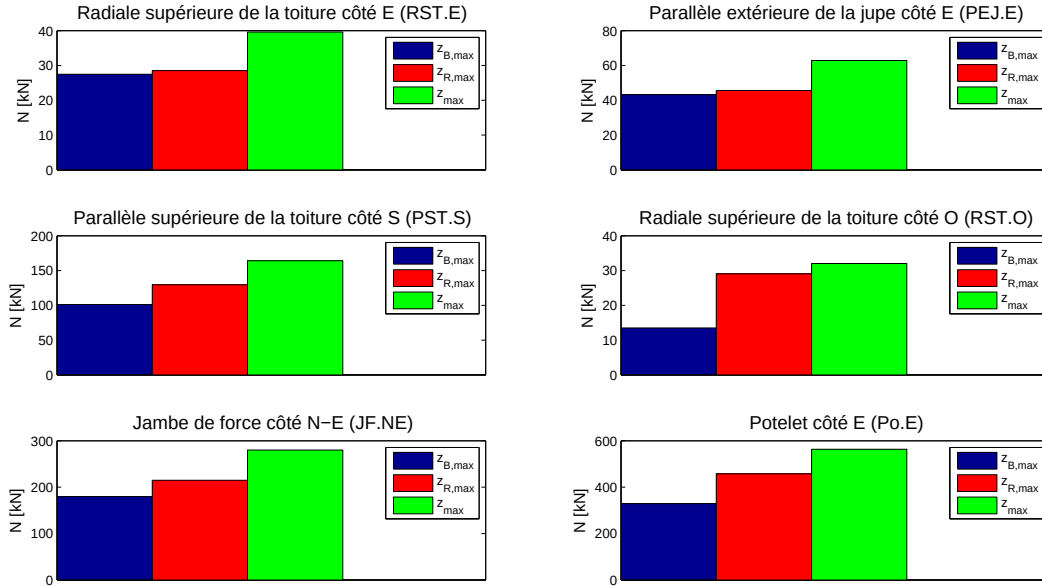


FIGURE 36: Effort normal en base modale.

Au prochain chapitre, nous constaterons qu'il est préférable de déterminer la contribution quasi-statique des efforts dans la base nodale plutôt que dans la base modale. Traitons à présent des **composantes modales de la contribution résonante des efforts normaux** dans les 6 éléments (Figure

37). La somme des valeurs observées dans les histogrammes valent les contributions résonantes des efforts normaux observées à la Figure 36 (bâtonnets rouges).

La première composante modale du potelet (Po.E) est très importante car le premier mode propre (Figure 23-b) correspond à un déplacement transversal global selon l'axe N-S qui sollicite considérablement le système de contreventement de la jupe. Ce dernier transmet une partie de ses efforts aux méga-poteaux d'une part et l'autre partie de ses efforts principalement aux potelets des façades Est et Ouest (grands potelets à la Figure 20-a).

La première composante modale de l'effort normal au sein de la jambe de force est importante pour les mêmes raisons que le potelet. La 12^{ème} composante modale est importante car le déplacement vertical (Figure 23-m) est significatif au niveau de la faille N-E.

La relation (4.17) traduit ces observations : la valeur extrême de l'effort normal en base modale dépend de la réponse modale statique, soit de la surface d'influence (dans les axes globaux annexes V-1), des chargements modaux inertiels (Figures 24 et 25) et de la variance de l'amplitude modale associée au mode propre (Figure 31). Notamment, pour la 12^{ème} composante modale de l'effort normal dans la jambe de force, nous observons que le 12^{ème} CMI selon l'axe vertical (Figure 25-o) s'applique dans la zone préférentielle de chargement indiquée par la surface d'influence selon l'axe vertical (Figure 78-f).

Les composantes modales 1 et 2 de l'effort normal au sein de la parallèle extérieure à la jupe (PEJ.E) sont des efforts circonférentiels générés par les déplacements transversaux globaux de la structure dans les axes N-S, E-O. La 10^{ème} composante modale est également importante pour la PEJ.E et la RST.E car leur surface d'influence selon l'axe vertical global (Figures 77-f et -c respectivement) coïncide avec le 10^{ème} CMI selon l'axe vertical (Figure 25-l).

Le raisonnement est le même pour les éléments PST.S et RST.O qui ont des composantes modales prépondérantes pour les 1^{er}, 3^{ème}, 11^{ème} mode propre et 4^{ème}, 9^{ème} mode propre respectivement.

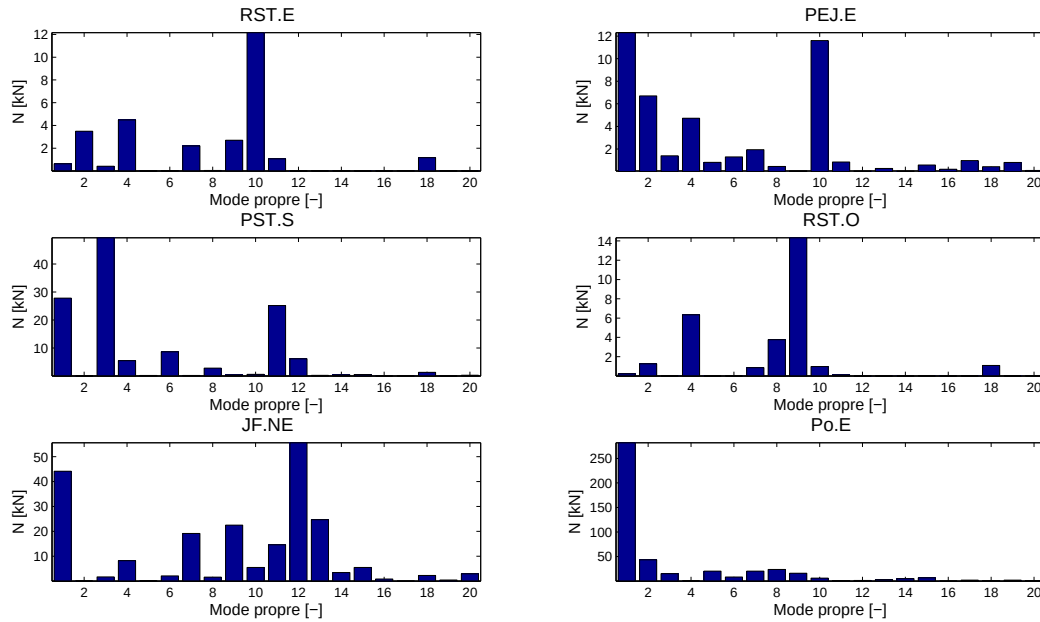


FIGURE 37: Composantes modales de la contribution résonante des efforts normaux pour les 6 éléments étudiés.

Si nous observons les moments de flexion selon y aux extrémités des potelets pour le mode propre 17 par exemple, nous constatons qu'ils ne sont pas nuls bien que ces derniers soient bi-articulés (Figure 38-a). Nous avons vu précédemment que pour l'analyse statique et quasi-statique, les moments de flexion aux extrémités du potelet étaient bien nuls (annexes V-2). La raison est que pour les modes propres élevés (Figure 23), les potelets sont fléchis sur leur hauteur et qu'un seul élément fini ne suffit pas à représenter le moment de flexion avec précision. Si nous considérons un nombre d'éléments finis plus important, par exemple 3 éléments finis, nous constatons que les moments de flexion sont nuls aux extrémités (Figure 38-b). En réalité, ce n'est pas tout à fait le cas, la contribution résonante du moment de flexion M_y en tête du potelet côté E (en considérant les 20 modes propres) est passé d'une

valeur de l'ordre de 80 kN.m à 10 kN.m (voir les résultats pour la structure modifiée en annexes V-5).

Idéalement, il faudrait considérer un nombre d'éléments finis important pour avoir un moment de flexion négligeable aux extrémités des potelets. **Tous les résultats exposés précédemment considèrent le modèle élément fini modifié, avec trois éléments finis pour chaque potelet.** Donc, les moments de flexion (selon x, y et z) aux extrémités des potelets doivent être considérés comme négligeables ainsi qu'à la jonction du système balancelle-jambes de force pour le moment de flexion selon y.

Nous avons effectué cette remarque pour souligner l'importance d'une modélisation par éléments finis plus fine dans certains cas lorsque nous traitons l'analyse en base modale.

Notons que les réponses modales statiques sont définies à un signe près comme les modes propres.

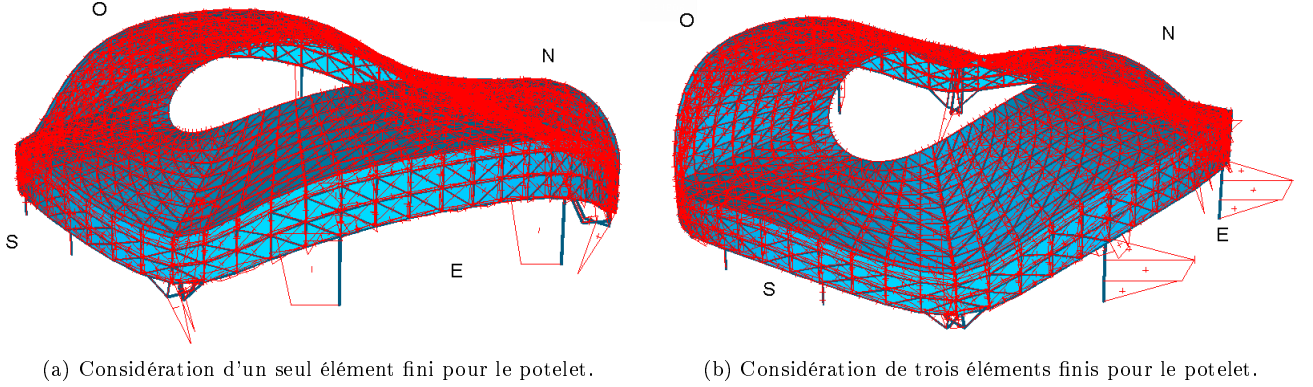


FIGURE 38: Moment de flexion M_y au sein des potelets côté E pour le mode propre 17.

4.2.5 Justification de la troncature de la base modale pour la composante résonante

Nous aurions pu considérer plus de 20 modes propres pour vérifier que la contribution résonante de la variance de l'amplitude modale devenait négligeable mais cela impliquait de prolonger davantage nos spectres des forces généralisées. Or, nous avons déjà approximé les spectres au delà du double de la fréquence de Nyquist, ça nous a permis de passer de 4 modes propres à 20 modes propres dans l'analyse en base modale, ce qui est considérable.

Nous avons vu que la contribution résonante de la variance de l'amplitude modale tendait à décroître au delà du 12^{ème} mode propre (Figures 31 et 32), permettant ainsi de mettre en évidence une convergence de l'analyse résonante en base modale.

Les composantes modales des contributions résonantes de l'effort normal des 6 éléments étudiés (Figure 37) deviennent faibles aux alentours du 14^{ème} mode propre. Cependant, nous n'avons étudié précisément que 6 éléments parmi 5720 éléments de l'ossature en n'analysant qu'un seul type d'effort correctement. En effet, si nous observons les modes propres 16 et 18 (Figures 23-q et -s), nous constatons que les potelets côté O sont fléchis considérablement sur leur hauteur et donc que les réponses modales statiques (moments de flexion) peuvent influencer les contributions résonantes des valeurs extrêmes des réponses. Nous décidons de conserver finalement les 20 premiers modes propres en supposant que l'approximation des moindres carrés de $f_{S_F^*}$ présente une faible erreur pour les derniers modes propres.

4.3 Comparaison des résultats en bases nodale et modale

La Figure 39 illustre la décomposition de la variance de l'effort normal. La contribution quasi-statique en base modale est moins précise qu'en base nodale car nous avons effectué la troncature de la base des modes propres (20 modes propres sont conservés). L'inconvénient de l'analyse en base nodale est la mémoire nécessaire pour effectuer les calculs mais son grand avantage est sa précision.

Considérons la contribution quasi-statique de l'effort normal dans la jambe de force qui présente une convergence rapide de la base modale vers la base nodale (courbes bleues et ligne verte à la Figure 40-a) avec seulement 20 modes propres. Pour les autres éléments (par exemple le potelet à la Figure 40-b), il

faudrait plus de modes propres pour obtenir une réponse convenable car la contribution quasi-statique de l'effort normal en base modale doit tendre vers celle en base nodale.

Si nous reprenons la relation (4.17), nous avons pour la contribution quasi-statique :

$$\sigma_{z_B,i}^2 = \sum_k^N \sum_l^N \Upsilon_{ik} \Upsilon_{il} \sigma_{q_B,kl}^2 \quad (4.20)$$

Appliquons l'approche SRSS en supposant $\sigma_{q_B,kl}^2 = 0$ pour $k \neq l$, la relation ci-dessus devient :

$$\sigma_{z_B,i,SRSS}^2 = \sum_k^N \Upsilon_{ik}^2 \sigma_{q_B,kk}^2 \quad (4.21)$$

Dans ce cas, la relation (4.21) traduit que plus le nombre de modes propres considérés est important, plus la réponse z_i s'accroît (courbe rouge à la Figure 40) alors que ce n'est pas nécessairement le cas lorsque nous considérons la contribution quasi-statique du coefficient de corrélation entre les modes propres.

Donc, pour l'approche CQC, la convergence des résultats obtenus en base modale vers la base nodale n'est pas nécessairement monotonement croissante et rien n'empêche la réponse en base modale de dépasser la réponse en base nodale a priori.

Par la suite, nous considérons que **les chargements de vent statiques équivalents doivent pouvoir reproduire n'importe quelle réponse extrême dont la contribution quasi-statique est obtenue en base nodale et la contribution résonante en base modale** (Chen and Kareem, 2001).

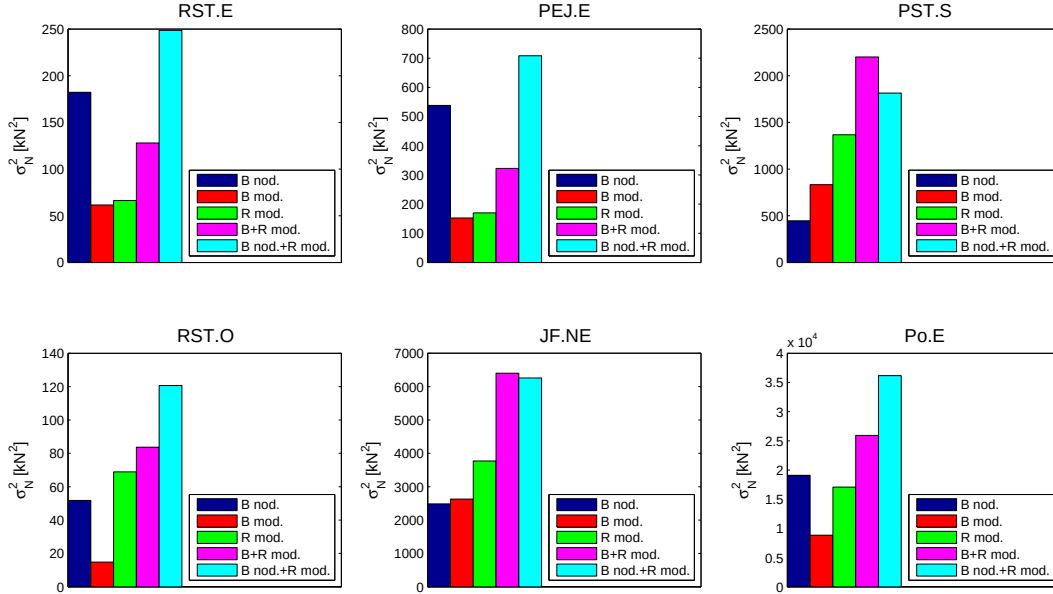


FIGURE 39: Décomposition de la variance de l'effort normal pour les 6 éléments étudiés.

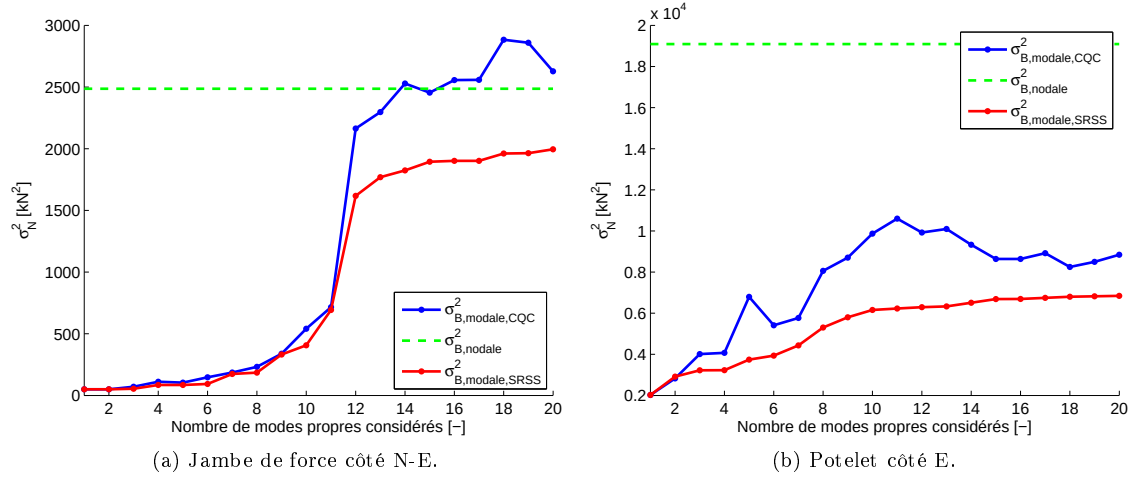


FIGURE 40: Convergence de la contribution quasi-statique de l'effort normal calculée en base modale vers la base nodale.

4.4 Résultats finals de l'analyse dynamique stochastique

La Figure 41 présente les résultats finals des analyses statique et dynamique stochastique en bases nodale et modale. Les contributions quasi-statique et résonante de l'effort normal sont ajoutées et soustraites à la moyenne de l'effort normal pour les 6 éléments étudiés.

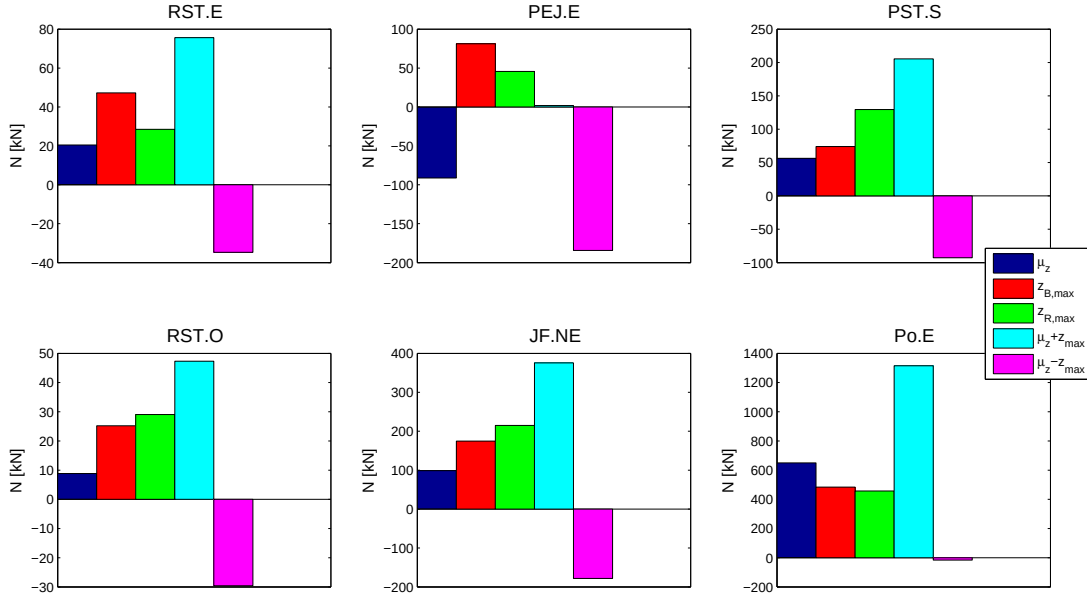


FIGURE 41: Efforts normaux minimum et maximum pour les 6 éléments étudiés.

4.5 Coefficient d'amplification dynamique C_d et rapport entre les contributions B/R des variances des efforts internes

Le coefficient d'amplification dynamique se définit comme le rapport suivant :

$$C_d = \frac{\sigma_{z,i}}{\sigma_{zB,i}} = \frac{\sqrt{\sigma_{zB,i}^2 + \sigma_{zR,i}^2}}{\sigma_{zB,i}} \quad (4.22)$$

Les Figures 42-a et -b illustrent les histogrammes du coefficient d'amplification dynamique pour tous les efforts internes et pour l'effort normal de tous les éléments respectivement. Nous constatons que seul 12% des efforts internes ont un coefficient d'amplification dynamique inférieur à 1,25. Vu que l'ossature est un treillis où les moments, les efforts tranchants sont considérés comme des efforts parasites dans la plupart des éléments, nous avons disposé ce second histogramme illustrant l'évolution du C_d de l'effort normal pour tous les éléments et même constat, seuls 11 % des éléments ont un coefficient d'amplification dynamique inférieur à 1,25.

Nous avons représenté les histogrammes du coefficient d'amplification dynamique pour différentes catégories d'éléments (Figure 43). Nous constatons que le nombre d'éléments ayant un coefficient d'amplification dynamique inférieur à 1,25 est faible, donc cette sous-estimation concerne tous les éléments de la structure. Pour les jambes de force, nous pouvons nous attendre à un coefficient d'amplification dynamique supérieur à 1,25 car la Figure 39 présentait la contribution résonante de la variance supérieure à la contribution quasi-statique. Or, nous savons que le coefficient d'amplification se réduit à la racine de 2, soit 1,414 lorsque les contributions quasi-statique et résonante s'égalent.

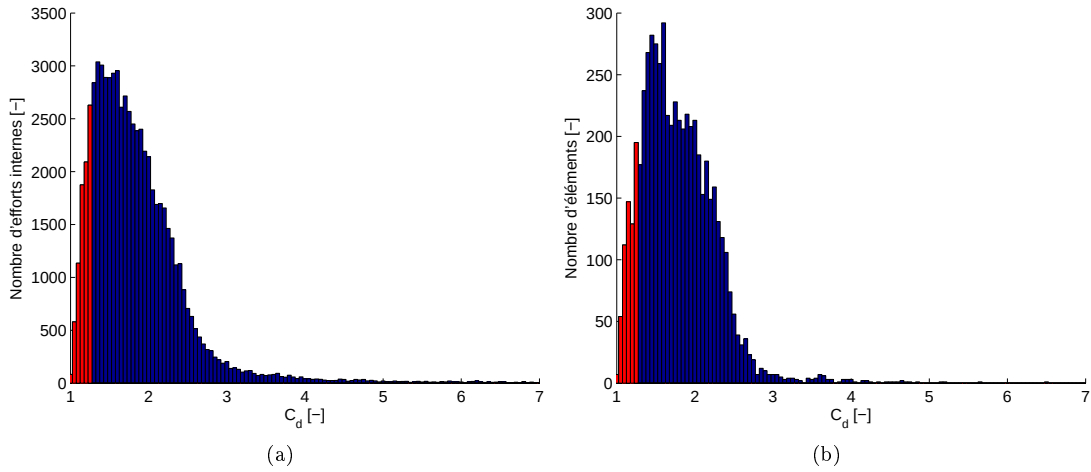


FIGURE 42: Histogrammes du coefficient d'amplification dynamique (a) pour tous les efforts internes (bâtonnets bleus) ; (b) de l'effort normal au sein de tous les éléments (bâtonnets bleus). Les bâtonnets rouges indiquent les parts des histogrammes ayant un coefficient d'amplification dynamique inférieur ou égal à 1,25.

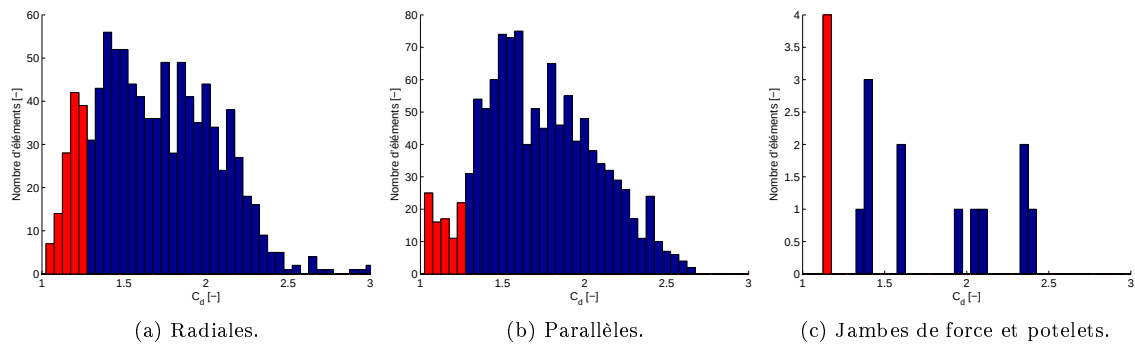


FIGURE 43: Coefficient d'amplification dynamique de l'effort normal pour différentes catégories d'éléments (bâtonnets bleus). Les bâtonnets rouges indiquent les parts des histogrammes ayant un coefficient d'amplification dynamique inférieur ou égal à 1,25.

Nous observons sur la Figure 44 qu'avec un coefficient d'amplification de 3, nous nous assurons d'avoir un effort normal supérieur ou égal à celui obtenu dans l'analyse pour 98 % des éléments. Cependant, ce coefficient risque de surestimer considérablement les efforts normaux dans de nombreux

éléments et d'être trop sécuritaire. Nous pouvons considérer qu'avec un coefficient d'amplification dynamique de 2, nous surestimons les valeurs des efforts dans 70 % des éléments, ce qui est raisonnable. Nous pouvons éventuellement envisager des coefficients d'amplification dynamique différents pour les éléments structuraux qui ont une zone d'influence importante. Notamment, nous pourrions imposer un coefficient d'amplification dynamique de 2,5 pour les jambes de force et les potelets.

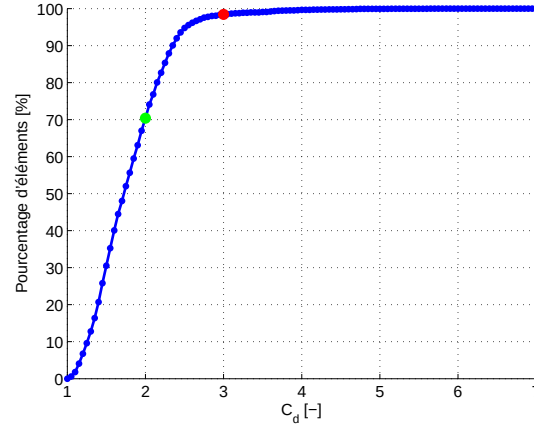


FIGURE 44: Pourcentage d'éléments dont le coefficient d'amplification de l'effort normal est inférieur ou égal au coefficient d'amplification dynamique donné.

Les coefficients d'amplification dynamique sont liés au chargement aérodynamique, à la surface d'influence de l'effort normal de l'élément et à la distribution des chargements modaux inertiels. En effet, par exemple, la radiale supérieure de la toiture côté O, nous observons une contribution résonante pour l'effort normal plus importante que la contribution quasi-statique (Figure 41) car la surface d'influence de cet élément est locale (Figure 22-d) et que l'écart-type du coefficient de pression est faible dans cette zone (Figure 10-b). Par contre, les CMI 4 et 9 (Figures 25-f et -i) présentent des composantes selon z importantes dans les zones préférentielles de chargement indiquées par les surfaces d'influence en axes globaux de l'effort normal dans la radiale (Figures 78-a, -b et -c), ce qui justifie l'importance relative de la contribution résonante par rapport à la contribution quasi-statique de l'effort normal et un coefficient d'amplification dynamique supérieur à la racine de 2 (Figure 41).

Si nous considérons une direction de vent Ouest, nous observons que l'écart-type du coefficient de pression est plus important, de l'ordre de 0,1 à 0,15 à proximité de la radiale (Figure 45-a) alors qu'il est seulement de 0,07 dans la carte de l'écart-type du coefficient de pression pour une direction Est (Figure 10-b). Les contributions moyenne, quasi-statique et résonante sont illustrées à la Figure 45-b, nous observons que, pour cette direction de vent Ouest, les contributions moyenne et quasi-statique s'approchent de 20 kN alors qu'elles n'étaient que de l'ordre de 10 kN pour la direction de vent Est (Figure 41). La direction de vent Ouest est prépondérante dans le dimensionnement de la RST.O par rapport à la direction de vent Est comme attendu. Et nous observons que la contribution quasi-statique de l'effort normal est plus importante que la contribution résonante, donc le coefficient d'amplification est inférieur à la racine de 2 et vaut même 1,17, soit bien inférieur à la valeur de 1,25.

Donc, utiliser un seul coefficient d'amplification dynamique pour une structure entière est illusoire car il varie de manière importante pour chaque catégorie d'éléments et pour un même élément il varie suivant la direction de vent.

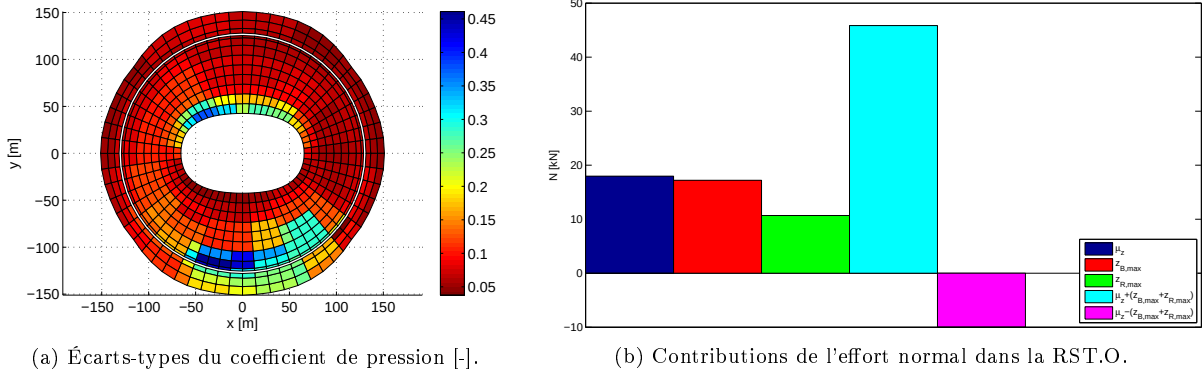


FIGURE 45: Direction de vent Ouest : chargement de vent et réponse de la RST.O.

Nous définissons le rapport entre les contributions quasi-statique et résonante de la variance d'une réponse par la variable b_z :

$$b_z = \frac{\sigma_{zB,i}^2}{\sigma_{zR,i}^2} \quad (4.23)$$

Nous constatons que le comportement de la structure est intermédiaire ($0,1 < b_z < 5$) mais tend à avoir un caractère plutôt résonant (Figure 46). Nous l'avons déjà constaté dans la décomposition B/R des variances des amplitudes modales (Figure 31), de nombreux modes propres présentaient des rapports b relativement faibles (Figure 33). Ces graphiques confirment la tendance que nous avons observée pour l'analyse du coefficient d'amplification dynamique, la contribution résonante est significative.

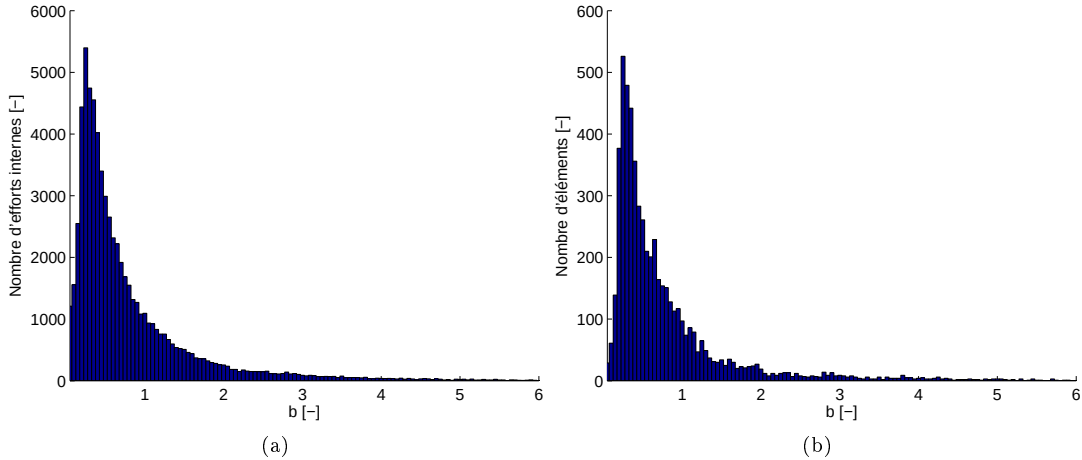


FIGURE 46: Histogramme du rapport entre les contributions quasi-statique et résonante de la variance (a) pour tous les efforts internes ; (b) pour l'effort normal de tous les éléments.

Partie III : Simplification du chargement aérodynamique

Troisième partie

Simplification du chargement aérodynamique

1 Chargements de vent statiques équivalents

Dans ce chapitre, les théories sur les chargements de vent statiques équivalents sont retranscrites en détails, pour mettre en évidence les facteurs influents et pour comprendre davantage le comportement de la structure face au chargement aérodynamique.

Pour rappel (chapitre 1.1), nous ne considérons pas la contribution moyenne du chargement μ_p dans la représentation des CVSE. De plus, nous nous contentons de présenter uniquement les résultats du CVSE qui maximise la $i^{\text{ème}}$ réponse dynamique maximum $z_{\max,i}$ car il suffit juste de multiplier par le facteur -1 pour retrouver le CVSE qui minimise la $i^{\text{ème}}$ réponse dynamique $z_{\min,i}$.

1.1 Contribution quasi-statique

1.1.1 Kasperski, 1991

La réponse d'une structure peut être liée aux forces nodales extérieures, $\mathbf{p}$, en employant la matrice des coefficients d'influence $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{z} = \mathbf{A}\mathbf{p} \quad (1.1)$$

La valeur extrême de la contribution quasi-statique de la réponse $z_{B,\max,i}$ est décrite comme un multiple de la contribution quasi-statique de l'écart-type de z_i :

$$z_{B,\max,i} = g_{B,i} \sigma_{z_{B,i}} = g_{B,i} \left(\sum_k^N \sum_l^N a_{ik} a_{il} \sigma_{p,kl}^2 \right)^{1/2} = g_{B,i} \frac{\left(\sum_k^N a_{ik} \sum_l^N a_{il} \sigma_{p,kl}^2 \right)}{\sigma_{z_{B,i}}} \quad (1.2)$$

où :

- $g_{B,i}$ est le facteur de pointe de la réponse $z_{B,i}$;
- $\sigma_{z_{B,i}}$ est la contribution quasi-statique de l'écart-type de z_i ;
- $\mathbf{a}_i$ correspond à la $i^{\text{ème}}$ ligne de la matrice $\mathbf{A}$;
- $\sigma_{p,kl}^2$ est la covariance entre le chargement p_k et p_l .

La matrice de covariance entre la réponse et le chargement $\mathbf{C}_{zp}$ est donnée par :

$$\mathbf{C}_{zp} = \mathbf{A}\mathbf{C}_p \quad (1.3)$$

où $\mathbf{C}_p$ est la matrice de covariance des chargements extérieurs.

La relation (1.3) peut s'exprimer également sous forme indicielle,

$$\sigma_{z_{Bp},ik}^2 = \sum_l^N a_{il} \sigma_{p,lk}^2 = \rho_{z_{Bp},ik} \sigma_{z_{B,i}} \sigma_{p,k} \quad (1.4)$$

où $\rho_{z_{Bp},ik}$ est le coefficient de corrélation entre la réponse $z_{B,i}$ et le chargement p_k .

Le chargement le plus probable associé à une réponse extrême spécifique, $z_{B,\max,i}$, est :

$$\mu_{p/z_{B,\max,i}} = \frac{z_{B,\max,i} \sigma_{z_{B,i}p}}{\sigma_{z_{B,i}}^2} = g_{B,i} \frac{\sigma_{z_{B,i}} \sigma_{z_{B,i}p}}{\sigma_{z_{B,i}}^2} = g_{B,i} \frac{\sigma_{z_{B,i}p}}{\sigma_{z_{B,i}}} \quad (1.5)$$

où :

- $\mu_{p/z_{B,\max,i}}$ est le vecteur comprenant les moyennes des densités de probabilité conjointes entre les processus aléatoires, supposés **gaussiens**, des chargements p_k (k variant de 1 à N) et $z_{B,\max,i}$;
- $\sigma_{z_{B,i}p}$ est le vecteur comprenant les covariances entre les chargements p_k (k variant de 1 à N) et $z_{B,\max,i}$.

Écrivons la relation (1.5) sous forme indicielle :

$$\mu_{p_k/z_{B,\max,i}} = g_{B,i} \frac{\sigma_{z_{Bp},ik}}{\sigma_{z_{B,i}}} = g_{B,i} \frac{\rho_{z_{Bp},ik} \sigma_{z_{B,i}} \sigma_{p,k}}{\sigma_{z_{B,i}}} = g_{B,i} \rho_{z_{Bp},ik} \sigma_{p,k} \quad (1.6)$$

Introduisons la relation (1.4) dans la relation (1.2) :

$$z_{B,max,i} = \sum_k^N a_{ik} \underbrace{g_{B,i} \rho_{z_{B,p,ik}} \sigma_{p,k}}_{p_{B,ik}^e = \mu_{p,k} / z_{B,max,i}} = \mathbf{a}_i \mathbf{p}_{B,i}^e \quad (1.7)$$

Un chargement statique équivalent de vent $\mathbf{p}_{B,i}^e$ sera défini pour maximiser chaque effort $z_{B,i}$ et pour obtenir les valeurs concomitantes aux autres efforts dans la structure. Ce CVSE $\mathbf{p}_{B,i}^e$ ne comprendra qu'un **seul facteur de pointe $g_{B,i}$ pour l'ensemble des efforts dans la structure** (relation (1.7)), ce qui est délicat car il est possible que le facteur de pointe soit supérieur ou inférieur à cette valeur fixée par l'Eurocode pour un autre effort et que nous sous-estimons ou surestimons la réponse de manière excessive. Dans le cadre de ce travail, nous avons supposé que le facteur de pointe $g_{B,i}$ est égal à 3,5 comme prescrit dans l'Eurocode NF EN 1991-1-4 car cette discussion sort du cadre d'un travail de fin d'études, et doit être abordée plutôt dans un travail de recherche scientifique.

1.1.2 Analyse de la contribution quasi-statique des chargements de vent statiques équivalents

La **contribution quasi-statique du CVSE** dépend du champ de pression (relation (1.7)), plus précisément de la **composante fluctuante des pressions enregistrées aux différents capteurs $\mathbf{p}_{capt}$** (Figure 10-b). La carte de l'écart-type du coefficient de pression n'intègre pas de signe, ni de facteur de pointe, contrairement au CVSE qui comprend un signe et un facteur de pointe imposé à 3,5. Cette carte multiplié par le facteur de pointe à 3,5 constitue un ensemble de valeurs maximales ou minimales que peuvent prendre les CVSE :

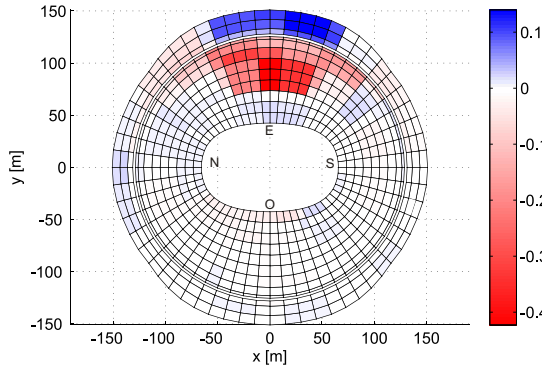
$$-g_{B,i} \sigma_{p,k} \leq p_{B,ik}^e \leq g_{B,i} \sigma_{p,k} \quad (1.8)$$

En effet, nous ne pouvons trouver un chargement non nul du CVSE appliquée sur une plaque non sollicitée par le vent ($\sigma_{p,k} = 0$) dans la réalité.

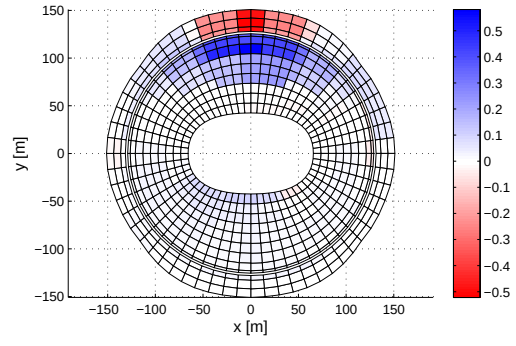
Les CVSE définis par Kasperski ont une signification physique car pour rappel, un CVSE se définit comme le chargement qui maximise un effort donné et dont les autres efforts sont les valeurs les plus probables sollicitant les autres éléments de la structure, en d'autres termes les valeurs concomitantes (relation (1.5)).

La Figure 47 illustre les chargements de vent statiques équivalents associés aux efforts étudiés, la Figure 47-a rappelle l'orientation des axes E-O, N-S.

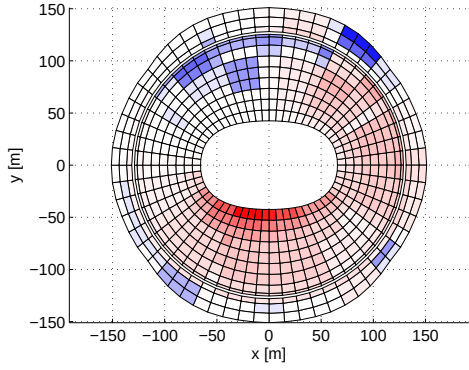
Analysons la Figure 47-a illustrant le CVSE de l'effort normal dans la radiale de la toiture côté E. La surface d'influence (Figure 22-a) nous indique que le chargement doit être maximisé juste au dessus de la radiale et à la jupe côté E (couleurs chaudes) et de minimiser, voir de signe contraire à proximité de l'anneau intérieur de la toiture côté E et à proximité des axes N-E et S-E (zones bleues). La carte de l'écart-type (10-b) nous indique que le chargement maximal possible juste au dessus de la radiale est de 0,15 [-], de 0,10 [-] à proximité des axes N-E et S-E, de 0,15 à 0,20 [-] pour la jupe côté E et de 0,05 [-] pour l'anneau intérieur de la toiture côté E. Nous constatons que le CVSE s'approche de la valeur maximale à proximité de la radiale, soit un coefficient de pression de -0,42 [-] (ou -0,12 sans prise compte du facteur de pointe) et tend à diminuer de part et d'autre de cette radiale. Le coefficient de pression est faible voire nul à proximité des axes N-E et S-E. Idéalement pour maximiser davantage l'effort dans la radiale le chargement aurait du devenir positif dans cette zone (de couleur bleue).



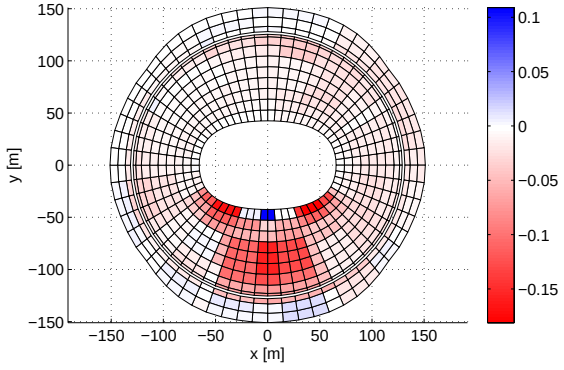
(a) Radiale supérieure de la toiture côté E (RST.E).



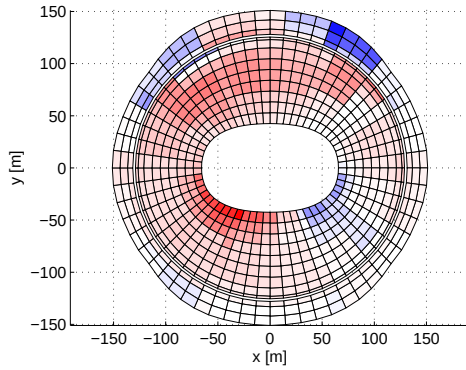
(b) Parallèle extérieure de la jupe côté E (PEJ.E).



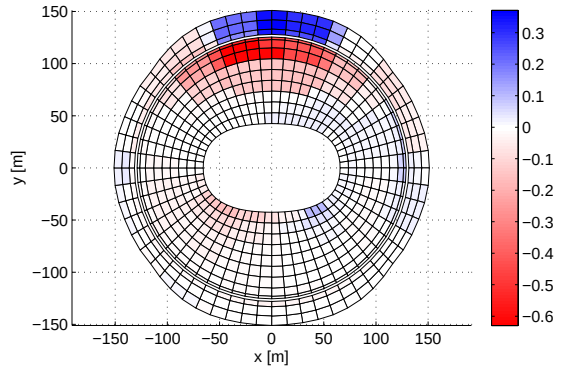
(c) Parallèle supérieure de la toiture côté S (PST.S).



(d) Radiale supérieure de la toiture côté O (RST.O).



(e) Jambe de force côté N-E (JF.NE).



(f) Potelet côté E (Po.E).

FIGURE 47: Coefficients de pression [-] des CVSE (B) des efforts normaux pour les 6 éléments étudiés.

La relation (1.7) traduit que le **chargement de vent statique équivalent dépend de la réponse quasi-statique, donc de la surface d'influence et des pressions de vent. Les chargements de vent statiques équivalents intègrent donc la cohérence du vent, en d'autres termes la taille des tourbillons (relation (1.4)). Le CVSE ne peut changer de signe brusquement d'une plaque à l'autre sauf si la taille du tourbillon est vraiment faible. Le vent venant de l'Est rencontre la structure mais n'a pas eu le temps de se décomposer en tourbillons de tailles très faibles.**

Au niveau de la jupe, le CVSE devrait être négatif (en dépression) pour maximiser l'effort normal dans la radiale mais ce n'est pas le cas, la valeur du coefficient de pression est de $+0,14$ (ou $+0,04$ sans facteur de pointe) mais reste bien inférieure à la valeur maximale de l'écart-type des coefficients de pression qui était de $0,15$ à $0,20$ [-]. Lorsque la toiture est en dépression, la jupe se trouve en surpression et inversement. A proximité de l'anneau intérieur, le CVSE est pratiquement nul et n'a pas eu le temps d'inverser de signe. Notons que si nous parcourons la toiture de la périphérie vers l'intérieur, le coefficient de pression s'annule rapidement car les capteurs ont des zones d'influence importantes au milieu de la radiale, notamment nous observons 6 mailles avec la valeur maximale de dépression à $-0,42$ (couleur rouge foncé) puis une valeur nulle vers l'anneau intérieur (couleur blanche). Afin d'avoir plus de précisions, un nombre plus élevé de capteurs serait enviable mais leurs nombres et leurs dispositions sont limités par des contraintes technologiques (encombrement, système d'acquisition synchrones, etc.,...).

La Figure 47-d illustre le CVSE de l'effort normal dans la radiale de la toiture côté O. La surface d'influence (Figure 22-d) est similaire à celle de la radiale de la toiture côté E (Figure 22-a) mais nous constatons que les CVSE sont différents. La seule possibilité pour qu'il y ait une telle différence n'est pas liée au caractéristique mécanique de l'élément (surface d'influence) mais plutôt au chargement de vent fluctuant (Figure 10-b). Cette fois-ci nous observons que le coefficient de pression maximal est de $-0,18$ [-] à proximité de la radiale ($-0,05$ [-] sans le facteur de pointe), soit la valeur maximale de l'écart-type du coefficient de pression dans cette zone. Le coefficient de pression diminue vers l'anneau en devenant positif, il atteint la valeur de $+0,11$ [-] ($+0,03$ [-] sans facteur de pointe) qui est bien inférieure à la valeur de l'écart-type du coefficient de pression qui vaut $0,3$ [-] car la cohérence reste tout de même importante. Nous avons constaté précédemment sur la Figure 11-c que le coefficient de corrélation des pressions est relativement important même pour des zones distantes de l'anneau intérieur, cela nous a permis de conclure que la taille des tourbillons a été réduite légèrement après la rencontre de la structure côté E mais reste relativement importante côté O. La jupe est très peu sollicitée côté O vu les valeurs faibles de l'écart-type du coefficient de pression, le CVSE de la radiale de la toiture côté O le confirme. Cette zone n'est pas soumise directement au vent contrairement à la jupe côté E.

La Figure 47-b illustre le CVSE de l'effort normal dans la parallèle extérieure de la jupe côté E. La surface d'influence (Figure 22-b) nous indique que le chargement doit être maximisé au niveau de la jupe et minimisé au niveau de la périphérie de la toiture. Nous observons que le coefficient de pression du CVSE au niveau de la jupe tend vers la valeur maximale de l'écart-type du coefficient de pression, soit $+0,58$ [-] ($+0,17$ [-] sans le facteur de pointe). Cependant, il n'atteint pas la valeur maximale au niveau de la toiture, soit $-0,52$ [-] ($-0,15$ [-] sans le facteur de pointe) qui est bien inférieure à l'écart-type du coefficient de pression de $0,25$ - $0,30$ [-]. Les pressions au niveau de la jupe et des plaques à proximité de l'arête vive de la toiture ne sont pas fortement corrélées, c-à-d proche de -1 (Figure 11-b). Rien ne nous assure que les extrema des pressions au niveau de la jupe et à proximité de l'arête de vive dans la carte de l'écart-type du coefficient de pression soient atteintes simultanément. Cette direction de vent est sans doute dimensionnante pour cet élément.

Traisons le CVSE de l'effort normal dans la parallèle supérieure de la toiture côté S (Figure 47-c). La surface d'influence (Figure 22-c) indique que le chargement doit être maximisé à proximité de la parallèle (couleurs chaudes) et minimisé dans les axes S-O et N-E de la toiture (couleur bleu foncé). L'écart-type du coefficient de pression est négligeable à proximité de la parallèle (Figure 10-b), le chargement s'est donc surtout maximisé dans l'axe S-O car l'écart-type du coefficient de pression est très important au niveau de l'anneau intérieur de la toiture. Cependant, les zones bleu foncé de la surface d'influence ont un effet moindre que les zones de couleurs chaudes à proximité de la parallèle mais elles offrent des surfaces très importantes.

La surface d'influence (Figure 22-f) du potelet dénote une zone de chargement à maximiser à proximité de l'arête vive de la toiture en périphérie où l'écart-type du coefficient de pression est maximum (Figure 10-b). La valeur maximale du CVSE (Figure 22-f) observée est à $-0,62$ [-] (soit $-0,18$ [-] sans le facteurs de pointe). La valeur maximale de l'écart-type du coefficient de pression n'est pas atteinte parce que la distribution de l'écart-type du coefficient de pression n'est pas symétrique au niveau de la jupe, elle charge davantage la zone en bleu de la surface d'influence et ce chargement est moyennement corrélé à une augmentation de la pression de la toiture (coefficient de corrélation compris dans l'intervalle $[0,2;0,4]$ (zone verte de la jupe à la Figure 11-b)) .

La surface d'influence de la jambe de force (Figure 22-e) illustre une zone de chargement à maximiser

au niveau de l'axe N-E à proximité de l'anneau intérieur (couleurs chaudes) et à minimiser au niveau de la jupe dans le prolongement de la faille (couleurs bleues). Donc, les zones où l'écart-type du coefficient de pression est faible (Figure 10-b). Nous observons que le CVSE (Figure 47-e) est maximisé dans les zones de couleur vert vif de la surface d'influence qui sont importantes en termes de superficie mais qui présentent des valeurs faibles. Cet exemple est similaire à la parallèle supérieure de la toiture côté S, la direction de vent n'est pas dimensionnante car l'écart-type du coefficient de pression présente de faibles valeurs dans les zones de valeurs extrêmes de la surface d'influence. Si nous considérons une direction vent venant de l'Ouest au lieu de l'Est, nous observons que l'écart-type du coefficient de pression atteint la valeur de 0,45 [-] au niveau de la faille N-E (Figure 48-a) et que le CVSE présente un coefficient de pression de -1,45 [-] (soit -0,42 [-] sans le facteur de pointe) à la Figure 48-b. Le CVSE met en évidence l'importance de considérer différentes directions de vent pour le dimensionnement de la structure.

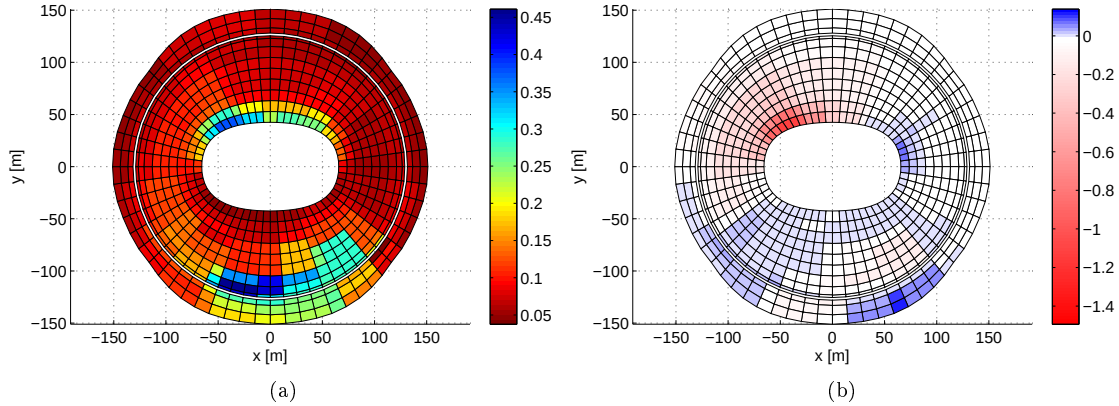


FIGURE 48: Direction de vent Ouest - (a) Carte de l'écart-type du coefficient de pression [-] ; (b) CVSE (carte de coefficients de pression [-]) de l'effort normal dans la force de jambe.

1.2 Contribution dynamique

1.2.1 Chen et Kareem, 2001

Utilisant le principe de superposition **modale**, les déplacements nodaux peuvent être présentés comme :

$$\mathbf{x} = \mathbf{\Phi} \mathbf{q} \quad (1.9)$$

- $\mathbf{\Phi}$ est la matrice des modes propres ;
- $\mathbf{q}$ est le vecteur des amplitudes modales.

Si nous reprenons la relation (1.7), nous avons :

$$\mathbf{p} = \mathbf{K} \mathbf{x} = \mathbf{K} \mathbf{\Phi} \mathbf{q} = \mathbf{K} \sum_{m=1}^M \phi_m q_m = \sum_{m=1}^M \omega_m^2 \mathbf{M} \phi_m q_m = \sum_{m=1}^M \psi_m q_m = \mathbf{\Psi} \mathbf{q} \quad (1.10)$$

où $\mathbf{\Psi} = \mathbf{K} \mathbf{\Phi}$ est la matrice des chargements modaux inertiels.

L'équation (1.10) traduit que la réponse dynamique peut être considérée comme une réponse statique sous des chargements modaux inertiels.

Les réponses, $\mathbf{z}$, peuvent être calculées à travers une analyse statique et exprimées à partir de la matrice d'influence, $\mathbf{A}$ comme :

$$\mathbf{z} = \mathbf{A} \mathbf{p} = \mathbf{A} \sum_{m=1}^M \psi_m q_m = \sum_{m=1}^M \mathbf{v}_m q_m = \mathbf{\Upsilon} \mathbf{q} \quad (1.11)$$

avec $\mathbf{\Upsilon} = \mathbf{A}\mathbf{\Psi}$ est la matrice des réponses modales statiques.
La valeur extrême absolue est donnée par l'approche CQC comme :

$$\begin{aligned}
z_{max,i} &= g_i \sigma_{z,i} \\
&= g_i \left(\sum_m^M \sum_n^M v_{im} v_{in} \sigma_{q,mn}^2 \right)^{1/2} \\
&= g_i \left(\sum_m^M \sum_n^M v_{im} v_{in} \rho_{q,mn} \sigma_{q,m} \sigma_{q,n} \right)^{1/2} \\
&= \left(\sum_m^M \sum_n^M \sigma_{v,im} \sigma_{v,in} \rho_{q,mn} \right)^{1/2}
\end{aligned} \tag{1.12}$$

où :

- $\sigma_{v,im} = g_i v_{im} \sigma_{q,m}$ est l'écart-type de la réponse i dans le mode m multiplié par le facteur de pointe g_i de la réponse z_i ;
- $\sigma_{q,m}$ est l'écart-type de l'amplitude modale q_m .

Alternativement, l'équation (1.12), peut être réécrite dans une forme similaire à l'approche CRC :

$$z_{max,i} = \sum_m^M \sigma_{v,im} \frac{\left(\sum_n^M \sigma_{v,in} \rho_{q,mn} \right)}{g_i \sigma_{z,i}} = \sum_m^M \sigma_{v,im} W_{im} \tag{1.13}$$

où le facteur de poids est égal à

$$W_{im} = \frac{\left(\sum_n^M \sigma_{v,in} \rho_{q,mn} \right)}{g_i \sigma_{z,i}} \tag{1.14}$$

En utilisant la relation suivante :

$$\sigma_{v,im} = g_i v_{im} \sigma_{q,m} = g_i \mathbf{a}_i \boldsymbol{\psi}_m \sigma_{q,m} = \mathbf{a}_i \boldsymbol{\sigma}_{\psi,m} \tag{1.15}$$

et $\boldsymbol{\sigma}_{\psi,m} = g_i \boldsymbol{\psi}_m \sigma_{q,m}$ est l'écart-type de la $m^{\text{ème}}$ force modale multiplié par le facteur de pointe g_i .
L'équation (1.13) peut-être réécrite comme :

$$z_{max,i} = \sum_m^M \sigma_{v,im} W_{im} = \mathbf{a}_i \sum_m^M \boldsymbol{\sigma}_{\psi,m} W_{im} \tag{1.16}$$

où W_{im} = facteur de poids de $\boldsymbol{\sigma}_{\psi,im}$.

En conséquence, la distribution de chargement de vent statique équivalent pour z_i est donnée en termes de combinaison linéaire de $\boldsymbol{\sigma}_{\psi,m}$ comme :

$$\mathbf{p}_i^e = \sum_m^M W_{im} \boldsymbol{\sigma}_{\psi,m} \quad z_{max,i} = \mathbf{a}_i \mathbf{p}_i^e \tag{1.17}$$

Remarquons à ce stade que séparer la réponse et le chargement de vent correspondant en composantes quasi-statique et résonante n'est pas une étape nécessaire pour l'évaluation de la distribution de chargement statique équivalent. Cependant, le calcul de la réponse quasi-statique directement à partir de la distribution de chargement extérieure est plus efficace que le calcul effectué par l'approche modale, dans lequel un plus grand nombre de modes est requis que pour l'analyse de la réponse résonante.

La réponse quasi-statique et la distribution de chargement statique équivalent sont données par la relation (1.7). La réponse résonante et les chargements modaux inertiels correspondants peuvent être déterminés à partir de la relation (1.17).

La valeur totale extrême absolue est ensuite donnée par :

$$z_{max,i} = g_i \sigma_{z,i} = g_i \sqrt{\sigma_{z_B,i}^2 + \sigma_{z_R,i}^2} = \left(g_i \sigma_{z_B,i} W_{B,i} + \sum_m^M \sigma_{v_R,im} W_{R,im} \right) = \mathbf{a}_i \left(\mathbf{p}_{B,i}^e W_{B,i} + \sum_m^M \boldsymbol{\sigma}_{\psi_R,m} W_{R,im} \right) \quad (1.18)$$

W_i^B et W_{im}^R sont les facteurs de poids pour le chargement quasi-statique et résonant qui sont donnés par :

$$W_{B,i} = \frac{\sigma_{z_B,i}}{\sigma_{z,i}} \quad W_{R,im} = \frac{\sum_n^M \sigma_{v_R,in} \rho_{qR,mn}}{g_i \sigma_{gz,i}} \quad (1.19)$$

Contrairement à la méthode CRC de Kasperski, Chen et Kareem ne se limitent pas qu'à la détermination d'un CVSE pour la composante quasi-statique de la réponse extrême. Ils définissent le CVSE comme une combinaison linéaire de ses composantes quasi statiques et résonantes pondérées par des facteurs de poids W (relation (1.18)).

Notons qu'à nouveau, nous imposons le facteur de pointe $g_i = 3, 5$ comme prescrit dans l'Eurocode pour les mêmes raisons évoquées précédemment.

1.2.2 Analyse des contributions dynamiques des chargements de vent statiques équivalents

Notons que l'écart-type du chargement modal inertiel $\boldsymbol{\sigma}_{\psi_R,m}$ correspond au chargement modal inertiel $\boldsymbol{\psi}_m$ (CMI) multiplié par le facteur de pointe et l'écart-type de l'amplitude modale correspondante (relation (1.15)).

Pour rappel, la contribution quasi-statique d'un CVSE $\mathbf{p}_{B,i}^e$ est liée directement au chargement de vent et est perpendiculaire aux plaques. La contribution quasi-statique d'un CVSE constitue un ensemble de coefficients de pression considérés aux différents capteurs.

La contribution résonante d'un CVSE s'exprime comme combinaison linéaire des écarts-types des chargements modaux inertiels. Les chargements modaux inertiels possèdent, a priori, des composantes de chargements pour n'importe quelle degré de liberté et à tous les nœuds de la structure. Contrairement au chargement aérodynamique, ils ne sont pas nécessairement perpendiculaires aux plaques. La représentation selon des axes globaux est plus appropriée pour cette seconde contribution des CVSE. Il en sera de même pour la contribution quasi-statique et dynamique, somme des contributions quasi-statique et résonante. Donc, nous illustrons les forces nodales énergétiquement équivalentes des différentes contributions du CVSE suivant les 3 axes globaux.

Les annexes V-6, V-7 et V-8 reprennent les contributions quasi-statiques, résonantes et dynamiques des CVSE exprimées dans les axes globaux pour les efforts qui ne sont pas repris dans ce chapitre. L'annexe V-1 reprend les surfaces d'influence des efforts normaux pour les 6 éléments étudiés dans les axes globaux. Notons que pour les contributions résonantes et dynamiques des CVSE, nous ne représentons pas les moments de flexion et de torsion aux extrémités des éléments car ils sont plus difficiles à comprendre physiquement. Les contributions quasi-statiques intègrent le facteur de poids W_B dans les différentes illustrations car cela permettra de visualiser l'importance de la contribution quasi-statique par rapport à la contribution résonante au niveau du chargement.

La contribution quasi-statique du CVSE dépend du chargement de vent et ne peut présenter des valeurs importantes dans les zones de coefficients de pression faibles ou nuls (Figure 10-b) même si la surface d'influence présente de grandes valeurs dans ces mêmes zones. De plus, nous avons vu précédemment que le CVSE intègre la cohérence du vent et ne peut présenter des valeurs extrêmes de signe opposé brusquement d'une plaque à l'autre surtout à proximité de la zone d'attaque du vent sur la structure car la taille des tourbillons est importante.

La contribution résonante du CVSE dépend des chargements modaux inertiels amplifiés ou non par le facteur de poids correspondant. Ce facteur de poids W_R intègre la réponse modale statique (relation (1.19)), donc le produit $\mathbf{a}_i \boldsymbol{\psi}_m$ (relation (1.15)) traduisant la projection des CMI sur la surface d'influence d'une réponse z_i donnée. Certains CMI seront amplifiés en fonction de leur distribution, si elle coïncide avec les zones préférentielles de chargement indiquées par la surface d'influence.

Les CMI peuvent présenter des valeurs importantes également dans les zones d'écart-types de coefficients de pression faibles. Donc, ces chargements peuvent mieux approcher les surfaces d'influence que la contribution quasi-statique du CVSE car ils ne sont pas contraints par les valeurs extrêmes de la distribution du chargement de vent. D'ailleurs, la contribution résonante du CVSE de l'effort normal du potelet côté Est (Figures 49-d, -e et -f) présente des distributions de chargement qui suivent exactement la surface d'influence représentée dans les 3 axes globaux aux Figures 78-g, -h et -i en annexes. Notamment la composante selon z est relativement importante au niveau de la jupe et à proximité de l'anneau intérieur de la toiture pour la contribution résonante du CVSE (Figure 49-f) par rapport à la composante selon z de la contribution quasi-statique du CVSE (Figure 49-c). Le constat est identique, la composante horizontale selon x est importante pour la contribution résonante du CVSE (Figure 49-d) et est en adéquation avec la surface d'influence correspondante dont les zones de couleurs chaudes sont très étendues (Figure 78-g).

Les valeurs extrêmes de la contribution quasi-statique du CVSE sont de l'ordre de 10 fois (pour les valeurs positives) et 3 fois (pour les valeurs négatives) les valeurs extrêmes de la contribution résonante du CVSE. Cependant, nous avons vu précédemment que la contribution résonante du CVSE suivait davantage la surface d'influence (selon x et z notamment) avec des zones de chargement plus étendues. Donc finalement, pour cet exemple, il n'est pas évident d'identifier la contribution la plus d'influente dans l'effort normal au sein du potelet côté Est. A la Figure 41, nous constatons que les contributions quasi-statique et résonante de l'effort normal sont pratiquement identiques.

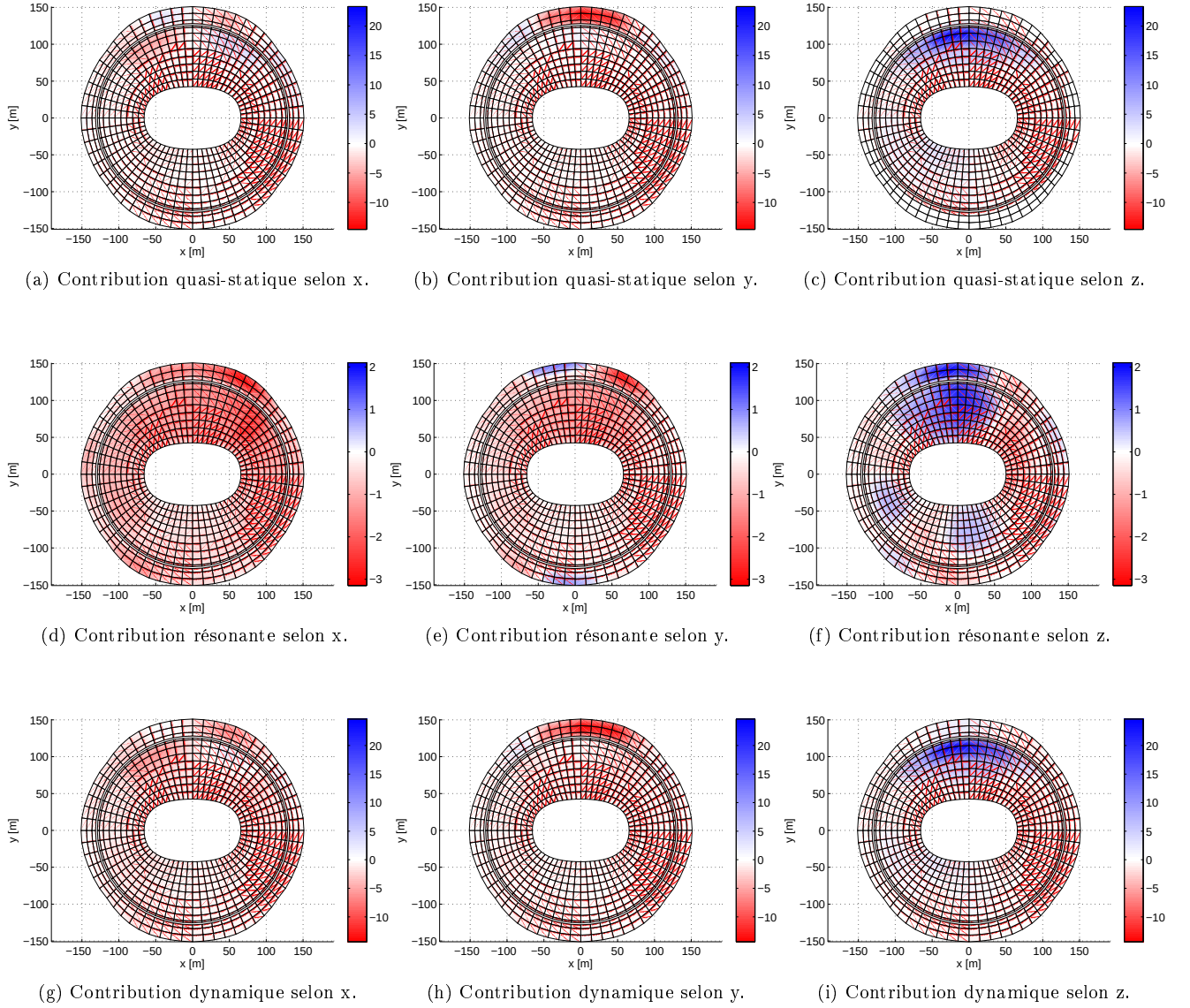


FIGURE 49: Forces nodales énergétiquement équivalentes [kN] (a), (b) et (c) de la contribution quasi-statique ; (d), (e) et (f) de la contribution résonante; (g), (h) et (i) de la contribution dynamique du chargement de vent statique équivalent qui maximise l'effort normal dans le potelet côté Est (Po.E).

La Figure 50 illustre les contributions quasi-statique, résonante et dynamique du CVSE de l'effort normal au sein de la radiale supérieure de la toiture côté Est. La surface d'influence présente des faibles valeurs selon x (Figure 77-a), et des zones préférentielles de chargement locales pour les deux autres directions (Figures 77-b et -c). La contribution quasi-statique présente des valeurs importantes selon y et z (Figures 50 -b et -c) par rapport à la contribution résonante notamment au niveau des zones préférentielles de chargement indiquées par la surface d'influence. Nous pouvons déduire que la contribution quasi-statique de la réponse sera plus importante que la contribution résonante (Figure 41).

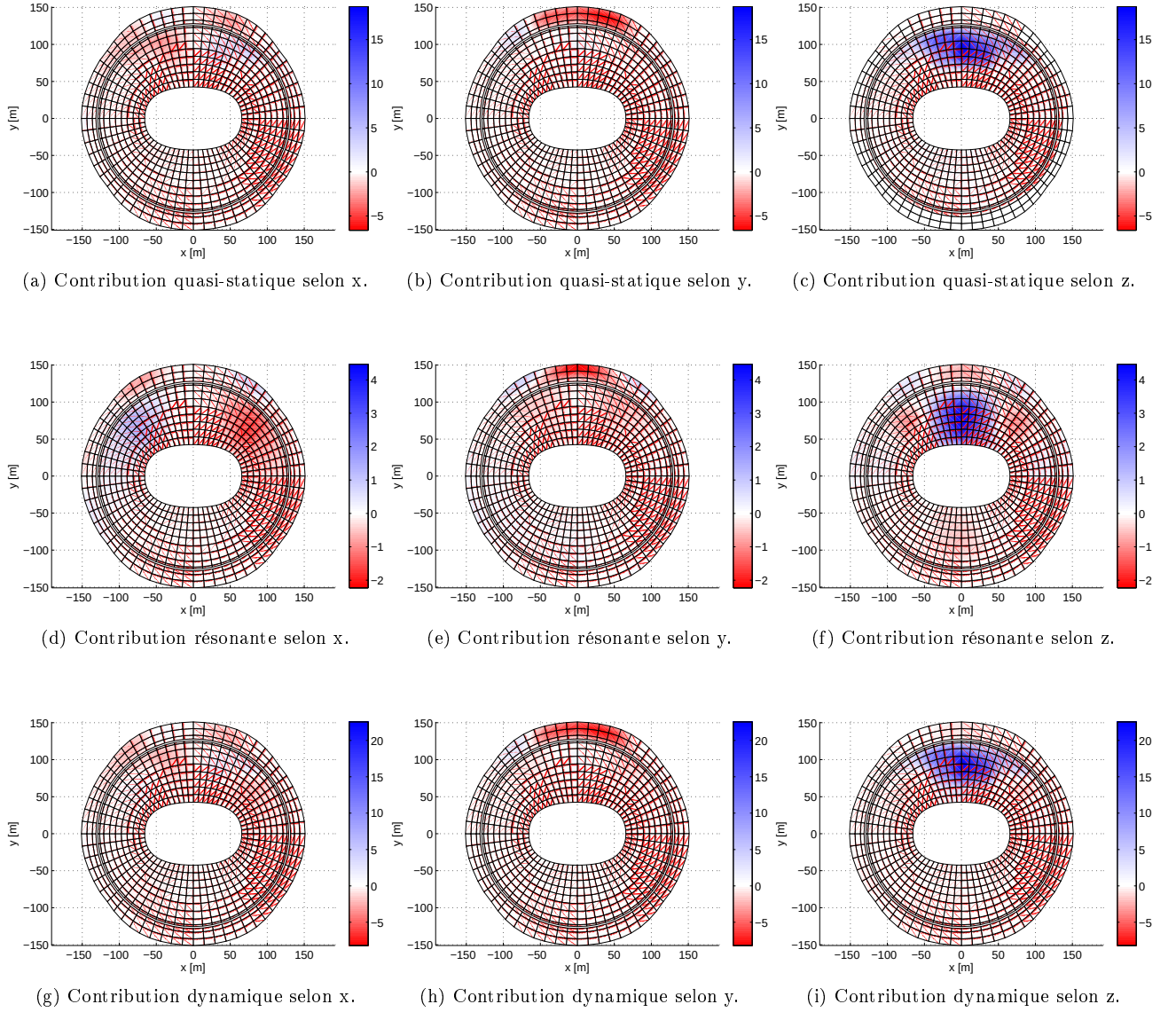


FIGURE 50: Forces nodales énergétiquement équivalentes [kN] (a), (b) et (c) de la contribution quasi-statique ; (d), (e) et (f) de la contribution résonante ; (g), (h) et (i) de la contribution dynamique du chargement de vent statique équivalent qui maximise l'effort normal dans la radiale supérieure de la toiture côté Est (RST.E).

Représentons à présent l'importance de chaque facteur de poids W_R pour la définition d'un CVSE qui maximise la contribution résonante de l'effort normal en chacun des 6 éléments étudiés (Figure 51).

Nous constatons que ces graphiques en bâtonnets suivent les tendances des composantes modales de la contribution résonante de l'effort normal (Figure 37). En effet, le facteur de poids associé au premier CMI est le plus important pour l'effort normal dans le potelet et la première composante modale de la contribution résonante était au moins 6 fois plus grande que les autres composantes. Nous ne retrouvons pas ce rapport de 6 dans les facteurs de poids, car ces derniers sont proportionnels à l'écart-type l'amplitude modale et non à la variance de l'amplitude modale (relation (1.15)). En fait, les variances des amplitudes modales apparaissant dans l'approche CQC se décomposent suivant deux facteurs dont l'un apparait dans le facteur de poids W_R et dont le second multiplie le CMI pour donner l'écart-type du CMI $\sigma_{\psi_R, m}$. Dans la décomposition B/R des variances des amplitudes modales (Figure 31), nous constatons que le rapport entre les contributions résonantes des variances des deux premières

amplitudes modales est de 6, donc le rapport des écart-types correspondant est de l'ordre de 2, 4. Donc, les deux premiers CMI sont multipliés par des facteurs ayant pour rapport 2, 4 et le rapport entre leur facteur de poids est environ de 2, ces deux observations permettent de conclure que le premier CMI est prépondérant dans la définition du CVSE de l'effort normal dans le potelet. Nous devons toujours garder à l'esprit que les chargements modaux inertiels sont multipliés par des écart-types d'amplitude modale, que les facteurs de poids sont proportionnels à ces écarts-types et intègrent la projection des CMI sur la surface d'influence de la réponse.

Le premier CMI (Figure 24-a, -b et -c) correspond à un déplacement transversal global de la structure selon l'axe N-S, ce qui sollicite le système de contreventement des façades E et O et donc le potelet côté E. D'ailleurs, il s'agit du seul CMI qui comporte des forces nodales énergétiquement équivalentes importantes selon x (Figure 24-a). Et nous avons vu précédemment que la composante horizontale du CVSE de la contribution résonante était importante selon x (Figure 49-a).

Pour la radiale de la toiture côté E, nous avons le facteur de poids W_R associé au 10^{ème} CMI qui est important et ce constat est identique à ce qui a été observé précédemment à la Figure 37. Le 10^{ème} CMI est prépondérant, d'ailleurs la composante selon z à la Figure 25-l se retrouve à la Figure 50-f et elle sollicite le treillis en flexion, donc la radiale supérieure en traction.

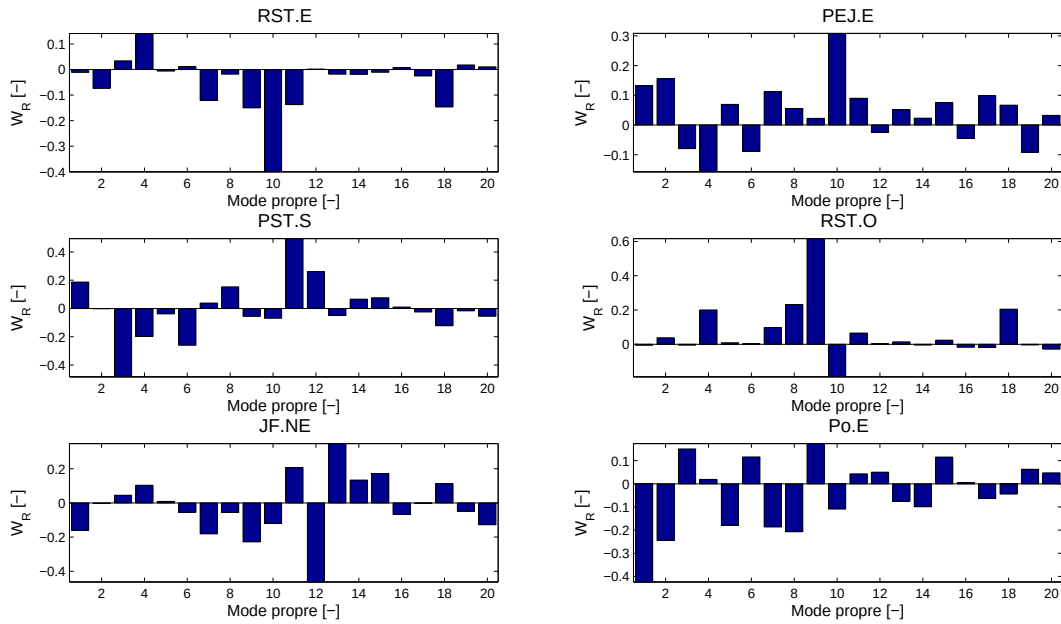


FIGURE 51: Facteurs de poids W_R

La Figure 52 illustre les CVSE des efforts normaux selon l'axe z global pour les 4 éléments restants. Nous ne les analyserons pas en détail, les autres composantes selon x et y sont disposées en annexes (chapitre V-8). Nous observons l'influence du 9^{ème} CMI selon z (Figure 25-i) dans la définition du CVSE de l'effort normal au sein de la radiale supérieure de la toiture côté Ouest (Figure 52-c). Le CVSE de l'effort normal au sein de la jambe de force (Figure 52-d) est principalement une combinaison du premier CMI et du 12^{ème} CMI (Figures 24-c, 25-o), les forces nodales énergétiquement équivalentes s'additionnent au Nord et se soustraient au Sud. Il est plus difficile de retracer les CMI pour les deux autres CVSE graphiquement sur la Figure 52 mais nous pouvons toujours déterminer les CMI prépondérants à partir des facteurs de poids (Figure 51) ou à partir des composantes modales de la contribution résonante de l'effort normal (Figure 37).

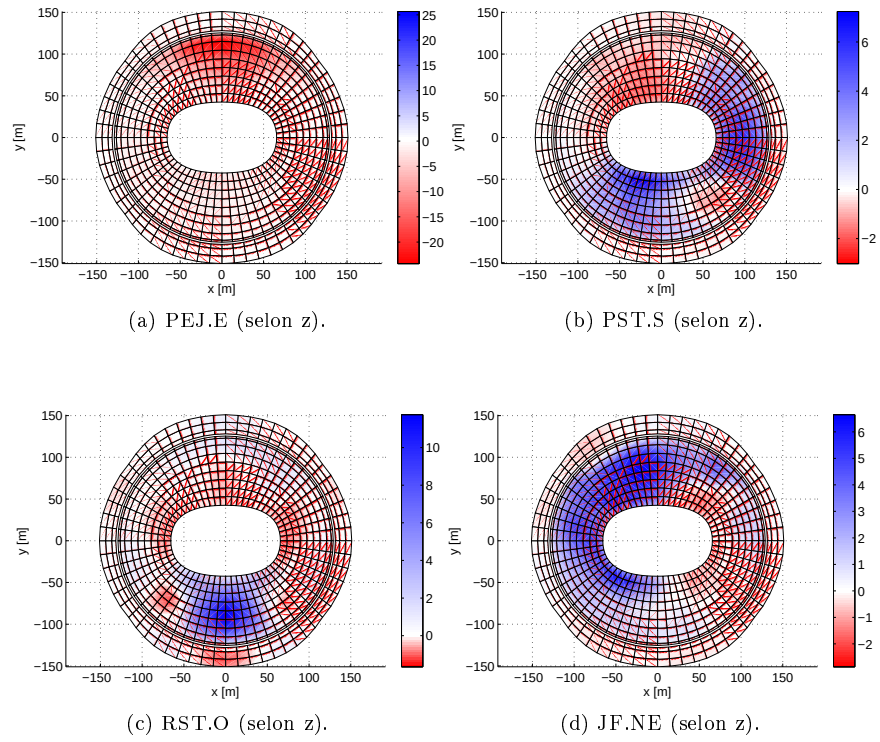


FIGURE 52: Forces nodales énergétiquement équivalentes [kN] de la contribution dynamique des CVSE des efforts normaux selon z (PEJ.E, PST.S, RST.O et JF.NE).

2 Chargements de vent statiques principaux

L'idée de chargement de vent statiques principaux via la décomposition spectrale est nouvelle et a été présentée par Blaise and Denoël (2011a) à la 5ième "International Conference on Advanced COmputational Methods in ENgineering" organisée par l'Université de Liège et qui s'est tenue du 14 au 17 Novembre 2011 à Liège en Belgique. Le concept est appliqué à une simple structure sur appuis multiples (Blaise and Denoël, 2012). Dans le cadre de ce travail de fin d'études, la méthodologie est appliquée, pour la première fois, à une structure de grandes dimensions, un vélodrome, afin de vérifier son applicabilité ainsi que son optimalité.

2.1 Introduction de la méthode

La structure comporte au total 1896 nœuds effectifs comprenant chacun 6 degrés de liberté (3 degrés de liberté de rotation et 3 degrés de liberté de translation), donc un nombre de degrés de liberté total égal à $m = 11376$. Le nombre d'éléments de type poutre est de 5736 et le nombre d'efforts internes considérés pour chaque élément est de 12 (2 moments de flexion, 1 moment de torsion, 2 efforts tranchants et un effort normal à chaque extrémité de l'élément), donc un nombre d'efforts internes total à étudier égal à $n = 68832$.

Pour chaque effort interne, il existe une distribution de CVSE qui, appliquée sur la structure, donne la valeur extrême de cet effort. Donc, le nombre de CVSE est également de $n = 68832$ et ces derniers s'appliquent en $m = 11376$ degrés de liberté effectifs de la structure. Nous ne pouvons pas envisager de proposer ce très grand nombre de CVSE à un bureau d'étude car la mémoire nécessaire pour stocker cette matrice est très importante, de plus le nombre de fichiers de calcul serait considérable. Il est indispensable de définir un **nombre limité de chargements de vent statiques principaux CVSP tels qu'en les combinant, nous puissions obtenir un nombre minimum de cas de charges dimensionnants pour la structure. L'objectif étant d'obtenir une bonne reconstruction des grandeurs de dimensionnement pour toutes les réponses de la structure avec un degré d'erreur relativement faible.**

Quelque soit la matrice $\mathbf{A}$ de dimensions $m \times n$, le produit $\mathbf{A}^* \mathbf{A}$ est hermitien et semi-défini positif et possède une racine carrée $\mathbf{H}$, semi définie positive ($\mathbf{A}^*$ est la matrice transposée de la conjuguée de $\mathbf{A}$). Les valeurs propres $s_1, s_2, \dots, s_n$ (positives) de la matrice $\mathbf{H} = (\mathbf{A}^* \mathbf{A})^{1/2}$ sont appelées les valeurs singulières de $\mathbf{A}$.

Toute matrice $\mathbf{A}$ ($m \times n$) admet une décomposition en valeurs singulières de la forme :

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^*$$

où $\mathbf{U}$ et $\mathbf{V}$ sont des matrices unitaires d'ordre m et n et où $\mathbf{D}$ est une matrice $m \times n$ telle que $d_{ii} = s_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) et $d_{ij} = 0$ partout ailleurs (Delhez, 2005).

Effectuons à présent la décomposition en valeurs singulières de la matrice des CVSE qui maximisent les efforts internes à toutes les extrémités des éléments de type poutre constituant l'ossature :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} p_{11}^e & \cdots & p_{1n}^e \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1}^e & & p_{mn}^e \end{pmatrix}}_{\mathbf{P}^e [m \times n]} = \underbrace{\begin{pmatrix} p_{11}^p & \cdots & p_{1r}^p \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1}^p & & p_{mr}^p \end{pmatrix}}_{\mathbf{P}^p [m \times r]} \underbrace{\begin{pmatrix} s_{11} & 0 \\ 0 & \ddots \\ & & s_{rr} \end{pmatrix}}_{\mathbf{S} [r \times r]} \underbrace{\begin{pmatrix} v_{11} & \cdots & v_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{r1} & & v_{rn} \end{pmatrix}}_{\mathbf{V}^* [r \times n]} \quad (2.1)$$

où :

- $\mathbf{P}^e$ est la matrice dont les colonnes sont les chargements de vent statiques équivalents CVSE ;
- $\mathbf{P}^p$ est la matrice dont les colonnes sont les chargements de vent statiques principaux CVSP. Les CVSP constituent une base réduite de modes propres des CVSE ;
- $\mathbf{S}$ est la matrice des valeurs singulières ;
- $\mathbf{V}^*$ est la matrice des coefficients de combinaison.

Dans la théorie de la décomposition en valeurs singulières, nous avons vu précédemment que les matrices $\mathbf{U}$ et $\mathbf{V}$ sont des unitaires d'ordre m et n respectivement. Il n'est pas envisageable de conserver des matrices de telles dimensions, la solution est de considérer seulement les r premiers CVSP car les valeurs singulières de la matrice des CVSE notées $s_1, s_2, \dots, s_r$, mettant en lumière l'importance des

r CVSP, sont classées par ordre décroissant. Plus la valeur singulière est importante, plus le CVSP correspondant est important dans la recombinaison linéaire des CVSP en vue d'obtenir le CVSE défini pour chaque valeur extrême de la réponse. Si les CVSE ont des distributions de chargement de vent relativement proches, les premiers CVSP auront des valeurs singulières relativement importantes et le nombre de CVSP conservés r sera d'autant plus faible. Le raisonnement inverse est également valable.

Pour caractériser la convergence de la décomposition spectrale des CVSE, nous calculons le coefficient de pondération cumulé qui est donné par :

$$s_{cum,j} = \frac{\sum_{i=1}^j s_i}{\sum_{i=1}^m s_i} \quad (2.2)$$

Si $s_i \ll$ (pour $i > r$), nous pouvons considérer que le coefficient de pondération cumulé à la relation (2.2) se réduit à :

$$s_{cum,j} \simeq \frac{\sum_{i=1}^j s_i}{\sum_{i=1}^r s_i} \quad (2.3)$$

2.2 Contribution quasi-statique

2.2.1 Décomposition en valeurs singulières

La Figure 53 illustre en partie supérieure les valeurs singulières pour les 300 premiers CVSP dans un système d'axes semi-logarithmiques et en partie inférieure, l'évolution du coefficient de pondération cumulé en fonction du nombre de CVSP considérés. Nous observons sur le graphique supérieur qu'au delà de 300 CVSP, les valeurs singulières deviennent vraiment négligeables et confirment l'hypothèse émise précédemment pour le calcul du coefficient de pondération cumulé (relation (2.3)). Sur le graphique, nous constatons que la troncature des CVSP se limite aux 30 premiers CVSP pour représenter 80 % des CVSE (point rouge-graphique inférieur).

La convergence de la décomposition spectrale des CVSE est rapide car les CVSE associés aux efforts internes présentent des distributions de chargement relativement similaires. En effet, les éléments (radiales, parallèles, diagonales du système de contreventement) sont relativement proches les uns des autres par rapport aux dimensions des tourbillons dans l'axe Est-Ouest (Figures 11-b et -c), les CVSE associés aux efforts internes de ces éléments tentent d'approcher au mieux les surfaces d'influences locales correspondantes mais l'importance de la cohérence du vent a pour effet de limiter leurs variabilités dans leur forme.

Les différents CVSP sont illustrés à la Figure 54, les CVSP sont mis à l'échelle en les multipliant par un facteur défini comme le ratio minimal entre l'enveloppe des réponses quasi-statiques obtenue en base nodale sur la réponse de la structure soumise au CVSP. Plus le coefficient de pondération du CVSP est faible, plus le CVSP prend des formes complexes afin d'épurer la combinaison linéaire en vue d'obtenir les CVSE.

Nous observons certaines similitudes entre les CVSP présentés ci-dessous et les CVSE calculés pour les 6 éléments étudiés. Notamment le CVSP 1 a une forme similaire au CVSE de la PST.S (Figure 47-c), le CVSP 2 a une forme similaire au CVSE de la JF.NE (Figure 47-e) et le CVSP 3 a une forme similaire aux CVSE de la RST.E, de la PEJ.E et de la Po.E (Figures 47-a, -b et -f respectivement).

Précédemment, nous avons vu que l'inconvénient des surfaces d'influence est qu'elles sont calculées uniquement pour les efforts normaux des éléments (en imposant un gradient thermique tel que l'allongement de l'élément soit unitaire). L'avantage des CVSP est qu'ils ne sont plus associés à un seul type d'effort contrairement au CVSE, ils traitent aussi bien la torsion que l'effort normal dans les éléments.

Ce sont des chargements plus représentatifs pour un dimensionnement de l'ensemble de la structure car ces derniers synthétisent les CVSE. Ces chargements sont plus globaux que les CVSE, ils couvrent de larges zones de la structure et visent à cibler plusieurs valeurs extrêmes de réponses en même temps.

L'avantage de cette méthode est qu'elle est systématique et facile à traiter numériquement. En effet, un grand nombre de logiciels est capable d'effectuer la décomposition en valeurs singulières d'une matrice.

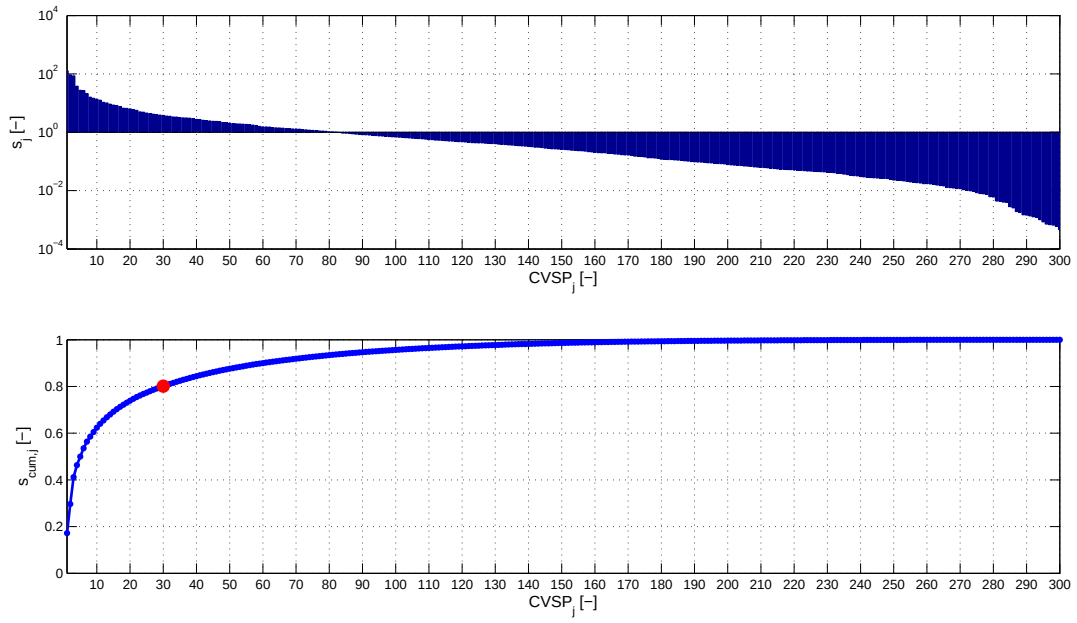


FIGURE 53: Graphique supérieur : valeurs singulières pour les 300 premiers CVSP quasi-statiques dans un système d'axes semi-logarithmiques - Graphique inférieur : coefficients de pondération cumulés pour les 300 premiers CVSP quasi-statiques (courbe bleue).

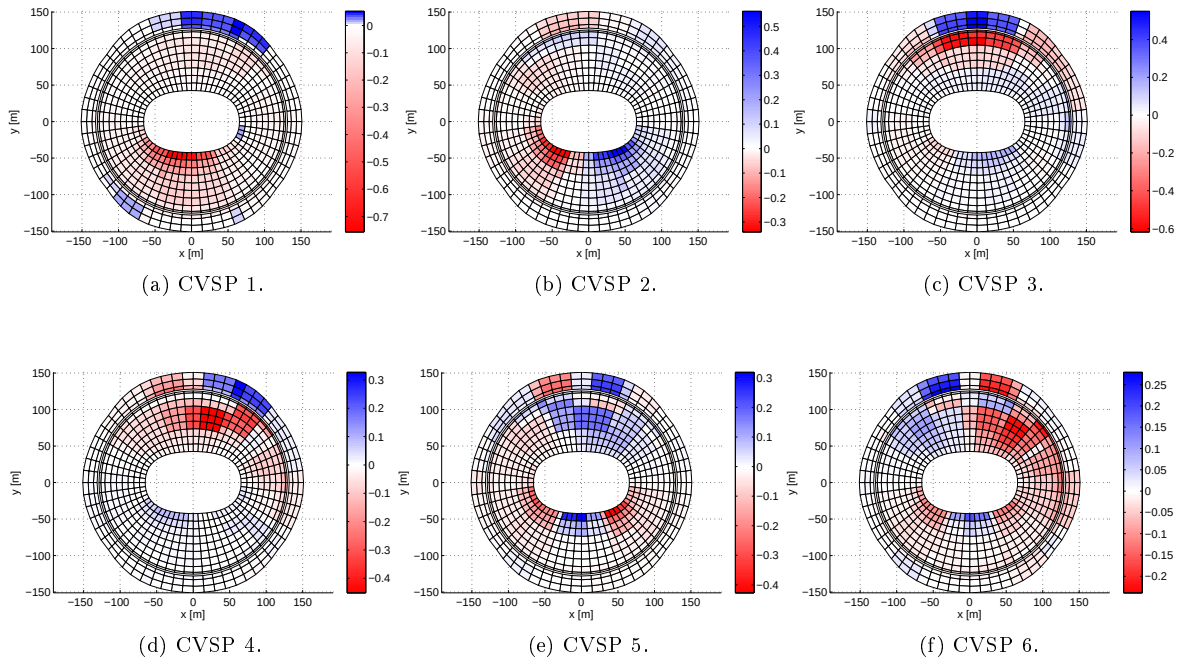


FIGURE 54: Coefficients de pression [-] des contributions quasi-statiques des chargements de vent statiques principaux.

La méthode CRC proposée par Kasperski (1992) exige de connaître la réponse quasi-statique de la structure, donc le comportement mécanique de cette dernière. Or, il serait intéressant d'avoir une idée

des chargements globaux quasi-statiques pour effectuer un pré-dimensionnement de la structure par exemple. Un moyen pour y parvenir est d'appliquer la méthode proposée par Katsumara (2007) qui consiste à effectuer la décomposition en valeurs singulières de la matrice de covariance des pressions (méthode CPT⁹) :

$$(\mathbf{C}_p - \mathbf{C}_c \mathbf{I}) \mathbf{P}^c = 0 \quad (2.4)$$

où $\mathbf{C}_c$ est une matrice diagonale de covariance dont les composants principaux sont les variances classées par ordre décroissant, $\mathbf{I}$ est la matrice d'identité et $\mathbf{P}^c$ collecte les modes de chargement CPT.

A nouveau, nous pouvons définir le coefficient de pondération cumulé $s_{cum,j}$ à partir de la matrice $\mathbf{C}_c$. Nous observons que la convergence est moins bonne pour cette approche par rapport à la décomposition en valeurs singulières des CVSE (Figure 55).

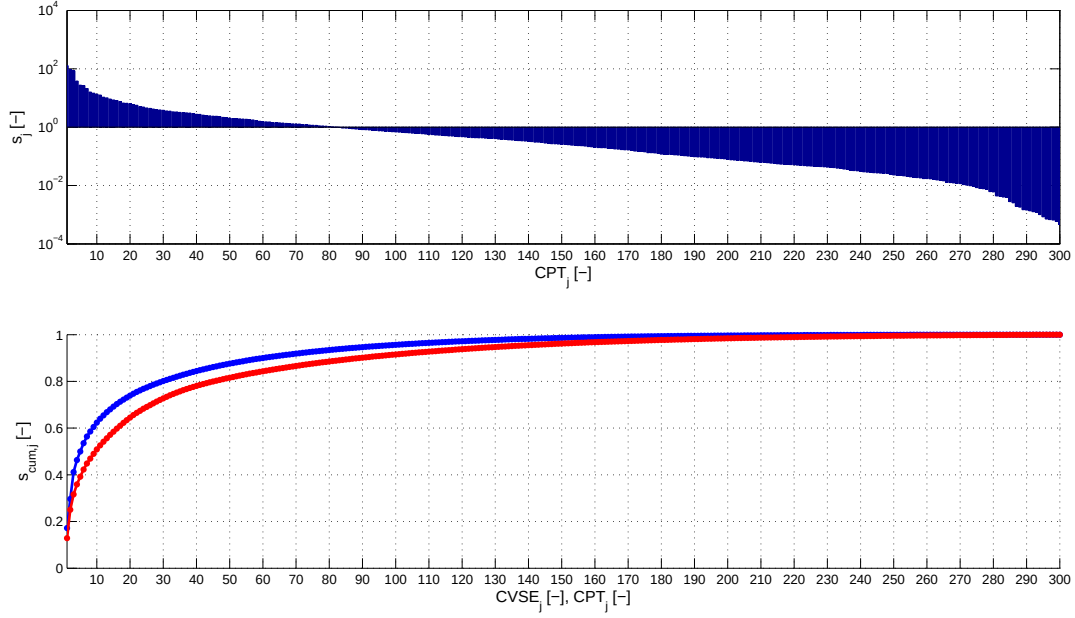


FIGURE 55: Coefficients de pondération cumulés pour les 300 premiers CVSP (courbe bleue) et CPT (courbe rouge).

Les premiers CPT sont mis à l'échelle de la même manière que les CVSP et sont illustrés à la Figure 56.

Plus le chargement aérodynamique est cohérent, moins il présente de variabilités dans sa forme et le raisonnement inverse est valable. Si nous tendons vers un cas limite d'une parfaite cohérence, les pressions sont identiques en tous capteurs, la convergence est très rapide car un seul mode de chargement CPT suffit à retrouver la matrice de covariance des pressions (coefficient de pondération égal à l'unité pour ce mode de chargement CPT et nul pour les autres). A contrario, plus la cohérence est faible, plus la matrice de covariance des pressions tend à être une matrice à diagonale dominante et un plus grand nombre de modes de chargement CPT est nécessaire pour reconstruire cette matrice. Les modes de chargements CPT sont orthogonaux pour le cas limite d'un vent avec une cohérence nulle.

Donc, ce raisonnement permet de justifier la forme du mode de chargement CPT 1 à la première position car le chargement de vent présente une cohérence plus importante lorsque le vent attaque la structure du côté Est et les colonnes de la matrice de covariance présentent des valeurs de pression corrélées pour les capteurs disposés sur la toiture et la jupe côté E.

Nous observons que les modes de chargement CPT sont similaires aux CVSP observés précédemment (Figure 54). Ils ne présentent pas exactement les mêmes coefficients de pression mais une correspondance existe entre les CPT et les CVSP. Notamment, nous observons que les CPT 1, 2, 3 correspondent aux CVSP 3, 1 et 2 respectivement.

9. Covariance Proper Transformation.

L'ordre d'importance des modes de chargement CPT et CVSP n'est pas le même car la décomposition en valeurs singulières des CVSE intègre en plus du champ de pression, les propriétés mécaniques de la structure (par la matrice d'influence). La décomposition en valeurs singulières des CVSE est plus intéressante car elle permet de cerner les chargements de vent statiques dimensionnants.

Les avantages de la décomposition spectrale de la matrice de covariance est qu'elle donne les chargements de vent globaux similaire à la méthode CRC pour le dimensionnement de la structure, et qu'elle ne requiert pas la connaissance du comportement mécanique de la structure.

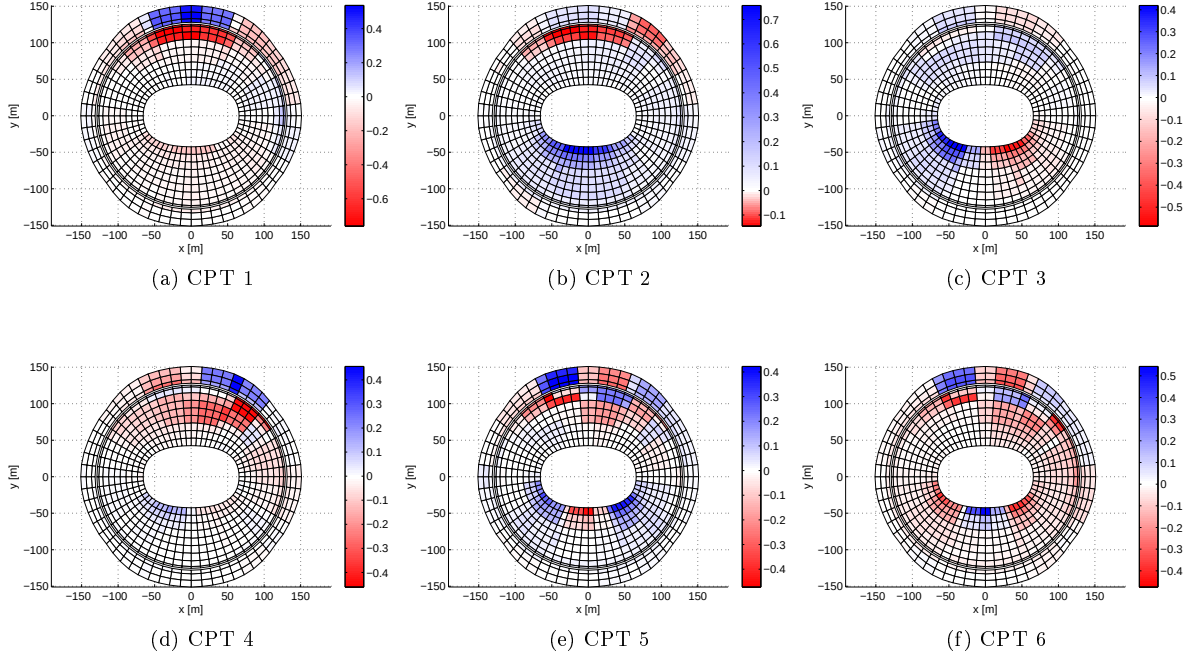


FIGURE 56: Coefficients de pression [-] des contributions quasi-statiques des premiers modes de chargement CPT.

2.2.2 Calcul d'erreur par rapport au diagramme enveloppe des efforts normaux

Vu que la structure traitée est un treillis, nous présentons que les erreurs relatives des efforts normaux sous les CVSP car les autres efforts peuvent être considérés comme efforts parasites pour une grande majorité. Notons que les CVSP ont bien été mis à l'échelle en comparant la distribution des différents types d'effort (moments, efforts tranchants, effort normal) par rapport à l'enveloppe des efforts.

L'erreur relative est définie de la manière suivante :

$$\epsilon_{B,rel,i} = \frac{z_{B,max,i} - |z_{B,CVSP,i}|}{z_{B,max,i}} \geq 0 \quad (2.5)$$

où $z_{B,CVSP,i}$ est la contribution quasi-statique de la réponse z_i lorsque la structure est soumise au CVSP et $\epsilon_{B,rel,i}$ est l'erreur relative de la réponse $z_{B,CVSP,i}$ par rapport à sa valeur correspondante dans l'enveloppe des réponses quasi-statiques déterminée en base nodale.

Nous présentons l'histogramme fonction des erreurs relatives sur l'effort normal lorsque la structure est soumise au CVSP 1 et de la valeur de l'effort normal (Figure 57). Le second axe horizontal indique le niveau de l'effort normal considéré dans les éléments car ce mode de représentation permet de mettre en évidence que les premiers CVSP se focalisent sur les efforts normaux les plus importants en négligeant les éléments soumis à de faibles efforts.

Notamment, nous observons que le fond d'échelle de l'erreur relative est à 80% pour les jambes de force et les potelets (Figure 57-c), soit bien inférieur aux fonds d'échelle des autres types d'éléments car ces premiers présentent des surfaces d'influence très étendues pour lesquelles un chargement distant peut affecter leurs efforts internes. La Figure 57-a confirme la conclusion précédente, les radiales de la toiture présentent un grand nombre d'éléments ayant une erreur relative importante pour de faibles efforts. Les surfaces d'influence des radiales sont très locales et le CVSP 1 (Figure 54-a) est un chargement qui se focalise sur le côté O du stade.

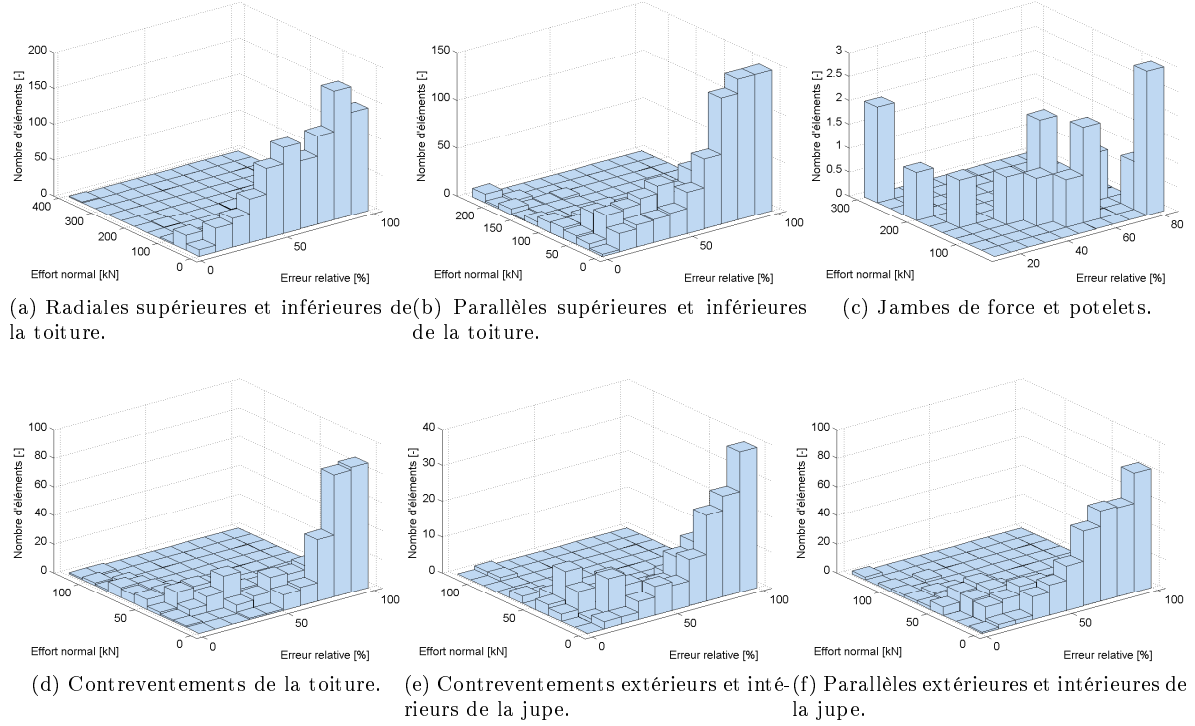


FIGURE 57: Histogramme fonction de l'erreur relative minimale sur l'effort normal [%] et de l'effort normal [kN] dans les différentes catégories d'éléments de l'ossature soumis au CVSP 1 quasi-statique.

La Figure 58 présente l'histogramme fonction des erreurs relatives sur l'effort normal lorsque la structure est soumise au CVSP 2 et de la valeur de l'effort normal. Nous constatons que, pour les jambes de force et les potelets (Figure 58-c), le fond d'échelle de l'erreur relative est de 90% et que seulement 4 éléments présentent une erreur relative inférieure à 50% contrairement au CVSP 1 qui présente 7 éléments ayant une erreur relative inférieure à 50% dont 4 éléments présentent une erreur relative inférieure à 20%. Le second CVSP présente des réponses ayant des erreurs relatives plus importantes à première vue, ce qui est logique vu qu'il présente une valeur singulière plus faible. Plus l'indice du CVSP considéré sera important, plus l'erreur relative sera importante dans de nombreux éléments et plus ce dernier visera à réduire l'erreur relative des éléments peu sollicités.

Les CVSP 1 et 2 ciblent des éléments différents pour la minimisation de l'erreur relative, une approche intéressante est de considérer l'erreur relative minimale des réponses sous ces deux chargements non appliqués de manière simultanée (Figure 59) par rapport à l'enveloppe des réponses quasi-statiques obtenue en base nodale. Nous constatons que 7 jambes de force ou potelets présentent une erreur relative inférieure à 20% (Figure 59-c) alors qu'elle était de 50% pour les CVSP pris séparément. Le fond de l'échelle de l'erreur relative pour le système de contreventement de la jupe a chuté à 80% (Figure 59-e). Même l'erreur relative pour les radiales faiblement sollicitées a chuté (Figure 59-a). Plus nous considérons de CVSP, plus l'erreur relative tendra à diminuer.

La différence majeure entre le CVSP et le CVSE est que le premier cible plusieurs réponses extrêmes simultanément avec un certain degré d'erreur contrairement au second qui se focalise sur une réponse donnée avec une erreur relative strictement nulle par rapport à l'enveloppe des réponses extrêmes.

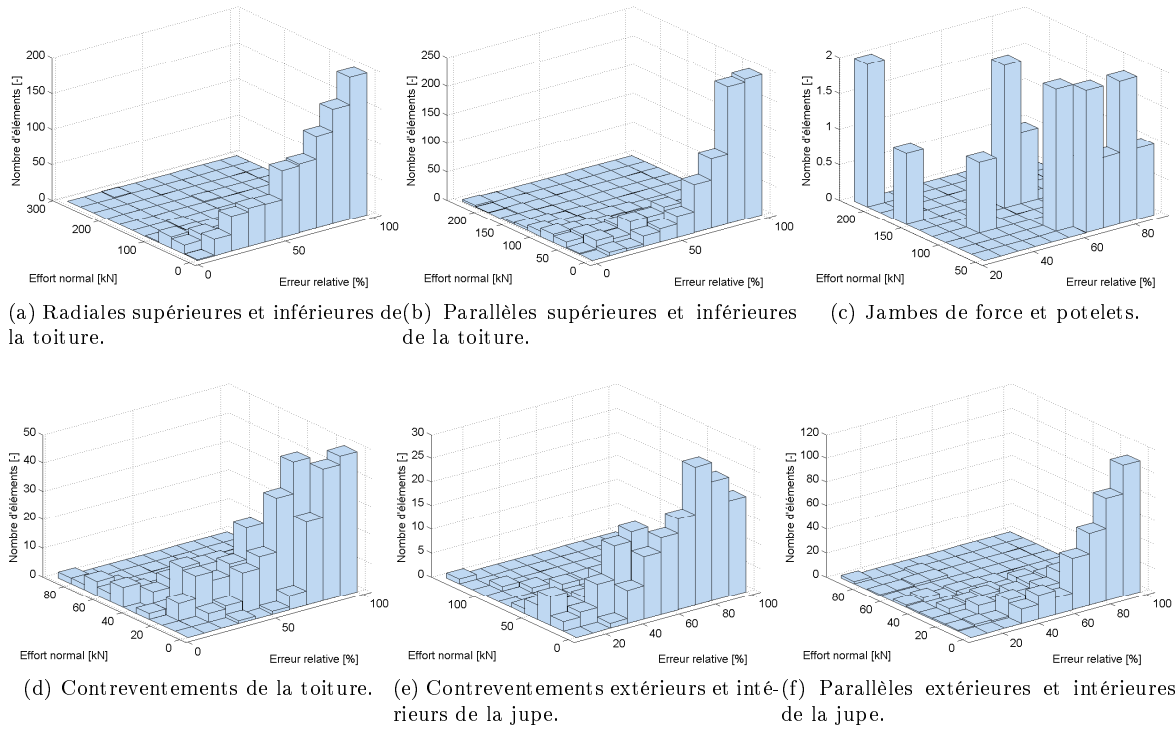


FIGURE 58: Histogramme fonction de l'erreur relative minimale sur l'effort normal [%] et de l'effort normal [kN] dans les différentes catégories d'éléments de l'ossature soumis au CVSP 2 quasi-statique.

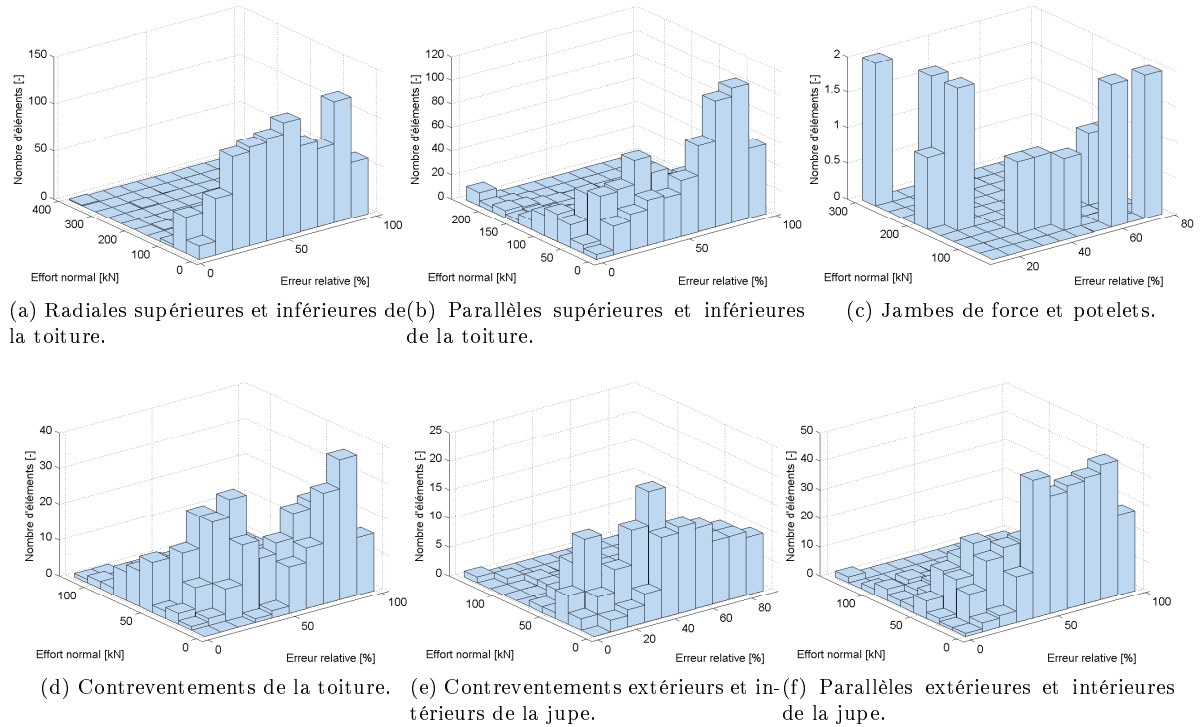


FIGURE 59: Histogramme fonction de l'erreur relative minimale sur l'effort normal [%] et de l'effort normal [kN] dans les différentes catégories d'éléments de l'ossature sous des distributions de chargement (non appliquées de manière simultanée) : CVSP1 et CVSP 2 quasi-statiques.

Si nous considérons l'histogramme fonction de l'erreur relative minimale sur l'effort normal et la valeur de l'effort normal pour les 30 premiers CVSP (Figure 60), nous constatons que les fonds d'échelle de l'erreur relative sur l'effort normal atteignent entre 40 et 60 %. De plus, l'erreur relative est comprise entre 10 et 25 % pour 14 jambes de force ou potelets parmi 16 (Figure 60-c) avec seulement 30 cas de charge.

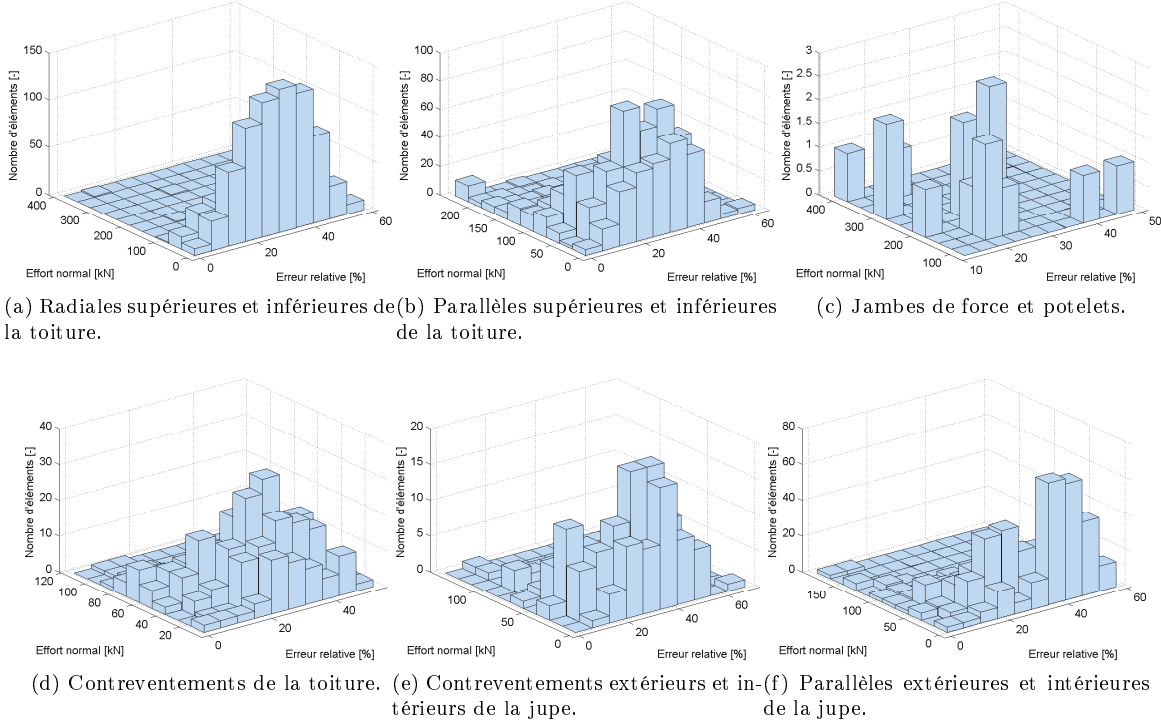


FIGURE 60: Histogramme fonction de l'erreur relative minimale sur l'effort normal [%] et de l'effort normal [kN] dans les différentes catégories d'éléments de l'ossature sous des distributions de chargements (non appliquées de manière simultanée) du CVSP1 au CVSP 30 quasi-statiques.

Illustrons l'histogramme fonction de l'erreur relative minimale sur l'effort normal et la valeur de l'effort normal pour les 30 premiers modes de chargement CPT (Figure 61). Nous observons que l'erreur relative pour les jambes de force et les potelets est en moyenne plus faible pour les CVSP (Figure 60-c) par rapport à celle des modes de chargement CPT (Figure 61-c). De plus, les fonds d'échelle des erreurs relatives sont relativement importants (de l'ordre de 80 %) pour les parallèles de la toiture, de la jupe, les éléments du système de contreventement (Figures 61-b, -d, -e et -f) lorsque nous considérons les 30 premiers modes de chargement CPT par rapport à ceux observés pour les 30 premiers CVSP (de l'ordre de 60 %). Les CVSP permettent d'approcher davantage l'enveloppe des réponses par rapport aux modes de chargement CPT car la convergence des CVSP est plus rapide que celle des modes de chargement CPT (Figure 55).

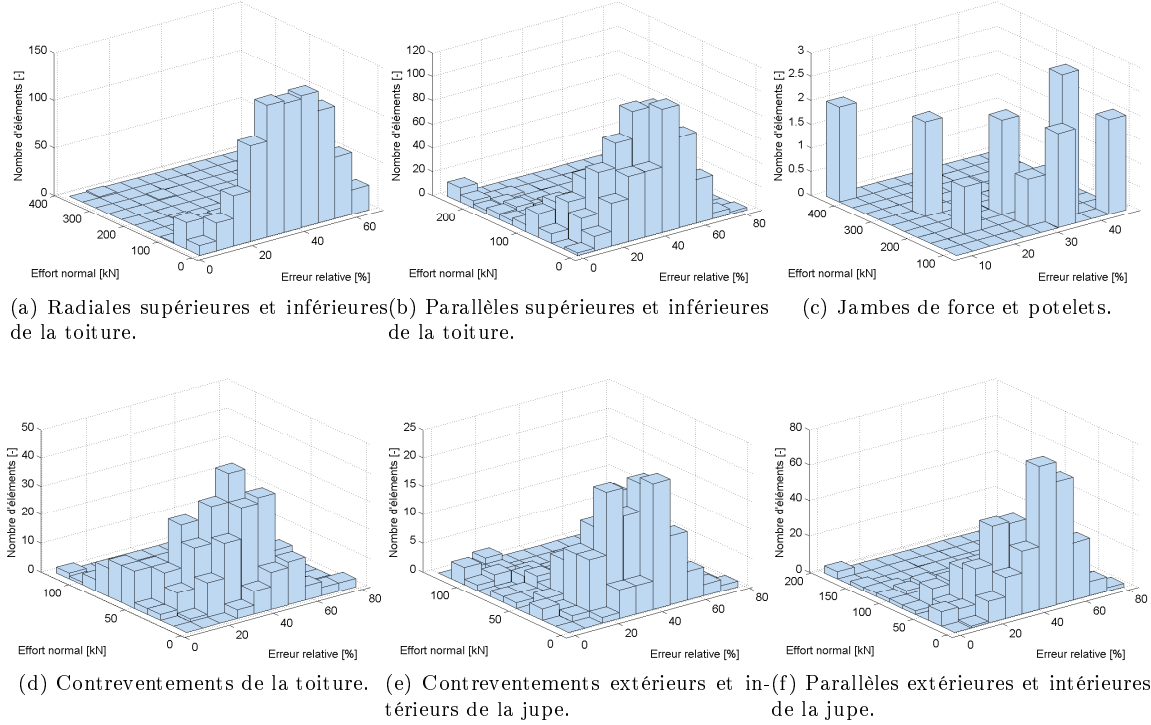


FIGURE 61: Histogramme fonction de l'erreur relative minimale sur l'effort normal [%] et de l'effort normal [kN] dans les différentes catégories d'éléments de l'ossature sous des distributions de chargements (non appliquées de manière simultanée) du CPT1 au CPT 30 quasi-statiques.

2.3 Contribution dynamique

2.3.1 Décomposition en valeurs singulières

Précédemment, nous avons effectué la décomposition en valeurs singulières à partir des CVSE quasi-statiques définis dans les axes locaux des plaques constituant la toiture. Or un CVSE quasi-statique s'exprime comme une combinaison des pressions aux différents capteurs (relation (1.7)), donc chaque CVSE comporte 310 composantes.

A présent, nous traitons les CVSP définis à partir des CVSE dynamiques exprimés dans les axes globaux vu que les chargements modaux inertiels sont des forces nodales énergétiquement équivalentes (voir justification au chapitre III-1.2). Le modèle élément fini comporte 1896 nœuds effectifs utilisés dans les différentes analyses et chaque nœud comporte 6 degrés de liberté. Le nombre de composantes nécessaires pour la définition d'un CVSE est de 11376, et nous avons un nombre de CVSE identique au nombre de réponses à maximiser, soit 68832 réponses. La matrice des CVSE est donc de dimensions très importantes et exige un espace en mémoire de l'ordinateur très conséquent au point tel qu'il n'est pas possible d'effectuer la décomposition en valeurs singulières, même sur les puissants ordinateurs de calcul disposés à l'université. La solution envisagée a été de considérer un seul effort parmi 12 pour chaque élément, soit l'effort normal vu que la structure est un treillis où les autres efforts peuvent être considérés comme négligeables. Cependant, nous avons vu précédemment que, pour les modes propres d'indice élevé, la contribution résonante du moment de flexion à mi hauteur des potelets bi-articulés est relativement importante (Figure 38). Finalement, la solution retenue est de considérer les CVSE associés aux efforts normaux dans l'ensemble des éléments de la structure, et les CVSE associés à tous les types d'effort pour les potelets et les jambes de force.

Effectuons la décomposition en valeurs singulières de cette matrice réduite des CVSE. Nous observons que les valeurs singulières décroissent rapidement, et deviennent négligeables pour un nombre de CVSP égal à 300 (graphique supérieur à la Figure 62). Nous constatons que les 20 premiers CVSP suffisent à représenter 80 % des CVSE (point rouge du graphique inférieur à la Figure 62), soit moins de CVSP que si nous considérons la décomposition en valeurs singulières des CVSE quasi-statiques.

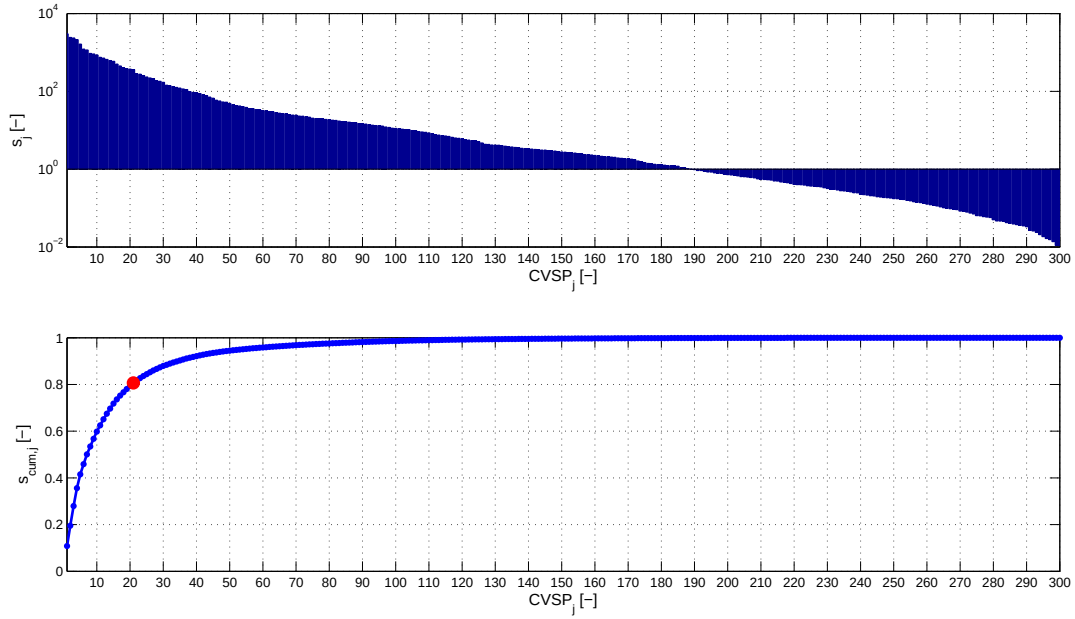


FIGURE 62: Graphique supérieur : valeurs singulières pour les 300 premiers CVSP dynamiques dans un système d'axes semi-logarithmiques - Graphique inférieur : coefficients de pondération cumulés pour les 300 premiers CVSP dynamiques (courbe bleue).

Les CVSP sont illustrés à la Figure 63 et les CVSP des contributions quasi-statiques des CVSE sont disposés en annexes (chapitre V-9). Notons que les CVSP dynamiques ne constituent pas une somme de CVSP quasi-statiques et résonants.

Caractérisons les CVSP dynamiques par les qualificatifs “quasi-statique”, “résonant” ou “intermédiaire” en comparant leur distribution aux CVSP quasi-statiques d’une part et aux chargements modaux inertiels d’autre part. Nous constatons que les deux premiers CVSP dynamiques ont un caractère quasi-statique car le premier CVSP a une composante selon z (Figure 63-c) très similaire au premier CVSP quasi-statique (Figure 101-c) et le second CVSP dynamique comporte des composantes selon y et z (Figures 63-e et -f) similaires au troisième CVSP quasi-statique (Figures 101-h et -i). Le troisième CVSP dynamique présente un comportement intermédiaire, car il peut être qualifié de quasi-statique vu qu’il présente une composante selon z (Figure 63-i) similaire à celle du second CVSP quasi-statique (Figure 101-f) mais également résonant vu qu’il présente des composantes selon x et z (Figures 63-g et -i) au troisième CMI (Figures 25-a et -c). Le CVSP 4 (Figures 63-j et -l) présente une distribution similaire au premier chargement modal inertiel selon x et z (Figures 24-a et -c) et peut donc être qualifié comme résonant. Le CVSP 5 (Figure 63-o) présente plutôt une forme similaire au 7^{ème} CMI qui n’est pas illustré dans ce rapport.

Considérons les modes de chargement CPT mis à l’échelle par le ratio minimal entre l’enveloppe des réponses par rapport aux réponses sous ces chargements. Étant donné que les modes de chargement CPT ont déjà été calculés au chapitre précédent, nous ne les représentons pas à nouveau car seule leur distribution du chargement nous intéresse pour la comparaison (Figure 56) et non les valeurs précises des forces nodales énergétiquement équivalentes. Les modes de chargement CPT 1, 2 et 3 (Figure 56-a, -b et -c) correspondent aux CVSP dynamiques 2, 1 et 3 respectivement. Il n’existe pas de correspondance entre le quatrième CVSP et les modes de chargement CPT, ce CVSP 4 correspond au CMI 1 traduisant un déplacement transversal global de la structure selon l’axe N-S avec des déplacements verticaux de la toiture non négligeables.

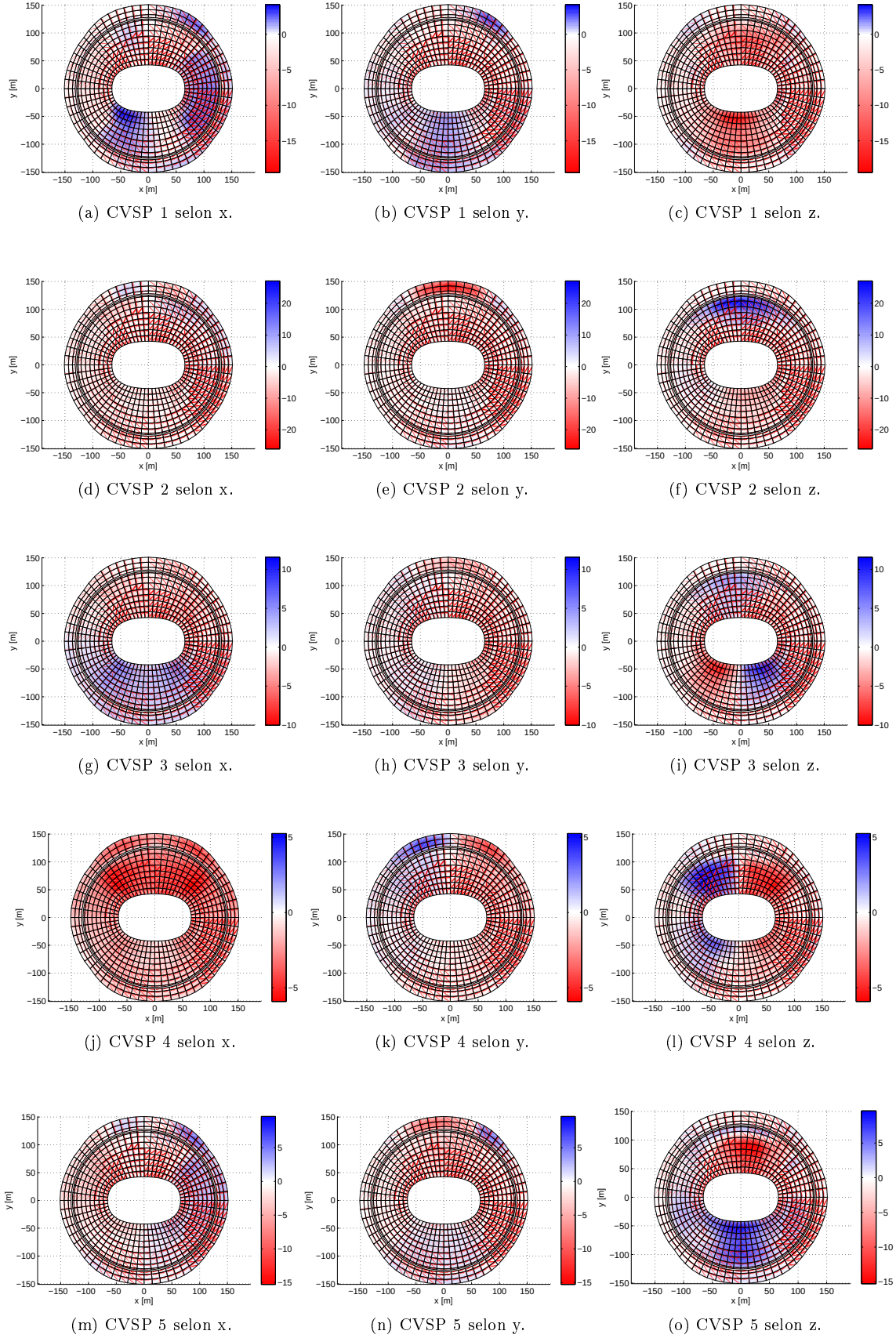


FIGURE 63: Forces nodales énergétiquement équivalentes [kN] des chargements de vent statiques principaux déterminés à partir des contributions dynamiques des CVSE dans les axes globaux.

Nous pouvons envisager de combiner des modes de chargement CPT pour prendre en compte les CVSP plutôt résonants. Cependant, si nous tentons par exemple d'approcher la composante prépondérante du quatrième CVSP selon x en combinant les modes de chargement CPT, nous surestimerons sans doute les autres composantes.

Au chapitre III-2.2, lorsque nous avons étudié les CVSP quasi-statiques, nous avons constaté que les CVSP quasi-statiques et les modes de chargement CPT étaient presque similaires et que l'ordre d'importance de ces chargements n'était pas parfaitement identique. La méthode de décomposition en valeurs singulières de la matrice de covariance des pressions présentait une convergence moins rapide que la décomposition en valeurs singulières en vue de l'obtention des CVSP. Le comportement mécanique de la structure n'intervient pas dans cette méthode mais elle permettait tout de même d'assurer une très bonne représentation des CVSE quasi-statiques.

Par contre, dans ce chapitre, nous avons vu que les modes de chargement CPT peuvent garantir une représentation de 25 % des CVSE dynamiques approximativement en considérant que seuls les trois premiers CVSP dynamiques sont plutôt quasi-statiques (graphique supérieur à la Figure 62). Les modes de chargement CPT sont donc moins appropriés lorsque nous traitons les contributions dynamiques des réponses.

Notons que les CVSP dynamiques présentent les mêmes avantages que ceux observés pour les CVSP quasi-statiques :

- Ils ne sont plus associés à un seul type d'effort contrairement aux CVSE dynamiques ;
- Ils sont plus représentatifs pour un dimensionnement de l'ensemble de la structure car ils synthétisent les CVSE dynamiques. Ces chargements sont plus globaux que les CVSE dynamiques, ils couvrent de larges zones de la structure et visent à cibler plusieurs valeurs extrêmes de réponses en même temps ;
- L'avantage de cette méthode de décomposition en valeurs singulières est qu'elle est systématique et facile à traiter numériquement.

2.3.2 Calcul d'erreur par rapport à l'enveloppe des efforts normaux

L'erreur relative est définie de la manière suivante :

$$\epsilon_{rel,i} = \frac{z_{max,i} - |z_{CVSP,i}|}{z_{max,i}} \geq 0 \quad (2.6)$$

où $z_{CVSP,i}$ est la contribution dynamique de la réponse z_i lorsque la structure est soumise au CVSP et $\epsilon_{rel,i}$ l'erreur relative de la réponse $z_{CVSP,i}$ par rapport à sa valeur correspondante dans l'enveloppe des réponses dynamiques.

Nous présentons l'histogramme fonction des erreurs relatives sur l'effort normal lorsque la structure est soumise au premier CVSP dynamique et de la valeur de l'effort normal (Figure 64). Comme pour les CVSP quasi-statiques, les premiers CVSP dynamiques se focalisent sur les efforts les plus importants en négligeant les éléments faiblement sollicités. Notamment, nous observons que le fond d'échelle de l'erreur relative est à 70% pour les jambes de force et les potelets (Figure 64-c) contrairement aux radiales de la toiture qui présentent un grand nombre d'éléments ayant une erreur relative importante pour de faibles efforts (Figure 64-a).

Le premier CVSP dynamique correspond au premier CVSP quasi-statique mais les erreurs relatives sur les réponses de la structure sous ce CVSP dynamique sont plus importantes car l'analyse intègre la contribution résonante des efforts en plus de leur contribution quasi-statique. En effet, précédemment, nous avons vu que le premier CVSP quasi-statique assurait une erreur relative sur l'effort normal inférieure à 50 % pour 7 jambes de force ou potelets (Figure 57-c) alors que seuls 4 jambes de force ou potelets de la structure sous le premier CVSP dynamique présentent une erreur relative inférieure à 50 % (Figure 64-c). Il est difficile d'approcher l'enveloppe des valeurs extrêmes des réponses dynamiques avec des CVSP quasi-statiques ou dynamiques à caractère quasi-statique car les chargements modaux inertiels ne sont pas nécessairement perpendiculaires aux plaques. Notamment, le premier CMI présente une composante selon x (Figure 24-c) très importante sollicitant la structure globalement, et plus particulièrement les potelets des façades Est et Ouest ainsi que les jambes de force (Figures 37). Or la composante selon x du premier CMI n'apparaît pas dans le premier CVSP dynamique, ce qui explique que nous retrouvons une erreur relative plus importante.

Le second CVSP dynamique est quasi-statique et présente des erreurs relatives pour les jambes de force ou potelets très importantes, le fond d'échelle de l'erreur relative est à 100 % et en plus seuls deux éléments présentent un effort normal avec une erreur relative inférieure à 50 % (Figure 65-c).

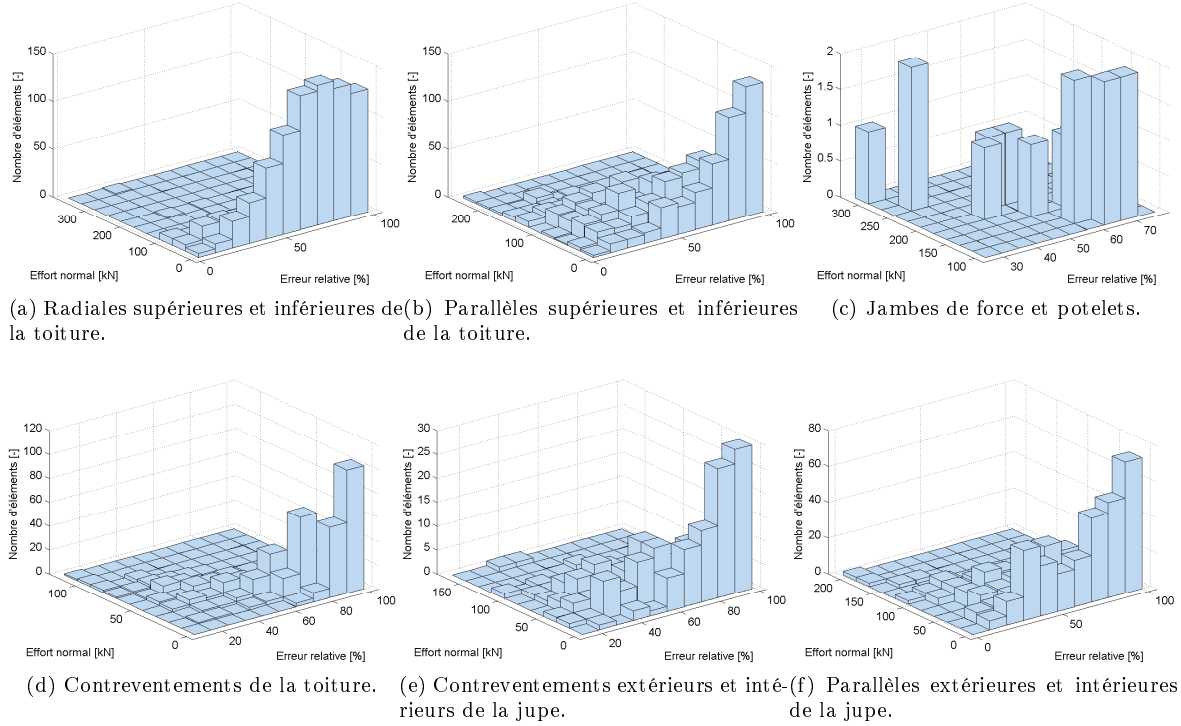
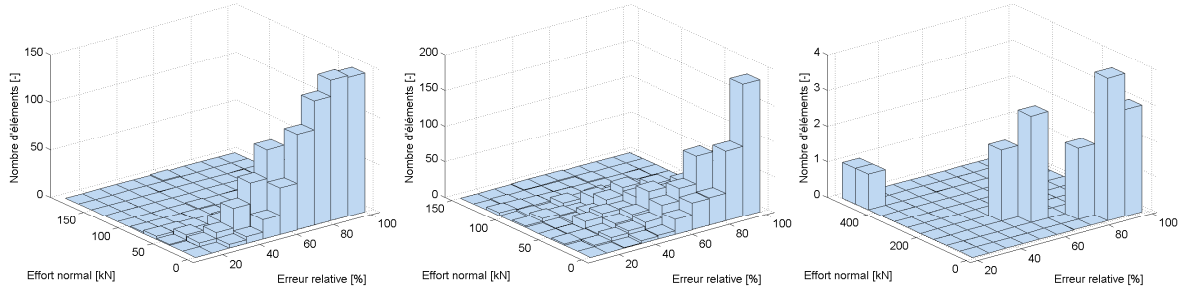


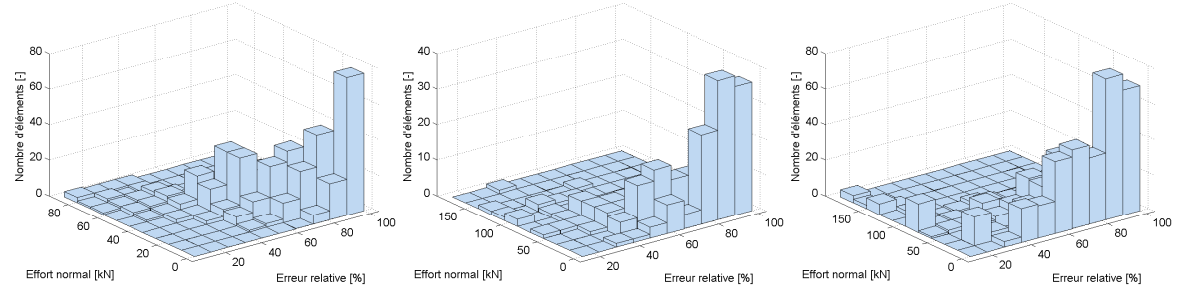
FIGURE 64: Histogramme fonction de l'erreur relative minimale sur l'effort normal [%] et de l'effort normal [kN] dans les différentes catégories d'éléments de l'ossature soumis au CVSP 1 dynamique.

Comme nous avons vu précédemment, les deux premiers CVSP dynamiques ciblent des éléments différents pour la minimisation de l'erreur relative, une approche intéressante est de considérer l'erreur relative minimale du diagramme enveloppe sous ces deux chargements non appliqués de manière simultanée par rapport à l'enveloppe des réponses dynamiques. Le résultat est une diminution globale de l'erreur relative pour les différentes catégories d'éléments et 9 jambes de force ou potelets parmi 16 présentent une erreur relative inférieure à 50 %.

Présentons l'histogramme fonction de l'erreur relative minimale sur l'effort normal et de la valeur de l'effort normal maximale lorsque 20 premiers CVSP dynamiques sont appliqués sur la structure de manière non simultanée (Figure 66). Nous constatons que les fonds d'échelle de l'erreur relative sur l'effort normal atteignent entre 40 et 60 % (Figures 66-a, -b, -d, -e et -f). L'erreur relative sur l'effort normal est comprise entre 20 et 45 % pour toutes les jambes de force ou potelets (Figure 66-c) avec seulement 20 cas de charge.

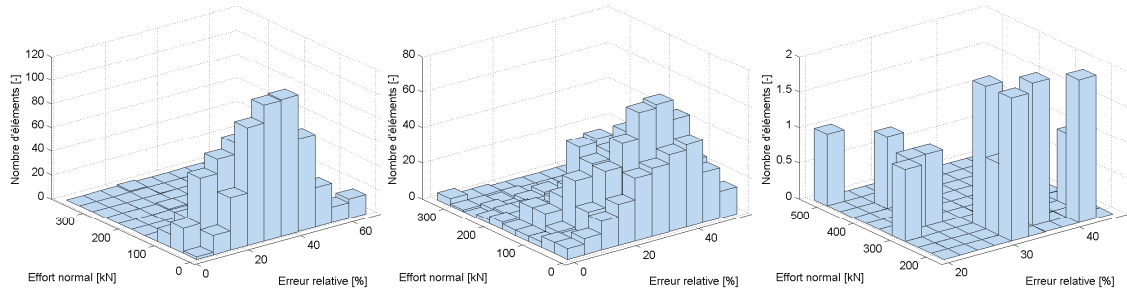


(a) Radiales supérieures et inférieures de la toiture. (b) Parallèles supérieures et inférieures de la toiture. (c) Jambes de force et potelets.

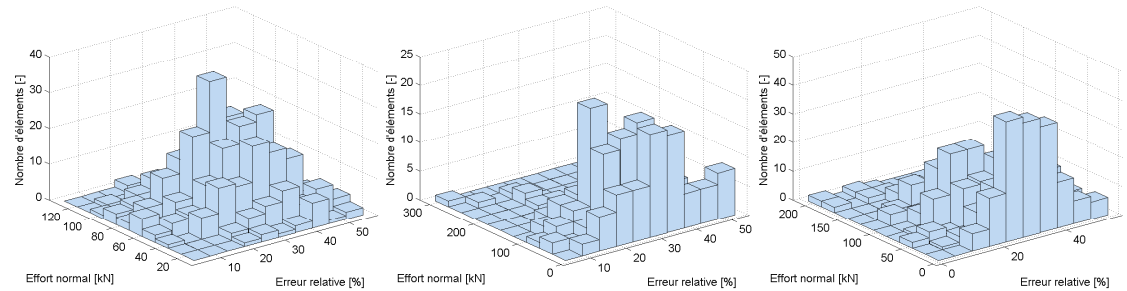


(d) Contreventements de la toiture. (e) Contreventements extérieurs et intérieurs de la jupe. (f) Parallèles extérieures et intérieures de la jupe.

FIGURE 65: Histogramme fonction de l'erreur relative minimale sur l'effort normal [%] et de l'effort normal [kN] dans les différentes catégories d'éléments de l'ossature soumis au CVSP 2 dynamique.



(a) Radiales supérieures et inférieures de la toiture. (b) Parallèles supérieures et inférieures de la toiture. (c) Jambes de force et potelets.



(d) Contreventements de la toiture. (e) Contreventements extérieurs et intérieurs de la jupe. (f) Parallèles extérieures et intérieures de la jupe.

FIGURE 66: Histogramme fonction de l'erreur relative minimale sur l'effort normal [%] et de l'effort normal [kN] dans les différentes catégories d'éléments de l'ossature sous des distributions de chargement (non appliquées de manière simultanée) du CVSP 1 au CVSP 20 dynamique.

Illustrons l'histogramme fonction de l'erreur relative minimale sur l'effort normal et de la valeur de l'effort normal maximale lorsque 20 premiers modes de chargement CPT sont appliqués sur la structure de manière non simultanée (Figure 67). Ces derniers sont mis à l'échelle par rapport à l'enveloppe des réponses dynamiques. Nous observons que l'erreur relative pour les jambes de force et les potelets est bien plus faible ($\leq 50\%$) pour les CVSP (Figure 66-c) par rapport à celle ($\leq 70\%$) des modes de chargement CPT (Figure 67-c). De plus, les fonds d'échelle des erreurs relatives sont relativement importants (de l'ordre de 80%) pour toutes les catégories d'éléments (Figures 67-a, -b, -d, -e et -f) lorsque nous considérons les 20 premiers modes de chargement CPT par rapport à ceux observés pour les 20 premiers CVSP (de l'ordre de 40%).

Les modes de chargement CPT approchent correctement l'enveloppe des réponses quasi-statiques et non celle des réponses dynamiques car le comportement de la structure est plutôt résonant et les erreurs relatives deviennent importantes.

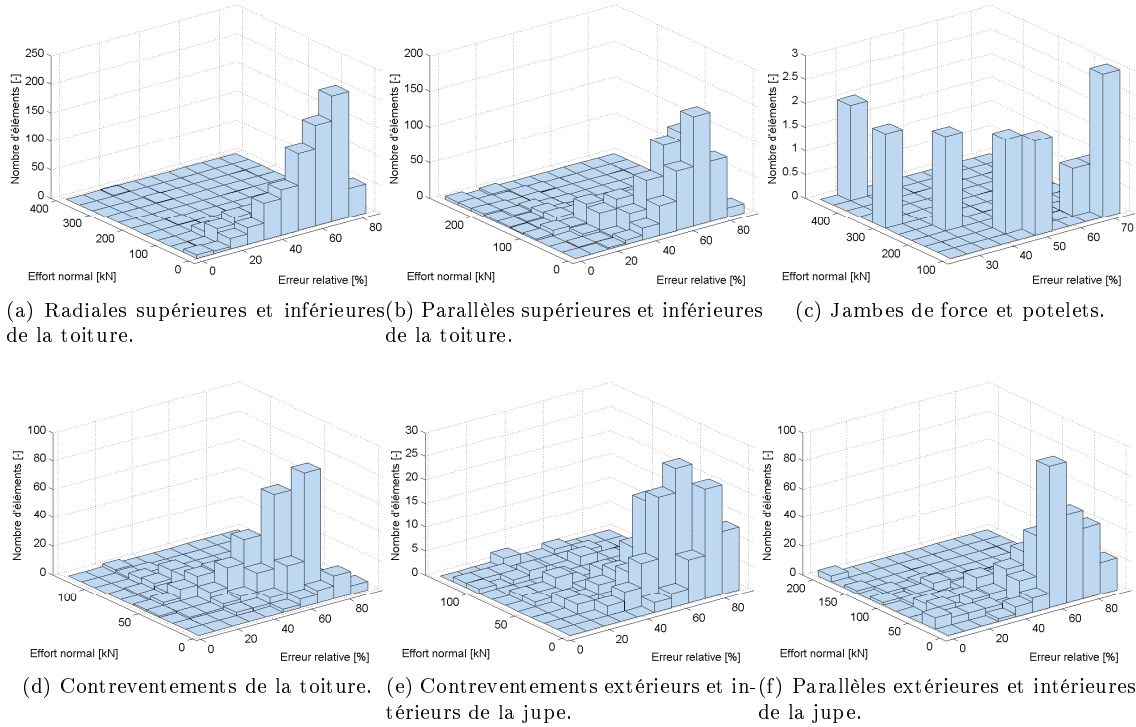


FIGURE 67: Histogramme fonction de l'erreur relative minimale sur l'effort normal [%] et de l'effort normal maximal [kN] dans les différentes catégories d'éléments de l'ossature sous des distributions de chargements (non appliquées de manière simultanée) du CPT 1 au CPT 20 dynamiques.

3 Chargements de vent statiques globaux

3.1 Introduction à la combinaison des chargements de vent statiques principaux

Nous avons vu précédemment qu'en considérant une vingtaine ou une trentaine de CVSP appliquées de manière non simultanée, les erreurs relatives sur les efforts normaux de la structure soumises à ces chargements par rapport à l'enveloppe des réponses étaient relativement faibles (entre 20 % et 50 %). L'intérêt de ce chapitre est de combiner ces différents CVSP pour approcher davantage l'enveloppe des valeurs extrêmes des réponses tout en réduisant le nombre de chargements de vent statiques dimensionnants.

Les r CVSP sont combinés en utilisant la **simulation de Monte-Carlo** pour la détermination des coefficients de combinaison en considérant N tirages de couples de valeurs $(C_1; C_2 \dots C_r)$ suivant une **loi normale**. **Les combinaisons des CVSP sont dénommées les chargements de vent statiques globaux CVSG**. Idéalement, le nombre de tirages N tendrait vers l'infini mais vu les dispositions numériques limitées, nous considérons un nombre de tirages N limité qui dépend du nombre de CVSP combinés r . En effet, plus le nombre de CVSP combinés r est important, plus le nombre de tirages N augmente pour ne pas omettre un chargement de vent statique global qui minimiserait l'erreur relative moyenne (Tableau 7). La mise à échelle d'un CVSG est effectuée à nouveau par le ratio minimal entre l'enveloppe des réponses par rapport à la réponse de la structure soumise au CVSG.

Nombre de combinaisons de CVSP r	Nombre de tirages N
2	500
3	2000
4	5000
5	10000

TABLE 7: Nombre de tirages N en fonction du nombre de CVSP combinés r .

Considérons le facteur β mettant en évidence la proximité de la réponse de la structure soumise au CVSG par rapport à l'enveloppe de la réponse :

$$\beta = \frac{\sum_i^n |z_{CVSG,i}|}{\sum_i^n z_{max,i}} \quad (3.1)$$

où :

- $z_{CVSG,i}$ est la réponse z_i de la structure soumise au CVSG ;
- $z_{max,i}$ est la $i^{ème}$ composante de l'enveloppe des réponses (ou $z_{B,max,i}$ si le CVSG est une combinaison de CVSP quasi-statiques) ;
- n est le nombre de réponses considérées dans la structure.

Nous définissons également le facteur ϵ exprimant la moyenne des erreurs relatives en valeurs absolues de la réponse structurelle sous CVSG par rapport à l'enveloppe de la réponse :

$$\epsilon = \frac{1}{n} \sum_i^n \left(\frac{z_{max,i} - |z_{CVSG,i}|}{z_{max,i}} \right) \quad (3.2)$$

3.2 Contribution quasi-statique

Nous observons sur le graphique gauche à la Figure 68 que les coefficients de combinaison C_1, C_2 prennent des valeurs comprises entre -1 et 1 approximativement. Le facteur β est le plus important lorsque nous considérons le premier CVSP (point rouge), le facteur ϵ est le plus faible pour le couple de coefficients de combinaison $(C_1; C_2) = (-0,25; 0,96)$ et vaut $0,639$. Le facteur β , variant entre $0,35$ et $0,42$, met en lumière la combinaison de coefficients de combinaison qui privilégie la recherche des valeurs extrêmes des éléments les plus sollicités. Or nous avons vu précédemment que plus la valeur singulière est importante, plus le CVSP cible les éléments davantage sollicités. Donc, il n'est pas étonnant de retrouver le premier CVSP qui maximise le facteur β . Le facteur ϵ s'assure d'attribuer le

même poids à chaque réponse, donc ce facteur ne privilégie pas l'importance de l'effort mais plutôt la réduction de l'erreur relative sur l'ensemble des réponses.

Notons que les bases des graphiques en trois dimensions passent bien par les points $(1;0)$, $(0;1)$, $(-1;0)$ et $(0;-1)$. Les facteurs β et ϵ sont identiques pour les couples $(1;0)$ et $(-1;0)$ d'une part et pour les couples $(0;1)$ et $(0;-1)$ d'autre part. De plus, les facteurs ϵ et β sont calculés à partir de tous les types d'effort (effort normal, moments et efforts tranchants).

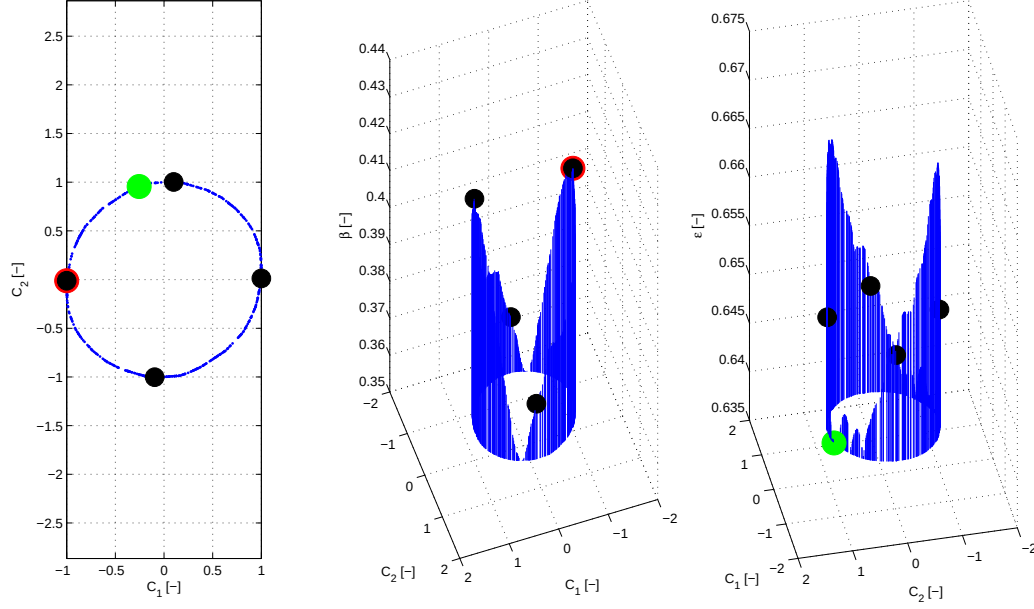


FIGURE 68: Graphique de gauche : ensemble des valeurs prises par les couples (C_1, C_2) de coefficients de combinaison des CVSP quasi-statiques (points bleus). Graphique du milieu : ensemble des valeurs prises par les couples (C_1, C_2, β) (lignes verticales bleues). Graphique de droite : ensemble des valeurs prises par les couples (C_1, C_2, ϵ) (lignes verticales bleues). Valeurs minimales et maximales de C_1 et C_2 (points noirs), valeur maximale de β (point rouge) et valeur minimale de ϵ (point vert).

A la Figure 69-a, nous observons que la combinaison des deux premiers CVSP pour le couple de coefficients de combinaison $(C_1; C_2) = (-0, 25; 0, 96)$ est proche du second CVSP mais présente une forme antisymétrique. Les Figures 69-b et -c illustrent les histogrammes fonctions de l'erreur relative sur l'effort normal uniquement et de la valeur de l'effort normal. Nous observons que 7 jambes de force ou potelets présentent une erreur relative comprise entre 35 % et 50 % (Figure 69-c) alors que pour le premier CVSP, ils présentaient une erreur relative comprise entre 10 % et 50 % (Figure 57-c) et pour le second CVSP, seuls 4 jambes de force ou potelets affichaient une erreur relative inférieure à 50 % (Figure 58-c) . Nous observons que le nombre d'éléments du système de contreventement de la toiture ayant une erreur relative sur l'effort normal proche de 100 % est de 40 (Figure 57-b) alors que pour le premier CVSP, il est proche de 80 et pour le second CVSP, proche de 50. Donc, nous constatons que le CVSG minimisant le facteur ϵ est un compromis des avantages et inconvénients des deux premiers CVSP. Cette approche ne privilégie pas les efforts importants mais tente tout de même de réduire leur erreur relative correspondante.

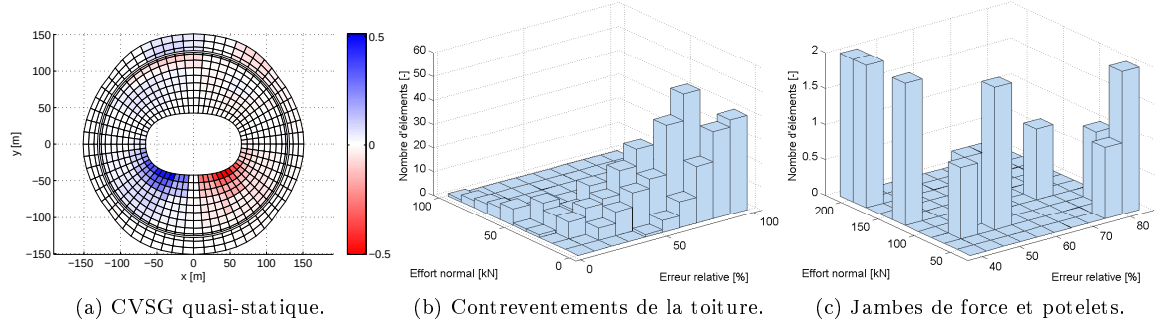


FIGURE 69: Combinaison des deux premiers CVSP quasi-statiques pour le couple de coefficients de combinaison $(C_1; C_2) = (-0, 25; 0, 96)$ qui minimise le facteur ϵ .

Étudions à présent la combinaison des 3 premiers CVSP en considérant un nombre de $N = 2000$ tirages de triplets de valeurs aléatoires $(C_1; C_2; C_3)$ pour la simulation de Monte-Carlo. L'ensemble des valeurs des triplets $(C_1; C_2; C_3)$ est représenté à la Figure 70 dans différents systèmes d'axe. Les coefficients de combinaison varient entre -1 et 1 , les facteurs ϵ et β varient dans les intervalles $[0, 63; 0, 76]$ et $[0, 25; 0, 44]$ respectivement. L'erreur relative moyenne diminue de 1% pour le triplet suivant $(0, 75; -0, 22; 0, 73)$ alors que le facteur β augmente de 2% pour le triplet $(-0, 95; -0, 26; -0, 47)$ par rapport à la combinaison des deux premiers CVSP.

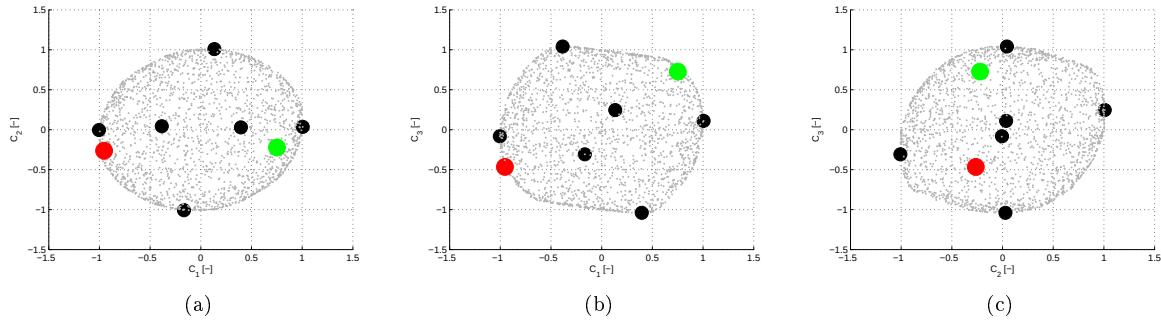


FIGURE 70: Ensemble des valeurs prises par les triplets (C_1, C_2, C_3) (points gris) (a) dans les axes C_1C_2 ; (b) C_1C_3 ; (c) C_2C_3 . Valeurs minimales et maximales de C_1 , C_2 et C_3 (points noirs), valeur maximale de β (point rouge) et valeur minimale de ϵ (point vert).

Considérons les CVSG minimisant le facteur ϵ et maximisant le facteur β (Figure 71). Nous observons que les chargements sont similaires, le coefficient de pression est plus faible en valeur absolue au niveau de la jupe lorsque nous maximisons le facteur β (Figure 71-a et -d). En maximisant le facteur β , **10 jambes de force ou potelets sur 16 présentent une erreur relative pour l'effort normal comprise entre 20 % et 50 % pour un seul chargement** (Figure 71-f) alors qu'en minimisant le facteur ϵ , seuls 5 jambes de force ou potelets présentent une erreur relative inférieure à 50 % (Figure 71-c). Par contre, l'avantage de la minimisation du facteur ϵ est le nombre d'éléments affectés par une diminution de l'erreur relative (Figures 71-b et -e).

En considérant une combinaison des 5 premiers CVSP, l'erreur relative moyenne atteint 60 % et le facteur $\beta = 0, 475$. Plus le nombre de CVSP considérés dans la combinaison est élevé, plus l'erreur relative moyenne ϵ diminue et plus le facteur β de proximité par rapport à l'enveloppe des réponses extrêmes augmente. **Pour une structure aussi complexe, il n'est pas possible de définir un seul chargement qui reconstruit entièrement l'enveloppe des réponses mais ces combinaisons permettent de limiter davantage le nombre de cas de charge de vent statiques.**

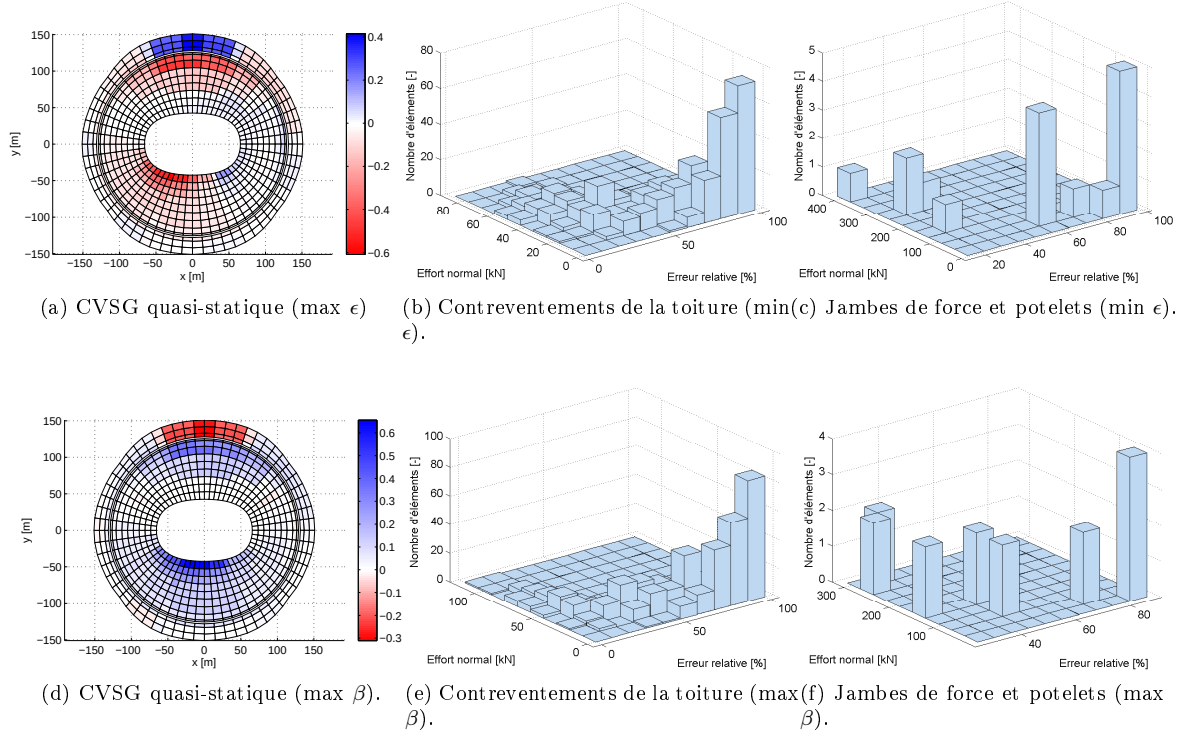


FIGURE 71: Combinaison des trois premiers CVSP quasi-statiques minimisant le facteur ϵ et maximisant le facteur β .

3.3 Contribution dynamique

A présent, combinons les CVSP dynamiques en utilisant la simulation de Monte-Carlo pour la détermination des coefficients de combinaison. La mise à échelle de la combinaison des CVSP est effectuée à nouveau par le ratio minimal entre l'enveloppe des réponses dynamiques et les réponses de la structure soumise au CVSG dynamique.

Nous observons sur le graphique gauche à la Figure 72 que les coefficients de combinaison C_1 , C_2 prennent des valeurs qui peuvent être supérieures à 1 en valeur absolue contrairement aux CVSP quasi-statiques. Le facteur β est le plus important pour un couple de coefficients de combinaison $(C_1; C_2) = (-1, 13; 0, 39)$ et vaut 0,42. L'erreur moyenne ϵ est minimale pour le même couple de coefficients de combinaison et vaut 64,5 %. Ce couple de coefficients de combinaison assure une diminution de l'erreur relative de l'ensemble des éléments de la structure ainsi qu'une focalisation sur la recherche des valeurs extrêmes des réponses les plus sollicitées, ce couple correspond à la solution optimale. Nous constatons qu'il est plus intéressant de considérer une combinaison des deux premiers CVSP que de les considérer séparément car le premier CVSP présente une erreur relative moyenne de 65,5 % et un facteur β égal à 0,41, le premier CVSP présente une solution convenable. Par contre, le second CVSP présente une erreur relativement importante de 72 % et un facteur β faible 0,30. Ce second CVSP ne cible pas les valeurs extrêmes des efforts des éléments les plus sollicités et affecte un nombre relativement faible d'éléments dans la minimisation de l'erreur relative.

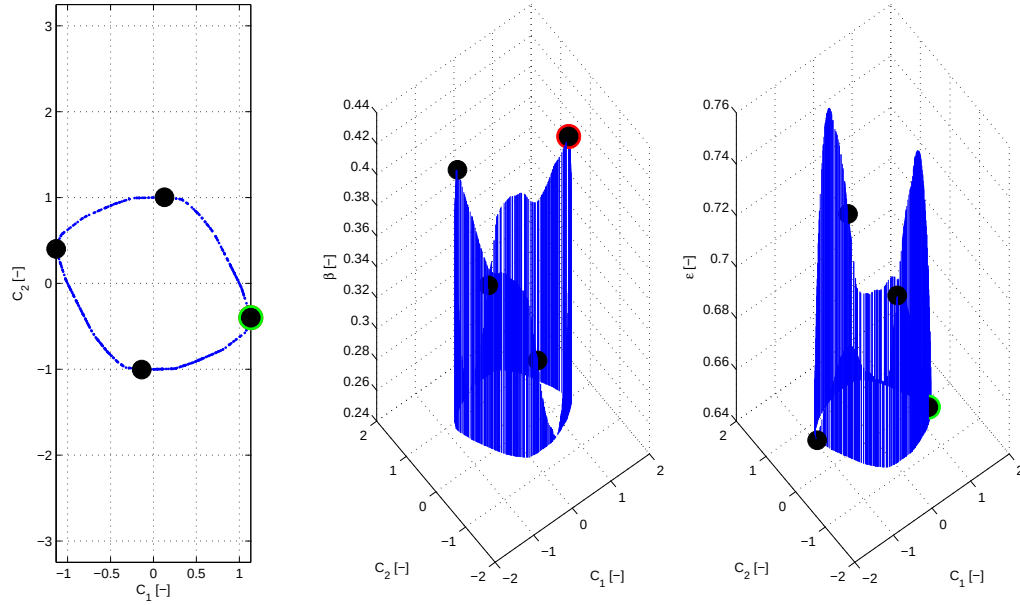


FIGURE 72: Graphique de gauche : ensemble des valeurs prises par les couples (C_1, C_2) de coefficients de combinaison des CVSP dynamiques (points bleus). Graphique du milieu : ensemble des valeurs prises par les couples (C_1, C_2, β) (lignes verticales bleues). Graphique de droite : ensemble des valeurs prises par les couples (C_1, C_2, ϵ) (lignes verticales bleues). Valeurs minimales et maximales de C_1 et C_2 (points noirs), valeur maximale de β (point rouge) et valeur minimale de ϵ (point vert).

La combinaison des deux premiers CVSP dynamiques à caractère quasi-statique mène à un CVSG dynamique à caractère quasi-statique (Figures 73-a, -b et -c) similaire à la distribution de l'écart-type du coefficient de pression à la Figure 10-b. En effet, nous observons que les composantes selon y et z du CVSG correspondent à une surpression appliquée sur la jupe et à une dépression sur la périphérie de la toiture côté Est et l'anneau intérieur de la toiture côté Ouest. Donc, ce CVSG assure une erreur relative inférieure à 50 % pour les 7 jambes de force ou potelets (Figure 73-e) mais comme attendu, l'erreur relative reste importante pour les éléments faiblement sollicités (Figures 73-d et -f). Les 7 jambes de force ou potelets présentent une erreur relative inférieure à 20 % (Figure 59-c) lorsque nous combinons les deux premiers CVSP quasi-statiques. L'apport de la combinaison deux premiers CVSP quasi-statiques est plus significatif que le CVSG dynamique à caractère quasi-statique car ce dernier ne peut pas approcher correctement les CMI. Il aurait été préférable de combiner le premier CVSP dynamique à caractère quasi-statique avec le quatrième CVSP dynamique à caractère résonant pour affecter plus de réponses.

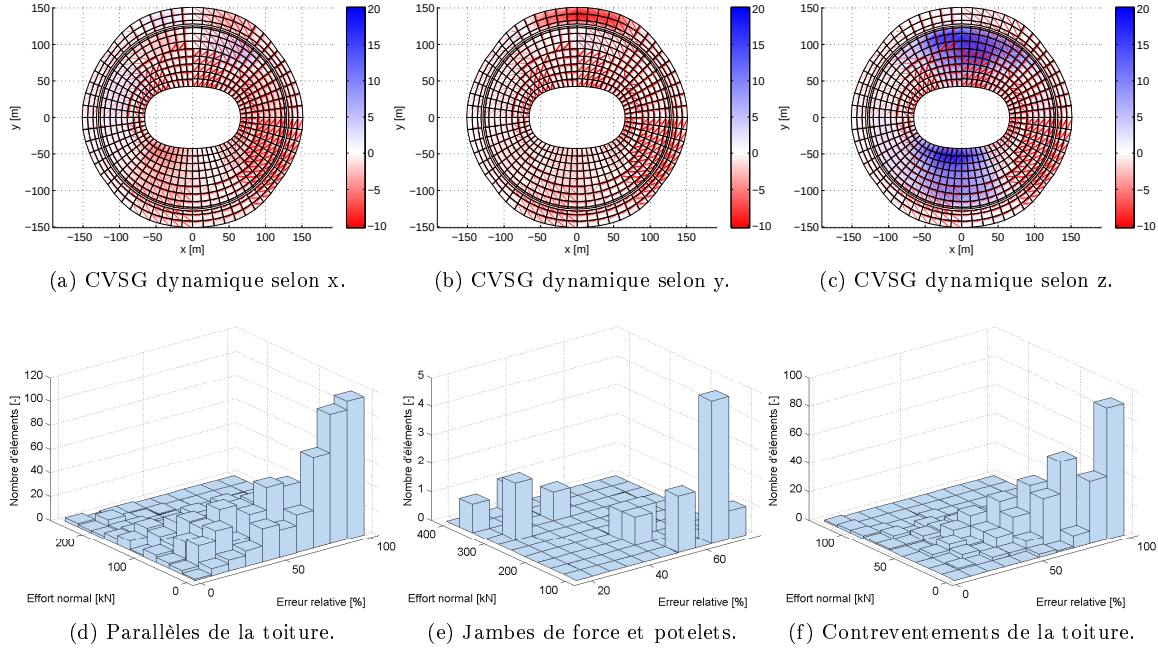


FIGURE 73: Combinaison des deux premiers CVSP dynamiques pour le couple de coefficients de combinaison $(C_1; C_2) = (-1, 13; 0, 39)$ qui minimise le facteur ϵ et maximise le facteur β .

Considérons à présent une combinaison des trois premiers CVSP, nous obtenons approximativement les mêmes coefficients de combinaison que ceux obtenus précédemment pour les deux premiers $(C_1; C_2; C_3) = (-1, 13; 0, 45; 0, 07)$. Les triplets coïncident pour la maximisation du facteur β et la minimisation de l'erreur relative moyenne ϵ car le nombre de CVSE dynamiques pour les jambes de force et les potelets considérés est relativement important par rapport aux nombres de CVSE affectés aux autres éléments. En effet, nous avons effectué la décomposition en valeurs singulières des CVSE pour obtenir les CVSP en considérant tous les types d'effort pour les jambes de force, les potelets et uniquement l'effort normal pour les autres éléments de la structure. De plus, les potelets sont constitués de 3 éléments finis au lieu d'un seul comme les autres éléments pour les raisons évoquées au chapitre II-4.2.4. Donc la modélisation plus fine de l'élément fini et la considération de plusieurs types d'effort pour les éléments importants a pour effet d'influencer les CVSP, et donc les CVSG. Nous constatons que, sous la combinaison des trois premiers CVSP dynamiques, l'erreur relative moyenne a diminué légèrement en passant de 64,5 % à 64 %.

Effectuons la combinaison des CVSP dynamiques 3, 4 et 5 à caractère plutôt résonant pour viser d'autres types d'éléments soumis à une contribution résonante de l'effort normal plus importante.

L'ensemble des valeurs des triplets $(C_1; C_2; C_3)$ est représenté à la Figure 74 dans différents systèmes d'axes. Les coefficients de combinaison varient entre -1 et 1 , les facteurs ϵ et β varient dans les intervalles $[0, 65; 0, 75]$ et $[0, 26; 0, 42]$ respectivement. L'erreur relative moyenne est minimale et vaut 65 % pour le triplet suivant $(0, 65; -0, 71; -0, 25)$ alors que le maximum du facteur β vaut 42 % pour le triplet $(0, 39; -0, 91; 0, 002)$. Nous constatons que ces triplets sont différents mais relativement proches, le triplet qui minimise l'erreur relative moyenne est conservé car le facteur β correspondant reste relativement important ($\beta = 41,7 \%$).

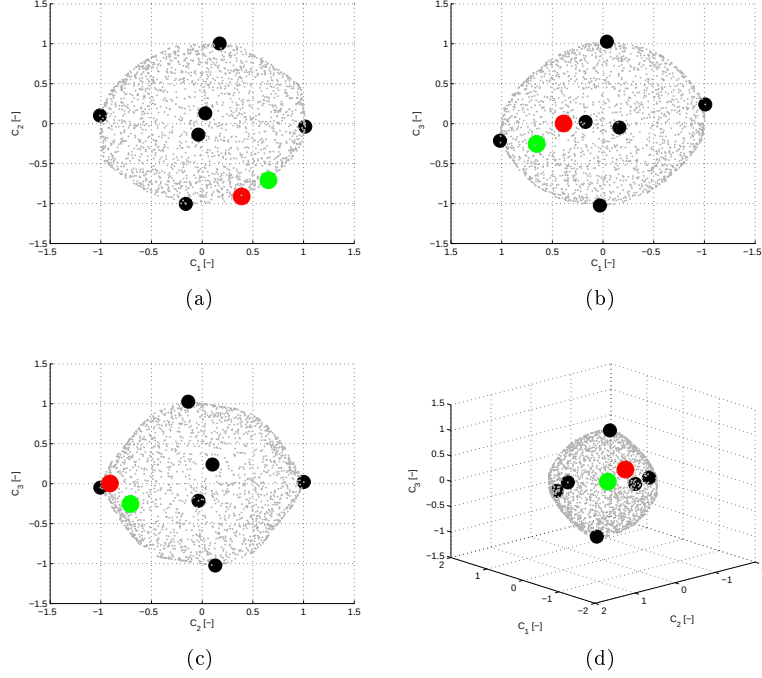


FIGURE 74: Ensemble des valeurs prises par les triplets (C_1, C_2, C_3) pour les CVSP dynamiques (points gris) (a) dans les axes C_1C_2 ; (b) C_1C_3 ; (c) C_2C_3 ; (d) $C_1C_2C_3$. Valeurs minimales et maximales de C_1 , C_2 et C_3 (points noirs), valeur maximale de β (point rouge) et valeur minimale de ϵ (point vert).

La combinaison des CVSP dynamiques 3, 4 et 5 à caractère résonant présente une composante selon x relativement importante comme le premier CMI (Figure 75-a) et selon z également (Figure 75-c) similaire à la composante selon z du troisième CMI ou du second CVSP quasi-statique. L'erreur relative sur l'effort normal des jambes de force ou potelets est inférieure à 50 % pour 7 éléments (Figure 75-e) comme pour la combinaison des deux premiers CVSP dynamiques (Figure 73-e). L'avantage est que cette combinaison vise à réduire les erreurs relatives sur les éléments du système de contreventement sollicités davantage par la composante horizontale selon x de la combinaison des trois CVSP dynamiques (Figure 73-f) par rapport à la combinaison des deux premiers CVSP (Figure 73-f). Par contre, nous observons que 200 éléments des parallèles présentant une erreur relative proche de 100 % pour de faibles efforts (Figure 75-d) pour la combinaison des trois CVSP dynamiques alors que le nombre d'éléments des parallèles ayant une erreur relative proche de 100 % est de 120 (Figure 73-d) pour la combinaison des deux premiers CVSP dynamiques.

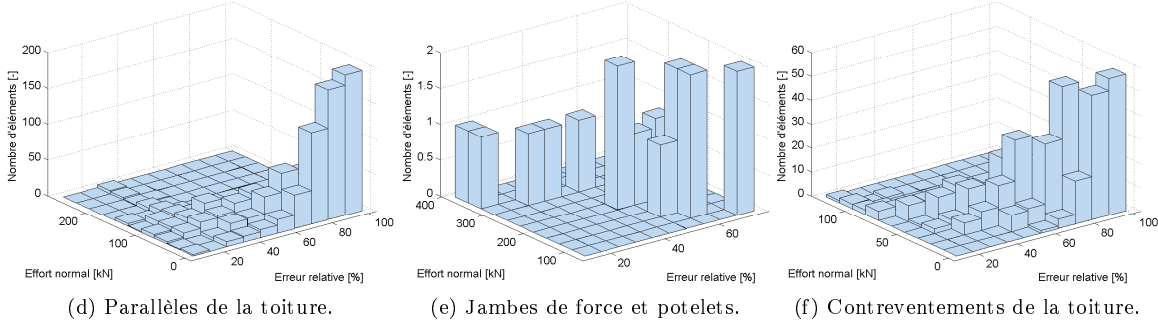
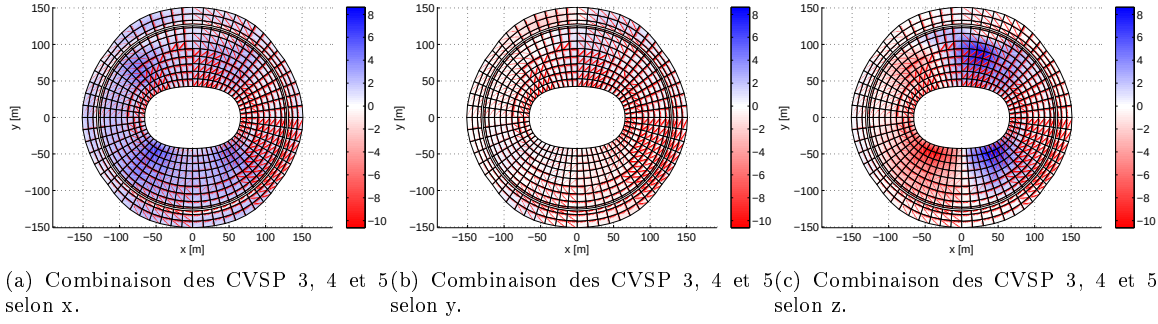


FIGURE 75: Combinaison des CVSP dynamiques 3, 4 et 5 pour le triplet de coefficients de combinaison qui minimise le facteur ϵ . Combinaison des CVSP dynamiques 3, 4 et 5 (forces nodales énergétiquement équivalentes) (a) selon x ; (b) selon y ; (c) selon z - Histogramme fonction de l'erreur relative et de l'effort normal (d) pour les parallèles de la toiture ; (e) pour les jambes de force et potelets ; (f) pour les contreventements de la toiture.

Par conséquent, les combinaisons des CVSP dynamiques ciblent des éléments différents et la démarche à suivre est de considérer l'erreur relative minimale sous ces deux combinaisons de CVSP dynamiques différentes. Nous observons que l'ensemble des jambes de force et des potelets présente une erreur relative sur l'effort normal inférieure à 60 %, dont 5 éléments présentent une erreur relative inférieure à 25 % (Figure 76-b). L'erreur relative a également chuté pour les parallèles et les éléments du système de contreventement (Figure 76-a et -c), notamment le nombre d'éléments ayant une erreur relative proche de 100 % est passée de 100 à 50 approximativement. La combinaison des deux premiers CVSP dynamique a un caractère quasi-statique alors que la combinaison des trois suivants est plutôt résonante, ces combinaisons visent des éléments différents et ont pour effet de réduire l'erreur relative moyenne à 47 %, ce qui est considérable pour seulement deux CVSG.

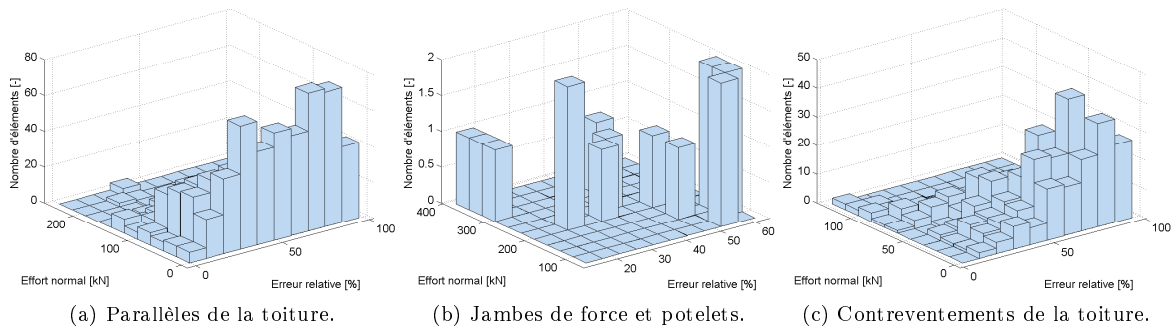


FIGURE 76: Histogramme de l'erreur relative minimale [%] en fonction de l'effort normal maximale [kN] dans les différentes catégories d'éléments de l'ossature sous des distributions de chargement (non appliquées de manière simultanée) pour les combinaisons des CVSP 1,-2 et CVSP 3-4-5 dynamiques.

Partie IV : Conclusions générales

Quatrième partie

Conclusions générales

Dans ce travail, les **hypothèses** émises sont multiples :

- l’analyse dynamique stochastique a été effectuée en considérant l’équation du mouvement au premier ordre et une loi de matériau indéfiniment élastique linéaire ;
- les processus aléatoires sont considérés gaussiens pour le calcul au vent ;
- l’amortissement structurel est de 1 % pour tous les modes propres ;
- les calculs sont réalisées pour les états limites de service.

La **première étape** a été de disposer l’ensemble des hypothèses sur le chargement de vent, plus précisément sur les conditions expérimentales, le type de rugosité de l’environnement autour du stade, le nombre de directions de vent considérées, le nombre d’enregistrements par direction de vent,... La méthodologie sur la correspondance entre la position des capteurs en soufflerie par rapport au modèle élément fini a été établie, requérant une attention particulière au niveau de l’anneau intérieur de la toiture et de la jupe. Une seule direction de vent, perpendiculaire à la façade Est du stade, est étudiée par la suite dans les différents types d’analyses mais également lors de la simplification du chargement aérodynamique. Le chargement de vent a été caractérisé par une panoplie de grandeurs statistiques qui ont permis de comprendre, de mieux appréhender physiquement l’attaque de la structure par le chargement éolien. Les coefficients de pression définis dans l’Eurocode NF EN 1991-1-4 pour la structure simplifiée en une toiture à versants multiples présentent les mêmes tendances que celles observées sur la carte de l’écart-type du coefficient de pression.

La **seconde étape** consistait à décrire le comportement statique de la structure, la construction de la matrice d’influence, de préciser les éléments étudiés ainsi que de présenter leur surface d’influence pour l’effort normal. Les analyses dynamiques et statiques ont été effectuées précisément pour l’effort normal car il était difficile, voire impossible de calculer les surfaces d’influence pour les autres types d’effort. L’analyse modale a été effectuée pour les vingt premiers modes propres dont les dernières fréquences propres sont proches de la fréquence d’échantillonnage. Les deux premiers modes propres correspondent à des déplacements transversaux globaux de la structure selon les axes N-S et E-O, les autres modes propres présentent des déplacements transversaux plus locaux. Verticalement, les déplacements des modes propres sont presque symétriques ou antisymétriques pour un grand nombre d’entre eux. Les chargements modaux inertiels sont essentiels dans la définition des chargements de vent statiques équivalents et leur réponse modale correspondante est indispensable pour effectuer l’analyse dynamique en base modale. Les pressions de vent sont représentées dans les axes locaux des plaques constituant la toiture car elles sont perpendiculaires à ces dernières. Les chargements modaux inertiels, liés aux propriétés intrinsèques de la structure, ne sont pas nécessairement perpendiculaires aux plaques et doivent donc être représentés dans les trois axes globaux. Seules les forces nodales énergétiquement équivalentes des chargements modaux inertiels sont illustrées car les moments nodaux énergétiquement équivalents sont difficiles à interpréter. Les distributions des chargements modaux inertiels sont à mettre en relation avec la forme des déformées modales.

La **troisième étape** comporte l’analyse statique, dynamique stochastique en bases nodale et modale. L’effort interne au sein d’un élément se sépare suivant trois composantes : l’effort moyen, les contributions quasi-statique et résonante de l’effort extrême. L’analyse dynamique stochastique en base nodale est effectuée uniquement pour la contribution quasi-statique de l’effort extrême, l’analyse statique permet de déterminer la moyenne de l’effort et l’analyse dynamique stochastique en base modale permet d’évaluer les contributions quasi-statique et résonante de l’effort extrême.

En base modale, les forces nodales énergétiquement équivalentes du chargement aérodynamique sont projetées dans chaque mode propre. Si le mode propre est antisymétrique par rapport à l’axe Est-Ouest, la force généralisée associée aura tendance à être relativement faible par rapport à un mode propre symétrique vu que le chargement aérodynamique est symétrique. La méthode de Welch pour approximer les densités spectrales de puissance en utilisant un fenêtrage de type Hamming et un recouvrement à 50 % a été appliqué. Une fréquence parasite apparaît à 0,85 Hz (la fréquence équivalente en soufflerie est de 70 Hz) car un pic est présent à toutes les DSP des forces généralisées pour cette fréquence. Pour prolonger les DSP au delà de la fréquence de Nyquist, le produit de la DSP par la fréquence f est représenté dans les axes logarithmiques et l’approximation linéaire par la

méthode des moindres carrés est utilisée en retirant la plage de fréquence autour du pic parasite. Nous supposons, qu’au delà de la fréquence de Nyquist, la cohérence est nulle car elle est très erratique.

L’approximation en bruit blanc (B.B.) pour l’estimation de la variance de l’amplitude modale a été appliquée. Les contributions dynamiques des variances des amplitudes modales tendent à diminuer car les pics de résonance des DSP des amplitudes modales associées aux modes propres élevés diminuent vu que les DSP des forces généralisées sont décroissantes en fonction de la fréquence. Cependant, rien ne nous garantit que les contributions quasi-statiques des variances des amplitudes modales tendent à décroître lorsque l’indice du mode propre considéré est élevé vu qu’elles sont proportionnelles aux variances des forces généralisées. Le comportement de la structure est plutôt résonant vu que le rapport entre les contributions quasi-statique et résonante b est relativement faible pour un grand nombre de modes propres. Vu le caractère erratique des fonctions de cohérence, la difficulté de les approximer et donc de les prolonger au delà de la fréquence de Nyquist, l’approximation SRSS a été appliquée pour la contribution résonante de la réponse extrême. Pour l’analyse quasi-statique en base modale, l’approche CQC est toujours appliquée pour la détermination des coefficients de corrélation entre les forces généralisées.

L’importance de chacune des composantes modales de la contribution résonante des efforts normaux peut être comprise à l’aide des surfaces d’influence et des chargements modaux inertiels dans les axes globaux. Nous avons souligné l’importance d’une modélisation par éléments finis plus fine pour les potelets et jambes de force lorsque nous considérons des modes propres d’indice élevé dans l’analyse en base modale. La contribution quasi-statique de l’effort extrême en base modale est moins précise qu’en base nodale car nous avons effectué la troncature de la base des modes propres. L’inconvénient de l’analyse en base nodale est la mémoire nécessaire pour effectuer les calculs mais son grand avantage est sa précision. Les 20 premiers modes propres sont conservés pour la troncature en base modale car la variance de l’amplitude modale tendait à décroître au delà du 12^{ème} mode propre mettant en évidence la convergence de l’analyse résonante en base modale. Il est difficile d’affecter un seul coefficient d’amplification dynamique car il varie d’une catégorie d’éléments à l’autre et qu’en plus, pour un même élément, il dépend de la direction du vent.

La **dernière étape** de ce travail est la simplification du chargement aérodynamique, le chargement de vent statique équivalent d’une réponse donnée se définit comme une distribution de chargement telle qu’elle maximise cette réponse. Le chargement de vent statique équivalent défini par Kasperski (1992) dépend de la corrélation entre réponse quasi-statique et le chargement (méthode CRC), il synthétise le comportement mécanique de la structure par la surface d’influence et le chargement de vent. Les CVSE quasi-statiques ont une signification physique car il se définit comme le chargement qui maximise un effort donné et dont les autres efforts sont les valeurs les plus probables sollicitant les autres éléments de la structure. Les CVSE ne peuvent changer de signe brusquement d’une plaque à l’autre pour suivre les zones préférentielles de chargement indiquées par les surfaces d’influence car le CVSE inclut la cohérence du vent.

Chen and Kareem (2001) mettent en évidence le CVSE dynamique comme une combinaison linéaire de ses contributions quasi statiques et résonantes pondérées par des facteurs de poids. La contribution quasi-statique du CVSE est liée directement au chargement de vent et est perpendiculaire aux plaques. La contribution résonante du CVSE s’exprime comme combinaison linéaire des chargements modaux inertiels. Les chargements modaux inertiels possèdent, a priori, des composantes de chargements pour n’importe quelle degré de libertés et à tous les noeuds de la structure. La contribution résonante du CVSE dépend des CMI amplifiés ou non par le facteur de poids correspondant, ce dernier intègre la projection des CMI sur la surface d’influence de la réponse correspondante. Les CMI peuvent présenter des valeurs importantes également dans les zones d’écart-type de coefficient de pression faible. Donc, ces chargements peuvent mieux approcher les surfaces d’influence que la contribution quasi-statique du CVSE car ils ne sont pas contraints par les valeurs extrêmes du chargement aérodynamique.

La décomposition en valeurs singulières de la matrice des CVSE permet d’identifier les chargements de vent statiques principaux CVSP et de les classer en fonction de leur importance dans la combinaison linéaire en vue d’obtenir un CVSE quelconque. L’avantage majeur de cette méthode est que les CVSP constituent une base très réduite car 30 CVSP quasi-statiques suffisent à reconstruire 80 % des CVSE quasi-statiques et 20 CVSP dynamiques permettent de reconstruire 80 % des CVSE dynamiques. La décomposition en valeurs singulières des CVSE dynamiques a été effectuée uniquement pour les efforts normaux dans l’ensemble des éléments de la structure, et pour tous les types d’effort dans les potelets et les jambes de force. Les CVSP dynamiques peuvent être qualifiés de “quasi-statique”, “résonant”

ou “intermédiaire” en comparant leur distribution aux CVSP quasi-statiques d’une part et aux CMI d’autre part.

Les CVSP présentent l’avantage de ne pas distinguer le type d’effort à maximiser alors que travailler sur les surfaces d’influence nous imposent de ne considérer que les efforts normaux. Ce sont des chargements plus représentatifs pour un dimensionnement de l’ensemble de la structure car ces derniers synthétisent les CVSE. Ces chargements sont plus globaux que les CVSE, ils couvrent de larges zones de la structure et visent à cibler plusieurs valeurs extrêmes de réponses en même temps. L’avantage de cette méthode est qu’elle est systématique et facile à traiter numériquement.

La décomposition en valeurs singulières de la matrice de covariance des pression proposée par Katsumara (2007) présente une moins bonne convergence que la décomposition en valeurs singulières de la matrice des CVSE. Contrairement à la méthode CRC proposée par Kasperski (1992), cette méthode n’exige pas de connaître la réponse quasi-statique de la structure, donc le comportement mécanique de cette dernière. Or, il peut toujours être intéressant d’avoir une idée des chargements globaux quasi-statiques pour effectuer un pré-dimensionnement de la structure ou un dimensionnement de la structure si le comportement de la structure est quasi-statique ($b > 5$).

Les modes de chargement CPT présentent des distributions très proches aux CVSP quasi-statiques. L’ordre d’importance des modes de chargement CPT et CVSP quasi-statiques n’est pas la même car la décomposition en valeurs singulières des CVSE intègre en plus du champ de pression, les propriétés mécaniques de la structure.

Les modes de chargement CPT présentent des distributions proches des trois premiers CVSP dynamiques. Il n’existe pas de correspondance entre le quatrième CVSP dynamique à caractère résonant et les modes de chargement CPT car la composante transversale du CVSP selon l’axe N-S est importante (similaire au premier chargement modal inertiel).

Les premiers CVSP ou modes de chargement CPT visent les éléments les plus sollicités et plus l’indice du CVSP ou du mode de chargement CPT est élevé, plus ce dernier visera à réduire l’erreur relative sur les efforts des éléments peu sollicités. Les CVSP ou les modes de chargement CPT ciblent des éléments différents, et considérer les trente (vingt) premiers CVSP quasi-statiques (dynamiques) permet de reconstruire l’enveloppe des réponses extrêmes quasi-statiques (dynamiques) avec des erreurs relatives comprises entre 20 % et 50 % pour les différentes catégories d’éléments. Les modes de chargement CPT approchent correctement l’enveloppe des réponses quasi-statiques et non celle des réponses extrêmes dynamiques car le comportement de la structure est plutôt résonant et les erreurs relatives deviennent importantes.

Une alternative pour réduire davantage l’erreur relative est la combinaison des CVSP dont les coefficients de combinaison sont déterminés à partir de la simulation de Monte-Carlo suivant une loi normale. Ces combinaisons de CVSP donnent lieu à des chargements de vent statiques globaux CVSG.

La combinaison des deux premiers CVSP dynamiques à caractère quasi-statique et des trois suivants à caractère résonant permettent d’atteindre une erreur relative sur l’effort normal compris entre 20 % et 60 % pour les jambes de force et les potelets, et une erreur relative moyenne égale à 47 % par rapport à l’enveloppe des réponses extrêmes dynamiques avec seulement ces deux chargements. Plus le nombre de CVSP considérés dans le CVSG est élevé, plus l’erreur relative moyenne diminue. Pour une structure aussi complexe, il n’est pas possible de définir un seul chargement qui reconstruit l’entièreté de l’enveloppe des réponses mais ces combinaisons permettent de limiter davantage le nombre de cas de charges de vent statiques.

En perspective de ce travail de fin d’études :

- Étendre le développement, la théorie sur les chargements de vent statiques équivalents aux processus non gaussiens. Le coefficient d’asymétrie de la pression fluctuante présentait des valeurs relativement importantes au niveau de la jupe et des arêtes vives en périphérie de la toiture ;
- Les chargements de vent statiques équivalents ont été évalués pour des efforts mais sont applicables pour des contraintes, des déplacements, des réactions d’appuis ;
- Appliquer à d’autres modes de sollicitations dynamiques (houle, explosion par exemple) ;
- De proposer une méthode qui maximise plusieurs types d’effort en une même section d’un élément donné ;
- Chaque réponse est caractérisée par un seul facteur de pointe, et donc chaque CVSE également. Or, les réponses de la structure sous ce CVSE sont telles qu’il est difficile de les caractériser par un seul et même facteur de pointe. Le facteur de pointe a été fixé à 3,5 comme prescrit dans l’Eurocode mais il aurait été intéressant d’aborder cette problématique plus en détails.

La limite de ce travail est le prolongement des spectres des forces généralisées jusqu'au double de la fréquence de Nyquist par la méthode d'approximation linéaire des moindres carrées car les dispositions technologiques en soufflerie sont limitées.

Finalement, ce travail regroupe tous les outils nécessaires à la définition d'un nombre limité de chargements de vent statiques globaux, permettant ainsi d'approcher l'enveloppe des réponses dynamiques extrêmes avec un certain degré de précision.

Partie V : Annexes

Cinquième partie

Annexes

1 Surfaces d'influence en axes globaux

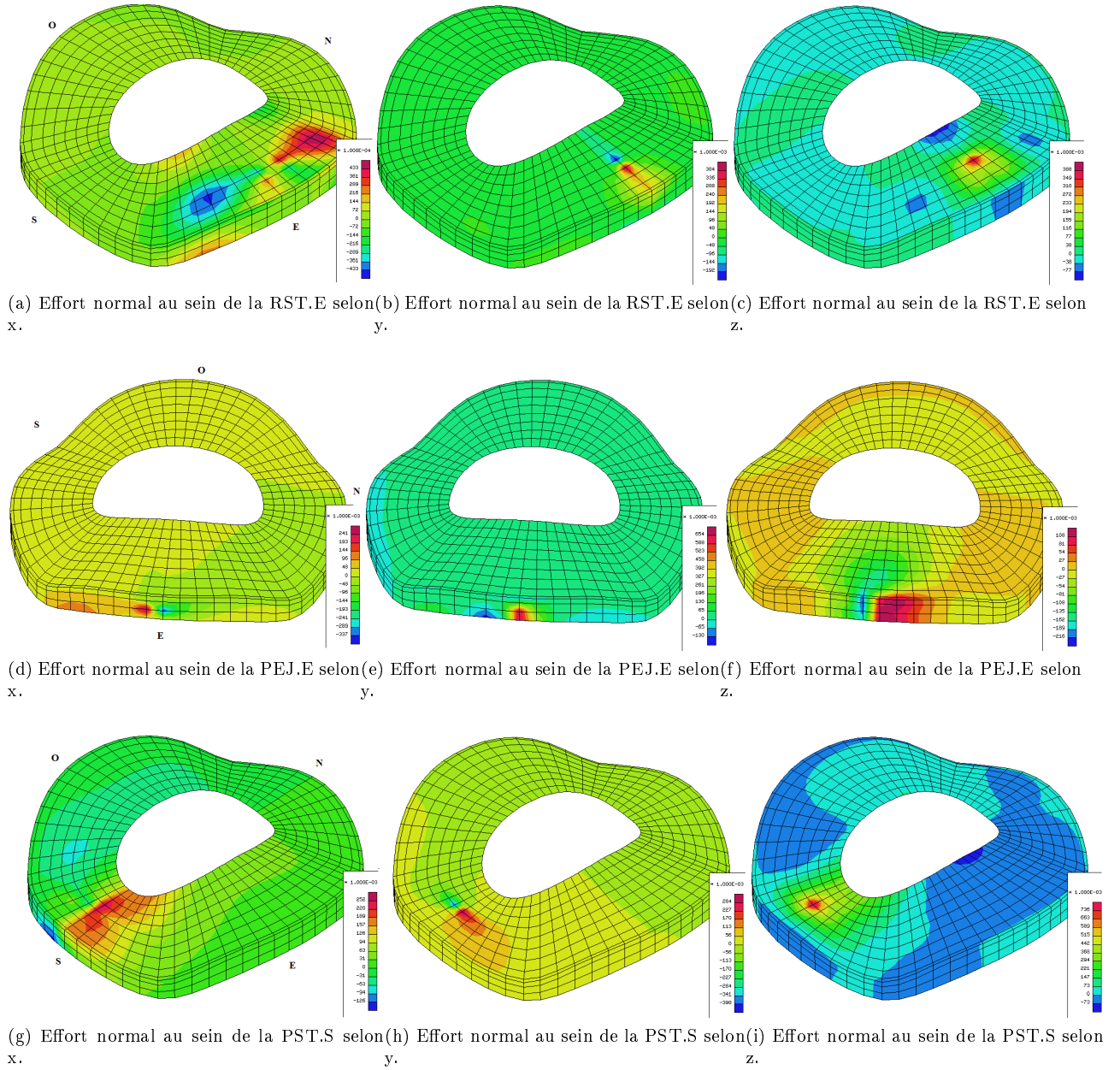
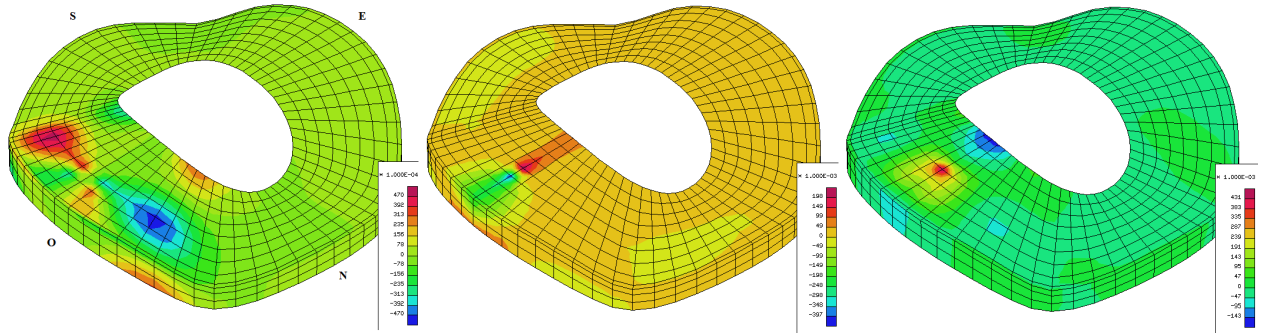
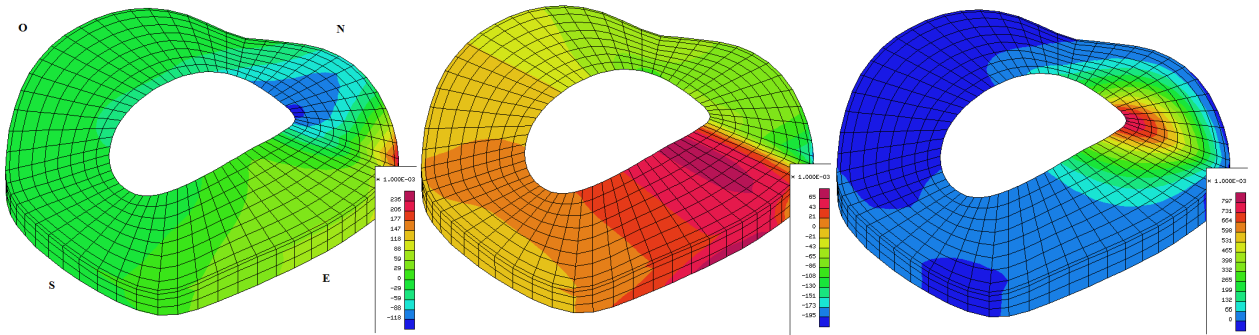


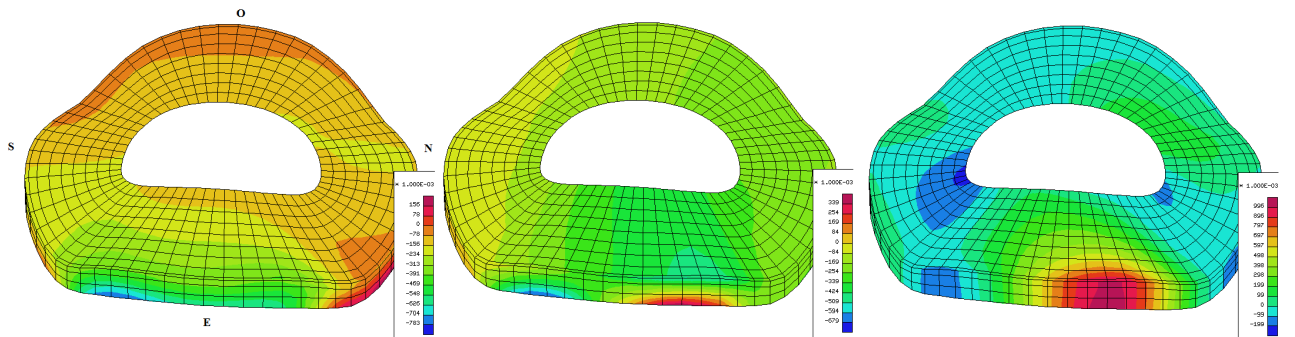
FIGURE 77: Surface d'influence dans les axes globaux pour la RST.E, la PEJ.E et la PST.S (Unités : kN, m).



(a) Effort normal au sein de la RST.O selon x. (b) Effort normal au sein de la RST.O selon y. (c) Effort normal au sein de la RST.O selon z.



(d) Effort normal au sein de la JF.NE selon x. (e) Effort normal au sein de la JF.NE selon y. (f) Effort normal au sein de la JF.NE selon z.



(g) Effort normal au sein du Po.E selon x. (h) Effort normal au sein du Po.E selon y. (i) Effort normal au sein du Po.E selon z.

FIGURE 78: Surface d'influence dans les axes globaux pour la RST.O, la JF.NE, la RST.O et le Po.E (Unités : kN, m).

2 Moyenne et contribution quasi-statique des efforts

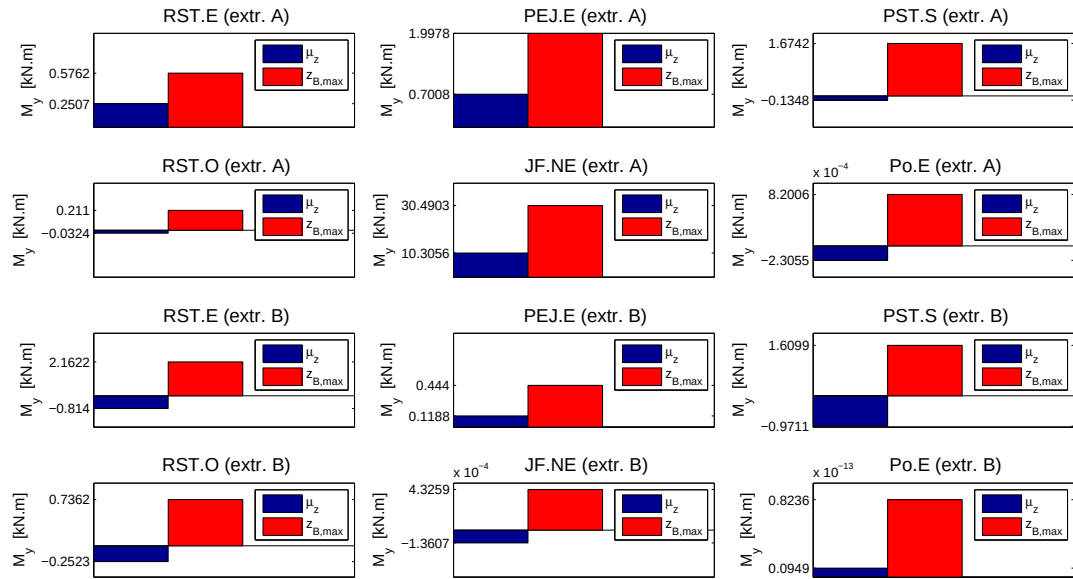


FIGURE 79: Moyenne et contribution quasi-statique du moment de flexion selon y au sein des éléments choisis.

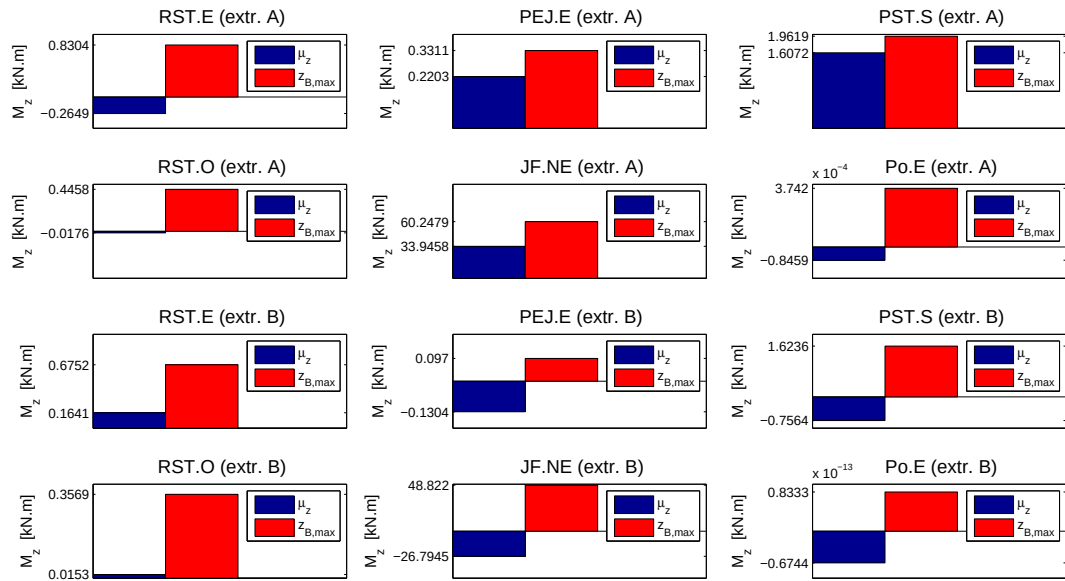


FIGURE 80: Moyenne et contribution quasi-statique du moment de flexion selon z au sein des éléments choisis.

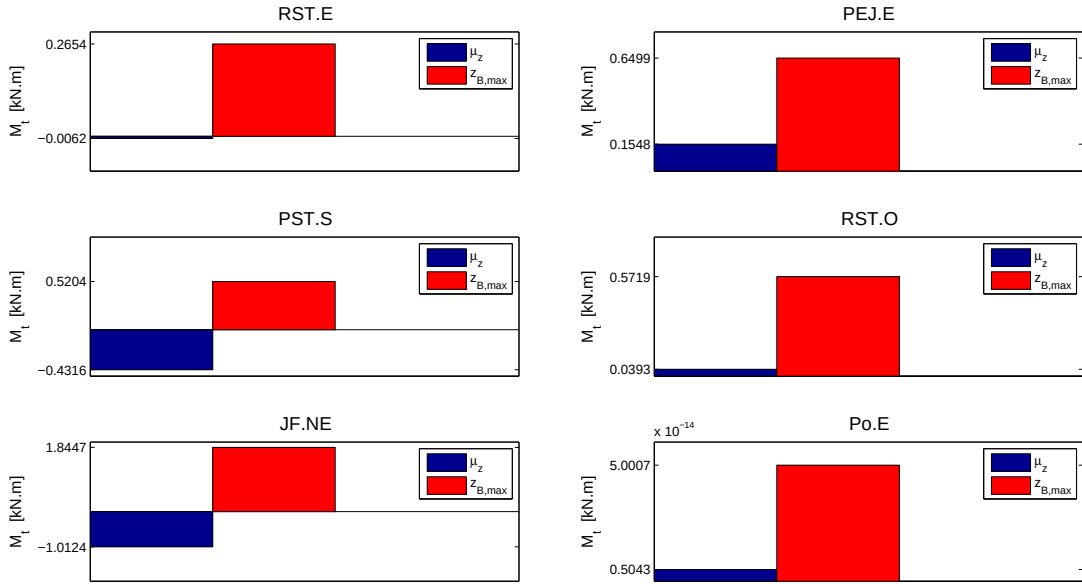


FIGURE 81: Moyenne et contribution quasi-statique du moment de torsion au sein des éléments choisis.

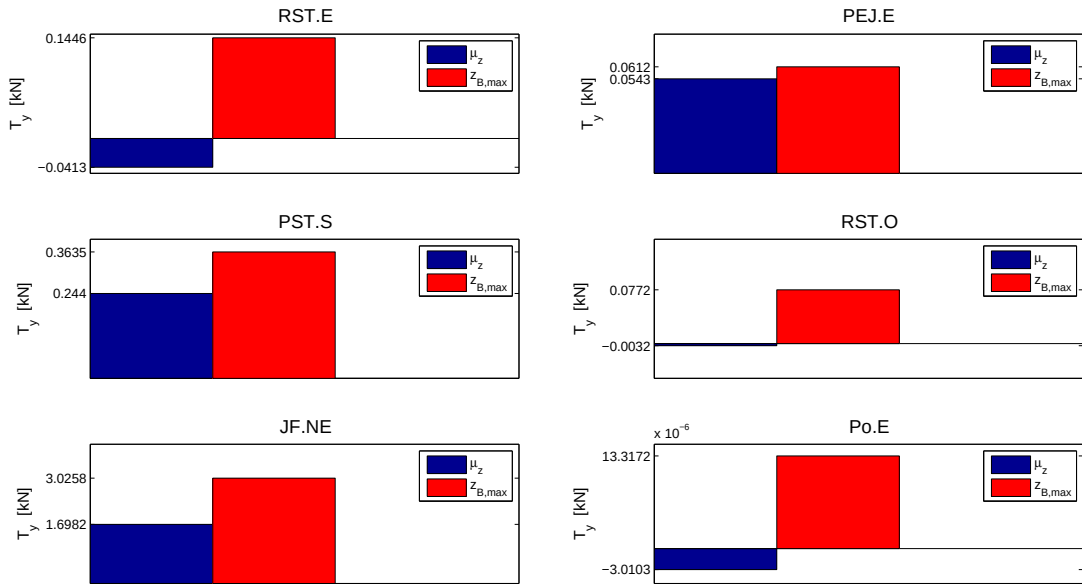


FIGURE 82: Moyenne et contribution quasi-statique de l'effort tranchant selon y au sein des éléments choisis.

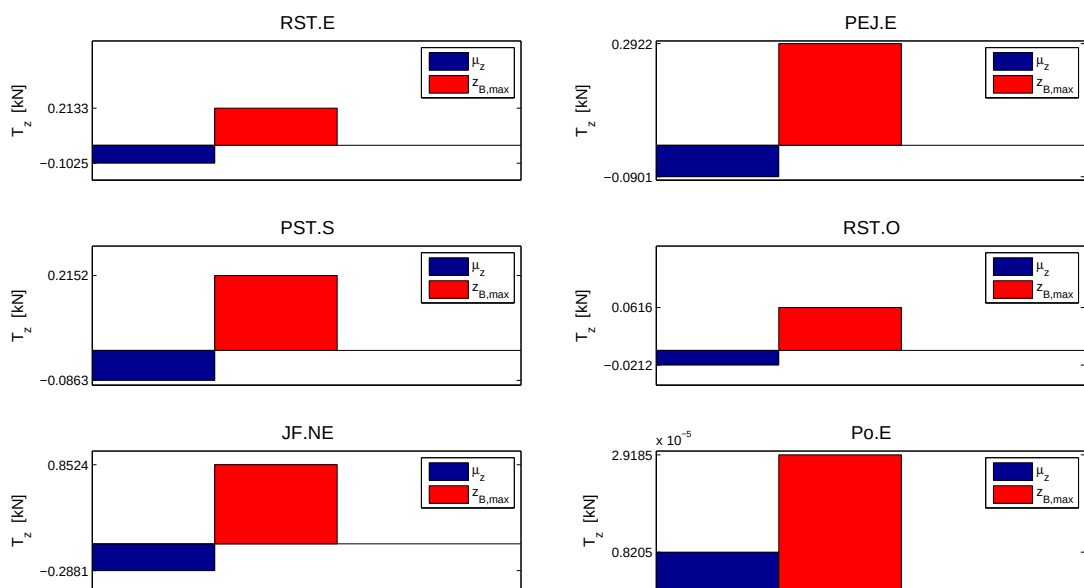


FIGURE 83: Moyenne et contribution quasi-statique de l'effort tranchant selon z au sein des éléments choisis.

3 Approximation par la méthode des moindres carrés de fS_{F^*}

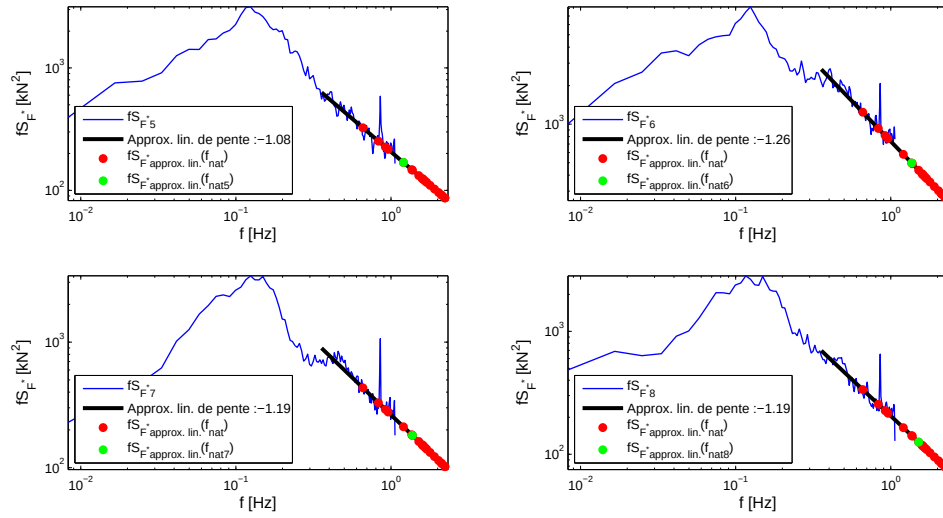


FIGURE 84: Approximation des $fS_{F_i^*}$ ($i = 5$ à 8) dans les axes logarithmiques.

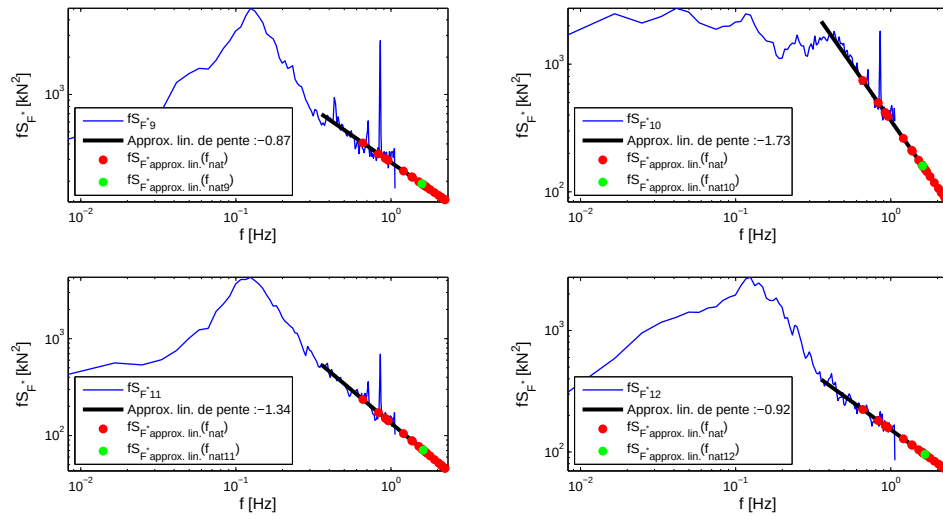


FIGURE 85: Approximation des $fS_{F_i^*}$ ($i = 9$ à 12) dans les axes logarithmiques.

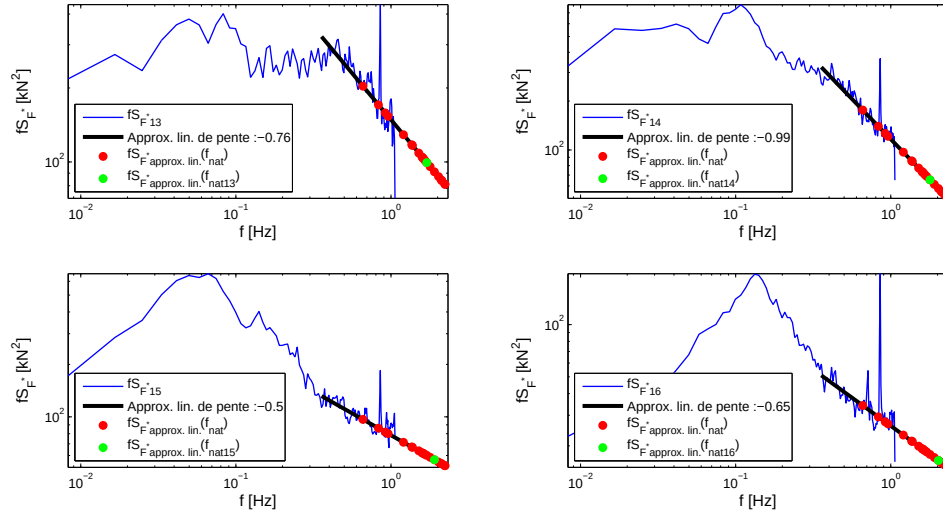


FIGURE 86: Approximation des $fS_{F_i}^*$ ($i = 13$ à 16) dans les axes logarithmiques.

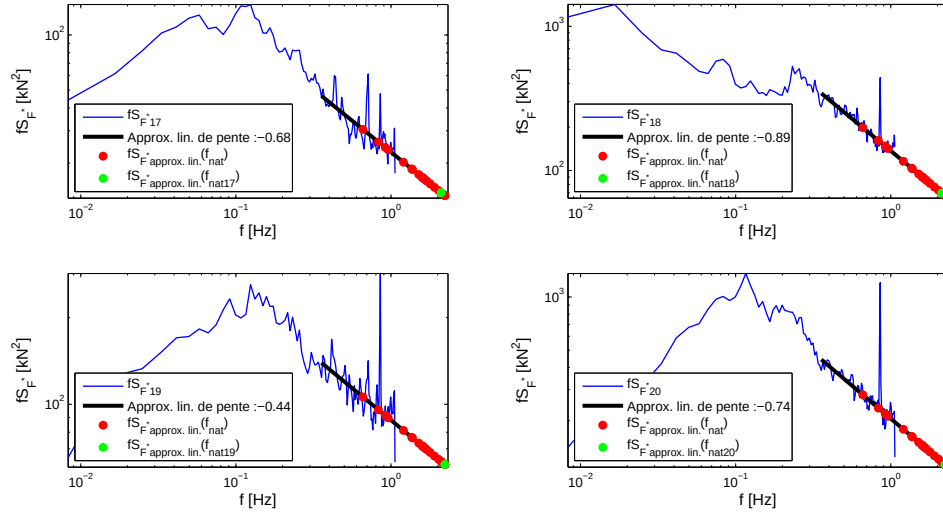


FIGURE 87: Approximation des $fS_{F_i}^*$ ($i = 17$ à 20) dans les axes logarithmiques.

4 Approximation des DSP des forces généralisées aux droits des fréquences propres

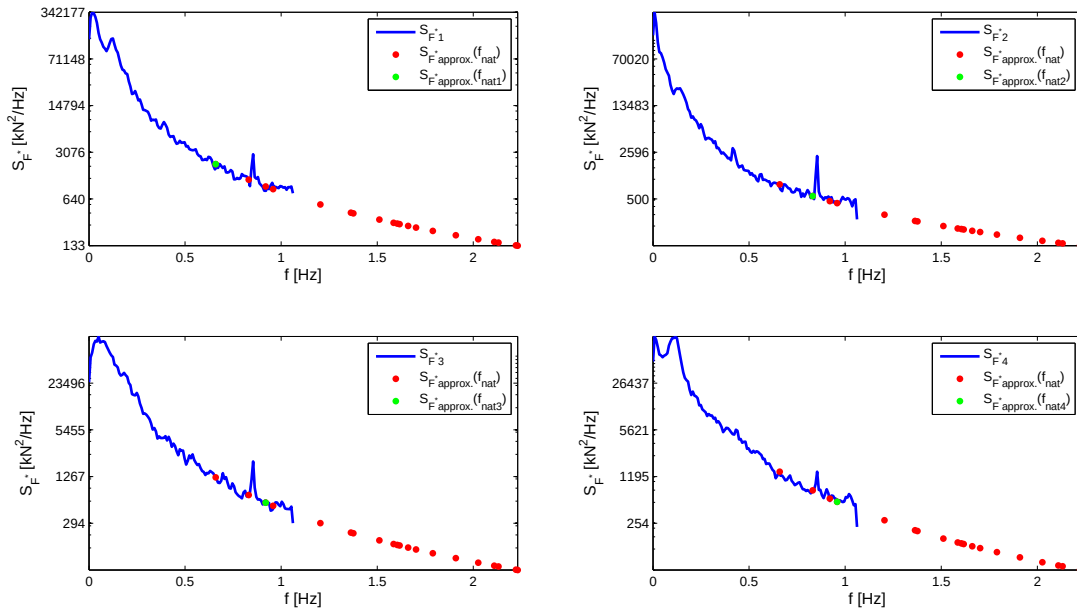


FIGURE 88: DSP des forces généralisées $S_{F_i^*}$ ($i = 1 \text{ à } 4$) et leur approximation.

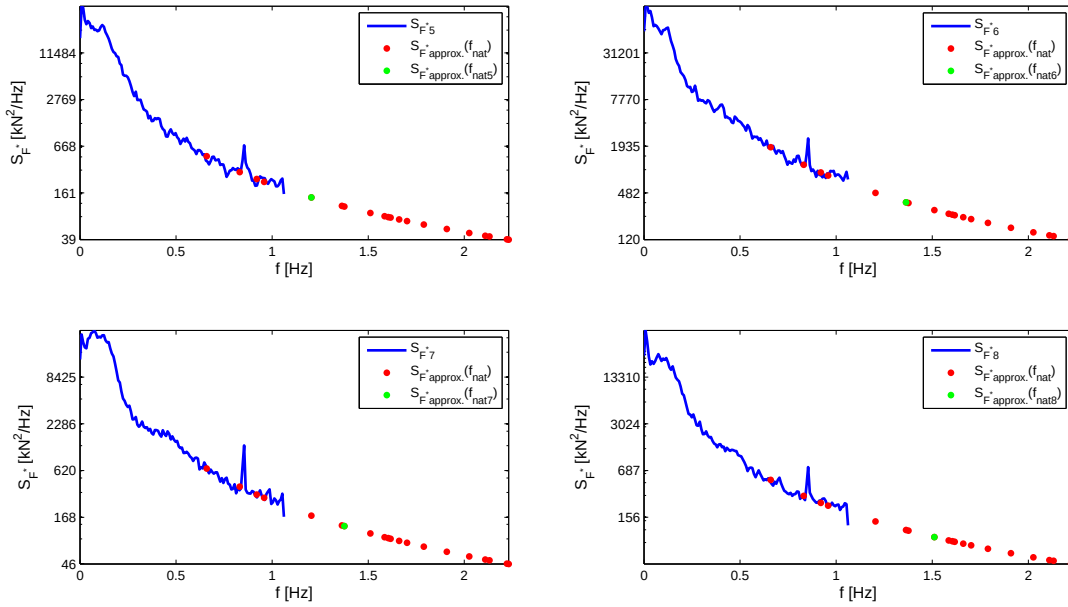


FIGURE 89: DSP des forces généralisées $S_{F_i^*}$ ($i = 5 \text{ à } 8$) et leur approximation.

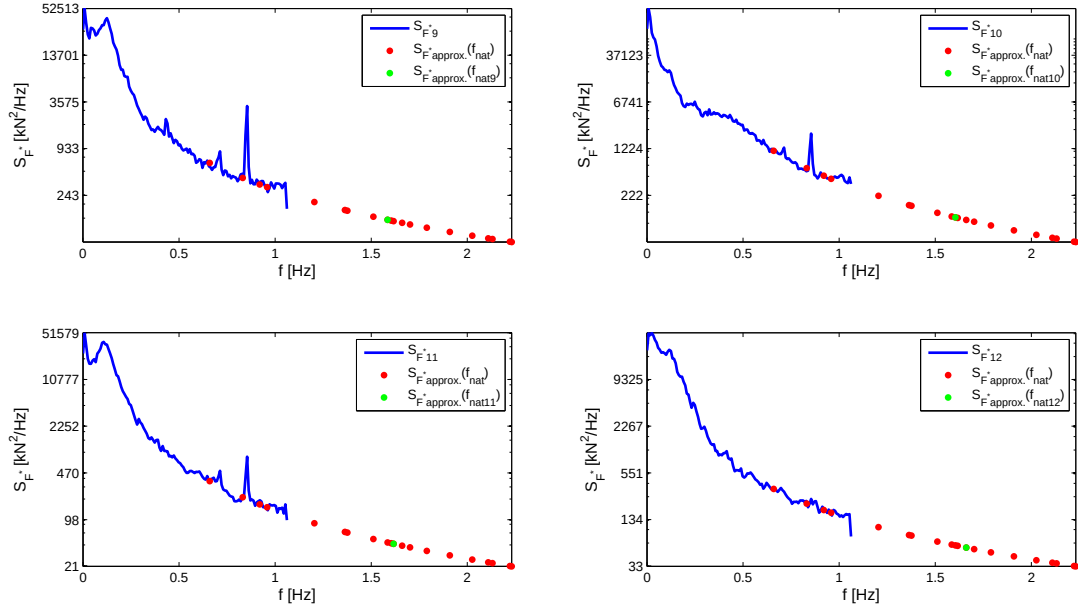


FIGURE 90: DSP des forces généralisées $S_{F_i^*}$ ($i = 9$ à 12) et leur approximation.

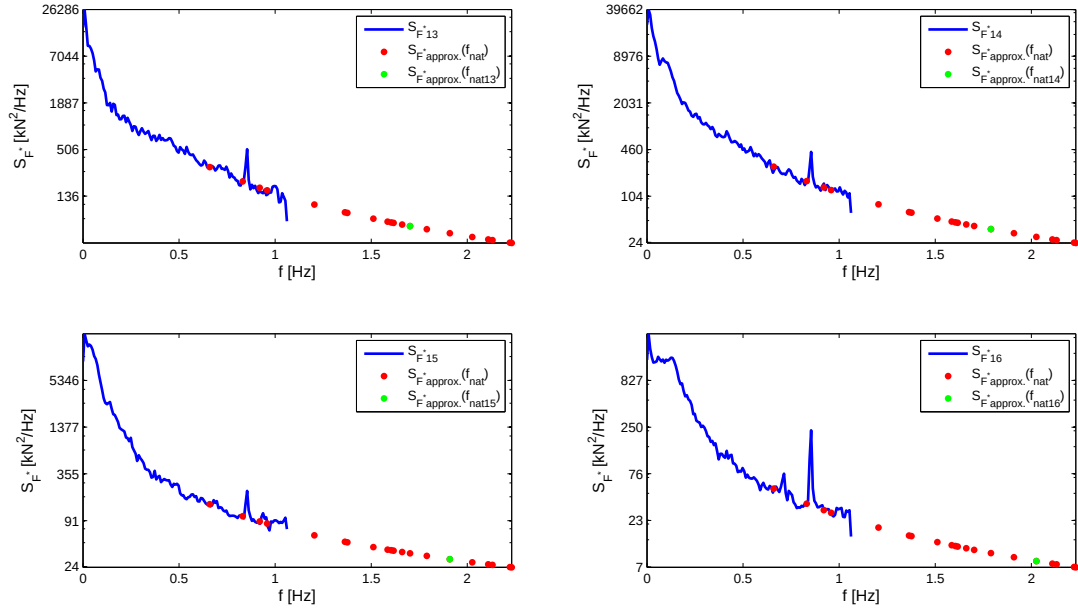


FIGURE 91: DSP des forces généralisées $S_{F_i^*}$ ($i = 13$ à 16) et leur approximation.

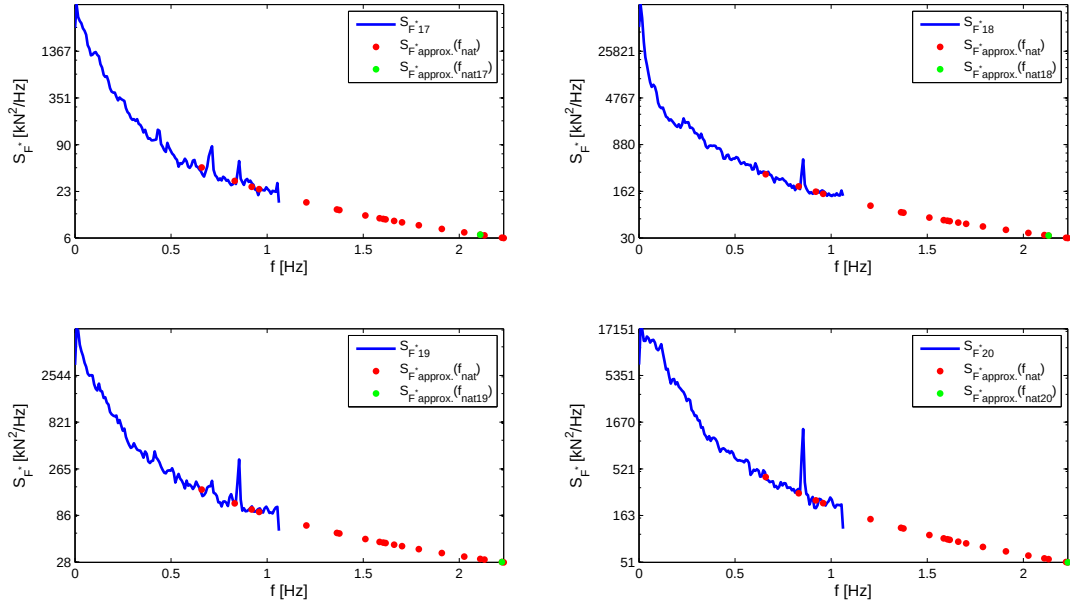


FIGURE 92: DSP des forces généralisées $S_{F_i^*}$ ($i = 17$ à 20) et leur approximation.

5 Contributions quasi-statique, résonante et dynamique des moments en base modale

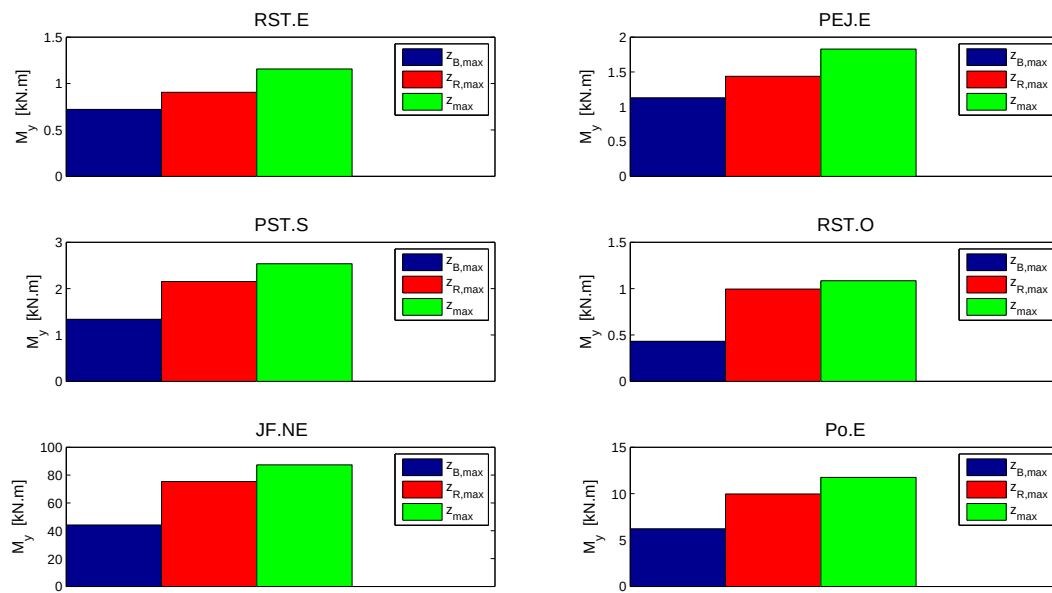


FIGURE 93: Contributions quasi-statique, résonante et dynamique du moment de flexion selon y au sein des éléments choisis (extrémité A).

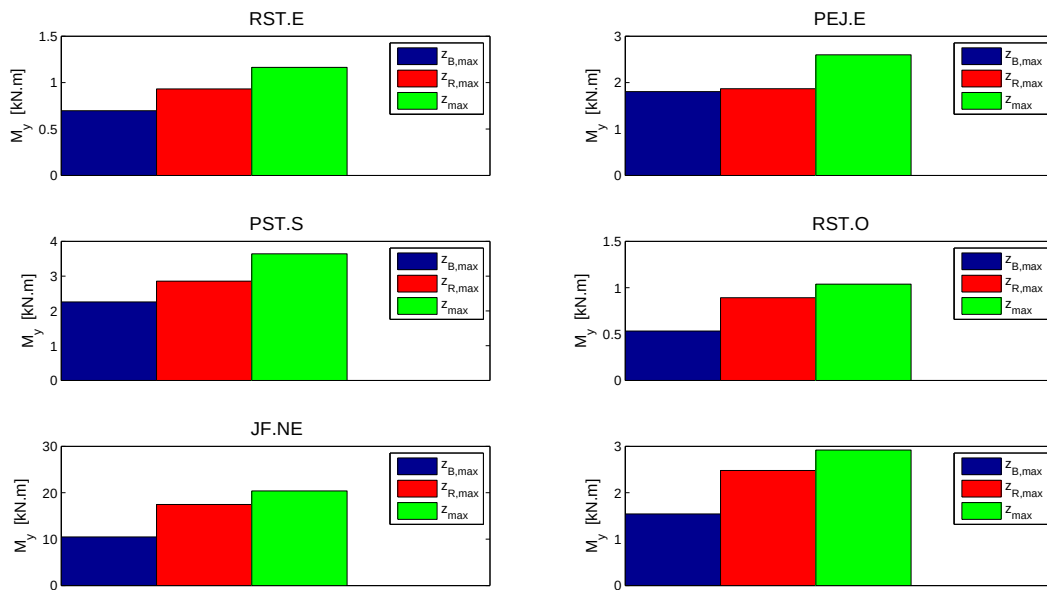


FIGURE 94: Contributions quasi-statique, résonante et dynamique du moment de flexion selon y au sein des éléments choisis (extrémité B).

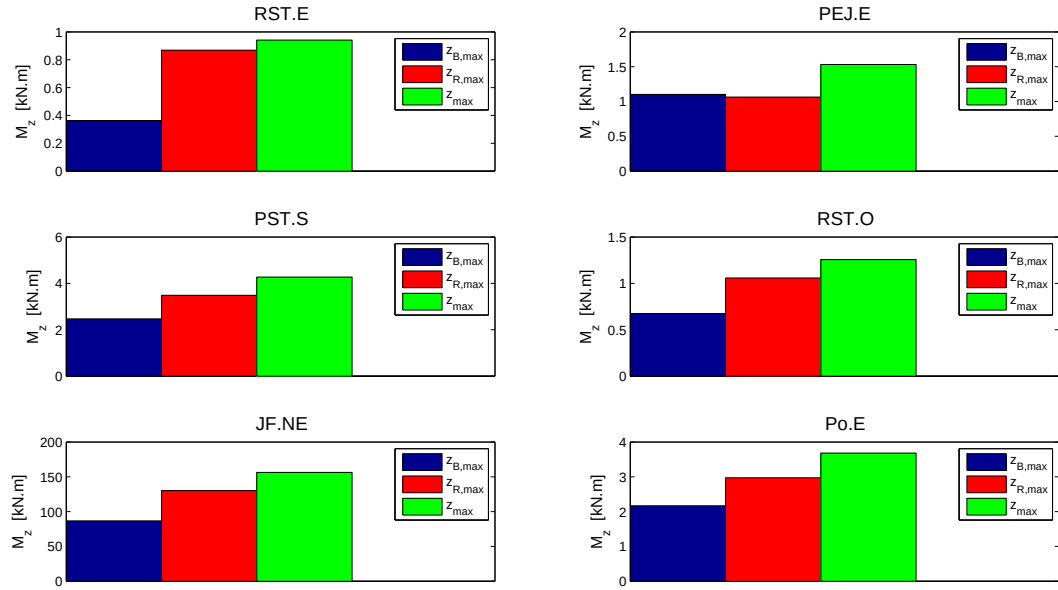


FIGURE 95: Contributions quasi-statique, résonante et dynamique du moment de flexion selon z au sein des éléments choisis (extrémité A).

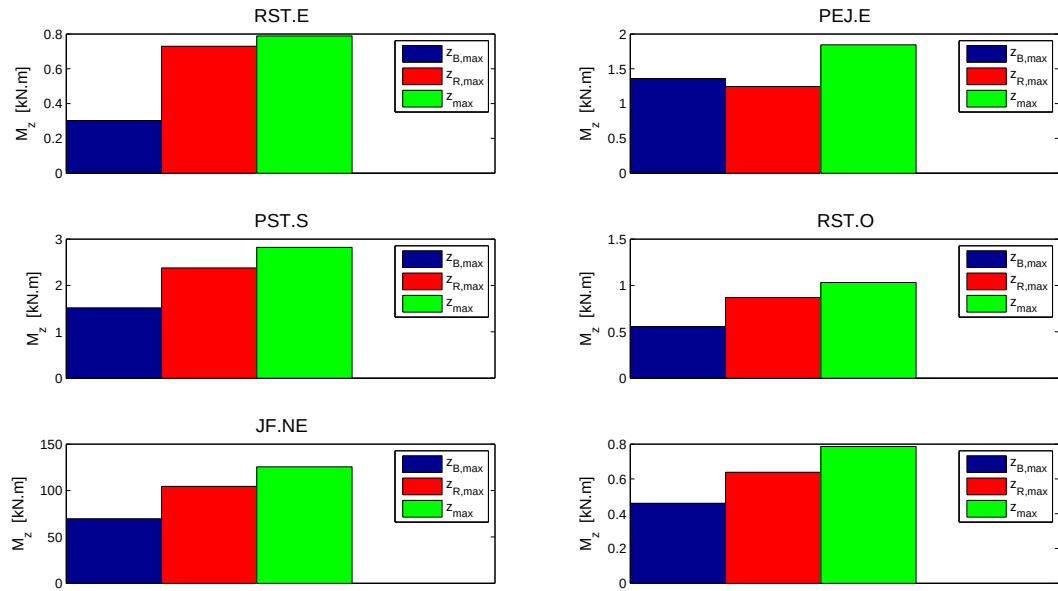


FIGURE 96: Contributions quasi-statique, résonante et dynamique du moment de flexion selon z au sein des éléments choisis (extrémité B).

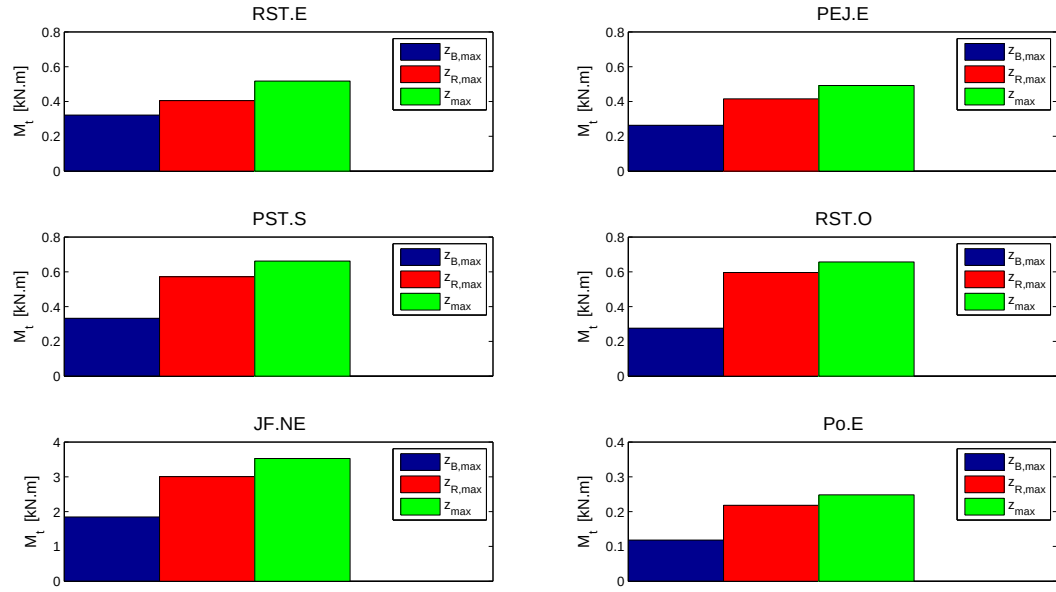


FIGURE 97: Contributions quasi-statique, résonante et dynamique du moment de torsion au sein des éléments choisis (extrémité A ou B).

6 Contributions quasi-statiques des chargements de vent statiques équivalents selon les 3 axes globaux

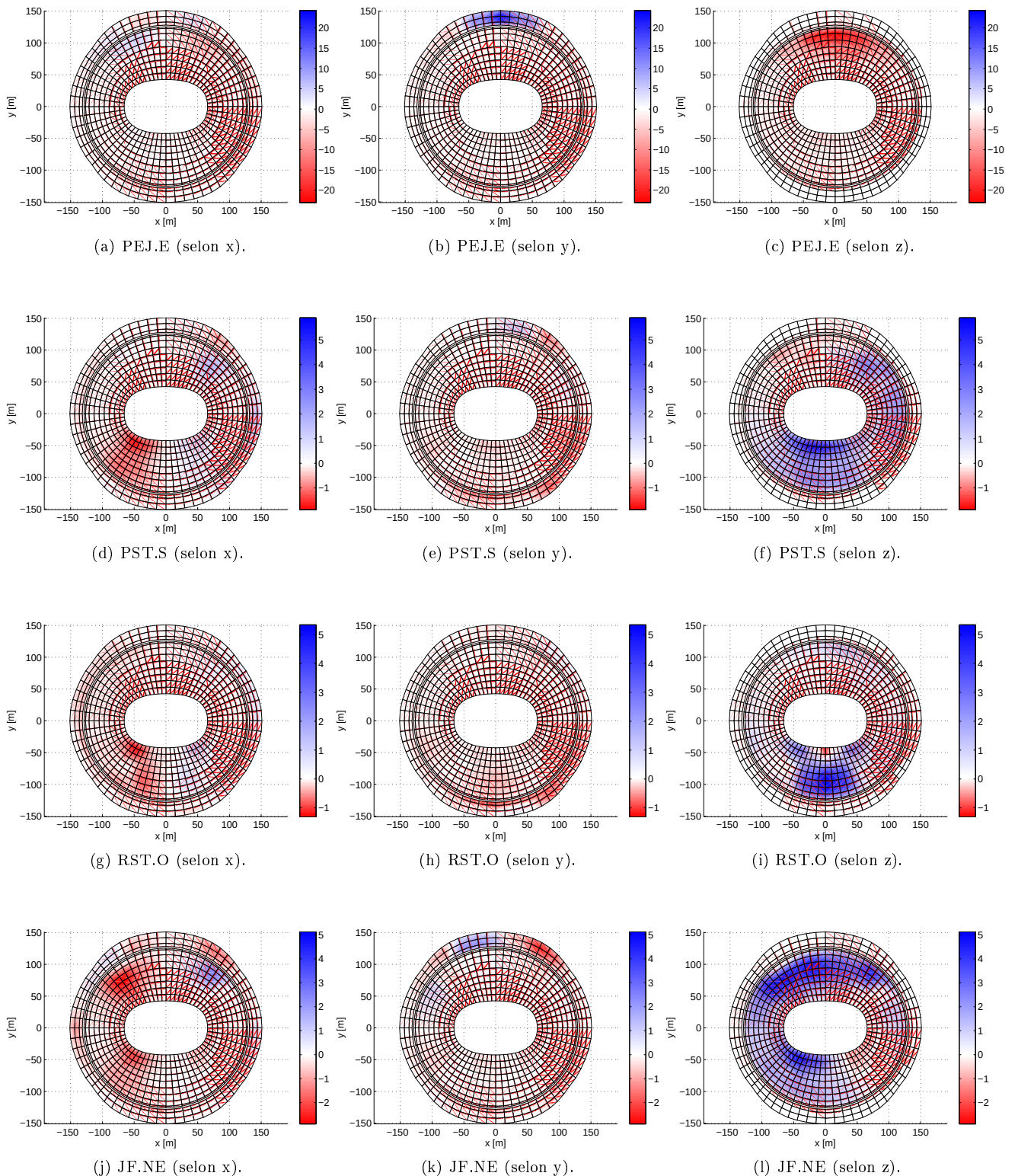


FIGURE 98: Forces nodales énergétiquement équivalentes [kN] de la contribution quasi-statique des CVSE des efforts normaux (PEJ.E, PST.S, RST.O et JF.NE).

7 Contributions résonantes des chargements de vent statiques équivalents selon les 3 axes globaux

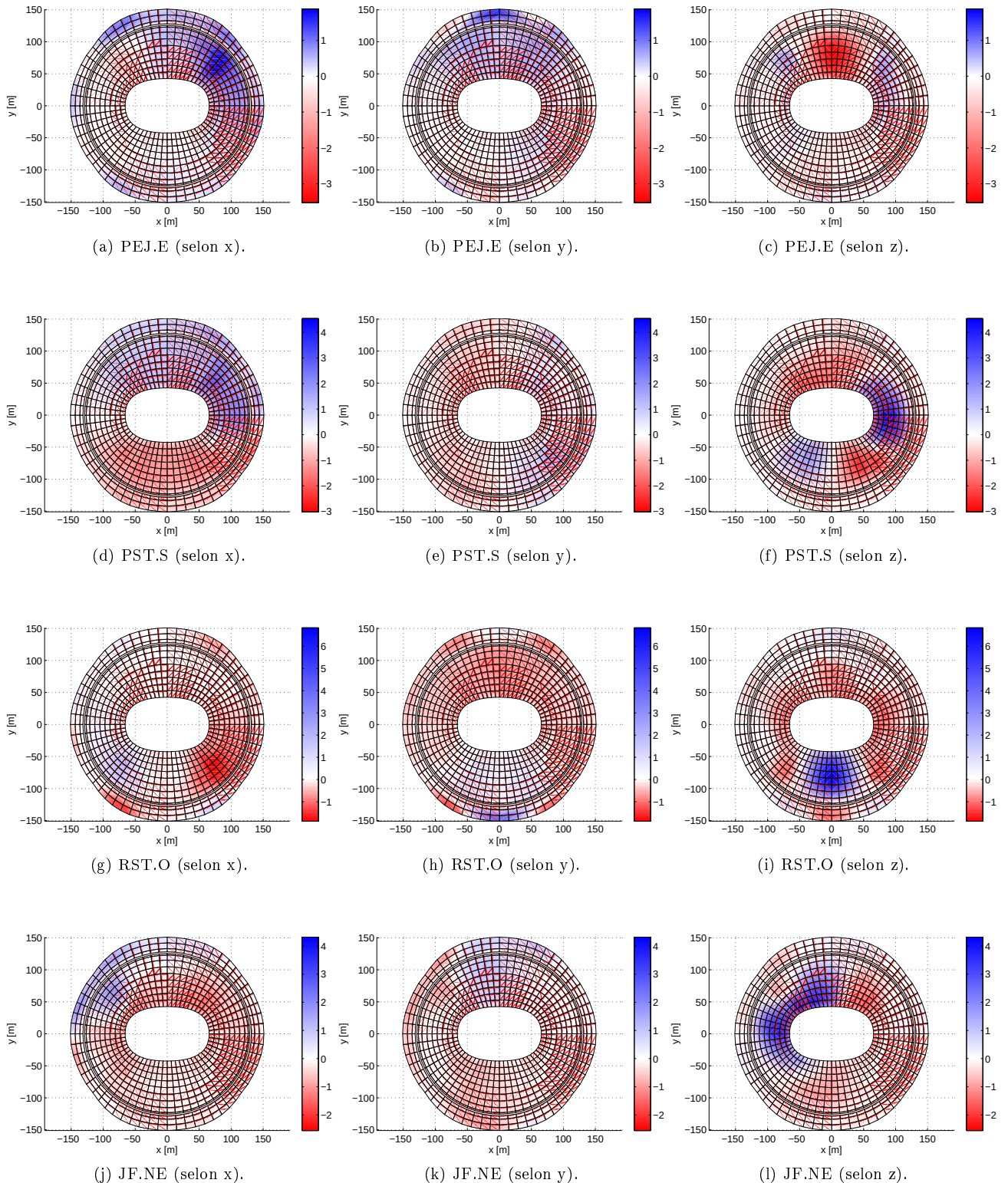


FIGURE 99: Forces nodales énergétiquement équivalentes [kN] de la contribution résonante des CVSE des efforts normaux (PEJ.E, PST.S, RST.O et JF.NE).

8 Contributions dynamiques des chargements de vent statiques équivalents selon les 3 axes globaux

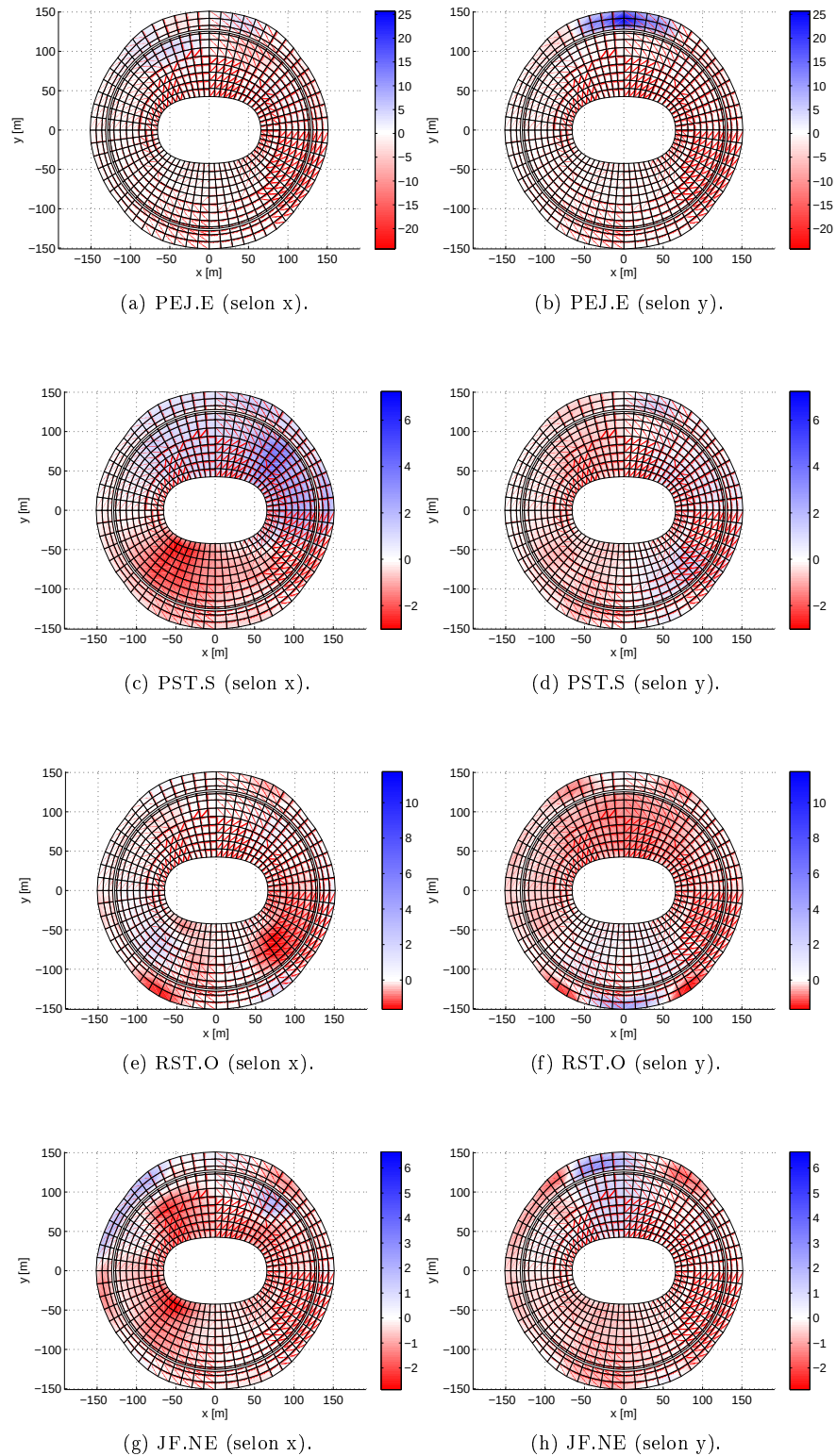


FIGURE 100: Forces nodales énergétiquement équivalentes [kN] de la contribution dynamique des CVSE des efforts normaux selon x et y (PEJ.E, PST.S, RST.O et JF.NE).

9 Chargements de vent statiques principaux dans les axes globaux (contribution quasi-statique)

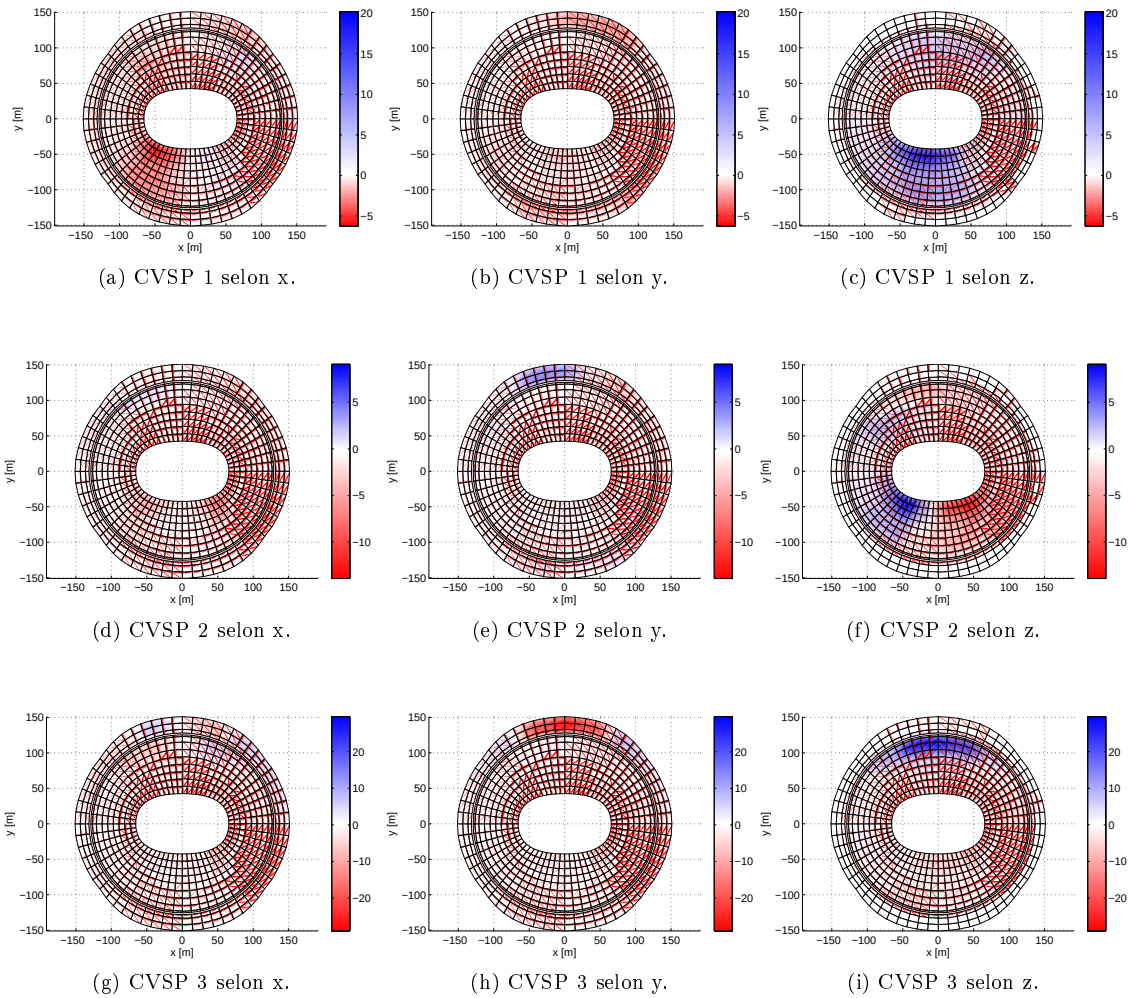


FIGURE 101: Forces nodaes énergétiquement équivalentes [kN] des CVSP 1, 2 et 3 déterminés à partir des contributions quasi-statiques des CVSE dans les axes globaux.

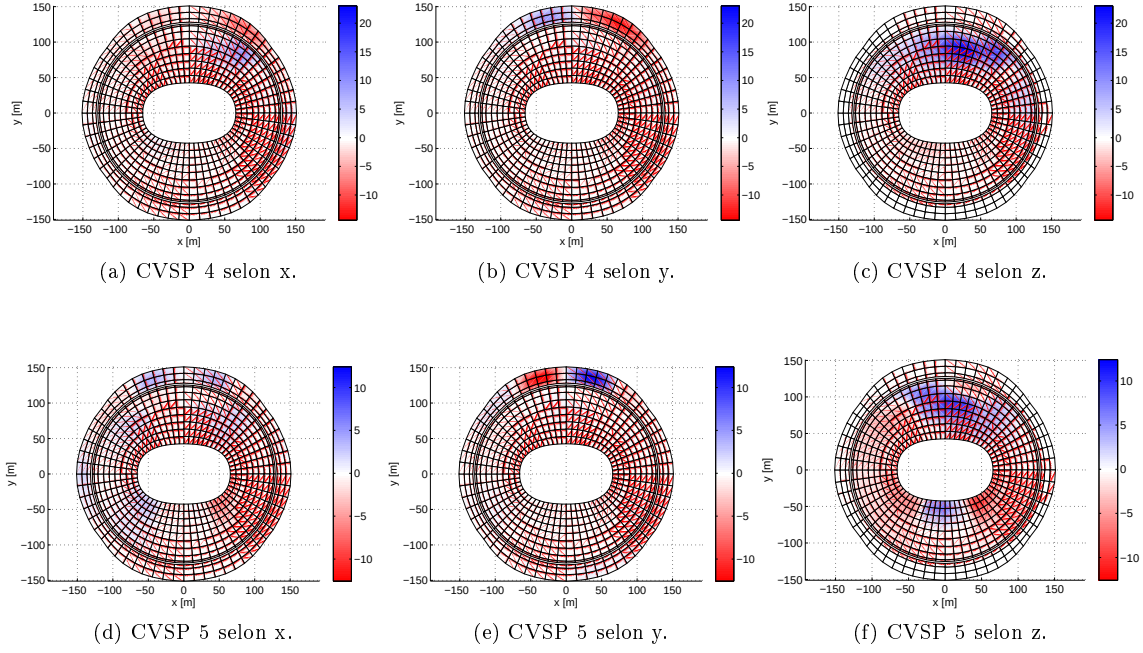


FIGURE 102: Forces nodales énergétiquement équivalentes [kN] des CVSP 4 et 5 déterminés à partir des contributions quasi-statiques des CVSE dans les axes globaux.

Références

- 1991-1-4, EN. 1991. "Eurocode 1 : Actions on structures Part 1-4 : General actions : Wind actions."
- Beirlant. 2004. *Statistics of Extremes, theory and applications*. Wiley, Chichester, England.
- Bienkiewicz, B., Y. Tamura, H. J. Ham, H. Ueda and K. Hibi. 1995. "Proper Orthogonal Decomposition and Reconstruction of Multichannel Roof Pressure." *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 54 :369–381.
- Blaise, N. and V. Denoël. 2011a. Envelope approximation using equivalent static wind loads. In *Fifth International Conference on Advanced COmputational Methods in ENgineering*. University of Liège.
- Blaise, N. and V. Denoël. 2011b. *Optimal Processing of Wind Tunnel Measurements in View of Stochastic Structural Design of Large Flexible Structures*. Wind Tunnels and Experimental Fluid Dynamic Research edited by J. C. Lerner and U. Boldes, , InTech, ISBN 978-953-307-623-2.
- Blaise, N. and V. Denoël. 2012. "Principal Static Wind Loads." *Article in submission*.
- Chen, X. Z. and A. Kareem. 2001. "Equivalent static wind loads for buffeting response of bridges." *Journal of Structural Engineering-Asce* 127(12) :1467–1475.
- Delhez, Eric J.M. 2005. *Algèbre - première partie*. Université de Liège : Centrale des Cours de l'AEES.
- Denoël, V. 2009. "Estimation of modal correlation coefficients from background and resonant responses." *Structural Engineering And Mechanics* 32(6) :725–740.
- Dyrbye, Claës and Svend O. Hansen. 1997. *Wind Loads on Structures*. United States : John Wiley and Sons.
- Greisch. 07 Juin 2011b. "Stade vélodrome - Notes d'hypothèses générales." *Reconfiguration du stade vélodrome de Marseille et de ses abords* p. 21.
- Greisch. 29 juillet 2011a. "Stade vélodrome - Modèle de fonctionnement de la balancelle." p. 1.
- Gupta, S., van Gelder P. 2007. "Extreme value distributions for nonlinear transformations of vector gaussian processes." *Probabilistic Engineering Mechanics* 22(2) .
- HACH. 2010. *Hydraulique appliqué Tome 1*. Université de Liège.
- Henrottay, G. 14 mai 2012. "<http://web.univ-pau.fr/clb/rdm/isa2/Codes/HTML/accueil.html>".
- Holmes, J. D. 2002. "Effective static load distributions in wind engineering." *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 90(2) :91–109.
- Info-stades, Forum. 1 mai 2012. "<http://www.info-stades.fr/forum/ligue1/marseille-stade-velodrome-t7.html>".
- J. Vinet, G. Grillaud, F. De Oliveira. juillet 2011. "Etudes aérodynamiques de dimensionnement au vent du stade Vélodrome de Marseille : nouvelles configurations (version n 2)." *Centre Scientifique et Technique du Bâtiment CSTB*.
- Kasperski, M. 1992. "Extreme Wind Load Distributions for Linear and Nonlinear Design." *Engineering Structures* 14(1) :27–34.
- Katsumura, A., Y. Tamura and O. Nakamura. 2007. "Universal wind load distribution simultaneously reproducing largest load effects in all subject members on large-span cantilevered roof." *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 95(9-11) :1145–1165.
- N.Blaise. Juin 2010. *Étude du comportement d'une toiture de grandes dimensions soumise à un vent turbulent (travail de fin d'études)*. Université de Liège : .