

Modelo de componentes para análise de ligações de madeira com ligadores metálicos

Paulo Cachim

PhD, Professor Associado, Dep. Eng. Civil
Universidade de Aveiro, Portugal
pcachim@ua.pt



Jean-Marc Franssen

PhD, Full Professor, Dep. of Structural Engineering
Universidade de Liège, Bélgica
JM.Franssen@ulg.ac.be



Palavras-chave – Ligações; Ligadores metálicos; Modelo de componentes

Keywords – Connections; Steel connectors; Component model

RESUMO

As ligações são elementos chave em qualquer estrutura pelo que o conhecimento do seu comportamento é fundamental para uma adequada modelação estrutural uma vez que o seu comportamento pode influenciar a distribuição de esforços pelos diferentes elementos estruturais. No caso particular das estruturas de madeira, as ligações são geralmente consideradas como completamente rígidas ou articuladas, sendo no entanto o seu comportamento real intermédio entre estes dois limites, dependendo fundamentalmente da geometria da ligação e do tipo de ligador utilizado.

Para o dimensionamento destas ligações, a metodologia de dimensionamento proposta pelo Eurocódigo 5 é baseada na análise plástica limite o que permite a determinação da carga de rotura da ligação mas não a determinação da sua rigidez. Para a determinação da rigidez o Eurocódigo 5 apresenta apenas uma expressão muito simples que depende apenas da massa volúmica da madeira e do diâmetro do ligador para caracterizar o comportamento força-deslocamento, não considerando por isso efeitos como a geometria da ligação ou o ângulo da força em relação ao fio da madeira.

O objectivo deste trabalho é apresentar um modelo de componentes que permite a caracterização do comportamento de ligações tipo cavilha. Os resultados obtidos com o modelo foram posteriormente calibrados com resultados experimentais obtidos na literatura.

ABSTRACT

Connections are key elements in any structure by which the knowledge of their behaviour is fundamental to an appropriate structural modelling since its behaviour can influence the distribution of efforts by different structural elements. In the particular case of wooden structures, connections are usually considered as completely rigid or hinged, but its actual behaviour is intermediate between these two extreme limits, depending on the geometry of the connection and the type of connector used.

For the design of these connections, the methodology proposed by Eurocode 5 is based on plastic limit analysis which allows the determination of load strength of the connection but not the

determination of its stiffness. For the determination of stiffness, Eurocode 5 presents just a very simple expression that depends only on the density of the wood and the diameter of connector to characterize the force-displacement behaviour, disregarding for this purpose the geometry of the connection or the angle of force in relation to the grain.

The objective of this paper is to present a component model that allows the characterization of the behaviour of dowel type connections. The results obtained with the model were then calibrated with experimental results obtained in the literature.

1. Introdução

As ligações são elementos chave em qualquer estrutura pelo que o conhecimento do seu comportamento é fundamental para uma adequada modelação estrutural uma vez que o seu comportamento pode influenciar a distribuição de esforços pelos diferentes elementos estruturais. No caso particular das estruturas de madeira, as ligações são geralmente consideradas como completamente rígidas ou articuladas, sendo no entanto o seu comportamento real intermédio entre estes dois limites, dependendo fundamentalmente da geometria da ligação e do tipo de ligador utilizado.

Para o dimensionamento destas ligações, a metodologia de dimensionamento proposta pelo Eurocódigo 5 é baseada na análise plástica limite o que permite a determinação da carga de rotura da ligação mas não a determinação da sua rigidez. Para a determinação da rigidez o Eurocódigo 5 apresenta apenas uma expressão muito simples que depende apenas da massa volúmica da madeira e do diâmetro do ligador para caracterizar o comportamento força-deslocamento, não considerando por isso efeitos como a geometria da ligação ou o ângulo da força em relação ao fio da madeira.

A modelação numérica de ligações tipo cavilha em madeira foi realizada utilizando diversos métodos. Apesar deste tipo de ligações ser claramente tridimensional e poder ser modelada como tal (Patton-Mallory e tal. 1998, Kharouf et al. 2003, Moses e Prion 2003), é possível igualmente utilizar modelos bidimensionais para estudar o seu comportamento. Na Fig. 1 ilustram-se as duas soluções possíveis para modelação de comportamentos em 2D: perpendicular ao eixo do ligador (Fig. 1, esquerda) e paralelo ao eixo do ligador (Fig. 1, direita). As modelações perpendiculares ao eixo são em geral realizadas utilizando elementos planos (Erdódi L, Bódi 2004, Chen e tal. 2003, Reid e tal. 2004, Racher e Bocquet 2005) enquanto as modelações paralelas ao eixo do ligador são realizadas utilizando elementos de viga para o ligador e molas pra simular o comportamento da madeira (Santana e Mascia 2006, Sawata e Yasumura 2002, Nishiyama e Ando 2003, Hwang e Komatsu 2002, Jiang e Chui 2004, Daudeville e tal. 1999).

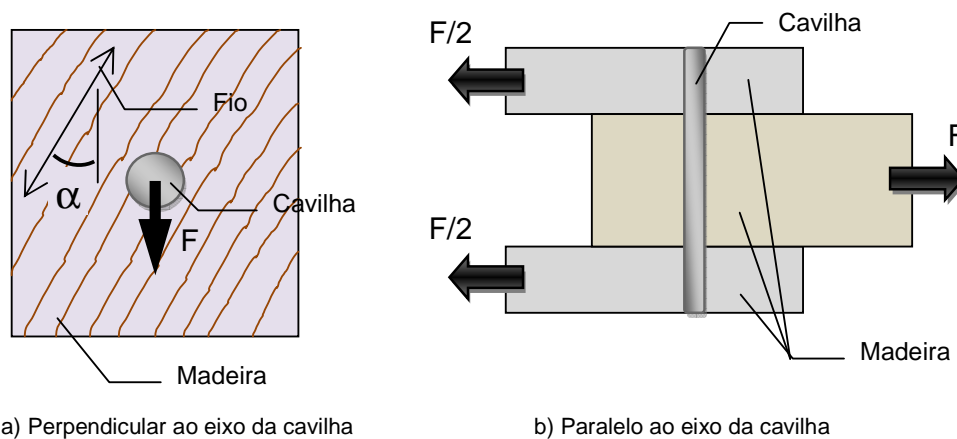


Figura 1. Possibilidades de modelação de ligações em 2D.

O objectivo deste trabalho é apresentar um modelo de componentes que permite a caracterização do comportamento de ligações tipo cavilha. Os resultados obtidos com o modelo foram posteriormente calibrados com resultados experimentais obtidos da literatura.

2. Modelo de componentes

Num modelo de componentes uma ligação é considerada com um conjunto de diversos componentes individuais. Caracterizando cada um destes componentes individualmente o conjunto da ligação pode então ser adequadamente modelado. Cada um dos componentes possui relações constitutivas próprias, independentes dos outros componentes, da configuração da ligação e do tipo de carregamento. A distribuição das forças pelos diversos componentes depende obviamente da sua rigidez relativa e localização na ligação. No caso das ligações de madeira um modelo de componentes necessita da caracterização dos diversos componentes que a constituem: a madeira e o ligador.

2.1. Componente madeira

O comportamento do componente madeira pode ser determinado recorrendo aos testes de esmagamento definidos na EN 383 (CEN, 1993) conforme ilustrado na Fig. 2. A largura do elemento de madeira, D , deve ser limitada a 1,5 a 4,0 vezes o diâmetro da cavilha de forma a que os deslocamentos verticais possam ser considerados iguais ao longo de todo o comprimento da cavilha.

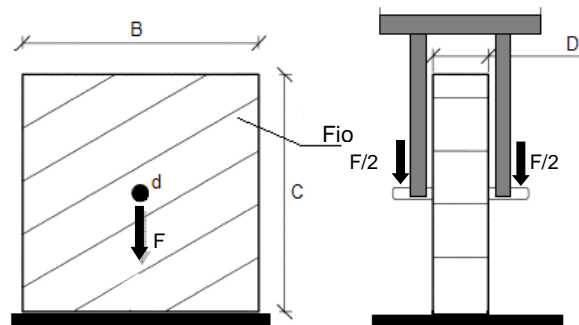


Figura 2. Teste de esmagamento localizado de acordo com a EN 383.

O comportamento típico de um ensaio de esmagamento para cargas paralelas e perpendiculares ao fio pode ser observado na Fig. 3. Conforme ilustrado, a inclinação em relação ao fio é um parâmetro fundamental para caracterizar o comportamento deste modelo (Sawata e Yasumura, 2002; Pederson, 2002; Sawata e Yasumura, 2003; Lam, 2006). Outros parâmetros que influenciam o comportamento são a densidade e a rigidez da madeira e o diâmetro da cavilha. O comportamento da madeira é claramente não linear, podendo ser considerado elastoplástico com endurecimento. Assim a curva força-deslocamento do ensaio pode ser idealizada por duas rectas que na sua intersecção determinam o início da plastificação. Quando a força é aplicada paralelamente ao fio a tensão de cedência e a rigidez inicial são mais elevadas do que quando a força é aplicada perpendicularmente. Quanto ao endurecimento verifica-se que no caso da força ser paralela ao fio o comportamento pós-cedência é do tipo perfeitamente plástico (sem endurecimento) enquanto quando a força é aplicada perpendicularmente ao fio existe um endurecimento considerável.

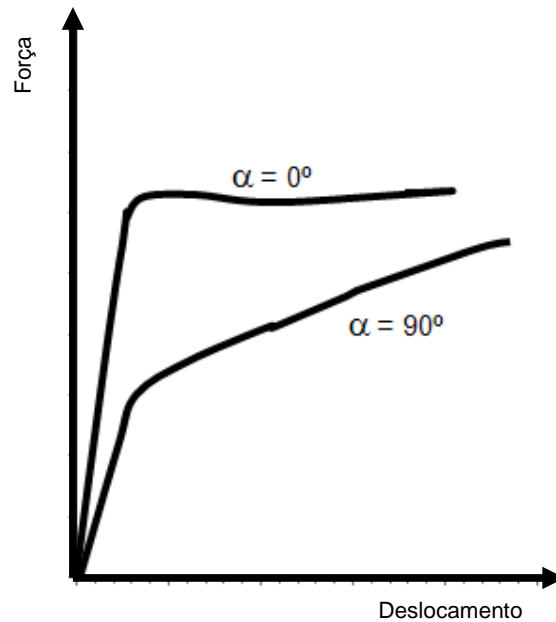


Figura 3. Relação força-deslocamento em testes de resistência ao esmagamento.

A resistência ao esmagamento aumenta com o diâmetro da cavilha mas não de forma proporcional. O deslocamento a que corresponde a cedência aumenta proporcionalmente ao diâmetro da cavilha e como consequência a rigidez inicial é praticamente independente do diâmetro da cavilha (Lam, 2006). A densidade e a rigidez da madeira têm influência no comportamento, verificando-se que um aumento destas propriedades da madeira aumenta simultaneamente a rigidez inicial e a resistência.

2.2. Componente cavilha

A componente cavilha é representada por um modelo de viga em que o comportamento não linear do aço é caracterizado por uma discretização em fibras da secção transversal da cavilha. É utilizado um comportamento elástico perfeitamente plástico para o aço.

2.3. Modelo de componentes para ligações com uma cavilha

O modelo de componentes da ligação pode ser obtido através da junção dos diferentes componentes individuais, conforme representado na Fig. 4 para o caso uma cavilha em duplo corte. Uma modelação típica por elementos finitos do modelo de componentes utiliza uma série de elementos de viga para discretizar a cavilha com uma mola ligada a cada nó que representa o componente madeira. O modelo utilizado considera as propriedades do componente madeira distribuídas uniformemente ao longo do comprimento da cavilha (fundação de Winkler). Contudo, os modelos mais usuais consideram molas localizadas nos nós pelo que a rigidez e a resistência destas molas, apresentadas aqui por unidade de comprimento, devem ser multiplicada pela largura de influência das molas.

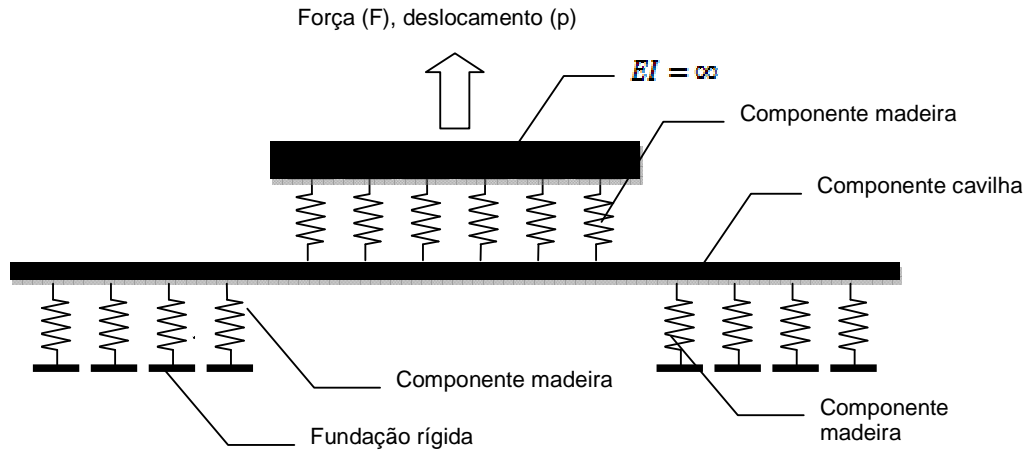


Figura 4. Modelo para uma ligação com uma cavilha.

3. Determinação dos parâmetros do modelo de componentes

Os parâmetros do modelo devem ser determinados experimentalmente. Contudo, a relativa escassez de resultados experimentais existentes sobre este tema, levou à utilização de propriedades genéricas baseadas sempre que possível nas expressões do Eurocódigo 5. Para além do Eurocódigo 5 (CEN, 2004), utilizaram-se para determinação dos parâmetros do modelo os resultados experimentais de Pederson (2002) e Lam (2006) nos quais grandes campanhas de ensaios foram realizadas sobre o comportamento ao esmagamento de madeira. O modelo aqui apresentado encontra-se representado na Fig. 5 onde se indicam os parâmetros relevantes que são função da inclinação da força em relação ao fio, α . Conforme se pode observar são necessários quatro parâmetros de resistência para definir completamente o modelo para cada valor de α . Como forma de simplificar o problema, e utilizando a filosofia geral do Eurocódigo 5, as propriedades em qualquer direcção α , são obtidas a partir das propriedades paralelas ao fio (subscrito 0) e perpendiculares ao fio (subscrito 90) utilizando a conhecida fórmula de Hankinson:

$$P_{\alpha} = \frac{P_0}{(P_0/P_{90})\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \quad (1)$$

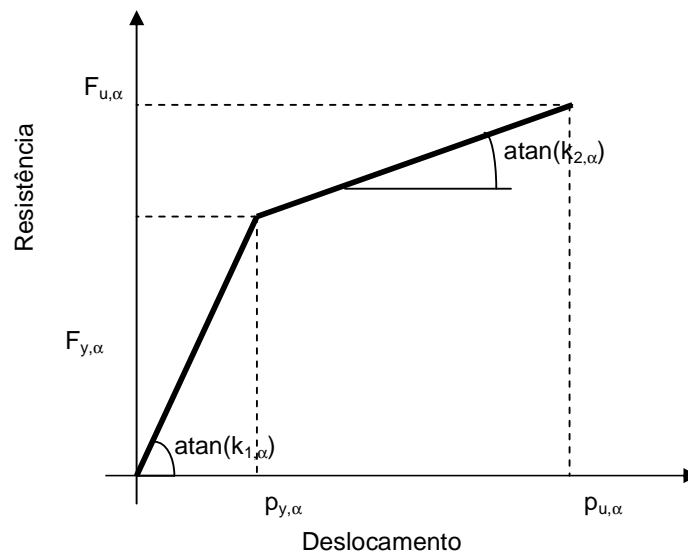


Figura 5. Curva força-deslocamento idealizada para o component madeira.

A carga última para cavilhas ou parafusos de porca, $F_{u,\alpha}$, é dada pelo Eurocódigo 5 como:

$$F_{u,\alpha} = f_{h,\alpha} d = \frac{f_{h,0} d}{k_{90} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}, \quad (2)$$

em que d é o diâmetro do ligador e $f_{h,\alpha}$ é a resistência ao esmagamento para um ângulo em relação ao fio α , $f_{h,0}$ é a resistência ao esmagamento paralela ao fio e $k_{90} = f_{h,0} / f_{h,90}$ é a razão entre a resistência paralela e perpendicular ao fio. Na falta de resultados experimentais para $f_{h,0}$ e $f_{h,90}$ poder-se-á utilizar para $F_{u,\alpha}$ a expressão apresentada no Eurocódigo 5:

$$F_{u,\alpha} = \frac{F_{u,0}}{k_{90} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{0.082(1-0.01d) \rho_k d}{k_{90} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}. \quad (3)$$

Em que d está em mm, ρ_k é a densidade da madeira em kg/m^3 e k_{90} toma o valor [1]:

$$k_{90} = 1.35 + 0.015d. \quad (4)$$

Para as restantes propriedades do modelo não existe informação suficiente no Eurocódigo 5 pelo que é necessário recorrer a resultados publicados na literatura (Pederson, 2002; Lam, 2006). A força de, $F_{y,\alpha}$, poderá ser relacionada com a resistência última através de um factor η_α :

$$F_{y,\alpha} = \eta_\alpha F_{u,\alpha}. \quad (5)$$

Os resultados experimentais anteriormente referidos mostram que $\eta_0 = 1,0$ e que η_{90} varia entre 0,5 e 0,8. Conhecidos os valores de η_0 e η_{90} é possível, utilizando a equação (5), calcular $F_{y,0}$ e $F_{y,90}$. O valor para $F_{y,\alpha}$ pode ser relacionado com $F_{u,0}$ utilizando a fórmula de Hankinson através de:

$$F_{y,\alpha} = \frac{\eta_0}{\frac{\eta_0}{\eta_{90}} k_{90} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} F_{u,0}. \quad (6)$$

A expressão para η_α como função de η_0 e de η_{90} vale então:

$$\eta_\alpha = \frac{F_{y,\alpha}}{F_{u,\alpha}} = \frac{k_{90} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{n_{90} k_{90} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \eta_0, \quad (7)$$

em que $n_{90} = \eta_0 / \eta_{90}$. Na falta de dados mais rigorosos poderá ser utilizado $\eta_{90} = 0,65$ que corresponde ao valor médio do intervalo anteriormente indicado.

Determinados os parâmetros de resistência é necessário definir os valores da rigidez ou dos deslocamentos limites. De acordo com Lam (2006) o valor da rigidez inicial é independente do diâmetro do ligador para os diâmetros ensaiados (10 a 20 mm). Usando os resultados experimentais anteriores o valor de $p_{y,0}$ pode ser obtido através da expressão seguinte que é semelhante à apresentada pelo Eurocódigo 5:

$$p_{y,0} = 0.1(1-0.01d)d \text{ [mm]}. \quad (8)$$

Considerando que $\eta_0 = 1$, o valor de $k_{1,0}$ pode ser calculado como:

$$k_{1,0} = \frac{F_{y,0}}{p_{y,0}} = 0.82 \eta_0 \rho_k = 0.82 \rho_k \text{ [N/mm}^2, \text{ kg/m}^3\text{]}. \quad (9)$$

A rigidez $k_{1,90}$ pode ser relacionada com a rigidez paralela ao fio $k_{1,0}$ através de um factor ζ_{90} :

$$k_{1,0} = \zeta_{90} k_{1,90}. \quad (10)$$

Em que, de acordo com Lam (2006) e Pederson (2002), ζ_{90} varia entre 1,5 to 2,0. Na falta de resultados experimentais mais rigorosos pode considerar-se que $\zeta_{90} = 1.8$. O valor $k_{1,\alpha}$ vale então:

$$k_{1,\alpha} = \frac{k_{1,0}}{\zeta_{90} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}. \quad (11)$$

A partir da Figura 5, e usando as equações (2), (7) e (11), o deslocamento correspondente à cedência $p_{y,\alpha}$ é dado por:

$$p_{y,\alpha} = \frac{F_{y,\alpha}}{k_{1,\alpha}} = \frac{\zeta_{90} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{n_{90} k_{90} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} p_{y,0}. \quad (12)$$

Relativamente ao deslocamento último p_u a informação existente é muito escassa. Os testes de esmagamento localizado terminam para um deslocamento último de 5 mm, contudo, os resultados experimentais mostram que a madeira consegue suportar cargas bem para além deste valor,

especialmente para cargas perpendiculares ao fio. Na ausência de dados mais significativos sugerem-se os valores de $p_{u,0} = 5$ mm e $p_{u,90} = 8$ mm. O valor $k_{2,\alpha}$ pode ser obtido como:

$$k_{2,\alpha} = \frac{F_{u,\alpha} - F_{y,\alpha}}{p_{u,\alpha} - p_{y,\alpha}}. \quad (13)$$

Na Fig. 6 ilustra-se a evolução da resistência relativa com o deslocamento relativo para ângulos $\alpha = 0, 30, 60$ e 90° utilizando os parâmetros padrão $n_{90} = 1,0/0,65 = 1,538$, $\zeta_{90} = 1,8$, $p_{u,0} = 5$ mm e $p_{u,90} = 8$ mm.

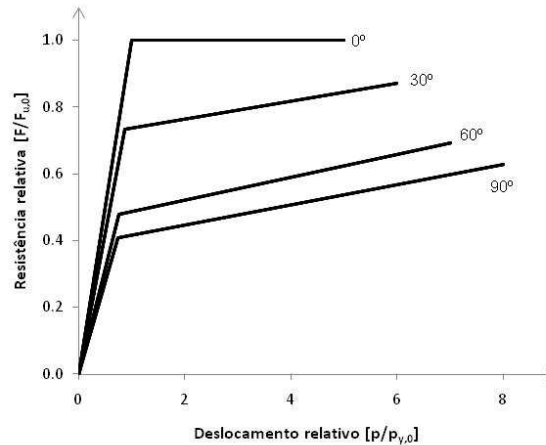


Figure 6. Relação deslocamento relativo/resistência relativa para $\alpha = 0, 30, 60$ e 90° .

4. Verificação do modelo de componentes

As relações constitutivas do modelo de componentes foram incorporadas no programa de elementos finitos SAFIR (Franssen, 2005). Os resultados do modelo foram comparados com os resultados experimentais de LAM (2006) para ligações em duplo corte. Apresentam-se os resultados dos testes com cavilhas de 10 mm de diâmetro e diferentes espessuras dos elementos e ângulos da força com o fio conforme apresentado na Tabela 1. A densidade da madeira utilizada foi de 456 kg/m^3 e a tensão de cedência do aço foi de 500 MPa. As restantes propriedades do modelo foram as propriedades padrão anteriormente descritas. No modelo de elementos finitos utilizaram-se molas espaçadas de 2 mm.

Nome	Elementos laterais		Elementos centrais	
	Espessura [mm]	Ângulo	Espessura [mm]	Ângulo
S1	40	0°	80	0°
S2	80	0°	80	0°
S3	40	90°	80	0°
S4	80	90°	80	0°

Tabela 1. Resumo dos testes.

A comparação entre os resultados numéricos e experimentais encontra-se nas Fig. 7 a Fig.10, onde se pode observar que o modelo numérico simula bem os resultados experimentais que em termos de rigidez inicial quer em termos de resistência última, apesar da grande dispersão de resultados observada experimentalmente.

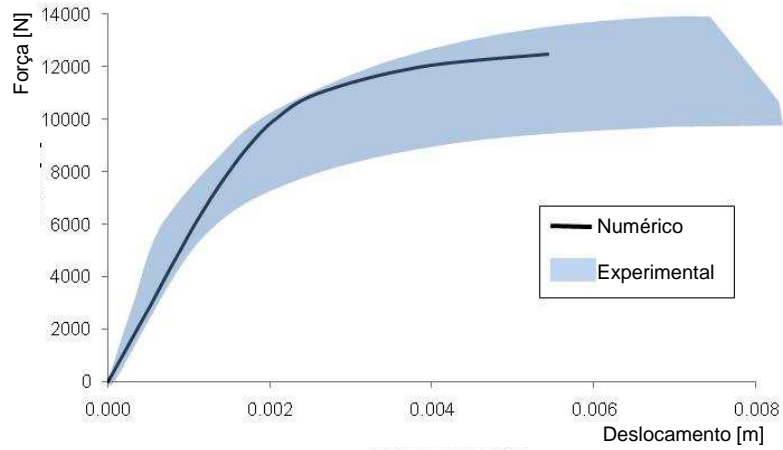


Figura 7. Modelação do teste S1.

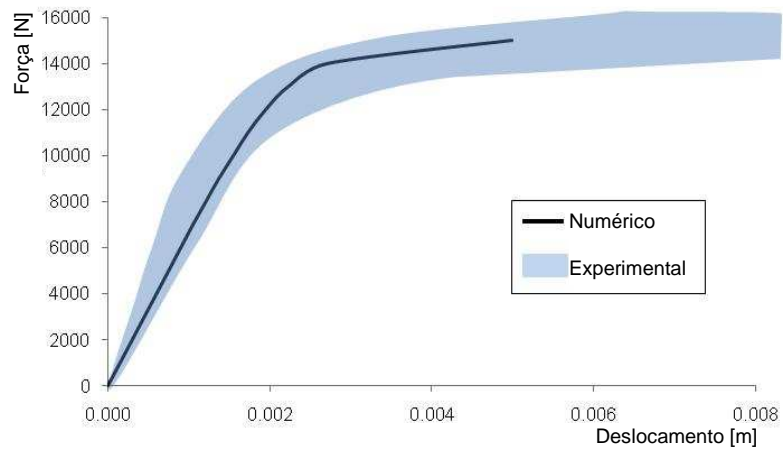


Figura 8. Modelação do teste S2.

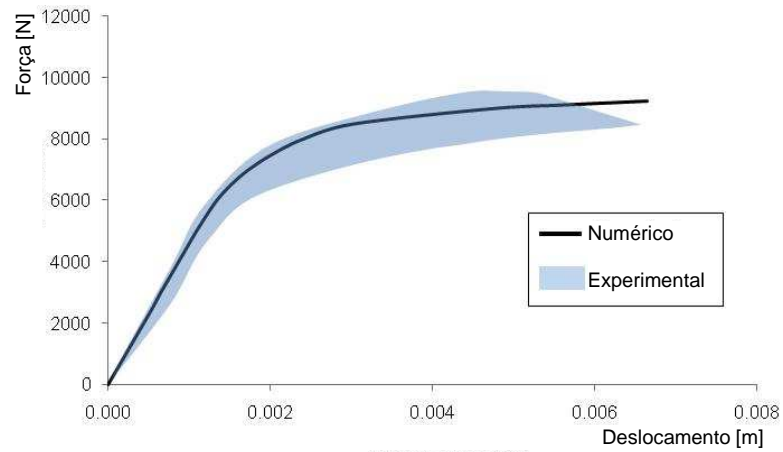


Figura 9. Modelação do teste S3.

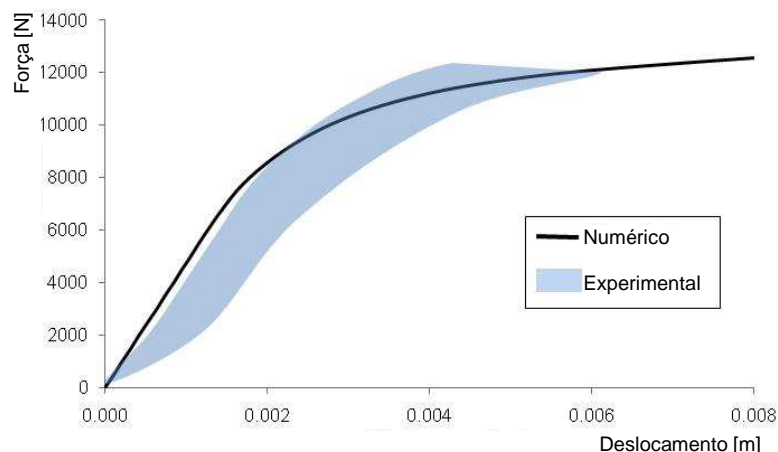


Figura 10. Modelação do teste S4.

Os resultados foram também comparados com a análise plástica (usando o momento plástico teórico para o ligador) e com o Eurocódigo 5 em termos de cargas e de modos de rotura (ver Tabela 2). O Eurocódigo 5 é baseado na análise plástica mas apresenta um momento plástico diferente para o ligador e introduz alguns coeficientes empíricos. Os resultados mostram uma boa concordância em termos de carga última com o Eurocódigo 5 com diferenças inferiores a 5%. Os modos de rotura observados são também coincidentes.

Teste	Carga de rotura			Modo de rotura
	Modelo [N]	EC5 [N]	Plastica [N]	
S1	12 480	12 334	12 044	Rótula central
S2	15 000	14 586	13 394	Duas rótulas
S3	9 250	9 776	9 622	Rótula central
S4	12 625	13 042	11 980	Duas rótulas

Tabela 2. Comparação de resultados.

5. Conclusão

Um modelo de componentes para a modelação de ligações tipo cavilha foi desenvolvido e permite determinar quer a rigidez quer a carga última deste tipo de ligações com boa precisão.

Foram desenvolvidas relações constitutivas genéricas para a componente madeira que são completamente caracterizáveis pela densidade da madeira e pelo diâmetro do ligador utilizado. Com a existência de mais dados experimentais o modelo numérico poderá ser calibrado com maior precisão.

O modelo de componentes mostra bons resultados quando utilizado com diferentes configurações de ligações.

Referências Bibliográficas

- CEN (1993). EN 383:1993. Timber Structures. Test methods. Determination of embedment strength and foundation values for dowel type fasteners. CEN, Belgium
- CEN (2004). EN 1995-1-1:2004. Eurocode 5: Design of timber structures - Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings. CEN, Belgium.
- Chen CJ, Lee TL, Jeng DS. Finite element modeling for the mechanical behavior of dowel-type timber joints. Computers and Structures 2003; 81: 2731–2738. doi:10.1016/S0045-7949(03)00338-9.
- Daudeville L, Davenne L, Yasumura M. Prediction of the load carrying capacity of bolted timber joints. Wood Science and Technology 33 (1999) 15-29.
- Erdódi L, Bódi I. Experimental and numerical analysis of timber joints. High Performance Structures and Materials II, Edited by: C.A. Brebbia, and W.P. de Wilde, WIT Press, Wessex, UK, 2004. DOI: 10.2495/HPSM040201.

- Franssen J-M. SAFIR. A Thermal/Structural Program Modelling Structures under Fire, Engineering Journal, A.I.S.C., 2005: 42 (3), pp. 143-158.
- Hwang K,•Komatsu K. Bearing properties of engineered wood products - effects of dowel diameter and loading direction. J Wood Sci (2002) 48:295-301.
- Jiang L, Chui YH (2004) Finite element model for wood-based floors with lateral reinforcements. J Struct Eng, ASCE 130(7):1097–1107. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1998)124:1(96).
- Kharouf, G. McClure, I. Smith. Elasto-plastic modeling of wood bolted connections. Computers and Structures 81 (2003) 747–754. doi:10.1016/S0045-7949(02)00482-0.
- Lam LY. Développement de modèles analytiques pour la prédiction du comportement élastique des assemblages mécaniques à broches dans la construction en bois (in French), PhD dissertation, University of Liege, Belgium, 2006.
- Moses D. M. and H. G.L Prion. A three-dimensional model for bolted connections in wood. Can. J. Civ. Eng. 30(3): 555–567 (2003) | doi:10.1139/I03-009.
- Nishiyama N, Ando N. Analysis of load-slip characteristics of nailed wood joints: application of a two-dimensional geometric nonlinear analysis. J Wood Sci (2003) 49:505–512. doi:10.1007/s10086-003-0519-9.
- Patton-Mallory M, Smith FW, Pellicane PJ. Modeling Bolted Connections in Wood: A Three-Dimensional Finite-Element Approach. J Test Eval 1998: 26; Issue 2, pp 115-124. DOI: 10.1520/JTE11981J
- Pederson MU. Dowel Type Timber Connections – Strength Modelling, PhD dissertation, Rapport BYG-DTU R-039, Technical University of Denmark, Denmark, 2002.
- Racher P, Bocquet JF. Non-linear analysis of dowelled timber connections: a new approach for embedding modelling. Electronic Journal of Structural Engineering, 5 (2005), p. 1-9.
- Reid M, Shin J, Quenneville P. Capacity Predictions for One and Two-row Bolted Timber Connections. 8th World Conference on Timber Engineering, WCTE 2004, Lahti Finland.
- Santana CLO, Mascia NT. Determination of fastener stiffness and application in the structural design with semi-rigid connections. 9thWorld Conference on Timber Engineering, WCTE 2006, Portland, OR, USA.
- Sawata K, Yasumura M. Determination of embedding strength of wood for dowel-type fasteners. J Wood Sci 2002: 48; 138-146.
- Sawata K, Yasumura M. Estimation of yield and ultimate strengths of bolted timber joints by nonlinear analysis and yield theory. J Wood Sci (2003) 49:383–391. DOI 10.1007/s10086-002-0497-3.