

Article original

Comparaison de techniques de débruitage des images scintigraphiques

Comparison of denoising techniques of scintigraphic images

M. Kirkove*, A. Seret

Imagerie médicale expérimentale, institut de physique, université de Liège, B5, B-4000 Liège-1, Belgique

Reçu le 28 décembre 2006 ; accepté le 2 mars 2007

Disponible sur Internet le 15 mai 2007

Résumé

Les images scintigraphiques sont fortement affectées par du bruit poissonnien. Cet article présente les résultats d'une comparaison de débruiteurs de bruit poissonnien selon différents critères : le gain en rapport signal-sur-bruit, la préservation de la résolution et du contraste, et la qualité visuelle. Les techniques en ondelettes récentes pour débruiter un bruit poissonnien se répartissent en deux classes, basées sur : (1) la représentation de Haar, (2) la transformation du bruit poissonnien en bruit gaussien blanc par la transformée de Haar–Fisz suivie d'un débruitage. Trois variantes de la première classe et trois de la deuxième intégrant le filtre adaptatif de Wiener, quatre types de seuillage en ondelettes et la méthode bayésienne de Pizurica ont été comparées aux filtres de Metz et de Hanning et à Shine, un procédé systématique d'élimination de bruit. Toutes ces méthodes, excepté Shine, sont paramétriques. Pour chacune d'elles, des domaines de valeurs optimales des paramètres ont été mis en évidence en fonction des critères précités. Comme l'intersection de ces domaines était vide pour les méthodes en ondelettes sans seuillage, elles n'ont pas été comparées quantitativement. Les techniques de seuillage et Shine ont donné les meilleurs résultats en terme de résolution et de contraste. La meilleure amélioration en rapport signal-sur-bruit a été obtenue par les filtres. Idéalement, ceux-ci doivent être précisément définis pour chaque image, ce qui est difficile dans le contexte clinique. En outre, ils génèrent des artefacts sous forme d'oscillations. Par ailleurs, les techniques en ondelettes, assez lentes, n'ont pas apporté d'améliorations significatives. Ainsi, Shine, rapide et automatique, apparaît être une alternative intéressante.

© 2007 Elsevier Masson SAS. Tous droits réservés.

Abstract

Scintigraphic images are strongly affected by Poisson noise. This article presents the results of a comparison between denoising methods for Poisson noise according to different criteria: the gain in signal-to-noise ratio, the preservation of resolution and contrast, and the visual quality. The wavelet techniques recently developed to denoise Poisson noise limited images are divided into two groups based on: (1) the Haar representation, (2) the transformation of Poisson noise into white Gaussian noise by the Haar–Fisz transform followed by a denoising. In this study, three variants of the first group and three variants of the second, including the adaptive Wiener filter, four types of wavelet thresholdings and the Bayesian method of Pizurica were compared to Metz and Hanning filters and to Shine, a systematic noise elimination process. All these methods, except Shine, are parametric. For each of them, ranges of optimal values for the parameters were highlighted as a function of the aforementioned criteria. The intersection of ranges for the wavelet methods without thresholding was empty, and these methods were therefore not further compared quantitatively. The thresholding techniques and Shine gave the best results in resolution and contrast. The largest improvement in signal-to-noise ratio was obtained by the filters. Ideally, these filters should be accurately defined for each image. This is difficult in the clinical context. Moreover, they generate oscillation artefacts. In addition, the wavelet techniques did not bring significant improvements, and are rather slow. Therefore, Shine, which is fast and works automatically, appears to be an interesting alternative.

© 2007 Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

Mots clés : Scintigraphie ; Réduction de bruit ; Filtres ; Ondelettes ; Shine

Keywords: Scintigraphy; Noise reduction; Filters; Wavelets; Shine

1. Introduction

La scintigraphie est une technique d'imagerie reposant sur la détection par une γ -caméra de photons γ émis par un

* Auteur correspondant.

Adresse e-mail : M.Kirkove@ulg.ac.be (M. Kirkove).

radiotraceur. Par rapport aux techniques d'imagerie anatomique telles que la radiographie et l'IRM, la qualité des images scintigraphiques peut être qualifiée de médiocre, les images obtenues avec les γ -caméras étant dégradées sous deux aspects. D'une part, la résolution d'une image scintigraphique est limitée par la réponse instrumentale du cristal scintillant et, dans une plus grande proportion, du collimateur de la caméra [1]. D'autre part, les images scintigraphiques sont détériorées par un bruit poissonnien : chaque pixel d'une image scintigraphique représente une réalisation d'un procédé de fluctuation qui suit une distribution statistique de Poisson [2]. Le bruit se remarque d'autant plus que le nombre de photons détectés est généralement petit. Il est donc d'un grand intérêt d'utiliser des méthodes de débruitage pour en réduire les effets. Idéalement, celles-ci devraient simultanément améliorer le rapport signal-sur-bruit, préserver la résolution, le contraste et les structures de l'image. Le débruitage devrait ainsi faciliter l'interprétation clinique et éventuellement permettre une réduction en temps d'examen et en dose administrée au patient.

Les techniques de débruitage habituellement utilisées en scintigraphie peuvent être classées dans la catégorie de filtres [3]. Les filtres de Hanning, Butterworth, Metz et Wiener en sont des exemples [3]. Depuis une bonne dizaine d'années, la représentation en ondelettes est aussi utilisée pour le débruitage d'images de toute nature (voir [4–7] pour l'imagerie médicale). De par la nature même de la plupart des ondelettes, les méthodes de débruitage qui en sont issues s'adressent généralement à un bruit gaussien. Néanmoins, des méthodes en ondelettes ont été récemment développées pour débruiter les images contaminées par du bruit poissonnien. Elles se répartissent en deux classes. La première est basée sur la représentation en ondelettes de Haar qui sont les seules ondelettes connues capables de caractériser la nature poissonnienne du bruit [8]. L'image originale est modélisée par une fonction constante par morceaux définie sur une partition dyadique de carrés [9–11]. Les algorithmes de multirésolution dérivés [10] présentent les variantes suivantes : une version invariante par translations, une version permettant d'inclure des coins dans la partition et l'extension, sur une telle partition, à une modélisation linéaire par morceaux. Ces variantes portent respectivement les noms de *Hereditary TI Haar* (HTIHaar), *Wedgelets* et *Platelets*. La deuxième classe de méthodes est basée sur l'idée d'appliquer un premier opérateur, appelé « stabilisateur de variance », permettant de transformer le bruit poissonnien en un bruit gaussien blanc, de débruiter ensuite ce bruit gaussien et d'appliquer finalement l'inverse de l'opérateur stabilisateur de variance. Le débruitage du bruit gaussien est obtenu par l'utilisation d'un filtre adapté, comme le filtre adaptatif de Wiener [12] ou une technique en ondelettes. Les techniques classiques en ondelettes sont le seuillage [4,13–15] et les techniques bayésiennes [16–25]. Parmi celles-ci, la technique développée par Pizurica et Philips [20] apparaît dans la littérature comme, actuellement, la plus performante pour le débruitage du bruit gaussien blanc [20]. Finalement, un procédé de réduction du bruit poissonnien, appelé Shine, a été présenté par Hannequin et Mas [26]. Il consiste à diviser l'image en blocs de taille 4×4 et à les analyser. Chacun des blocs est alors

reconstruit en utilisant des facteurs spécifiques sélectionnés par un test statistique original de variance.

Nous avons mené une étude portant sur les performances de neuf méthodes de débruitage vis-à-vis des critères que sont le gain en signal-sur-bruit, la préservation de la résolution et du contraste ainsi que la non-génération d'artefacts dégradant les structures de l'image. À l'exception de la méthode Shine, les autres méthodes de débruitage nécessitent le choix d'un ou de plusieurs paramètres. Dans un premier temps, l'étude s'est attachée à mettre en évidence pour chaque méthode la ou les valeurs optimales des différents paramètres pour chacun de ces critères. Cela a servi, dans un deuxième temps, à déterminer les méthodes les plus performantes globalement par rapport à ces différents critères et à discuter d'un choix optimal parmi l'ensemble des méthodes testées. L'étude a été menée sur des images simulées dont la partie dépourvue de bruit est connue ainsi que sur quelques images scintigraphiques réelles telles que des images de scintigraphie osseuse. Au total, neuf méthodes ont été considérées : la méthode Shine, les filtres de Metz et de Hanning, les méthodes reposant sur les ondelettes de Haar (HTIHaar, *Wedgelets* et *Platelets*) et celles résultant de la combinaison d'un opérateur stabilisateur de variance (la transformée de Haar–Fisz) et de trois techniques de débruitage de bruit gaussien blanc : le filtre adaptatif de Wiener, le seuillage et la technique bayésienne développée par Pizurica et Philips.

2. Matériel et méthodes

2.1. Images

Cette étude a été conduite sur plusieurs images simulées et réelles. Un caractère plus objectif statistiquement a été apporté en générant, pour chaque type d'image simulée, 25 versions bruitées différentes et en ne rapportant que des comportements moyens des méthodes étudiées. La quantification du niveau de bruit des images simulées nécessite la définition de la grandeur suivante. Le rapport signal-sur-bruit (*Peak Signal-to-Noise Ratio* en anglais) de données x bruitées est noté RSR et défini par la valeur

$$\text{RSR} = 10 \log_{10} \left(\frac{\|m\|^2}{E(\|m - x\|^2)} \right) \quad (1)$$

où m est la moyenne de x et E est l'espérance mathématique. Une estimation du RSR d'une image réelle a été obtenue en approximant la moyenne m par les données bruitées d et le bruit par son écart-type, lui-même estimé par \sqrt{d} :

$$\text{RSR}_e = 10 \log_{10} \left(\frac{\|d\|^2}{\|\sqrt{d}\|^2} \right) \quad (2)$$

Un premier ensemble d'images consiste en des images uniformes de taille 64×64 ne différant que par leurs moyennes qui sont de 3,178, 6,3, 12,73, 25,33, 53,04, 108,7 et 1442 photons, respectivement. Ces valeurs sont les moyennes de portions de taille 64×64 d'images de taille 256×256 , enregistrées avec une caméra Sophy DSX (Sophia Medical

Vision[®], Buc, France), dont les nombres totaux de coups sont de 131, 262, 525, 1048, 2200, 4500, et 60 000 k, respectivement. Les RSR_e correspondants sont de 2,07, 5,06, 8,14, 11,2, 14,4, 17,5 et 28,7, respectivement. L'extraction d'images de taille 64 × 64 permet un gain important en temps de calcul. Elle est fondée parce que le traitement d'une image uniforme est indépendant de la résolution de son échantillonnage.

Un deuxième ensemble d'images a été obtenu de la manière suivante. Une caméra Sophy DSX équipée d'un collimateur *low energy ultra high resolution* (LEUHR) a été utilisée pour acquérir des images d'une source de ligne capillaire remplie d'une solution radioactive de Tc-99m dans une matrice 256 × 256, avec un zoom de deux (pixels de 1,1375 mm) pour quatre distances (10, 15, 20 et 25 cm). Ces images ont permis la détermination de la largeur à mi-hauteur (LMH) de la réponse instrumentale (PSF pour *Point Spread Function*) de cette caméra : 6,39, 7,55, 8,69 et 9,85 pixels, respectivement. Avec ces valeurs, différentes images de lignes furent simulées en modifiant l'intensité au centre de la ligne et ce pour les distances source-collimateur citées ci-avant. Pour chacune de ces lignes, une version supplémentaire a été obtenue par ajout d'un fond non nul et maintien du même niveau de bruit. La comparaison de ces images avec des images scintigraphiques réelles a permis de s'assurer de l'adéquation du choix des simulations. Dans la suite, les images de lignes à x cm du collimateur et d'intensité y seront notées $R_{x,y}$ ou R_{x,y_fnn} selon qu'elles présentent un fond nul ou non.

Un troisième et un quatrième ensemble d'images ont été obtenus par simulation d'images de différents rapports signal-sur-risque du fantôme de Hoffman [27] et du fantôme de Shepp–Logan [28]. Pour les deux fantômes, quatre ensembles d'images de taille 256 × 256 avec des RSR respectifs de 5, 10, 15 et 20 ont été générés. Le modèle du fantôme de Shepp–Logan possédant un fond nul, des images de ce fantôme contenant un fond non nul ont également été simulées. Dans la suite, nous utiliserons pour ce fantôme les abréviations Shepp et Shepp_fnn selon qu'il possède un fond nul ou non.

Finalement, quatre images de scintigraphie osseuse (deux colonnes et deux mains) enregistrées dans une matrice 256 × 256 avec la même caméra Sophy DSX et son collimateur LEUHR ont été considérées. Des images de taille 128 × 128 comportant une région particulière (colonne ou main) en ont été extraites.

3. Méthodes

Neuf méthodes furent considérées dans notre étude : la méthode Shine [26], les filtres de Metz et de Hanning, les trois méthodes *HTIHaar*, *Wedgelets* et *Platelets* basées sur la représentation de Haar [9–11] et la combinaison de la transformée de Haar–Fisz [29,30], un opérateur stabilisateur de variance et trois techniques de débruitage de bruit gaussien blanc. Ces techniques sont le filtre adaptatif de Wiener [12], la méthode de seuillage classique adaptée pour un bruit gaussien blanc [4,13–15] et la technique bayésienne de Pizurica [20].

3.1. La méthode Shine

Cette méthode est basée sur l'utilisation de l'analyse de correspondance (*correspondence analysis*, CA) [31] pour le traitement d'images. Ce principe, décrit en 1972 pour la compression d'images, consiste à diviser l'image bruitée en blocs de taille 4 × 4. L'image est alors transformée en une matrice \mathbf{X} à laquelle est appliquée une CA. Celle-ci permet d'exprimer cette matrice à partir de n vecteurs obtenus par diagonalisation de la matrice \mathbf{X} normalisée. La compression consiste alors à sélectionner q vecteurs parmi les n permettant une reconstruction de \mathbf{X} . Pour le débruitage, l'information du signal est contenue dans les q vecteurs et celle du bruit dans les $n-q$ autres. Dans le procédé de Shine, le choix des q vecteurs s'effectue à l'aide d'un test statistique de variance basé sur le test classique de Fisher : la différence entre la variance originale dans chaque bloc et la variance de la reconstruction doit être inférieure à un facteur proportionnel à la variance du bruit et un coefficient de la table du χ^2 [26]. Ce test permet de choisir uniquement les composantes qui contribuent significativement à la variance du signal dans chaque bloc. L'image débruitée est alors reconstruite à partir de ces q vecteurs. La méthode Shine ne nécessite aucune intervention de l'utilisateur.

3.2. Les filtres de Metz et de Hanning

Le filtre de Metz est un filtre passe-bas défini par :

$$F(f) = \frac{1 - (1 - \text{FTM}^2(f))^n}{\text{FTM}(f)} \quad (3)$$

où FTM est la transformée de Fourier d'une fonction et l'exposant n est un paramètre réel donnant l'ordre du filtre [32]. En théorie, la fonction FTM à adopter est la fonction de transfert de la PSF de la caméra utilisée et le paramètre n est choisi de façon optimale par rapport au niveau de bruit [33] :

$$n = 0,834 \ln(c) - 7,774 \quad (4)$$

où c est le nombre total de photons détectés dans l'image. Lorsque n est équivalent à un, le filtre est la fonction de transfert FTM, le filtre n'amplifie aucune fréquence et se comporte comme un lissage dont la caractéristique est FTM. Lorsque l'ordre du filtre augmente, la partie filtrant les basses et moyennes fréquences devient de plus en plus importante par rapport à la partie atténuant les hautes fréquences. Comme la réponse spatiale de la caméra peut être modélisée par une fonction gaussienne à symétrie sphérique [1], le filtre de Metz ne dépend donc que d'un seul paramètre variable : la LMH de la PSF. Idéalement, elle devrait correspondre à celle du profil instrumental de la caméra. Cependant, celle-ci variant avec la distance séparant le collimateur de la source de photons, l'utilisateur doit effectuer un choix de compromis : nous avons laissé évoluer la LMH entre 2,5 et 10 pixels avec un pas de 0,5 pixel.

Le filtre de Hanning a longtemps été très utilisé en médecine nucléaire. Il s'agit d'un filtre passe-bas qui préserve les basses fréquences, puis présente une zone de transition où les fréquences sont amoindries et au-delà de laquelle les

fréquences sont supprimées. Il s'exprime mathématiquement sous la forme :

$$F(f) = \begin{cases} 0,5 + 0,5\cos\left(\frac{\pi f}{nf_c}\right) & \text{si } |f| < nf_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5)$$

La fréquence de coupure (nf_c) d'un filtre de Hanning est la plus basse fréquence supprimée. Lorsqu'elle est exprimée en unités de la fréquence de Nyquist (f_c), c'est le seul paramètre variable du filtre (n).

Dans la suite, un filtre de Metz de LMH I sera noté Metz_1 et un filtre de Hanning avec la fréquence de coupure nf_c sera noté Hanning_n.

3.3. Les méthodes basées sur la représentation en ondelettes de Haar

Les différentes techniques de débruitage basées sur la représentation en ondelettes de Haar s'appuient sur le découpage du domaine de définition de l'image en une partition dyadique de carrés. Cette dénomination signifie que tous les éléments d'une telle partition s'obtiennent par contraction et translation d'un facteur puissance de deux du domaine de définition original de l'image. Une partition *Wedgelets* en est une extension. Les plus petits éléments d'une telle partition peuvent être des triangles (des coins, *wedges* en anglais). Les trois méthodes peuvent être exposées simultanément à partir du même principe de base [10] : la modélisation par une fonction constante par morceaux sur une partition dyadique de carrés. La méthode *HTIHaar* en est la version invariante par translations : elle consiste à traduire l'image originale, modéliser ces translations et moyenner les résultats. La méthode *Wedgelets* étend la méthode de base à une partition *Wedgelets*. Son extension à une modélisation linéaire par morceaux fournit la méthode *Platelets*. La méthode *Wedgelets* est donc un cas particulier de la méthode *Platelets*. Dans ces trois algorithmes, la modélisation se fait par maximisation de la vraisemblance (*maximum likelihood estimator*, MLE) à l'aide de l'algorithme EM (*expectation-maximization*). La vraisemblance est pénalisée par un facteur proportionnel à un paramètre noté γ . Des versions accélérées de leurs algorithmes [11] sont obtenues en fixant γ de la façon suivante :

$$\begin{cases} \gamma_{HTIHaar}^* = \frac{1}{2}\log(N^2) + \frac{4}{3}\log(2) \\ \gamma_{Wedgelets}^* = \frac{2}{3}\log(N^2) + \frac{2}{3}\log(2) \\ \gamma_{Platelets}^* = \frac{4}{3}\log(N^2) + \frac{2}{3}\log(2) \end{cases} \quad (6)$$

Ces valeurs permettent un taux de convergence efficace ainsi que des estimations presque optimales [11]. Nous avons pu vérifier qu'en pratique, les résultats ne variaient de manière significative qu'en multipliant ou divisant les facteurs γ^* par deux. En outre, une pénalité de paramètre γ inférieur au quart de γ^* ne permet pas une élimination suffisante du bruit et un paramètre γ supérieur au quadruple de γ^* entraîne un lissage trop important. Ainsi, dans notre étude, nous avons choisi d'écrire γ

sous la forme $\alpha\gamma^*$ et de donner à α les seules valeurs de $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2$ et 4. Les différentes méthodes résultant de la valeur r du paramètre α seront notées *HTIHaar_r*, *Wedgelets_r* et *Platelets_r*.

3.4. Les méthodes basées sur l'application de la transformée de Haar–Fisz

La transformée de Haar–Fisz a été introduite par Fryzlewicz et Nason [29] dans un contexte unidimensionnel. La construction de cet opérateur découle de la constatation de la normalité asymptotique d'une fonction des coefficients de la transformée de Haar, appelée transformée de Fisz [34]. Son extension à deux dimensions a été présentée par Fadili et al. [30].

Si une image x est la réalisation d'une image dont les éléments sont des variables aléatoires indépendantes suivant une loi de Poisson, les composantes de l'image résultant de la transformée de Haar–Fisz de x tendent vers une loi normale de variance un et sont asymptotiquement décorréliées si la taille de l'image x est suffisamment grande et son image moyenne ne possède ni un minimum trop petit ni une moyenne trop grande [30]. L'algorithme de débruitage des données poissonniennes proposé est alors d'appliquer successivement la transformée de Haar–Fisz, de débruiter les données obtenues avec une technique adaptée au bruit gaussien blanc et d'effectuer la transformée de Haar–Fisz inverse.

Il existe une panoplie impressionnante de méthodes de débruitage du bruit gaussien blanc. Les trois techniques envisagées dans ce travail figurent parmi les plus classiques. Les deux premières sont des méthodes en ondelettes de même type que celles ayant été employées en combinaison avec la transformée de Haar–Fisz dans les applications numériques des articles [29,30]. La troisième est un filtre adaptatif, couramment utilisé dans les études comparatives sur les techniques en ondelettes de débruitage de bruit gaussien blanc (voir par exemple [18,20]).

La première est la technique classique de seuillage en ondelettes [4,13–15]. La méthode qui résulte de sa combinaison avec la transformée de Haar–Fisz est appelée HFTThr. Le seuillage consiste à annuler l'ensemble des coefficients en ondelettes en dessous d'un seuil. Ce procédé existe sous deux formes : le seuillage dur laisse inchangé les coefficients en ondelettes au-dessous du seuil, le seuillage doux les modifie en diminuant leur amplitude. Les images obtenues après application de la transformée de Haar–Fisz sur des images scintigraphiques contiennent généralement une information non homogène et de hauts niveaux de bruit. Le seuillage en ondelettes n'étant pas invariant par translations, la reconstruction en ondelettes génère des artefacts sur de telles images [35,36]. Un algorithme de seuillage invariant par translations a été développé par Coifman et Donoho [36] afin de contourner ces problèmes. Il consiste à seuiller plusieurs translations du signal original, effectuer les translations inverses et moyenner les résultats. Quatre types de seuillage ont été envisagés : le dur (*Hard*), le doux (*Soft*) et leur version invariante par translations (*TIHard* et *TISoft*). Nous nous sommes limités à quatre translations, une augmentation du nombre de translations n'améliorait pas significativement le résultat, mais allongeait

considérablement les temps de calculs. Lorsque le bruit est blanc, il y a essentiellement trois façons de calculer le seuil. La première est la méthode multiplicative : si σ est l'écart-type du bruit des données gaussiennes, le seuil T vaut

$$T = \rho\sigma \quad (7)$$

La valeur de $\rho = 3$ a été utilisée pour un seuillage dur et celle de 1,5 pour un seuillage doux [37]. Les autres méthodes sont celles du seuil SURE [37] dans laquelle le seuil est le module d'un des coefficients en ondelettes permettant de minimiser une fonction de coût, et celle des seuils SURE multi-échelles [37] qui fournit un seuil par échelle à l'aide du même procédé mais exécuté à chaque échelle. En résumé, les paramètres réglables par l'utilisateur sont le type de seuillage (dur, doux, invariant par translations) et la façon de calculer le seuil (multiplicatif, SURE, SURE multi-échelles). Selon la façon dont sont calculés les seuils, les différentes sous-méthodes de HFTThr sont notées H(TH, S, TS), H(TH, S, TS)_S, H(TH, S, TS)_SM, s'il s'agit d'un seuillage *Hard* (THard avec quatre translations, *Soft*, TISoft avec quatre translations) avec un seuil calculé selon la formule (7), un seuil SURE, ou des seuils SURE multi-échelles.

La deuxième technique de débruitage de données gaussiennes fait partie des techniques bayésiennes. Celles-ci tentent de caractériser le comportement statistique des coefficients en ondelettes de l'image dépourvue de bruit et utilisent cet a priori pour isoler la partie de signal utile (sans bruit) des coefficients en ondelettes de l'image bruitée. L'une d'entre elles, la méthode développée par Pizurica et Philips [20], a été utilisée dans ce travail. Elle apparaît en effet, dans la littérature, comme la méthode bayésienne la plus performante pour le bruit gaussien blanc. Elle suppose que les coefficients en ondelettes de l'image bruitée de chaque sous-bande, c'est-à-dire correspondant à des ondelettes de même résolution et de même orientation, suivent une distribution gaussienne généralisée. Dans sa version de base, les paramètres de cette loi sont estimés à partir des histogrammes des coefficients bruités de chaque sous-bande. Ensuite, des conditions faisant intervenir un seuil T et traduisant le fait que chaque coefficient contient ou non une information d'intérêt sont définies. Les coefficients débruités sont alors estimés à l'aide de règles bayésiennes fonctions du seuil T . Dans sa version adaptée spatialement, ces règles bayésiennes sont établies à partir des moyennes des coefficients bruités dans une fenêtre carrée. Le seuil T est calculé à l'aide de la formule $T = 1,5 \rho\sigma$ avec $0,1 \leq \rho \leq 1$. Nous avons choisi de faire varier le paramètre ρ dans cette fourchette avec un pas de 0,1. Le filtre utilisé dans l'algorithme de transformée en ondelettes est un deuxième paramètre réglable. Il a été montré que les deux filtres Daub8 et Symmlet8 de Daubechies [4] apportent des résultats optimaux [20]. Ce sont donc ces deux possibilités qui ont été testées dans notre étude. Le dernier paramètre est la taille de la fenêtre en pixels. Il est à choisir parmi 1, 3, 5, et 7. La combinaison de la transformée de Haar–Fisz et la technique bayésienne de débruitage de Pizurica est appelée HFTPiz. Elle est notée HFTPiz_1 (respectivement 3, 5, 7)S ou HFTPiz_1 (3, 5, 7)D pour une fenêtre de taille un (respectivement 3, 5, 7), selon qu'elle est compilée avec un filtre Symmlet8 ou Daub8.

La troisième technique de débruitage de données gaussiennes est le filtre adaptatif de Wiener [12]. Celui-ci consiste à calculer la moyenne μ et la variance v^2 dans un voisinage carré de chaque point de l'image. La valeur de l'image débruitée en ce point est alors obtenue par $\mu + \frac{v^2 - \sigma^2}{v^2}(x - \mu)$ où x est la valeur de l'image bruitée en ce point et σ^2 est la variance du bruit. Le seul paramètre que doit définir l'utilisateur de cet algorithme est la taille du voisinage en pixels. Nous avons choisi de le faire varier parmi les valeurs 3, 5, 7, la valeur 1 n'ayant aucun effet de débruitage. Selon la valeur de ce paramètre, la méthode est notée HFTWN_3, HFTWN_5 ou HFTWN_7.

3.5. Résolution, contraste

L'analyse quantitative des résultats des méthodes de débruitage repose sur les trois grandeurs suivantes : le RSR défini précédemment, le gain en résolution et en contraste. Le gain en résolution d'une image de ligne est évalué en terme de déviation entre la LMH du profil représentant au mieux l'image débruitée et celle du profil original, une déviation négative indiquant un gain de résolution. Le contraste est calculé à l'aide de la formule :

$$\text{Ctrst} = \frac{S - B}{B} \quad (8)$$

où S est la valeur moyenne de l'image dans une zone dite d'intérêt (*region of interest* (ROI) en anglais) et B est la valeur moyenne de l'image dans une zone de fond, d'arrière-plan. Cette grandeur n'est évidemment calculable que pour des images contenant un fond non nul. Ces zones dépendent du type d'image. Elles sont représentées à la Fig. 1. Les treize ROI du fantôme de Hoffman sont celles décrites par Zaidi [38], celles du fantôme de Shepp–Logan et des lignes résultent d'un choix personnel : les premières sont situées dans les zones uniformes les moins étendues, les zones de signal des lignes sont des rectangles centrés sur les pics centraux et les zones de fond sont réparties en deux rectangles situés en dehors de la partie la plus intense de l'image.

3.6. Implémentation des algorithmes

Les filtres de Metz et de Hanning, le filtre adaptatif de Wiener, la transformée de Haar–Fisz ainsi que les différentes techniques de seuillage ont été implémentés par nos soins. Le code utilisé pour la technique bayésienne de débruitage en ondelettes décrite dans la référence [20] a été fourni par Pizurica. Il s'agit de *ProbShrink-SP-red* écrit sous MatLab et disponible sur « <http://telin.rug.ac.be/~sanja/> ». Pour les méthodes HTIHaar et Platelets, la méthode *Wedgelets* étant un cas particulier de la dernière, les algorithmes utilisés sont respectivement les algorithmes *Fast translation invariant reconstruction* et *Coarse-to-fine reconstruction* écrits sous MatLab et mis à la disposition par Willett sur « <http://www.ee.duke.edu/~willett/software.html> ». Les résultats de la méthode Shine ont été obtenus sur une station de travail Segami (version 5.508M, Segami®, Columbia, MD, États-Unis).

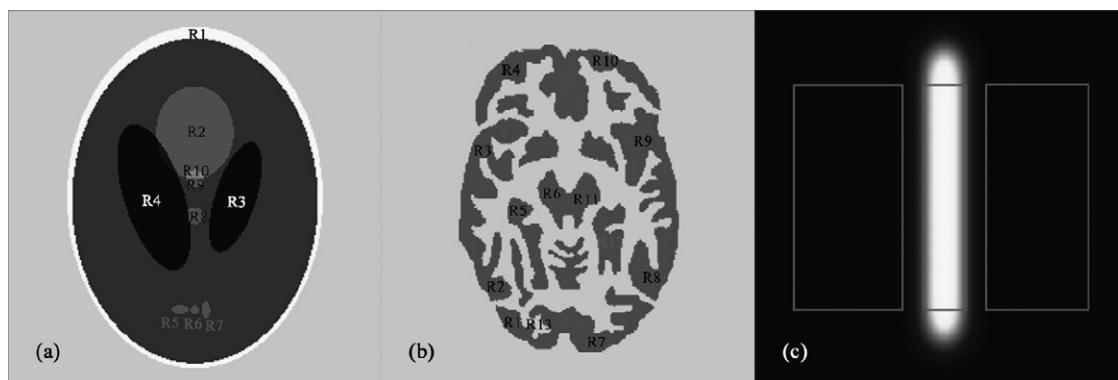


Fig. 1. Visualisation des régions d'intérêts (ROI) utilisées pour le fantôme de Shepp–Logan (a), le fantôme de Hoffman (b), et les lignes (c).
Fig. 1. Visualization of the regions of interest (ROI) used for the Shepp–Logan phantom (a), the Hoffman phantom (b), and the lines (c).

4. Résultats

Les quatre sections qui suivent exposent la mise en évidence pour chaque méthode de la ou des valeurs optimales des différents paramètres pour les critères de gain en rapport signal-sur-bruit, de préservation de la résolution et du contraste et de la non-génération d'artefacts dégradant les structures de l'image. Ces différentes valeurs optimales sont reprises dans le [Tableau 1](#) et leur domaine d'intersection est indiqué dans la dernière colonne. Ces derniers sont vides pour les trois techniques basées sur la représentation en ondelettes de Haar et la méthode HFTPiz. Cela résulte principalement d'artefacts qui rendent les images débruitées cliniquement inutilisables. Les discussions

relatives à ces méthodes dans les quatre prochaines sections sont dès lors limitées au strict nécessaire. Le lecteur intéressé peut néanmoins se forger sa propre opinion en consultant les [Tableaux A1–A3](#) en annexe.

4.1. Optimisation du choix des paramètres : gain en RSR

Sur des images simulées, il est possible de calculer le gain en RSR d'un débruitage. Les valeurs des paramètres permettant d'obtenir le meilleur RSR possible seront appelées, par abus de langage, « meilleurs paramètres ».

Les [Figs. 2 et 3](#) (courbes en trait plein) illustrent le comportement de la meilleure LMH du filtre de Metz et de la

Tableau 1

Résumé de l'optimisation des paramètres des différentes méthodes : les valeurs optimales des paramètres sont reportées en fonction des différents critères de gain en RSR, de préservation de la résolution et du contraste, et de non-génération d'artefacts visuels

Table 1
Summary of the optimization of the parameters of the different methods: the optimal values of the parameters are reported as a function of different criteria, that is, the gain in RSR, the preservation of the resolution and the contrast, and the non-generation of visual artefacts

Méthode	RSR	Résolution	Contraste	Aspect visuel	Intersection
Metz (LMH)	2,5–5, ⁱ	3–5 ⁱ	2,5–4 ⁱ	3–7	3–4
Hanning (f_c)	0,45–1 ^j	$\geq 0,9$	$\geq 0,85$	0,4–0,95	$\geq 0,9$
HTIHaar (α)	0,5, 0,25 ^a , 1,2 ^b	0,25 ^a , 0,5 ^b	0,25	0,5, 1	ⁱ
Wedgelets (α)	1, 2 ^{b,c} , 4 ^{a,c} , 0,25 ^d	^k	0,25, 0,5	ⁱ	ⁱ
Platelets (α)	4, 2, 1 ^c	0,25 ^f , 1 ^g	0,25, 0,5, 1	ⁱ	ⁱ
HFTThr	TS	S_SM, TS_SM	^k	S(TS) ^k	TS, TS_SM
HFTPiz	3S	1S ou 3S, 7S ^c	^k	ⁱ	ⁱ
HFTWN	3, 5	^k	3, 7 ^{d,h}	3, 5	3

^a L'image contient un fond nul (the image contains a null background).

^b L'image contient un fond non nul (the image contains a non-null background).

^c Le RSR original est faible (the original RSR is weak).

^d Le RSR original est élevé (the original RSR is high).

^e La LMH originale vaut 9,85 (the original LMH is 9.85).

^f La LMH originale vaut 6,39 ou 7,55 (the original LMH is 6.39 or 7.55).

^g La LMH originale vaut 8,69 ou 9,85 (the original LMH is 8.69 or 9.85).

^h La LMH originale vaut 7,55 ou 8,69 (the original LMH is 7.55 or 8.69).

ⁱ Les valeurs du domaine augmentent avec la LMH originale ou lorsque le RSR original diminue (the values of the range increase when the original LMH increases or the original RSR decreases).

^j Les valeurs du domaine augmentent avec le RSR original ou lorsque la LMH originale diminue (the values of the range increase when the original RSR increases or the original LMH decreases).

^k Indique que toutes les valeurs des paramètres conviennent (indicates that all the values of the parameters are appropriate).

^l Indique qu'aucune des valeurs des paramètres ne convient pas (indicates that none of the values is appropriate).

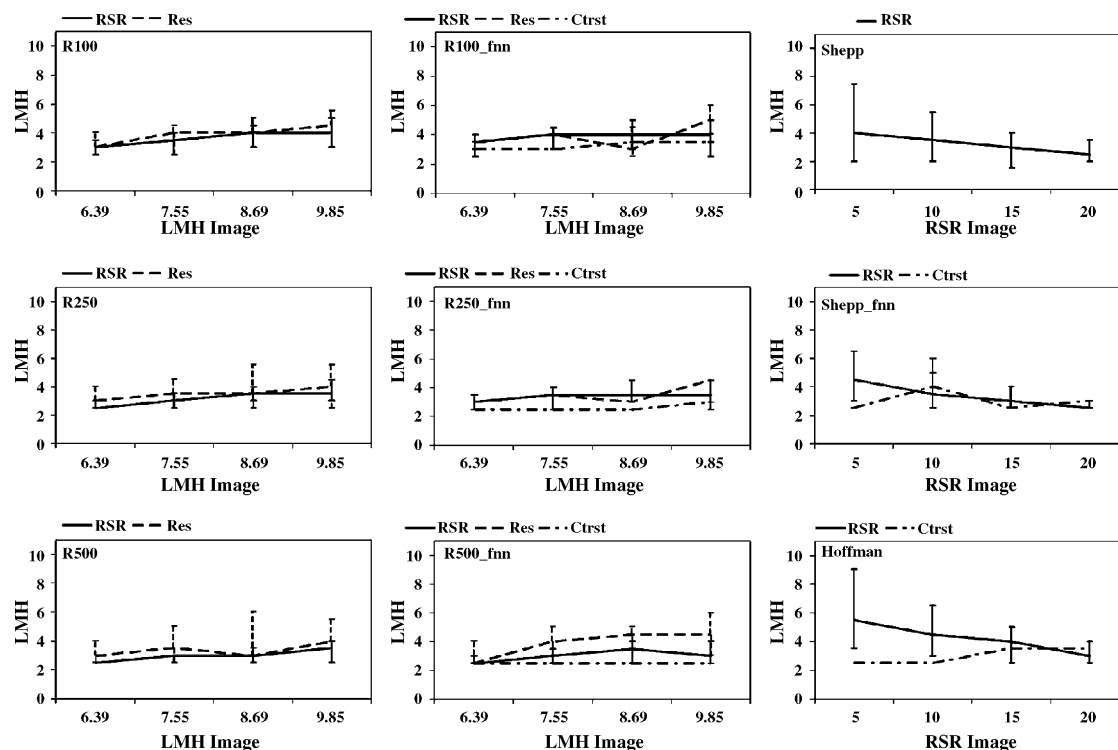


Fig. 2. Optimisation de la LMH du filtre de Metz : les valeurs des LMH procurant les meilleurs RSR (en trait plein), la déviation minimum de résolution (en trait interrompu) et la déviation minimum de contraste (en pointillé) sont reportées pour les images de lignes en fonction de la LMH du modèle original et pour les fantômes de Shepp–Logan et de Hoffman en fonction du RSR de l'image originale. Les barres d'erreur correspondent à une tolérance de 10 %.

Fig. 2. Optimization of the full width at half maximum (LMH) of the Metz filter: the values of the LMH getting the best RSRs (solid), the minimum deviation in resolution (dashed) and the minimum deviation in contrast (dotted) are reported for the line images as a function of the LMH of the original model, and for the Shepp–Logan and Hoffman phantoms as a function of the RSR of the original image. The error bars correspond to a tolerance of 10%.

meilleure fréquence de coupure du filtre de Hanning. Les barres d'erreur indiquent les valeurs des paramètres fournissant un rapport RSR sur meilleur RSR plus grand que 90 %. La meilleure LMH du filtre de Metz (Fig. 2) apparaît être comprise entre 2,5 et 4,5 pixels pour les lignes, 3 et 5,5 pixels pour le fantôme d'Hoffman et 2,5 et quatre pixels pour le fantôme de Shepp–Logan. Toutes ces valeurs sont largement inférieures aux LMH des PSF simulées (LMH Image). Le filtre de Hanning (Fig. 3), quant à lui, présente des résultats optimaux lorsque la fréquence de coupure est plus élevée que 0,65 pour les lignes, excède 0,55 pour le fantôme de Shepp–Logan et se situe entre 0,4 et 0,75 pour le fantôme d'Hoffman. Les courbes relatives aux lignes (colonnes de gauche et du milieu des (Figs. 2 et 3) montrent que la meilleure LMH du filtre de Metz augmente avec la LMH de la réponse instrumentale et diminue avec le niveau de bruit original. Le comportement de la meilleure fréquence de coupure du filtre de Hanning est directement opposé : elle diminue lorsque la LMH de la réponse instrumentale ou le niveau de bruit original augmente. Au niveau des images uniformes, pour lesquelles la résolution n'intervient pas, la meilleure LMH du filtre de Metz est automatiquement la plus grande et la meilleure fréquence de coupure du filtre de Hanning, la plus petite.

Les valeurs du paramètre α des méthodes *HTIHaar*, *Wedgelets* et *Platelets* qui procurent les meilleurs RSR sont reportées dans la première colonne des lignes trois à cinq du Tableau 1. Pour la méthode *Platelets* (ligne cinq), elles fluctuent parmi les valeurs 1, 2 et 4. Pour les deux

autres méthodes, elles dépendent fortement du type d'image traitée.

Le Tableau 2 est consacré à l'optimisation de la méthode HFTThr. Il y apparaît clairement que le type de seuillage le mieux adapté à procurer un gain en rapport signal-sur-bruit optimum est pratiquement indépendant du type d'image traitée : il s'agit du seuillage doux invariant par translations avec un seuil de type multiplicatif, c'est-à-dire multiple de l'écart-type du bruit. Le seuillage dur se révèle plus efficace envers le gain en RSR pour les images uniformes et celles des lignes d'intensités élevées à fond non nul. Pour la méthode HFTPiz, il s'est avéré que le choix du filtre Symmlet8 et d'une fenêtre de taille trois était sans équivoque le plus performant. La méthode HFTWN, quant à elle, se comporte très différemment selon le type d'image traitée. Pour toutes les images de lignes et celles du fantôme de Shepp–Logan simulées avec fond nul, c'est la fenêtre de taille trois qui permet d'obtenir le meilleur RSR. Pour les images du fantôme de Hoffman et celles du fantôme de Shepp–Logan simulées avec fond non nul, il est atteint avec une fenêtre de taille cinq. Enfin, la taille de fenêtre la plus performante pour les images uniformes est sept, comme on pouvait s'y attendre.

4.2. Optimisation du choix des paramètres : résolution

Sur les images de lignes, il est aisé de calculer le gain en résolution au moyen de la déviation entre la LMH du profil

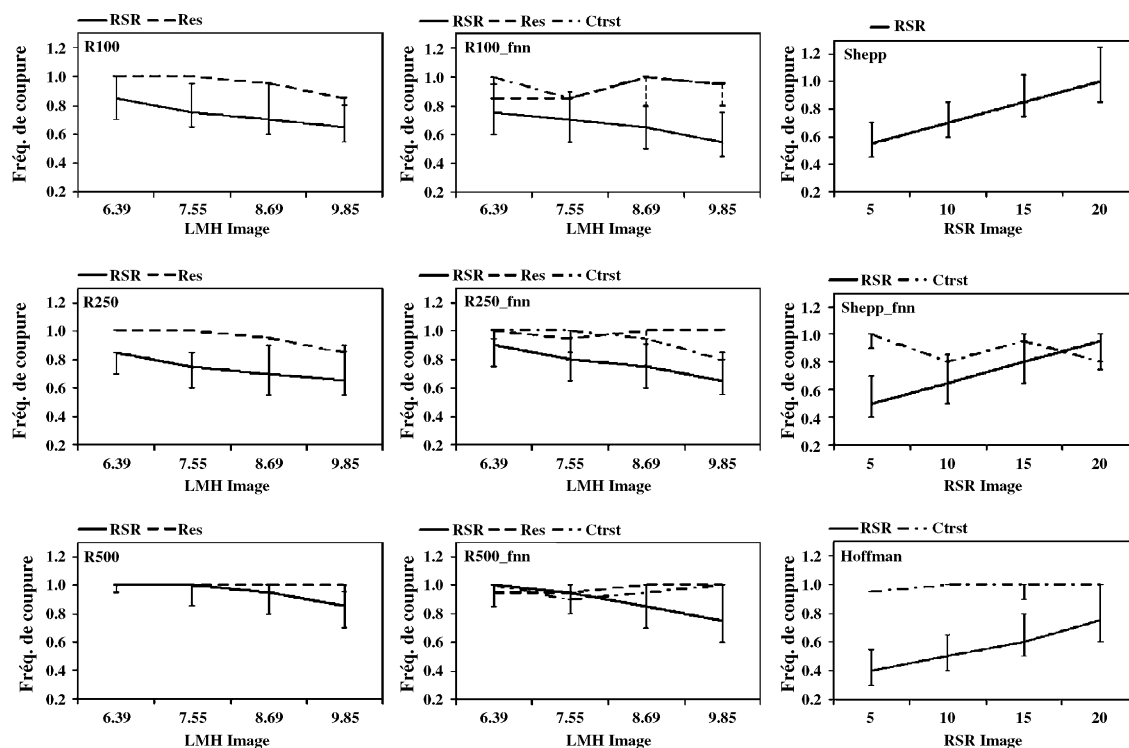


Fig. 3. Optimisation de la fréquence de coupure du filtre de Hanning : les valeurs de fréquences de coupure (en unités de la fréquence de Nyquist) procurant les meilleurs RSR (en trait plein), la déviation minimum de résolution (en trait interrompu) et la déviation minimum de contraste (en pointillé) sont reportées pour les images de lignes en fonction de la LMH du modèle original et pour les fantômes de Shepp–Logan et de Hoffman en fonction du RSR de l’image originale. Les barres d’erreur correspondent à une tolérance de 10 %.

Fig. 3. Optimization of the cutoff frequency of the Hanning filter: the values of the cutoff frequencies (in Nyquist frequency units) getting the best RSRs (solid), the minimum deviation in resolution (dashed) and the minimum deviation in contrast (dotted) are reported for the line images as a function of the LMH of the original model and for the Shepp–Logan and Hoffman phantoms as a function of the RSR of the original image. The error bars correspond to a tolerance of 10%.

Tableau 2

Optimisation de la méthode HFTThr : les types de seuillage procurant les meilleurs RSR (première ligne), la déviation minimum de résolution (deuxième ligne) et la déviation minimum de contraste (troisième ligne) sont reportées pour les images de lignes en fonction de la LMH du modèle original et pour les images uniformes, les fantômes de Hoffman et de Shepp–Logan en fonction du RSR de l’image originale

Table 2
Optimization of the method HFTThr: the thresholding types getting the best RSRs (in first line), the minimum deviation in resolution (in second line), and the minimum deviation in contrast (in third line) are reported for the line images as a function of the LMH of the original model and for the uniform images, the Shepp–Logan, and the Hoffman phantoms as a function of the RSR of the original image

LMH	R100	R250	R500	R100_fnn	R250_fnn	R500_fnn	RSR	Shepp	Shepp_fnn	Hoffman	RSR	Unif.
6,39	TS ^S			TS_SM ^{TS}	TS ^S	TH ^H	5	TS ^S	TS_SM	TS_SM ^{TS}	2,07 28,7	H_S ^{TH_S}
	H_SM ^{S_SM}			TH_SM	TS_SM			-				
	-			TH_SM	TH_S	TH		-	S_SM			
7,55	TS ^S	S ^{TS}	TS ^S	TS ^S		TH ^H	10	TS ^S			5,06	TH_S ^{H_S}
	H_SM ^{S_SM}			TH_SM ^{TS_SM}	TS_SM			-				
	-			TH_S	TS_SM	TH_SM		-	S_SM			
8,69	TS ^S			TS_SM ^{TS}	TS ^S		15	TS ^S			8,14 11,2 17,5	TS ^S
	S_SM ^{TH_SM}			H_SM ^{TS_SM}	TS_SM	TS_SM TH		-				
	-			H_S	TS_SM	H		-	S_SM			
9,85	TS ^S			TS ^{TS_SM}	TS ^S		20	TS ^S			14,4	H_S ^{TS}
	S_SM ^{H_SM}			H_SM ^{TH_S}	TH_SM TH	TS_SM ^{H_SM}		-				
	-			TS_S	TS_SM	TS		-	S_SM			

Les valeurs placées en indice supérieur sont relatives à la marge d’erreur de 10 % ; le symbole « - » signifie que la valeur du paramètre n’a pu être évaluée.
The values placed in superscript relate to the error margin of 10%; the “-” symbol means that the value of the parameter could not be evaluated.

représentant au mieux l'image débruitée et celle du profil original. Il est alors possible de connaître quels paramètres permettent pour chacune des méthodes d'obtenir la déviation minimum. De nouveau, par abus de langage, nous qualifierons ces valeurs de meilleurs paramètres.

Les valeurs de ces paramètres sont reportées dans les courbes en trait interrompu des deux premières colonnes des Figs. 2 et 3 pour les méthodes du filtre de Metz et de Hanning. Les meilleures LMH du filtre de Metz (Fig. 2) augmentent avec la LMH de l'image originale. Les meilleures fréquences de coupure du filtre de Hanning (Fig. 3) sont assez élevées.

Comme le montrent les cellules des lignes trois à cinq de la deuxième colonne du Tableau 1, les valeurs des paramètres α des méthodes basées sur la représentation de Haar à utiliser pour dégrader le moins possible la résolution sont fortement différentes selon les variantes. Celles-ci sont de 0,25 ou 0,5 pour HTIHaar (ligne trois). Aucune règle ne se dégage quant au choix de la fonction de pénalité de la méthode Wedgelets (ligne quatre). Pour la méthode Platelets (ligne cinq), ces valeurs sont de 0,25 et 1.

Le comportement de la méthode HFTThr (deuxièmes lignes des cellules du Tableau 2) dépend de l'intensité du fond de l'image originale ainsi que de sa résolution. Sur les images de fond nul, le type de seuillage privilégié est S_SM pour une LMH élevée et H_SM avec S_SM en second choix pour une LMH plus faible. Sur les images de fond non nul, il s'agit de TS_SM ou TH_SM avec TS_SM en second choix. Le gain en résolution n'est pas un facteur permettant de sélectionner une des variantes de la méthode HFTPiz. En effet, la seule règle qui semble ressortir de nos tests est que, pour les images de fond non nul, les variantes HFTPiz_1S et HFTPiz_3S sont les mieux adaptées aux trois LMH les plus faibles et la variante HFTPiz_7S à la plus élevée. Enfin, la taille de la fenêtre du filtre adaptatif de Wiener doit être différente selon la LMH de l'image originale : trois ou cinq pour les deux LMH les plus faibles et sept pour les deux autres.

4.3. Optimisation du choix des paramètres : contraste

Les valeurs des paramètres produisant une déviation minimum en module par rapport au contraste de l'image originale sont reportées dans les courbes en traits semi-pointillés des Figs. 2 et 3 pour les méthodes du filtre de Metz et de Hanning et dans les cellules des lignes trois à cinq de la troisième colonne du Tableau 1 pour les autres méthodes. De nouveau, par abus de langage, nous qualifierons ces valeurs de meilleurs paramètres.

Les LMH du filtre de Metz (Fig. 2) adaptées à un meilleur contraste sont en général très faibles, se situant entre les valeurs 2, 5 et 4. Elles augmentent généralement avec les LMH des profils originaux. Les meilleures fréquences de coupure du filtre de Hanning (Fig. 3) fluctuent au-delà de 0,8 pour les lignes et le fantôme de Shepp–Logan et au-delà de 0,95 pour le fantôme de Hoffman.

Le comportement des méthodes basées sur la représentation de Haar vis-à-vis du contraste est assez clair. Pour la méthode

HTIHaar (Tableau 1, troisième colonne, troisième ligne), le meilleur paramètre α vaut 0,25. Pour la méthode Wedgelets (Tableau 1, troisième colonne, quatrième ligne), il vaut 0,25 ou 0,5. Pour la méthode Platelets (Tableau 1, troisième colonne, cinquième ligne), le paramètre α peut être choisi indifféremment pour les images de lignes. En revanche, sa meilleure valeur est 0,5 pour le fantôme de Hoffman et, de façon moins marquée, 1 pour le fantôme de Shepp–Logan.

Pour la méthode HFTThr (Tableau 2), le type de seuillage préconisé est généralement le seuillage invariant par translations, dur pour les lignes des deux plus faibles largeurs et doux pour les autres. La façon de calculer le seuil, quant à elle, n'influence pas fortement le contraste. Pour la méthode HFTPiz, le contraste n'offre pas de règle. Enfin, de façon presque générale, la taille de fenêtre du filtre adaptatif de Wiener la mieux adaptée est de trois, exception faite pour les lignes d'intensité élevée pour lesquelles une taille de sept est mieux adaptée.

4.4. Optimisation du choix des paramètres : aspects visuels

Aucun défaut visuel n'a été constaté dans les résultats de la méthode Shine. En revanche, pour toutes les autres méthodes testées, un certain nombre de paramètres engendrent des images inacceptables d'un point de vue visuel (Fig. 4).

En dehors d'une fourchette de valeurs, les filtres de Metz et de Hanning lissent trop (pour le filtre de Metz, cela est dû à une LMH trop grande, pour le filtre de Hanning, à une fréquence de coupure trop petite) ou n'éliminent pratiquement pas le bruit (dans la situation inverse). Cette fourchette de valeurs est fonction de la résolution. Lorsque la résolution diminue, elle se décale vers des valeurs plus grandes pour le filtre de Metz et plus petites pour le filtre de Hanning. Néanmoins, dans notre étude, pour laquelle les valeurs de la LMH se situent entre 3,535 et 9,85 pixels (qui correspondent à 4 et 11,2 mm), la plage des valeurs visuellement tolérables était comprise entre trois et sept pixels pour la LMH du filtre de Metz et 0,4 et 0,95 pour la fréquence de coupure du filtre de Hanning.

Sur l'ensemble des images tests, les méthodes Wedgelets et Platelets ont engendré des artefacts sous forme de « plateaux » (*staircasing artefacts* en anglais) quelles que soient les valeurs du paramètre α utilisées et ce, principalement au niveau des zones de transition de l'image. Pour la méthode HTIHaar, les valeurs de $\alpha = 0,25$, 2 et 4 sont à rejeter, la première occasionnant de la pixelisation et les deux dernières un lissage trop important. Les artefacts générés par les méthodes HTIHaar_0,25, HTIHaar_2, Wedgelets_0,5 et Platelets_2 sont illustrés à la Fig. 4(e–h) dans le cas du débruitage d'une image de scintigraphie osseuse. Les artefacts de plateaux des résultats des méthodes Wedgelets et Platelets sont particulièrement visibles avec la fonction de pénalité la plus faible, c'est-à-dire pour $\alpha = 0,25$.

Comme le montre l'image de la Fig. 4(b), le filtre adaptatif de Wiener est trop lissant lorsque la largeur de la fenêtre vaut sept, les largeurs utiles sont trois et cinq. Parmi les techniques de seuillage de HFTThr, les seuillages Hard et TlHard laissaient des structures de « nid d'abeilles » ou de barres

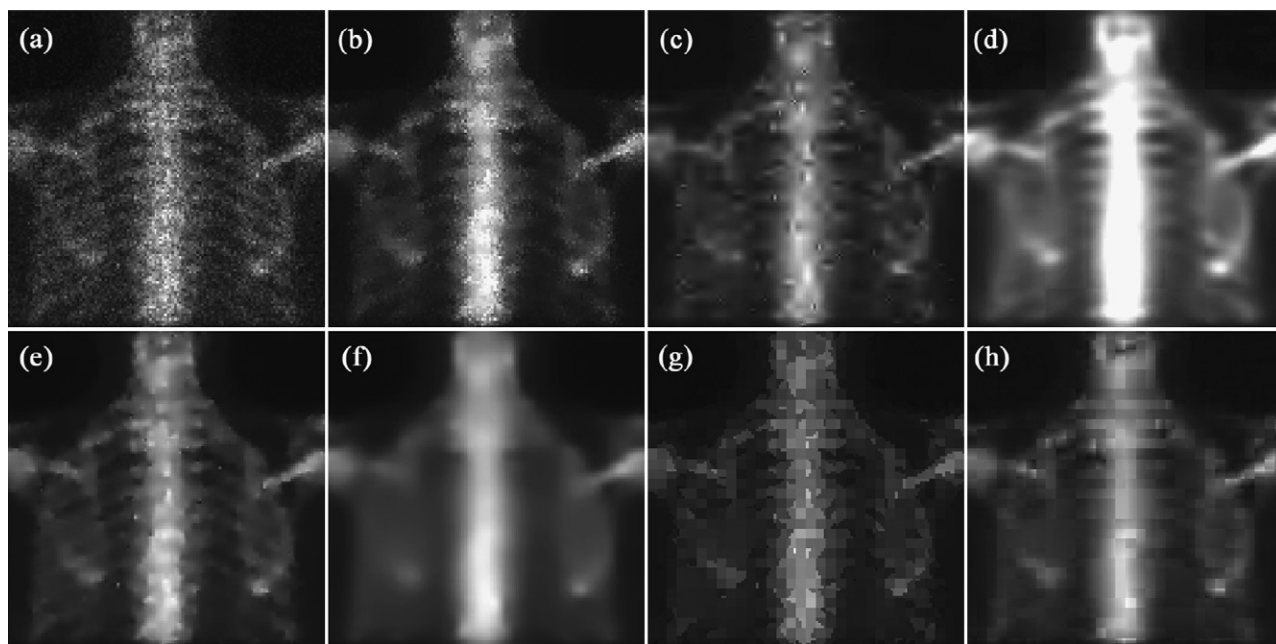


Fig. 4. Image de scintigraphie osseuse (a), et résultats des méthodes de débruitage HFTWN_7 (b), TH (c), HFTPiz_3S (d), HTIHaar_0,25 (e), HTIHaar_2 (f), Wedgelets_0,5 (g), et Platelets_2 (h).

Fig. 4. Bone scintigraphy image (a), and results of the denoising methods HFTWN_7 (b), TH (c), HFTPiz_3S (d), HTIHaar_0,25 (e), HTIHaar_2 (f), Wedgelets_0,5 (g), and Platelets_2 (h).

transversales dans les parties uniformes et de faible résolution de la plupart des images. Ces structures sont présentes dans la Fig. 4(c). Le seuillage dur avec ou sans l'invariance par translations ne semble donc pas recommandé pour le débruitage des images scintigraphiques. Enfin, toutes les valeurs des paramètres de la méthode HFTPiz occasionnent des artefacts sous forme de « rectangles » et de « traînées » principalement le long des discontinuités. Cela apparaît très faiblement sur la Fig. 4(d) et de manière beaucoup plus prononcée sur la Fig. 5 qui illustre les résultats de la méthode HFTPiz_3S appliquée à deux images de RSR 10 du fantôme de Shepp–Logan et deux images de scintigraphie osseuse.

4.5. Optimisation du choix des paramètres : résumé

Le Tableau 1 regroupe, pour l'ensemble des méthodes testées, les valeurs optimales des paramètres en fonction des différents critères, à savoir le gain en signal-sur-bruit, la préservation de la résolution et du contraste et la non-génération d'artefacts visuels. Le domaine d'intersection de ces valeurs est fourni dans la dernière colonne.

4.6. Comparaison des filtres de Metz, de Hanning et des méthodes HFTWN, HFTThr et Shine

La méthode Shine, pour laquelle il n'existe aucun paramètre, et les autres méthodes pour lesquelles l'intersection des différentes valeurs optimales des paramètres (dernière colonne du Tableau 1) est non vide, c'est-à-dire les filtres de Metz et de Hanning, les méthodes HFTWN et HFTThr, furent comparées

en termes de gain en RSR, de préservation de la résolution et du contraste et de leurs aspects visuels. Pour ce faire, les paramètres de chacune des quatre méthodes paramétriques ont été fixés à des valeurs permettant un compromis entre gain en RSR, préservation de la résolution et du contraste et limitant les artefacts visuels. Les valeurs de la LMH du filtre de Metz sont comprises entre trois et quatre. Celles des fréquences de coupure du filtre de Hanning se situent entre 0,7 et 0,95 si on fait exception de l'image de RSR 5 du fantôme de Shepp–Logan sur fond nul pour laquelle la fréquence de coupure est choisie à 0,55. Le seuillage de la méthode HFTThr est un seuillage doux invariant par translations pour lequel les seuils sont de type multiplicatif pour les images de fond nul et SURE multi-échelles pour les autres. La taille de fenêtre du filtre adaptatif de Wiener est de trois. Ces valeurs ont été utilisées afin d'obtenir les Figs. 6–9. Les Figs. 6–8 comparent respectivement les gains en RSR, la déviation en LMH et en contraste de ces cinq méthodes pour les images de lignes en fonction de leur intensité, pour les images uniformes en fonction de leur moyenne et pour les images des fantômes de Shepp–Logan et de Hoffman en fonction du RSR original. La Fig. 9 illustre les résultats de ces cinq méthodes sur l'image de scintigraphie osseuse de la Fig. 4. Le RSR de cette image a été estimé à 12,58 à l'aide de la formule (2). Ainsi, en tenant compte du fait que le fond de l'image était nul et que la LMH de la caméra utilisée était inférieure à 6,39 pixels, les paramètres furent choisis identiques à ceux utilisés pour débruiter l'image de RSR 10 et avec fond nul du fantôme de Shepp–Logan. Les variantes choisies des méthodes paramétriques sont donc Hanning_0,7, Metz_3,5, TS et HFTWN_3.

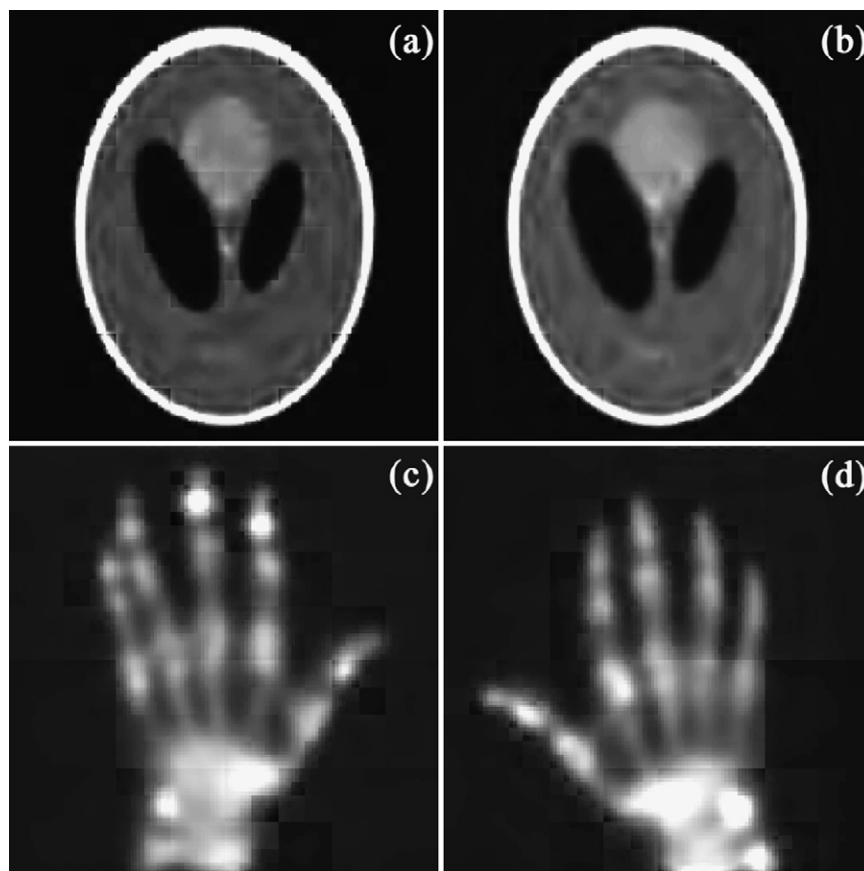


Fig. 5. Résultats de débruitage de la méthode HFTPiz_3S appliquée à deux images de RSR 10 du fantôme de Shepp–Logan, l’une avec fond nul (a), l’autre avec fond non nul (b), et deux images de scintigraphie osseuse (c, d).

Fig. 5. Denoising results of the method HFTPiz_3S applied to two images of RSR 10 of the Shepp–Logan phantom, one with a null background (a), the other with a non-null background (b), and two bone scintigraphic images (c, d).

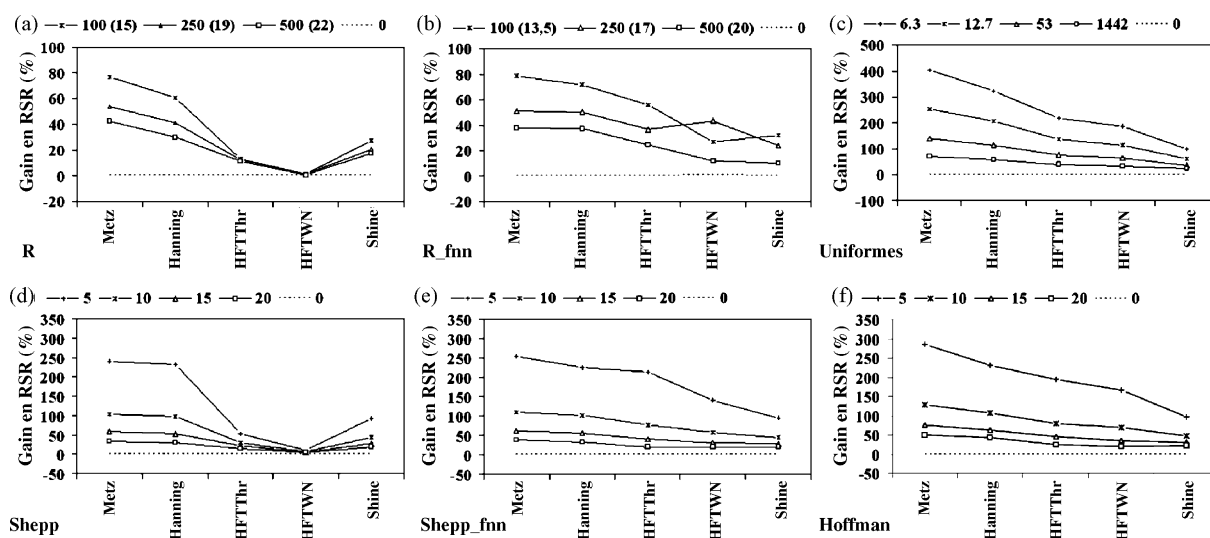


Fig. 6. Comparaison du gain en RSR des cinq méthodes sélectionnées. Le gain en RSR est fourni pour les images de lignes sur fond nul (a), et fond non nul (b) en fonction de leur intensité (la valeur correspondante du RSR est indiquée entre parenthèses dans la légende), pour les images uniformes (c) en fonction de leur moyenne, pour les images du fantôme de Shepp–Logan simulées sur fond nul (d) et fond non nul (e) et celles du fantôme de Hoffman (f) en fonction du RSR original. Fig. 6. Comparison of the gain in RSR of the five selected methods. The gain in RSR is provided for the lines images with a null background (a), and a non-null background (b) as a function of their intensity (the corresponding value of the RSR is indicated between brackets in the legend), for the uniform images (c) as a function of their mean, for the images of the Shepp–Logan phantom simulated on a null background (d), and a non-null background (e) and the images of the Hoffman phantom (f) as a function of the original RSR.

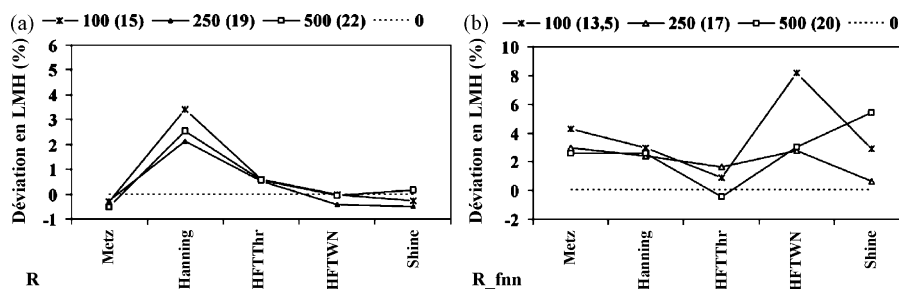


Fig. 7. Comparaison de la déviation en LMH des cinq méthodes sélectionnées. La déviation en LMH est fournie pour les images de lignes sur fond nul (a) et fond non nul (b) en fonction de leur intensité (la valeur correspondante du RSR est indiquée entre parenthèses dans la légende).

Fig. 7. Comparison of the deviation in full width at half maximum (LMH) of the five selected methods. The deviation in LMH is provided for the line images with a null background (a) and a non-null background (b) as a function of their intensity (the corresponding value of the RSR is indicated between brackets in the legend).

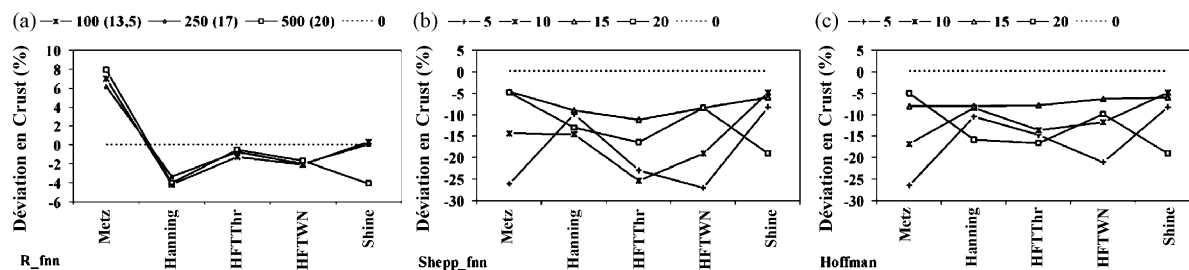


Fig. 8. Comparaison de la déviation en contraste (Ctst) des cinq méthodes sélectionnées. La déviation en contraste est fournie pour les images de lignes sur fond non nul (a) en fonction de leur intensité (la valeur correspondante du RSR est indiquée entre parenthèses dans la légende), pour les images du fantôme de Shepp–Logan avec fond non nul (b), et celles du fantôme de Hoffman (c) en fonction du RSR original.

Fig. 8. Comparison of the deviation in contrast (Ctst) of the five selected methods. The deviation in contrast is provided for the lines images with a non-null background (a) as a function of their intensity (the corresponding value of the RSR is indicated between brackets in the legend), for the images of the Shepp–Logan phantom with a non-null background (b) and the images of the Hoffman phantom (c) as a function of the original RSR.

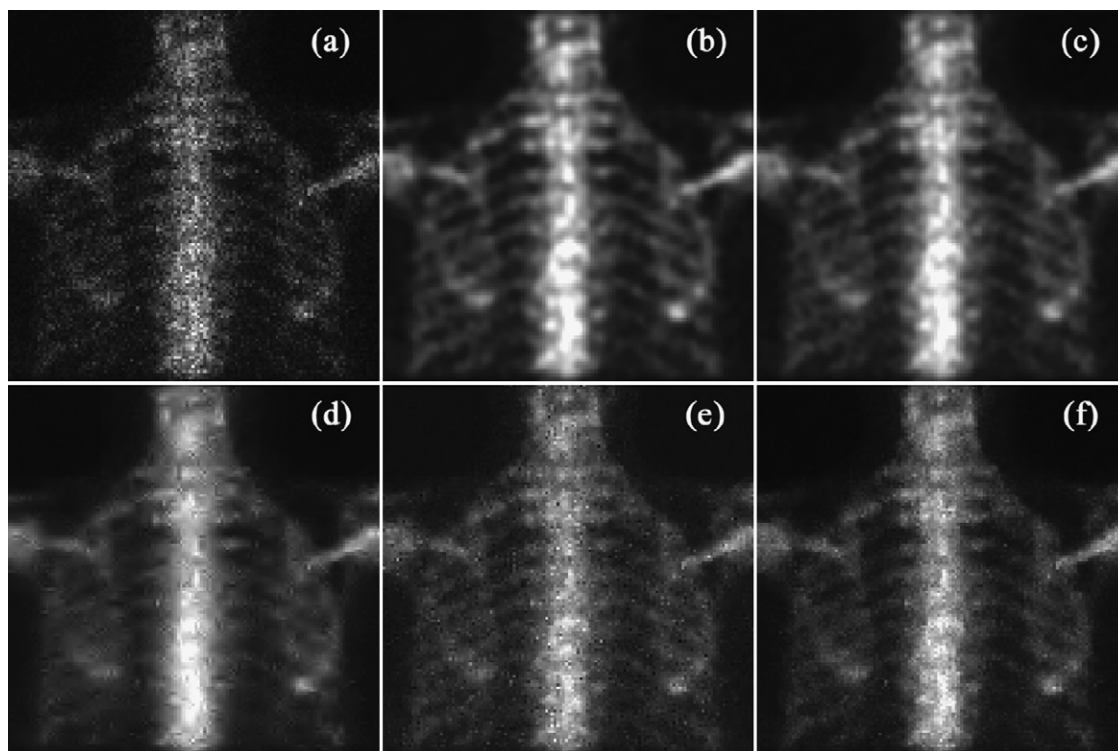


Fig. 9. Image de scintigraphie osseuse (a), et résultats des méthodes de débruitage Metz_3,5 (b), Hanning_0,7 (c), TS (d), HFTWN_3 (e), et Shine (f).

Fig. 9. Bone scintigraphy image (a) and results of the denoising methods Metz_3,5 (b), Hanning_0,7 (c), TS (d), HFTWN_3 (e), and Shine (f).

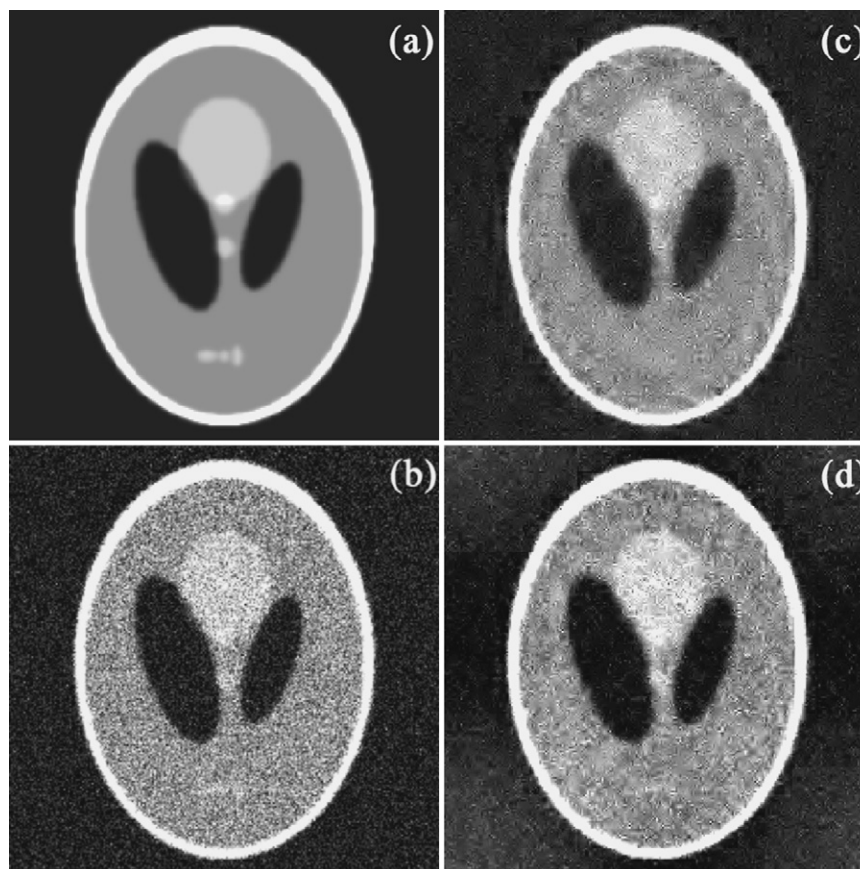


Fig. 10. Image du fantôme de Shepp–Logan de RSR 10 avec fond non nul (b), ainsi que sa version dépourvue de bruit (a), résultats des méthodes de débruitage TS (c), et S_SM (d).

Fig. 10. Image of the Shepp–Logan phantom with RSR 10 and a non-null background (b), its version without noise (a), and the results of the denoising methods TS (c), and S_SM (d).

5. Discussion

De l'examen du [Tableau 1](#), il ressort que pour l'ensemble des méthodes testées, les valeurs des paramètres à utiliser pour favoriser le gain en RSR, préserver la résolution ou le contraste de l'image ne sont en général pas les mêmes. Il est, dès lors, indispensable de faire un choix de compromis. Toutefois, selon le choix effectué, un des aspects est habituellement fortement privilégié au détriment des autres. Cela est illustré sur la [Fig. 10](#) pour les débruitages de l'image du fantôme de Shepp–Logan de RSR 10 avec fond non nul par la méthode HFTThr. L'image (c) est obtenue en optimisant le gain en RSR et l'image (d) en minimisant la déviation de contraste. La dégradation du contraste lorsque les paramètres sont choisis de façon à accroître le gain en RSR y apparaît de façon assez visible.

Le but de notre étude était non seulement de proposer une sélection des paramètres de méthodes de débruitage d'images limitées par un bruit poissonnien, mais également de discuter d'un choix optimal parmi l'ensemble de ces méthodes. Cette discussion repose sur le comportement de ces méthodes vis-à-vis du gain en signal-sur-bruit, la préservation de la résolution et du contraste ainsi que la non-génération d'artefacts dégradant les structures principales de l'image.

Une première sélection des méthodes a été possible en éliminant toutes celles pour lesquelles il n'est pas possible de choisir des valeurs de paramètres permettant un compromis entre les différents critères de gain en RSR, préservation de la résolution et du contraste et limitation des artefacts visuels ([Tableau 1](#)). Les méthodes concernées sont les trois techniques basées sur la représentation en ondelettes de Haar et la méthode HFTPiz.

La comparaison des cinq autres méthodes, à savoir les filtres de Metz et de Hanning, les méthodes HFTThr, HFTWN et Shine, en termes de gain en RSR, de résolution et de contraste s'effectue à l'examen des [Figs. 6–8](#). Ce sont les filtres de Metz et de Hanning qui procurent les meilleurs gains en rapport signal-sur-risque ([Fig. 6](#)). Le comportement vis-à-vis de la résolution ([Fig. 7](#)) diffère selon la valeur du fond des images. Lorsqu'il est nul ([Fig. 7\(a\)](#)), le filtre de Hanning montre la plus grande dégradation de résolution, les autres méthodes fournissent une déviation en LMH relativement faible. Lorsqu'il est non nul ([Fig. 7\(b\)](#)), c'est la méthode HFTThr qui dégrade le moins la résolution, les autres méthodes ne se distinguant pas vraiment. Le contraste des images de lignes ([Fig. 8\(a\)](#)) est plus ou moins conservé par les méthodes HFTThr, HFTWN et Shine, le filtre de Hanning l'amoindrit et le filtre de Metz l'augmente. En ce qui

concerne le contraste des images des fantômes de Shepp–Logan (Fig. 8(b)) et de Hoffman (Fig. 8(c)), les différentes méthodes ne se différencient pas nettement si ce n'est que le filtre de Metz est plus dégradant pour un bruit important. C'est également le cas des méthodes HFTThr et HFTWN sur les images du fantôme de Shepp–Logan. Il est intéressant de noter que la méthode Shine préserve d'autant mieux la résolution et le contraste que le niveau de bruit est élevé (Figs. 7 et 8), c'est-à-dire dans les situations, fréquentes en scintigraphie, pour lesquelles un débruitage apparaît d'autant plus utile.

En conclusion, la plupart des méthodes sélectionnées apporte une dégradation de la résolution et du contraste. Les meilleurs résultats en termes de préservation de résolution et de contraste sont apportés par les méthodes HFTThr et Shine. Par ailleurs, les meilleures améliorations en RSR sont obtenues par les filtres de Metz et de Hanning. Ainsi, il est difficile de pouvoir proposer parmi les cinq méthodes sélectionnées une méthode optimale pour l'ensemble des critères étudiés. Cependant, plusieurs remarques vis-à-vis des filtres et des méthodes HFTThr et HFTWN peuvent être formulées. En effet, pour être optimaux, les filtres doivent être définis de manière précise pour chaque image. Cela est difficile dans un contexte clinique. En outre, bien que parfois peu prononcés, les résultats des filtres de Metz et de Hanning contiennent des artefacts sous forme d'oscillations qui peuvent être désagréables visuellement

(Fig. 9(b, c)). Les résultats de la méthode HFTWN sont quant à eux entachés à la fois d'un lissage et d'un effet de pixelisation (Fig. 9(e)). La méthode HFTThr présente deux désavantages. D'une part, le seuillage en ondelettes requiert un long temps de calcul, en particulier lorsque l'algorithme est invariant par translations. D'autre part, des artefacts apparaissent fréquemment sous forme de lignes verticales qui dégradent assez fortement les structures de haute résolution de l'image (Fig. 9(d)). Ainsi, la méthode Shine, qui est rapide et fonctionne de manière automatique, apparaît être une bonne alternative même si, parmi les cinq méthodes sélectionnées, c'est, avec la méthode HFTWN, celle qui élimine le moins le bruit.

Remerciements

Nous remercions A. Pizurica et R. Willett pour avoir permis d'utiliser les codes de leurs algorithmes, le Professeur R. Hustinx du CHU de Liège pour avoir donné accès à ses stations de travail Segami, ainsi que la société Segami[®] pour la mise à disposition du logiciel Shine.

Annexe

Tableaux A1–A3.

Tableau A1

Optimisation de la méthode *HTIHaar* : les valeurs du paramètre α procurant les meilleurs RSR (en première ligne), la déviation minimum de résolution (en deuxième ligne) et la déviation minimum de contraste (en troisième) sont reportées pour les images de lignes en fonction de la LMH du modèle original et pour les images uniformes, les fantômes de Hoffman et de Shepp–Logan en fonction du RSR de l'image originale

Table A1

Optimization of the *HTIHaar* method: the values of the parameter α giving the best RSRs (first line), the minimum deviation in resolution (second line) and the minimum deviation in contrast (third line) are reported for the line images as a function of the LMH of the original model and for the uniform images, the Shepp–Logan and the Hoffman phantoms as a function of the RSR of the original image

LMH	R100	R250	R500	R100_fnn	R250_fnn	R500_fnn	RSR	Shepp	Shepp_fnn	Hoffman	RSR	Unif.
6,39	0,25			1	2	2 ⁴	5	0,5	0,5 ¹	0,5	2,07	4 ²
	0,25	0,25 ^{0,5}		0,25 ^{0,5}		0,5 ^{0,25}		-				
	-			0,25				-	0,25			
7,55	0,25	1	0,25	1		2	10	0,5	0,5 ¹		5,06 8,14	1 ²
	0,25 ^{0,5}			0,5	0,5 ^{0,25}			-				
	-			0,25				-	0,25	0,25 ^{0,5}		
8,69	0,5	1	0,25	4 ²	1	1 ²	15	0,25	1	0,5 ¹	11,2 14,4	1 ²
	0,25 ^{0,5}			1	0,5 ^{0,25}	1 ^{0,5}		-				
	-			0,25 ^{0,5}	0,5	0,25		-	0,25			
9,85	1	1	2	2	1		20	0,25	2	1	17,5 28,7	1 ²
	0,25 ^{0,5}	0,5 ^{0,25}	0,25 ^{0,5}	0,25 ^{0,5}	0,5 ^{0,25}			-				
	-			0,25		0,5		-	0,25			

Les valeurs placées en indice supérieur sont relatives à la marge d'erreur de 10 % ; le symbole « - » signifie que la valeur du paramètre n'a pu être évaluée. The values placed in superscript relate to the error margin of 10%; the “-” symbol means that the value of the parameter could not be evaluated.

Tableau A2

Optimisation de la méthode *Wedgelets* : les valeurs du paramètre α procurant les meilleurs RSR (en première ligne), la déviation minimum de résolution (en deuxième ligne) et la déviation minimum de contraste (en troisième) sont reportées pour les images de lignes en fonction de la LMH du modèle original et pour les images uniformes, les fantômes de Hoffman et de Shepp–Logan en fonction du RSR de l'image originale

Table A2

Optimization of the *Wedgelets* method: the values of the parameter α giving the best RSRs (first line), the minimum deviation in resolution (second line) and the minimum deviation in contrast (third line) are reported for the line images as a function of the LMH of the original model and for the uniform images, the Shepp–Logan and the Hoffman phantoms as a function of the RSR of the original image

LMH	R100	R250	R500	R100_fnn	R250_fnn	R500_fnn	RSR	Shepp	Shepp_fnn	Hoffman	RSR	Unif.
6,39	4 ²	1	0,25	2 ⁴	0,25	0,25 ^{0,5}	5	1 ²	1 ⁴	4 ²	2,07	2 ⁴
	2	0,25	4 ²	0,5 ^{0,25}	2 ⁴	2 ^{0,25}		-				
	-			0,5	0,25	0,5		-	0,25			
7,55	4 ²	0,25		2 ⁴	0,25 ^{0,5}	0,25	10	1 ^{0,5}		4 ²	5,06 8,14	1 ²
	0,5 ¹	0,5		0,5 ¹	1	2 ⁴		-				
	-			0,25		0,5		-	0,25	0,5 ^{0,25}		
8,69	2 ⁴	0,25		2 ⁴		0,25	15	1 ^{0,5}			11,2 14,4	1 ²
	0,25	0,5	0,25 ^{0,5}	1	0,5 ²			-				
	-			0,25				-	0,5 ^{0,25}	0,25 ^{0,5}		
9,85	2 ⁴	2	1	2 ⁴	0,25		20	1		1 ^{0,5}	17,5 28,7	1 ²
	1 ^{0,25}	1 ²		1 ²	2 ⁴	1 ^{0,5}		-				
	-			0,25	0,5	0,25		-	0,25			

Les valeurs placées en indice supérieur sont relatives à la marge d'erreur de 10 % ; le symbole « - » signifie que la valeur du paramètre n'a pu être évaluée.
The values placed in superscript relate to the error margin of 10%; the “-” symbol means that the value of the parameter could not be evaluated.

Tableau A3

Optimisation de la méthode *Platelets* : les valeurs du paramètre α procurant les meilleurs RSR (en première ligne), la déviation minimum de résolution (en deuxième ligne) et la déviation minimum de contraste (en troisième) sont reportées pour les images de lignes en fonction de la LMH du modèle original et pour les images uniformes, les fantômes de Hoffman et de Shepp–Logan en fonction du RSR de l'image originale

Table A3

Optimization of the *Platelets* method: the values of the parameter α giving the best RSRs (first line), the minimum deviation in resolution (second line) and the minimum deviation in contrast (third line) are reported for the line images as a function of the LMH of the original model and for the uniform images, the Shepp–Logan and the Hoffman phantoms as a function of the RSR of the original image

LMH	R100	R250	R500	R100_fnn	R250_fnn	R500_fnn	RSR	Shepp	Shepp_fnn	Hoffman	RSR	Unif.
6,39	4			4			5	4 ²			2,07 5,06	4 ²
	0,5 ¹	0,25 ¹		0,25 ¹		1 ²		-				
	-			*				-	1 ^{0,5}	0,5 ^{0,25}		
7,55	4			1			10	2 ⁴			8,14	1 ²
	0,25 ¹	1 ²	0,25 ¹	2 ¹				-				
	-			*				-	1	0,25		
8,69	2			4			15	1 ⁴	1 ²	2 ⁴	11,2 14,4	1 ²
	1 ^{0,25}	1 ⁴	1 ²	1 ²				-				
	-			*				-	4 ^{0,25}	0,5		
9,85	1			1			20	1 ^{0,5}		2 ⁴	17,5 28,7	1 ²
	1 ²	2 ¹	1 ²	1 ²				-				
	-			*				-	0,25 ^{0,5}	0,5 ^{0,25}		

Les valeurs placées en indice supérieur sont relatives à la marge d'erreur de 10 % ; le symbole « * » signifie que toutes les valeurs des paramètres conviennent et le symbole « - » que la valeur du paramètre n'a pu être évaluée.

The values placed in superscript relate to the error margin of 10%; the “*” symbol means that all values of the parameter are appropriate and the “-” symbol that the value of the parameter could not be evaluated.

Références

- [1] Formiconi AR. Geometrical response of multihole collimators. *Phys Med Biol* 1998;43:3359–79.
- [2] Rzeszotarski MS. Counting statistics. *Radiographics* 1999;19:765–82.
- [3] Pandey AK, Pant GS, Malhotra A. Standardization of SPECT Filter Parameters. *Indian J Nucl Med* 2004;19:30–3.
- [4] Mallat S. A wavelet tour of signal processing. San Diego: Academic Press; 1999. p. 249–254.
- [5] Unser M, Aldroubi A, Laine AF. Guest Editorial: Wavelets in Medical. *IEEE Trans Med Imaging* 2003;22:285–8.

- [6] Kolaczyk ED. Wavelet shrinkage estimation of certain Poisson intensity signals using corrected thresholds. *Statist Sinica* 1999;9:119–35.
- [7] Lin J, Laine AF, Bergmann SR. Improving pet-based physiological quantification through methods of wavelet denoising. *IEEE Trans Biomed Eng* 2001;48:202–12.
- [8] Kolaczyk ED, Nowak RD. Multiscale likelihood analysis and complexity penalized estimation. *Ann Stat* 2004;32:500–27.
- [9] Timmermann KE, Nowak RD. Multiscale modeling and estimation of Poisson processes with application to photon-limited imaging. *IEEE Trans Inf Theory* 1999;45:846–62.
- [10] Willett R, Nowak RD. Platelets: A multiscale approach for recovering edges and surfaces in photon-limited medical imaging. *IEEE Trans Med Imaging* 2003;22:332–50.
- [11] Willett R, Nowak RD. Proceedings of the 12th european signal processing conference on fast, near-optimal, multiresolution estimation of Poisson signals and images; 2004.
- [12] Lim JS. Two-dimensional signal and image processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall; 1990.
- [13] Donoho DL, Johnstone IM. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. *Biometrika* 1994;81:425–55.
- [14] Donoho DL, Johnstone IM. Threshold selection for wavelet shrinkage of noisy data. In: *Proceedings of 16th annual conference of the IEEE engineering in medicine and biology society*, vol 1; 1994. p. A24–5.
- [15] Donoho DL, Johnstone IM. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage. *J Am Stat Assoc* 1995;90:1200–23.
- [16] Mihcak MK, Kozintsev I, Ramchandran K, Moulin P. Low-complexity image denoising based on statistical modeling of wavelet coefficients. *IEEE Signal Process Lett* 1999;6:300–3.
- [17] Simoncelli EP. Modeling the joint statistics of images in the wavelet domain. In: *Proceedings of SPIE's International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation*; 1999. 3813: 188–95.
- [18] Chang SG, Yu B, Vetterli M. Adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising. *IEEE Trans Image Process* 2000;9:1522–31.
- [19] Pizurica A, Philips W. Adaptive probabilistic wavelet shrinkage for image denoising. *Rapport technique soumis à IEEE Trans Image Process* 2004.
- [20] Pizurica A, Philips W. Estimating probability of presence of a signal of interest in multiresolution single-and multiband image denoising. *IEEE Trans Image Process* 2006;15:654–5.
- [21] Crouse M, Nowak RD, Baraniuk RG. Based Statistical Signal Processing Using Hidden Markov Models. *IEEE Trans Signal Process* 1998;46: 886–902.
- [22] Romberg JK, Choi H, Baraniuk RG. Bayesian tree-structured image modeling using wavelet domain hidden Markov models. *IEEE Trans Image Process* 2001;10:1056–68.
- [23] Wainwright MJ, Simoncelli EP, Willsky AS. Random cascades on wavelet trees and their use in modeling and analyzing natural images. *IEEE Trans Image Process* 2001;11:89–123.
- [24] Portilla J, Strela V, Wainwright MJ, Simoncelli EP. Adaptive Wiener denoising using a Gaussian scale mixture model in the wavelet domain. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Image Processing*; 2001.
- [25] Portilla J, Strela V, Wainwright MJ, Simoncelli EP. Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain. *IEEE Trans Image Process* 2003;12:1338–51.
- [26] Hannequin P, Mas J. Statistical and heuristic image noise extraction (SHINE): A new method for processing Poisson noise in scintigraphic images. *Phys Med Biol* 2002;47:4329–44.
- [27] Hoffman E, Cutler P, Digby W, Mazziotta J. 3-D phantom to simulate cerebral blood flow and metabolic images for PET. *IEEE Trans Nucl Sci* 1990;37:616–20.
- [28] Jain AK. *Fundamentals of digital image processing*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall; 1989.
- [29] Fryzlewicz P, Nason GP. A Haar–Fisz algorithm for Poisson intensity estimation. *J Comp Graph Stat* 2004;13:621–38.
- [30] Fadili MJ, Mathieu J, Desvignes M. La transformation de Fisz pour l'estimation de l'image des intensités d'un bruit poissonien dans le domaine des ondelettes. *Traitement du Signal* 2004;21:313–28.
- [31] Benzecri JP. Statistical analysis as a tool to make patterns emerge from data. In: Watanabe S, editor. *Methodologies of pattern recognition*. New York: Academic Press; 1969. p. 35–74.
- [32] Metz CE, Beck RN. Quantitative effects of stationary linear image processing on noise and resolution of structure in radionuclide images. *J Nucl Med* 1973;15:164–70.
- [33] King MA, Doherty PW, Schwinger RB, Jacobs DA, Kidder R, Miller TR. Fast count dependent digital filtering of nuclear medicine images. *J Nucl Med* 1983;24:1009–45.
- [34] Fisz M. The limiting distribution function of two independent random variables and its statistical application. *Colloquium Mathematicum* 1955;3:138–46.
- [35] Turkheimer FE, Brett M, Visvikis D, Cunningham VJ. Multiresolution analysis of emission tomography images in the wavelet domain. *J Cereb Blood Flow Metab* 1999;19:1189–208.
- [36] Coifman R, Donoho DL. Translation-invariant de-noising. *Lecture Notes in Statistics* 1995;103:125–50.
- [37] Mallat S. *A wavelet tour of signal processing*. San Diego: Academic Press; 1999. p. 457–460.
- [38] Zaidi H. Comparative evaluation of scatter correction techniques in 3D positron emission tomography. *Eur J Nucl Med* 2000;27:1813–26.