

Compétences et introduction de manipulations en classe : une expérience en Communauté française de Belgique

Valérie HENRY¹ et Pauline LAMBRECHT²

Résumé

Les programmes belges actuels s'inscrivent dans une approche par compétences, instaurée par le *Décret Missions* [15]. Dans l'article, nous introduisons brièvement la situation en Communauté française de Belgique et, en guise d'illustration, nous proposons une séquence d'apprentissage - destinée aux élèves du collège - pour laquelle nous mettons en évidence les différentes compétences travaillées. La séquence proposée vise à ébranler les convictions des élèves notamment envers le modèle linéaire en exploitant différents registres.

Mots-clefs : compétences, manipulations, grandeurs, proportionnalité.

Introduction

En Communauté française de Belgique, les documents officiels [15-17] organisent l'enseignement selon une approche par compétences depuis une quinzaine d'années. Sur le terrain, la mise en place a été et reste difficile. En effet, l'interprétation de la notion de compétence varie fortement, notamment d'une discipline à l'autre, les enseignants ne savent pas toujours interpréter ce qui leur est demandé, sont tentés de rester sur leurs habitudes, ... Il est, de plus, fréquent que les enseignants ne soient pas conscients des compétences travaillées dans certaines de leurs activités. C'est pourquoi le CREM, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, s'attache à publier depuis 1995 des ouvrages proposant des activités destinées à diverses tranches d'âge de l'enseignement primaire et secondaire (6-18 ans) pour lesquelles les compétences travaillées sont mises en exergue [4-8].

Actuellement, une recherche menée au CREM développe des ingénieries didactiques (Brousseau, [1]), appelées *Math & Manips* [11], qui intègrent des manipulations en travaillant de nombreuses compétences. Pour chacune de ces séquences d'apprentissage, les compétences mises en jeu sont répertoriées afin que l'enseignant prenne conscience des compétences visées au travers de la séquence³.

Ces *Math & Manips* qui présentent une forte composante a-didactique (Brousseau, [2]) visent à provoquer chez certains élèves de la curiosité par des expérimentations dont les résultats semblent en contradiction avec leurs connaissances antérieures. Elles doivent amener les élèves à entrer dans un processus de questionnement visant à faire émerger un modèle qui correspond au mieux à la réalité de la situation. En particulier, l'activité présentée dans la

¹ Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix (FUNDP), Université de Liège (ULG), Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (CREM) – Valerie.Henry@fundp.ac.be

² FUNDP, CREM – PaulineL@crem.be (rue Émile Vandervelde, 5 – 1400 Nivelles – Belgique)

³ L'apport de telles activités est parallèlement analysé dans une thèse de doctorat en cours aux Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix de Namur en Belgique. Les premiers résultats ont été présentés au colloque international de l'Espace Mathématique Francophone qui a eu lieu à Genève en février 2012 [13].

deuxième section confronte des situations de proportionnalité à d'autres qui ne le sont pas. Le passage du contexte expérimental aux modèles mathématiques se fait dans différents contextes afin de favoriser le passage d'un registre de représentation sémiotique à un autre (Duval, [10]). À l'instar de Dias et Durand-Guerrier, « nous soutenons l'intérêt et la possibilité de concevoir des situations d'apprentissage mettant en œuvre le recours à l'expérience dans la perspective de favoriser l'accès aux connaissances mathématiques pour le plus grand nombre d'apprenants » [9, p.61].

L'intérêt de cette recherche est de présenter aux enseignants l'apport d'une activité expérimentale dans le processus de construction de compétences en mathématiques.

Dans cet article, la première section présente brièvement la situation en Communauté française de Belgique relativement à l'introduction des compétences. La seconde section s'attache quant-à-elle à une réflexion sur les compétences travaillées au travers de l'activité décrite dans cette même section et qui a été expérimentée dans de nombreuses classes. Avant de conclure, nous proposons également un court parallèle avec le livret personnel de compétences français [18].

1. Compétences en Communauté française de Belgique

En 1997, le Décret Missions [15] a défini les missions prioritaires de l'enseignement pour la Communauté française de Belgique. Les documents officiels qui en ont découlé sont les « socles de compétences » [16] pour l'enseignement fondamental et le collège ainsi que les « compétences terminales » [17] pour le lycée. Les programmes belges actuels suivent ainsi une approche par compétences. Dans cette section, nous présentons les articles qui nous intéressent plus particulièrement au vu de leur importance pour le développement des compétences au collège.

1.1 Décret Missions

Ce décret [15] définit depuis 1997 les missions prioritaires de l'enseignement fondamental et de l'enseignement secondaire. On y retrouve par exemple, dans le chapitre II consacré aux objectifs généraux de l'enseignement fondamental et de l'enseignement secondaire, l'article 6 qui mentionne les objectifs suivants :

- « - 1° promouvoir la confiance en soi et le développement de la personne de chacun des élèves ;
- 2° amener tous les élèves à s'approprier des savoirs et à acquérir des compétences qui les rendent aptes à apprendre toute leur vie et à prendre une place active dans la vie économique, sociale et culturelle ;
- 3° préparer tous les élèves à être des citoyens responsables, capables de contribuer au développement d'une société démocratique, solidaire, pluraliste et ouverte aux autres cultures ;
- 4° assurer à tous les élèves des chances égales d'émancipation sociale. » [Op. cité, p.3]

Pour atteindre ces objectifs, l'article 8 énonce une série de démarches à mettre en place par les établissements dont les trois premières nous intéressent particulièrement :

- « - mettre l'élève dans des situations qui l'incitent à mobiliser dans une même démarche des compétences transversales et disciplinaires y compris les savoirs et savoir-faire y afférents ;
- privilégier les activités de découverte, de production et de création ;
- articuler théorie et pratique, permettant notamment la construction de concepts à partir de la pratique. » [Op. cité, pp.3-4]

Dans l'article 5, une compétence est définie comme une « aptitude à mettre en œuvre un ensemble organisé de savoirs, de savoir-faire et d'attitudes permettant d'accomplir un certain nombre de tâches ». Les compétences transversales y ont la définition suivante : « attitudes, démarches mentales et démarches méthodologiques communes aux différentes disciplines à acquérir et à mettre en œuvre au cours de l'élaboration des différents savoirs et savoir-faire ; leur maîtrise vise à une autonomie croissante d'apprentissage des élèves ».⁴

De plus, le Décret Missions propose via son chapitre III des objectifs communs à l'enseignement fondamental et au premier degré de l'enseignement secondaire, définis notamment par les socles de compétences [16]. Ces socles accordent la priorité, entre autres, à l'apprentissage de la lecture centrée sur la maîtrise du sens et à la maîtrise des outils mathématiques de base dans le cadre de la résolution de problèmes.

1.2 Socles de compétences

Dans une première version des socles de compétences [14], antérieure au Décret Missions, nous retrouvons déjà la volonté d'établir la continuité entre la fin de l'École primaire et l'entrée à l'École secondaire.

Dans cette version, que l'on pourrait qualifier d'expérimentale, la problématique de l'apprentissage des mathématiques était bien établie. Nous y lisons, entre autres :

« À l'école fondamentale, l'étude de la mathématique s'effectue au départ d'objets, de faits vécus et observés dans le réel. L'accent est mis, non sur une accumulation quantitative et répétitive d'exercices, mais sur une véritable formation mathématique au travers de la construction et du développement d'une compétence essentielle : relever des défis à l'intelligence, résoudre des situations problématiques en recourant tant à l'intuition qu'à la mise en évidence des liens logiques. » [Op. cité, p.53]

« [...] il ne s'agira pas de se limiter au champ des traditionnels « problèmes-énoncés » articulant des données exclusivement numériques. Pour favoriser, entretenir et intensifier la curiosité, le goût et l'esprit de recherche des enfants vers des démarches de plus en plus réfléchies et conscientisées, il faudra relever avec eux de vrais défis :

- qu'ils proviennent de leur vie courante,
- qu'ils prennent ancrage dans les objets mathématiques eux-mêmes.

⁴ Les compétences disciplinaires sont définies pour leur part par « référentiel présentant de manière structurée les compétences à acquérir dans une discipline scolaire ».

Par vrai défi à l'intelligence, par situation problématique, il faut comprendre toute situation « déstabilisante », nouvelle ou non, dont les modalités de réadaptation n'apparaissent pas immédiatement. » [Op. cité, p.54]

Par la suite, les auteurs de ce document ajoutent que la situation problématique est personnelle (elle piquera la curiosité des uns et pas nécessairement des autres), n'existe qu'à un moment donné (une fois résolue, elle n'est plus un problème), doit être un défi à l'intelligence de l'apprenant tout en restant adaptée à son bagage cognitif et est dynamisée par la confrontation des idées.

Concernant plus particulièrement le premier degré du secondaire, nous lisons :

« Pour être porteur de compétences, l'enseignement doit :

- susciter l'enthousiasme en proposant tout au long du degré des situations stimulantes qui engagent l'activité de tous et éveillent la curiosité ;
- rencontrer l'intérêt des jeunes pour ce qui est neuf [...] ;
- recourir aux supports pratiques [...] ;
- utiliser des représentations [...] ;
- donner l'occasion de relever des défis [...] ;
- maintenir intérêt et enthousiasme en valorisant à chaque étape la participation des élèves [...]. » [Op. cité, pp.126-127]

La conclusion résume particulièrement bien ce que toute activité mathématique se doit de viser :

« Toutes ces compétences contribuent à façonner une personnalité capable :

- de clarifier ses hypothèses et contrôler son intuition avant d'émettre un jugement ;
- d'éviter les généralisations abusives ;
- de fonder sa conviction sur un raisonnement chaque fois que c'est nécessaire ou utile ;
- d'user d'esprit critique et de rigueur.

C'est ainsi que la formation mathématique épanouit les qualités nécessaires à toute activité intellectuelle avec les exigences et l'éthique qu'elle comporte. » [Op. cité, p.133]

Tout ce qui vient d'être souligné ci-dessus se résume dans les quelques lignes ci-dessous, reprises de l'introduction de la partie destinée à la formation mathématique des socles de compétences écrits en 1999 [16] :

« La formation mathématique s'élabore au départ d'objets, de situations vécues et observées dans le réel, de questions à propos de faits mathématiques. Le cours de mathématiques ne se limite pas à transmettre des connaissances. De l'école fondamentale à la fin du premier degré du secondaire, solliciter l'imagination, susciter la réflexion et développer l'esprit critique à propos de ces observations, conduisent l'élève à comprendre et à agir sur son environnement. » [Op. cité, p.23]

Cependant, le travail n'est pas simple. Lieven Verschaffel et Erik de Corte discutent dans un ouvrage collectif de 2005 [3, chap. 6] une série d'études visant à investiguer le phénomène de mise entre parenthèse du sens. Les auteurs y abordent le sujet de problèmes qu'ils appellent

« verbaux ». Ce sont des problèmes de mise en situation sous un format écrit pour lesquels les élèves ne prennent malheureusement pas assez en considération la réalité liée au contexte du problème. Selon les auteurs, cela peut être expliqué par le fait que la modélisation est un processus complexe. De tels problèmes ne peuvent être résolus de manière linéaire, ce à quoi les élèves sont peu familiarisés. Ces différentes recherches montrent de manière générale que les élèves ont très fortement tendance à exclure leurs connaissances du monde réel dans la résolution de problèmes et cela, même s'ils ont été mis en garde auparavant.

Par contre, lorsque les élèves sont placés dans une situation plus authentique et en présence d'un matériel concret, les auteurs déclarent qu'une amélioration dans leurs réponses et dans leur prise en compte du réel est observée. « La plupart des élèves semblent se débarrasser de leur tendance à répondre [...] de façon stéréotypée, vide de sens, sans prêter attention aux contraintes réalistes qui rendent les solutions routinières inadéquates. » [Op. cité, p.163]

Notre expérience nous amène à partager largement l'avis des auteurs et nous a conduits à proposer des activités requérant le passage par la manipulation matérielle et devant pousser les élèves à prendre conscience du réel sens présent dans les mathématiques investiguées au cours des *Maths & Manips*.

1.3 Programmes

Le document « Socles de compétences » [16] est, pour les différentes matières, le recueil des compétences transversales et disciplinaires à atteindre au terme des huit premières années de l'enseignement obligatoire.

Comme l'enseignement en Communauté française de Belgique se répartit en plusieurs réseaux, ce document officiel « Socles de compétences » est mis en œuvre au travers de la rédaction d'un programme par chaque réseau. Chaque programme détaille les matières à enseigner pour chaque année ou cycle en référant les compétences à travailler pour chacune des matières abordées. Les enseignants suivent alors le programme du réseau auquel leur établissement se rattache.

L'organigramme de la figure 1 présente l'organisation générale des différents réseaux.

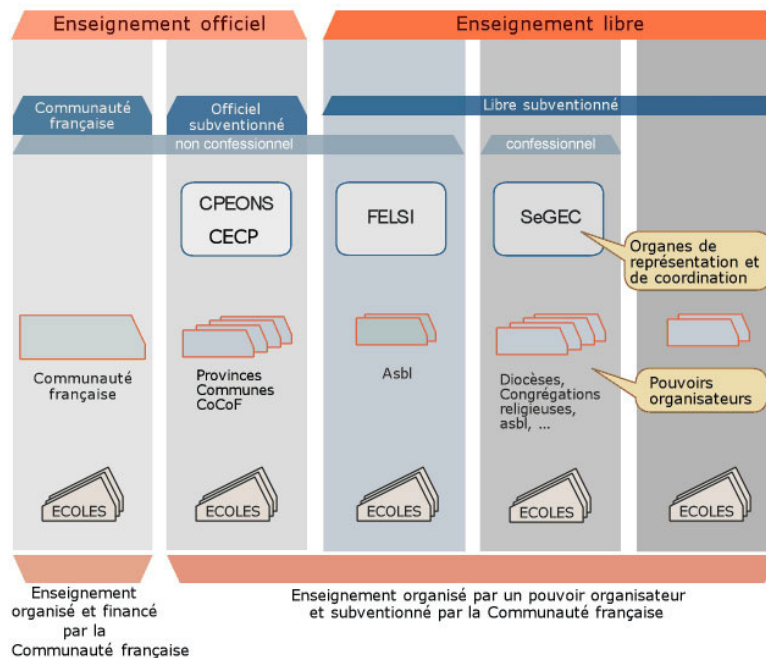


Figure 1 – Ministère de la Communauté française <http://www.enseignement.be/index.php?page=25568>

La Communauté française de Belgique se divise principalement en deux types d'enseignement : le libre et l'officiel. Une partie de ce dernier est géré exclusivement par le service public de la Communauté française. Tous les autres types d'enseignement sont subventionnés par le service public mais sont organisés par un pouvoir organisateur (communes, Associations Sans But Lucratif, diocèses, ...).

2. Séquence d'apprentissage et compétences visées

Cette séquence est issue de la recherche du CREM présentée dans l'introduction. Pour rappel, elle vise à favoriser l'acquisition de certains concepts mathématiques par des séquences d'apprentissage appelées *Math & Manips* intégrant des manipulations effectuées par les élèves. La séquence dont il est question dans cette section travaille une situation de proportionnalité en la confrontant à une autre qui ne l'est pas. Les différents registres utilisés permettent aux élèves de développer diverses compétences qui seront soulignées dans la section 2.2.

2.1 Activité proposée

La *Math & Manip*, intitulée « Des cylindres », s'adresse à des élèves du premier degré de l'enseignement secondaire (12-14 ans). L'expérience proposée aux élèves leur fait découvrir que le volume d'un cylindre ne se modifie pas de la même manière si on agit sur sa hauteur ou sur son diamètre. Les tableaux de nombres issus des relevés expérimentaux permettent d'observer et de construire avec les élèves les caractéristiques d'un phénomène proportionnel par comparaison avec un phénomène qui ne l'est pas. Les graphiques qui en découlent leur font rencontrer tout d'abord la fonction linéaire, puis une première approche de la fonction

$y = ax^2$. L'accent est mis sur la confrontation des deux situations. Cette ingénierie a notamment été présentée lors du colloque de la Commission Inter IREM Collège à Orléans [12].

Pour commencer, une situation simple est présentée aux élèves de sorte qu'ils se familiarisent avec le matériel qu'ils vont utiliser dans la suite du travail. Il s'agit du remplissage d'une casserole cylindrique jusqu'à la moitié de sa hauteur dans un premier temps et jusqu'à sa hauteur totale dans un second temps. Avant toute expérimentation, il est demandé aux élèves d'estimer le nombre de verres qui leur sera nécessaire pour atteindre ces différentes hauteurs. Les réactions des élèves nous ont surpris. Beaucoup d'entre eux ont immédiatement pensé, avec raison, qu'un peu plus du double du nombre de verres utilisés pour remplir la casserole jusqu'à la moitié de sa hauteur serait nécessaire pour la remplir entièrement. Ils ont fait référence au bord légèrement évasé de la casserole. Cette première partie de la *Math & Manip* a pour objectif de mettre en évidence des points essentiels d'une démarche scientifique : placement des repères, précision, utilisation d'un matériel adéquat, etc.

Ensuite, les élèves reçoivent un récipient cylindrique assez haut (tel qu'un verre à long drink) dans lequel ils versent un certain nombre de mesurette⁵, trois par exemple. Après avoir marqué la hauteur atteinte par le liquide, ils font deux nouvelles marques au double et au triple de la hauteur initiale. Les élèves estiment alors et vérifient ensuite par expérimentation les nombres de mesurette qu'il faudra verser dans le cylindre pour atteindre ces différentes hauteurs. Ils écrivent leurs résultats dans un tableau.

Il est alors demandé aux élèves de repérer et d'écrire les différents liens qu'ils observent entre les valeurs du tableau, en les symbolisant par des flèches. Les réactions des élèves sont principalement de deux sortes : certains remarquent dans ce tableau des liens de type multiplicatif et d'autres des liens de type additif.

Tableaux 1

$\times 2$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="padding: 2px;">Hauteur</th> <th style="padding: 2px;">Nbre de mes.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">haut. 1 = 3,5 cm</td> <td style="padding: 2px;">3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">haut. 2 = 7 cm</td> <td style="padding: 2px;">6</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">haut. 3 = 10,5 cm</td> <td style="padding: 2px;">9</td> </tr> </tbody> </table>	Hauteur	Nbre de mes.	haut. 1 = 3,5 cm	3	haut. 2 = 7 cm	6	haut. 3 = 10,5 cm	9	$\times 3$	$+3,5$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="padding: 2px;">Hauteur</th> <th style="padding: 2px;">Nbre de mes.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">haut. 1 = 3,5 cm</td> <td style="padding: 2px;">3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">haut. 2 = 7 cm</td> <td style="padding: 2px;">6</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">haut. 3 = 10,5 cm</td> <td style="padding: 2px;">9</td> </tr> </tbody> </table>	Hauteur	Nbre de mes.	haut. 1 = 3,5 cm	3	haut. 2 = 7 cm	6	haut. 3 = 10,5 cm	9	$+3$
Hauteur	Nbre de mes.																				
haut. 1 = 3,5 cm	3																				
haut. 2 = 7 cm	6																				
haut. 3 = 10,5 cm	9																				
Hauteur	Nbre de mes.																				
haut. 1 = 3,5 cm	3																				
haut. 2 = 7 cm	6																				
haut. 3 = 10,5 cm	9																				
$\times 3$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="padding: 2px;">Hauteur</th> <th style="padding: 2px;">Nbre de mes.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">haut. 1 = 3,5 cm</td> <td style="padding: 2px;">3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">haut. 2 = 7 cm</td> <td style="padding: 2px;">6</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">haut. 3 = 10,5 cm</td> <td style="padding: 2px;">9</td> </tr> </tbody> </table>	Hauteur	Nbre de mes.	haut. 1 = 3,5 cm	3	haut. 2 = 7 cm	6	haut. 3 = 10,5 cm	9	$\times 3$	$+3,5$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="padding: 2px;">Hauteur</th> <th style="padding: 2px;">Nbre de mes.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">haut. 1 = 3,5 cm</td> <td style="padding: 2px;">3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">haut. 2 = 7 cm</td> <td style="padding: 2px;">6</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">haut. 3 = 10,5 cm</td> <td style="padding: 2px;">9</td> </tr> </tbody> </table>	Hauteur	Nbre de mes.	haut. 1 = 3,5 cm	3	haut. 2 = 7 cm	6	haut. 3 = 10,5 cm	9	$+3$
Hauteur	Nbre de mes.																				
haut. 1 = 3,5 cm	3																				
haut. 2 = 7 cm	6																				
haut. 3 = 10,5 cm	9																				
Hauteur	Nbre de mes.																				
haut. 1 = 3,5 cm	3																				
haut. 2 = 7 cm	6																				
haut. 3 = 10,5 cm	9																				

Les relations mises en évidence dans les tableaux doivent permettre aux élèves d'imaginer combien de mesurette seraient nécessaires pour atteindre quatre fois, cinq fois voire dix fois la hauteur initiale et de construire un graphique reprenant ces différents résultats.

Dans l'activité, l'accent est porté sur la multiplication car, même si les liens additifs sont plus prégnants chez les élèves comme le souligne Brousseau, notamment dans la section où il décrit la situation-problème du « puzzle » (voir annexe) [2, pp. 237-241], ces liens dépendent des valeurs initiales et de l'organisation du tableau. De plus, ces liens peuvent apparaître dans des tableaux qui ne sont pas de proportionnalité (correspondant à une fonction affine par exemple).

⁵ On appelle mesurette un petit récipient servant à doser notamment des liquides.

Au cours des expérimentations dans les classes, certains élèves ont tenu à écrire tous les liens multiplicatifs qu'ils observaient, notamment le facteur deux existant entre les lignes correspondant aux hauteurs cinq et dix. Ils ont ainsi exploité au mieux les relations multiplicatives.

La deuxième partie de l'activité consiste à conjecturer puis observer et comprendre ce qui se passe si on fait varier le diamètre du cylindre, pour une hauteur fixée. L'importance de la démarche qui consiste à ne faire varier qu'une seule grandeur à la fois est explicitée.

Les élèves reçoivent trois cylindres. Un premier, utilisé comme mesurette étalon, et deux autres de diamètres double et triple.

La question posée est la suivante : combien de fois faut-il verser le petit cylindre pour remplir les cylindres de diamètres double et triple jusqu'à la même hauteur que celle du cylindre de départ ? Après avoir noté leurs estimations dans un tableau, les élèves effectuent la manipulation pour vérification.

Les estimations que font les élèves sont en général : deux mesurettes pour remplir le cylindre de diamètre double et trois mesurettes pour celui de diamètre triple. En réalisant l'expérience, les élèves observent que quatre et neuf mesurettes sont nécessaires pour remplir les cylindres de diamètres double et triple jusqu'à une même hauteur. Des élèves ont utilisé des techniques plus économiques que d'autres comme, par exemple, l'utilisation du cylindre de diamètre double pour le remplissage de celui de diamètre triple.

Comme pour le travail concernant la variation de la hauteur, il est demandé de placer, dans un tableau, les résultats obtenus pour la variation du diamètre. À nouveau, les liens découverts entre ces différentes valeurs doivent être mis en évidence afin d'en dégager les valeurs correspondant à des diamètres quatre fois ou cinq fois plus grands que celui de départ.

Tableau 2

Diamètre	Nbre de mes.
diam. 1 = 0,8 cm	1
diam. 2 = 1,6 cm	4
diam. 3 = 2,4 cm	9
diam. 4 = 3,2 cm	16
diam. 5 = 4 cm	25

Diagram illustrating the multiplicative relationships between diameters and the number of measuring cups:

- From diam. 1 to diam. 2: $\times 2$
- From diam. 2 to diam. 3: $\times 3$
- From diam. 3 to diam. 4: $\times 4$
- From diam. 4 to diam. 5: $\times 5$
- From diam. 1 to diam. 2: $\times 2^2$
- From diam. 1 to diam. 3: $\times 3^2$
- From diam. 1 to diam. 4: $\times 4^2$
- From diam. 1 to diam. 5: $\times 5^2$

hauteur = 3,5 cm

Les liens mis en évidence dans le tableau 2 font suite à une discussion au sein de la classe. L'analogie avec des récipients parallélépipédiques à base carrée, comme dans la figure 2, permet d'observer à quoi correspondent les facteurs multiplicatifs 4, 9 et de conjecturer les nombres de verres qui seront nécessaires au remplissage d'autres cylindres.

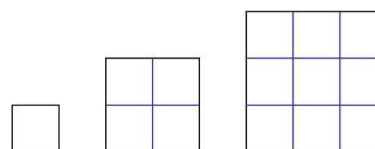


Figure 2

Les résultats sont ensuite placés dans un graphique. C'est une fois de plus l'occasion de travailler avec les élèves la modélisation de la situation. Le va-et-vient que les élèves ont

l'occasion de faire avec l'expérience vécue permet de donner du sens aux différents éléments du graphique (points reliés ou non, par des segments ou par une courbe, etc.).

Une synthèse est produite à partir des tableaux et graphiques construits au cours de l'activité. Elle met notamment en évidence des caractéristiques permettant de distinguer les phénomènes proportionnels des autres.

L'activité proposée a permis aux élèves de rencontrer une situation de proportionnalité et une autre qui ne l'est pas dans un contexte particulier : celui du cylindre.

Pour compléter cette démarche, il est nécessaire de leur présenter d'autres solides et de se poser les mêmes questions. Ceci vise à éviter toute généralisation abusive et à déterminer rapidement le domaine de validité des « règles » mises en évidence. La question suivante leur est donc posée : parmi les récipients de la figure 3, quels sont ceux pour lesquels le volume varie proportionnellement à la hauteur ?



Figure 3

Les propositions des élèves mènent généralement à un débat à propos de la boîte de céréales. Sa forme en vague pose question. Ce sont les arguments des élèves qui permettent de convaincre ceux qui ne reconnaissent pas la proportionnalité entre les grandeurs *hauteur* et *volume* de cette boîte.

Même si les prismes droits sont reconnus facilement par les élèves comme des solides dont le volume et la hauteur sont proportionnels, la position de ces prismes fait également débat. Par exemple, la boîte de chocolat est admise comme respectant cette propriété lorsqu'elle est placée sur sa base triangulaire mais n'est pas reconnue comme telle, à juste titre, lorsqu'elle est placée sur une de ses bases rectangulaires (présentation classique de ce produit).

2.2 Compétences travaillées

Au cours de cette activité, de nombreuses compétences issues des socles de compétences [16] sont travaillées, tant disciplinaires que transversales. Dans le document du CREM proposé aux enseignants, elles sont référencées comme suit.

Compétences disciplinaires

Les nombres

- Relever des régularités dans des suites de nombres.
- Identifier et effectuer des opérations dans des situations variées avec des entiers [...], y compris l'élévation à la puissance.
- Estimer, avant d'opérer, l'ordre de grandeur d'un résultat.
- Utiliser les conventions d'écriture mathématique.

Les solides et figures

- Associer un point à ses coordonnées dans un repère.

Les grandeurs

- Effectuer le mesurage en utilisant des étalons familiers et conventionnels et en exprimer le résultat.

- Établir des relations dans un système pour donner du sens à la lecture et à l'écriture d'une mesure.
- Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe.
- Reconnaître un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres.

Les compétences disciplinaires liées aux nombres sont principalement travaillées au travers des tableaux de nombres réalisés avec les résultats des expérimentations. L'une de ces compétences relève l'importance d'estimer l'ordre de grandeur d'un résultat. Dans l'activité proposée, nous sommes persuadés de l'importance de cette compétence. Toutefois, elle est utilisée dans deux optiques différentes. L'une d'elles porte sur l'intérêt de faire des estimations correctes, l'autre est de faire entrer les élèves en conflit avec leurs conceptions initiales.

Le registre graphique est également travaillé dans la *Math & Manip* proposée. Le thème des grandeurs est quant à lui exploré grâce à l'exploitation des objets étalons que nous avons appelés « mesurètes ». Les compétences liées à l'apprentissage de la proportionnalité sont au centre de cette séquence.

Compétences transversales

Analyser et comprendre un message

- Se poser des questions.
- Distinguer, sélectionner les informations utiles des autres ; percevoir l'absence d'une donnée nécessaire et la formuler.

Résoudre, raisonner et argumenter

- Raccrocher la situation à des objets mathématiques connus.
- Agir et interagir sur des matériels divers (tableaux, figures, solides, instruments de mesure, ...).
- Utiliser un schéma, un dessin, un tableau, un graphique lorsque ces supports sont pertinents.
- Estimer le résultat, vérifier sa plausibilité.
- Exposer et comparer ses arguments, ses méthodes ; confronter ses résultats avec ceux des autres et avec une estimation préalable.

Appliquer et généraliser

- Évoquer et réactiver des connaissances, des démarches, des expériences en relation avec la situation.
- Créer des liens entre des faits ou des situations.
- Reconnaître des situations semblables ou dissemblables.
- Se poser des questions pour étendre une propriété, une règle, une démarche à un domaine plus large.
- Combiner plusieurs démarches en vue de résoudre une situation nouvelle.

Structurer et synthétiser

- Procéder à des variations pour en analyser les effets sur la résolution ou le résultat et dégager la permanence de liens logiques.

Le travail de ces compétences transversales est inhérent à la conception-même de nos activités. Le bref résumé qui est fait ici de la séquence d'apprentissage ne permet pas de les mettre toutes en évidence. Soulignons toutefois la place importante offerte, dans l'ingénierie, à la confrontation des résultats issus des différents groupes d'élèves et la richesse des débats qui en résultent.

2.3 Livret personnel de compétences

À la lecture des compétences du palier 3 du Livret personnel de compétences [18], nous pouvons remarquer que les directives françaises entrent dans une même démarche que celle suivie par la Communauté française de Belgique. Il n'est donc pas surprenant que la séquence d'apprentissage proposée dans la section 2.1 rencontre de nombreux objectifs écrits dans la compétence 3 consacrée notamment aux principaux éléments de mathématiques [Op. cité, p.19].

Une partie de cette compétence 3 concerne la pratique d'une démarche scientifique et technologique ainsi que la résolution de problèmes. L'ingénierie dont il est question nous semble explorer chacun des items. De plus, la séquence mobilise également des connaissances et des compétences mathématiques, tant sur le plan de l'organisation et la gestion des données que celui des grandeurs et mesures. Les enseignants français pourraient donc, selon nous, trouver dans nos activités une source d'idées afin de travailler les compétences visées par le Ministère de l'Éducation Nationale.

Le travail en groupe réalisé lors de la *Math & Manip* permet également de développer quelques-unes des compétences sociales et civiques ayant trait à l'acquisition d'un comportement responsable.

Conclusion

Les objectifs fixés par le Décret Missions ne sont pas globalement atteints à ce jour. Il est vrai que les objectifs finaux sont fixés à 2013, mais il reste encore du travail pour les atteindre. Comme nous avons pu le lire ci-dessus, l'appel aux enseignants à introduire plus de sens dans leurs cours et à mettre les élèves en activité est présent dans les programmes mais traduire les prescriptions en actes ne relève pas de la seule volonté et le besoin de formation et d'accompagnement est important.

L'approche par compétences implique non seulement de travailler autrement mais surtout d'aller au-delà de l'enseignement de savoirs et de savoir-faire, sans pour autant les négliger.

Le CREM, tout comme d'autres organismes en Belgique francophone, propose ainsi des formations dans lesquelles il présente les recherches effectuées et mène un travail avec les participants afin que les enseignants puissent s'approprier ce type de démarche.

Bibliographie

- [1] BROUSSEAU G. (1989) Obstacles épistémologiques, conflits socio-cognitifs et ingénierie didactique. *Construction des savoirs – Obstacles et conflits*, Montréal : CIRADE , 277-285.
- [2] BROUSSEAU G. (1998) *La théorie des situations didactiques*. Recueil de textes de Didactique des mathématiques 1970-1990 présentés par N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland et V. Warfield. Grenoble : La Pensée Sauvage.

- [3] [Dir.] CRAHAY M., VERSCHAFFEL L., DE CORTE E., GRÉGOIRE J. (2005) *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques ?* De Boeck, Bruxelles.
- [4] CREM (1995) *Les Mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans, Essai d'élaboration d'un cadre global pour l'enseignement des mathématiques.* N. ROUCHE coordinateur. Nivelles : Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.
- [5] CREM (2001a) *Formes et Mouvements.* L. LISMONT et N. ROUCHE coordinateurs. Nivelles : Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.
- [6] CREM (2001b) *Construire et Représenter, un aspect de la géométrie de la maternelle jusqu'à 18 ans.* L. LISMONT et N. ROUCHE coordinateurs. Nivelles : Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.
- [7] CREM (2002) *Des grandeurs aux espaces vectoriels, la linéarité comme fil conducteur.* N. ROUCHE coordinateur. Nivelles : Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.
- [8] CREM (2004) *Pour une culture mathématique accessible à tous, Élaboration d'outils pédagogiques pour développer des compétences citoyennes.* M. BALLIEU et M.-F. GUISSARD coordinateurs. Nivelles : Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.
- [9] DIAS T., DURAND-GUERRIER V. (2005) Expérimenter pour apprendre en mathématiques. *Repères-IREM*, 60, 61-78.
- [10] DUVAL R. (1993) Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, ULP, IREM Strasbourg, 5, 37-65.
- [11] GUISSARD M.-F., HENRY V., AGIE S., LAMBRECHT P. (2010) *Math & Manips. Losanges* 7, 39-46.
- [12] GUISSARD M.-F., HENRY V., LAMBRECHT P., VANSIMPSEN S. (À paraître) Compte-rendu de l'atelier *Math & Manips* : l'apport des manipulations à la confrontation des modèles linéaire et non linéaires. *Actes du Colloque de la CII-Collège 2010*. Orléans.
- [13] HENRY V., LAMBRECHT P. (À paraître) Apprentissage de la proportionnalité par la confrontation à la non-proportionnalité via des manipulations. *Actes du Colloque international de l'EMF 2012*. Genève.
- [14] MAHOUX PH. (1994) *Socles de compétences dans l'enseignement fondamental et au premier degré de l'enseignement secondaire.* Cabinet du Ministre de l'Éducation et de l'Audiovisuel, Bruxelles.
- [15] MINISTÈRE DE LA COMMUNAUTÉ FRANÇAISE (1997) *Décret définissant les missions prioritaires de l'enseignement fondamental et de l'enseignement secondaire et organisant les structures propres à les atteindre.*

<http://users.skynet.be/IEF.be/articles/leg/decret240797/decret240797.pdf>

- [16] MINISTÈRE DE LA COMMUNAUTÉ FRANÇAISE (1999) *Socles de compétences (Enseignement fondamental et premier degré de l'enseignement secondaire)*. Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique, Direction de la Recherche en Éducation et du Pilotage interréseaux, 15-17, Place Surllet de Chokier, 1000 Bruxelles.
- [17] MINISTÈRE DE LA COMMUNAUTÉ FRANÇAISE (1999) *Compétences terminales et savoirs requis en mathématiques (Humanités générales et technologiques)*. Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique, Direction de la Recherche en Éducation et du Pilotage interréseaux, 15-17, Place Surllet de Chokier, 1000 Bruxelles.
- [18] MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE (2010) *Livret personnel de compétences*. <http://www.education.gouv.fr/cid52377/mene1015788a.html>

Annexe : Le Puzzle de Brousseau [2, pp. 237-238]

Situation-problème

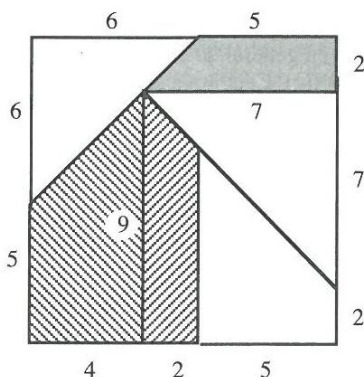


Figure 4

Consigne

« Voici des puzzles (figure 4) vous allez en fabriquer de semblables, plus grands que les modèles, en respectant la règle suivante : le segment qui mesure quatre centimètres sur le modèle devra mesurer sept centimètres sur votre reproduction. Je donne un puzzle par équipe de 5 ou 6, mais chaque élève fait au moins une pièce ou un groupe de 2 en fait 2. Lorsque vous aurez fini, vous devez pouvoir reconstituer les mêmes figures qu'avec le modèle. »

Déroulement

[...] Presque tous les enfants pensent qu'il faut ajouter 3 centimètres à toutes les dimensions : même si certains doutent de ce modèle, ils parviennent rarement à s'expliquer et jamais à convaincre leurs partenaires à ce moment-là. Le résultat évidemment, c'est que les morceaux ne se raccordent pas. [...]