

CHAPITRE 6

EVALUATION DU MODELE SUR LA BASE DE LA DISTRIBUTION STATIQUE

Le modèle proposé au chapitre précédent considère la répartition comme une convolution du laps de temps passé aux positions successives avec la distribution de la buse. Il suppose que l'on établisse la distribution bidimensionnelle de la buse considérée. Dans ce chapitre, celle-ci est estimée à l'aide du banc de répartition pourvu d'un dispositif conçu pour donner à la buse différentes positions angulaires par rapport aux gouttières. Les différentes distributions unidimensionnelles obtenues à l'aide de ce dispositif sont traitées par une *méthode de rétro-projection filtrée* pour obtenir une distribution bidimensionnelle.

Ensuite le modèle est mis en œuvre numériquement pour des trajectoires particulières et ses performances sont évaluées au moyen d'essais de répartition.

6.1 Distribution statique

Le modèle de répartition proposé implique de connaître la distribution bidimensionnelle de la buse dans les conditions opératoires des essais. A cette fin, une méthode de rétro-projection filtrée est appliquée à la buse Teejet XR11003VK utilisée dans les essais de répartition et alimentée à 2 bars. Cette technique de mesure de la distribution a été retenue car elle présente l'avantage d'utiliser un banc de répartition standardisé, matériel disponible dans la majorité des laboratoires spécialisés dans le domaine de la pulvérisation, sans nécessiter de modification majeure. De plus, elle permet un échantillonnage continu de la distribution.

6.1.1 La rétro-projection filtrée

En tomographie (procédé de radiographie qui permet de faire des clichés sur un seul plan du volume observé, avec effacement des autres plans), on est amené à reconstituer des coupes dans des objets tridimensionnels à partir de leurs projections sous plusieurs angles de vue. Pour ce faire, on réalise les opérations qui peuvent être décrites succinctement comme suit :

- Pour un objet tridimensionnel dont la propriété mesurée est caractérisée dans le plan de coupe par une fonction $G(x,y)$, on effectue l'acquisition d'une série de projections g_i sous plusieurs angles (Dans le cas d'une radiographie, ces projections se situent dans un plan perpendiculaire à la direction des rayons et correspondent à l'absorption du rayonnement par le corps). L'ensemble des g_i constitue *la transformée de Radon* de l'objet.
- Reconstruction de la coupe dans l'objet. Celle-ci est opérée en exploitant une relation mathématique qui montre que la transformée de Fourier des projections est égale à la transformée de Fourier bidimensionnelle de $G(x,y)$. Une fois cette dernière calculée, on trouve $G(x,y)$ par transformée de Fourier inverse.

Le théorème de la transformée de Fourier d'une projection (en anglais "Fourier Slice Theorem") est l'élément de base des méthodes de reconstruction tomographique qui utilisent la transformée de Fourier [Kak et Slaney, 1988]. Soit la coupe dans l'objet tridimensionnel caractérisée par la fonction $G(x,y)$. La projection $g(\phi,t)$ correspond à l'intégrale de $G(x,y)$ le long d'une droite l qui est l'intersection du plan de projection avec le plan de coupe (x,y) . Cette droite fait un angle ϕ avec l'axe y et est située à une distance t de l'origine (Figure 6.1.):

$$g(\phi, t) = \int_l G(x, y) dl \quad (6.1)$$

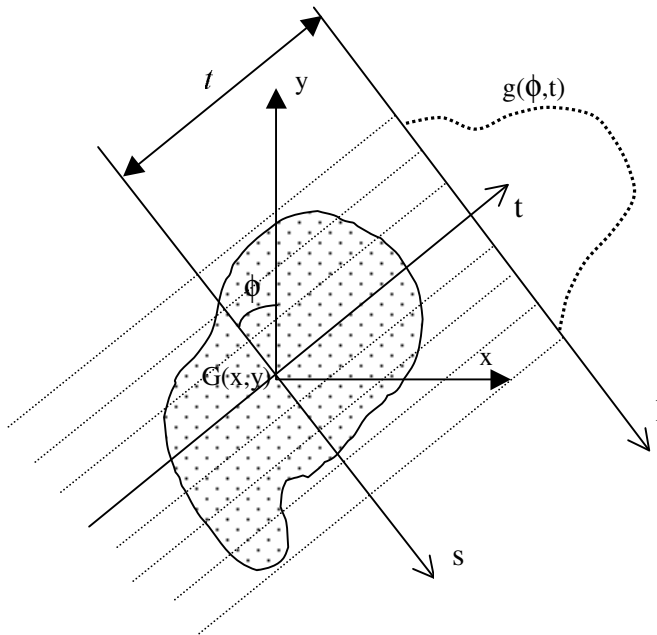


Figure 6.1. : Projection d'une fonction $G(x,y)$ le long d'une droite l .

Comme tous les points de la droite satisfont l'équation linéaire suivante,

$$y = ax + b \quad (6.2)$$

avec $a = -l / \operatorname{tg} \phi$
 $b = t / \sin \phi$

la droite l a pour équation

$$x \cos \phi + y \sin \phi - t = 0 \quad (6.3)$$

Dès lors, on peut démontrer que la transformée de Radon prend l'expression suivante :

$$g(\phi, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y) \delta(x \cos \phi + y \sin \phi - t) dx dy \quad (6.4)$$

Dans cette expression, δ est une impulsion de Dirac à deux dimensions qui caractérise le système de mesure.

En définissant un nouveau système d'axe orthogonaux (t, s) de même origine que (x, y) avec s dans la direction de l , les équations suivantes permettent d'effectuer un changement de coordonnées :

$$\begin{bmatrix} t \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ s \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Dans ce système de coordonnées (t, s) , la transformée de Radon peut s'écrire sous la forme d'une intégrale simple :

$$g(\phi, t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t \cos \phi - s \sin \phi, t \sin \phi + s \cos \phi) ds \quad (6.6)$$

La reconstruction de la fonction $G(x, y)$ à partir d'une série de transformées de Radon, appelée également *sinogramme*, peut se faire selon différentes méthodes. Ces méthodes sont dites *rétro-projection filtrée* ou *projection de radon inverse*. La technique la plus courante se base sur l'utilisation des transformées de Fourier. La transformée de Fourier d'une fonction $g_\phi(t)$ s'écrit :

$$S_\phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g_\phi(t) \exp(-j2\pi\omega t) dt \quad (6.7)$$

avec ω : la fréquence en radians par unité de longueur.

En remplaçant g_ϕ par son expression, on obtient la transformée de Fourier d'une projection:

$$S_\phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} G(t \cos \phi - s \sin \phi, t \sin \phi + s \cos \phi) ds \right] \exp(-j2\pi\omega t) dt \quad (6.8)$$

Et en repassant dans le système de coordonnées original (x,y)

$$S_\phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y) \exp(-j2\pi\omega(x \cos \phi + y \sin \phi)) dx dy \quad (6.9)$$

Cette expression correspond à la transformée de Fourier bidimensionnelle de $G(x,y)$ exprimée dans un système de coordonnées du plan de Fourier (u,v) ($u = w \cos \phi$, $v = w \sin \phi$), évaluée le long d'une droite radiale w faisant un angle ϕ avec l'axe u .

Prendre la transformée de Fourier d'une projection selon l'angle ϕ revient donc à obtenir la transformée de Fourier bidimensionnelle de $G(x,y)$ selon un droite du plan de Fourier inclinée de ϕ .

En considérant un nombre infini de projections, il est possible d'obtenir la transformée de Fourier bidimensionnelle de $G(x,y)$:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y) \exp(-j2\pi\omega(ux + vy)) dx dy \quad (6.10)$$

Ceci permet de trouver $G(x,y)$ par la transformée de Fourier inverse :

$$G(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) \exp(j2\pi\omega(ux + vy)) du dv \quad (6.11)$$

6.1.2 Application de la transformée de Radon au calcul de la distribution bidimensionnelle

Sur un banc de répartition tel que celui qui a été présenté au chapitre 3, où l'on peut faire tourner une buse selon différents angles ϕ (voir point 6.1.4) et recueillir les volumes correspondants, les distributions unidimensionnelles sont assimilables à une transformée de Radon.

Pour une buse située à une hauteur z par rapport au banc de répartition, le volume recueilli par unité de temps dans les éprouvettes $d(\phi, t)$ correspond à l'intégrale de la fonction de distribution $D_z(x, y)$ dans le plan des gouttières (x, y) le long des gouttières faisant un angle ϕ avec l'axe y (Figure 6.2.):

$$d(\phi, t) = \int_l D_z(x, y) dl \quad (6.12)$$

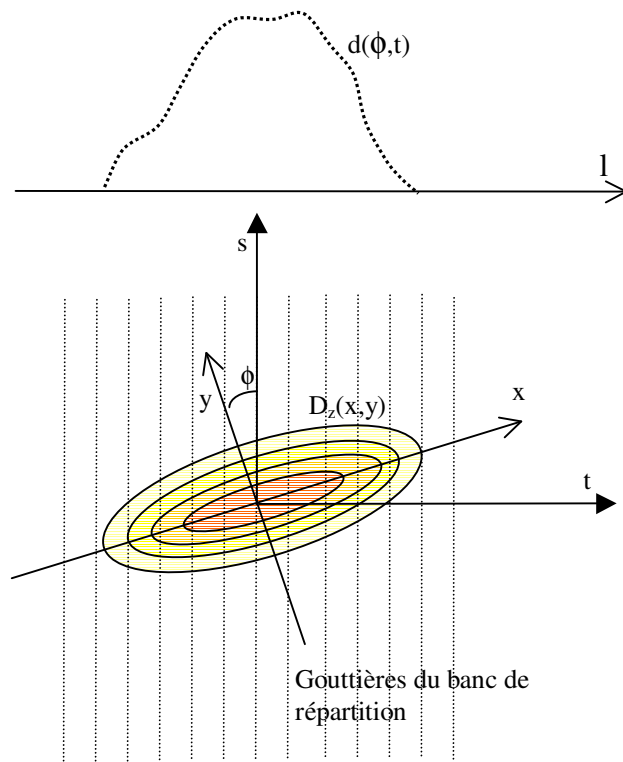


Figure 6.2. : Projection d'une fonction de distribution $D_z(x,y)$ le long des éprouvettes.

Et sous la forme traditionnelle transformée de Radon:

$$d(\phi, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D_z(x, y) \delta(x \cos \phi + y \sin \phi - t) dx dy \quad (6.13)$$

Dans le cas de la pulvérisation, δ correspond à une fenêtre rectangulaire dont la longueur est adaptée à la vitesse de remplissage des gouttières.

La technique de rétro-projection filtré détaillée au point 6.1.1 nous permet par conséquent d'estimer $D_z(x,y)$, la distribution originale de la buse pour la hauteur z . Comme, en pratique, on ne dispose pas d'un nombre infini de projections, on ne peut connaître que partiellement la transformée de Fourier et par conséquent $D(x,y)$ sera approchée, la précision étant d'autant meilleure que le nombre de projections mesurées au moyen du banc de répartition est élevé. Il est également utile d'avoir à l'esprit que les intégrations présentes dans la technique de rétro-projection ont pour conséquence de favoriser l'apparition d'un bruit important sur l'estimation de la distribution originale dans les hautes fréquences à partir des erreurs présentes dans les données expérimentales. Certains algorithmes de rétro-projection présentent des options de filtration pour limiter ce bruit.

6.1.3 Effet de la hauteur

Le modèle de répartition dynamique nécessite la connaissance de la distribution statique $D(x,y)$ pour toutes les hauteurs comprises entre les hauteurs maximale et minimale de pulvérisation. Comme il a été dit au chapitre 2, beaucoup d'auteurs estiment que l'amplitude de la distribution varie linéairement avec la hauteur de pulvérisation. Cette hypothèse a naturellement un domaine d'application très restreint ou une validité limitée, dans la mesure où l'étalement de la distribution ne se poursuit pas indéfiniment en raison des frottements des gouttelettes dans l'air mais elle présente l'avantage de ne nécessiter qu'une seule mesure de la distribution. Un modèle plus précis doit respecter la concentration du jet en un point pour une hauteur nulle de pulvérisation, le facteur d'étalement de la distribution et l'existence d'une asymptote verticale en l'absence de vent comme présenté à la Figure 6.3.

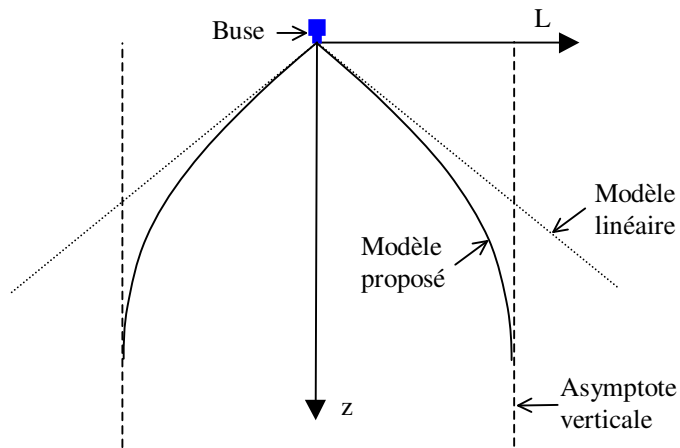


Figure 6.3. : Modèle de l'amplitude de la distribution en fonction de la hauteur.

Pour respecter ces critères, une relation exponentielle de l'amplitude de la distribution en fonction de la hauteur est proposée:

$$L(z) = L_{\max} (1 - e^{-bz}) \quad (6.14)$$

Avec $L(z)$: amplitude de la distribution à la hauteur z (m)
 L_{\max} : amplitude de la distribution pour $z = \infty$ (m)

Cette relation se base sur l'hypothèse d'un frottement visqueux des gouttes dans l'air. Les conditions aux limites de cette équation respectent bien les critères énoncés plus haut. A une hauteur nulle, la fonction s'annule. La valeur de sa dérivée ($-b L_{\max} e^{-bz}$) est fonction de l'angle de pulvérisation de la buse. Pour une hauteur tendant vers l'infini, la fonction tend vers une asymptote verticale de valeur L_{\max} . Cette équation comprend deux paramètres, L_{\max} et b , il est par conséquent nécessaire de connaître au minimum la distribution à deux hauteurs pour déterminer leurs valeurs. La valeur de L_{\max} correspond à l'amplitude de la distribution prise comme référence pour la recherche du facteur d'échelle. Ce modèle suppose évidemment que la forme de la distribution n'est pas altérée en fonction de la hauteur, ce qui est une simplification par rapport à la

réalité. Le facteur d'échelle calculé par l'équation 6.14 permet d'estimer la distribution pour toutes les hauteurs.

6.1.4 Mesure de la distribution bidimensionnelle en fonction de la hauteur

L'estimation de la distribution bidimensionnelle d'une buse nécessite un banc de répartition qui permette la mesure de la distribution de la buse sous différents angles et à différentes hauteurs, un algorithme de rétro-projection filtrée et un algorithme de reconstruction de la distribution bidimensionnelle en fonction de la hauteur à partir de distributions bidimensionnelles.

a) Mesure de la distribution sur banc de répartition

La mesure de la répartition unidimensionnelle des buses à différents angles $d(\phi, t)$ est réalisée sur le banc de répartition automatisé présenté au chapitre 3. Afin d'effectuer les mesures aux différents angles ϕ nécessaires au calcul de la rétro-projection filtrée, la buse a été montée sur dispositif constitué d'un plateau gradué à intervalles réguliers de $3^{\circ}45'$ permettant de donner à la buse un maximum de 48 positions angulaires différentes sur un demi-tour (Figure 6.4.) .

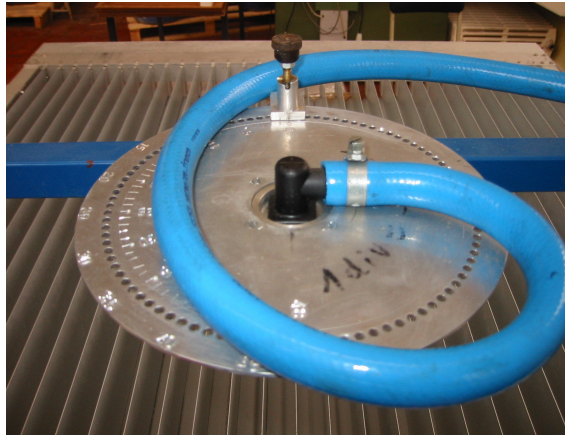


Figure 6.4. : Photographie du dispositif de rotation de la buse au-dessus du banc de répartition.

b) Calcul de la distribution bidimensionnelle par rétro-projection filtrée

Le calcul de la répartition bidimensionnelle à partir d'un ensemble de projections à des angles discrets passe par l'estimation de $F(u,v)$ à partir des $S_{\phi}(w)$ mesurés. Le nombre de projections selon ϕ , leur résolution selon w et la précision des mesures conditionnent la qualité de la reconstitution. La précision de la mesure avoisine 1% pour un banc répondant à la norme ISO 5682, il est par conséquent illusoire de dépasser cette valeur pour la reconstitution de la distribution bidimensionnelle, d'autant que comme on l'a vu au chapitre 3 elle évolue dans le temps. Comme la résolution selon l'axe w qui correspond à l'écartement des gouttières est fixée par la norme à 50 mm, il reste à déterminer le nombre optimal de projections permettant d'obtenir une bonne estimation de la distribution bidimensionnelle tout en gardant un nombre d'essais raisonnable. Ceci a été testé à l'aide de la buse Teejet XR11003VK à 1,5 bars. La distribution unidimensionnelle à deux bars a été mesurée pour 48 positions à $3^{\circ}45'$ d'intervalle angulaire. Le résultat de ces mesures qui correspond à un échantillonnage de la transformée de Radon $d(\phi,t)$, appelé sinogramme, est présenté à la Figure 6.5.

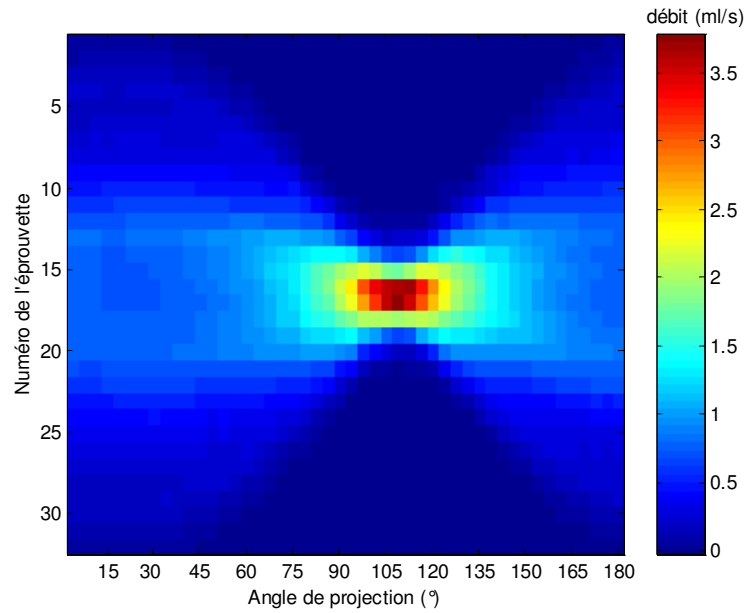


Figure 6.5. : Sinogramme de 48 projections à $3^{\circ}45$ d'intervalle d'une buse Teejet XR11003VK à 1,5 bar.

La distribution bidimensionnelle sur une surface carrée de $2,56 \text{ m}^2$ constituée de 32×32 carrés de 2500 mm^2 a été calculée par rétro-projection filtrée, tel que présenté au paragraphe 5.4.1, au moyen de l'algorithme "iradon.m" (Matlab image processing toolbox, Mathworks inc.) successivement pour 48, 24, 16 et 12 projections. Comme la reconstitution de la distribution originale à partir d'un échantillon de projection à différents angles a une résolution limitée par le nombre de projections, il est nécessaire d'interpoler les résultats pour estimer la distribution originale. A cette fin une interpolation de type *spline* a été appliquée. Comme les problèmes de bruit dans la mesure des distributions unidimensionnelles sont limités, aucun filtre particulier n'a été sélectionné (option "Ram-Lak"). Quatre paramètres statistiques ont été utilisés sur les matrices 32×32 de la distribution bidimensionnelle pour évaluer la sensibilité de l'algorithme de reconstruction au nombre de projections : le débit

total, le débit minimal et maximum et la somme des carrés des écarts. La matrice de référence est constituée par la reconstruction pour 48 projections (Figure 6.6.)

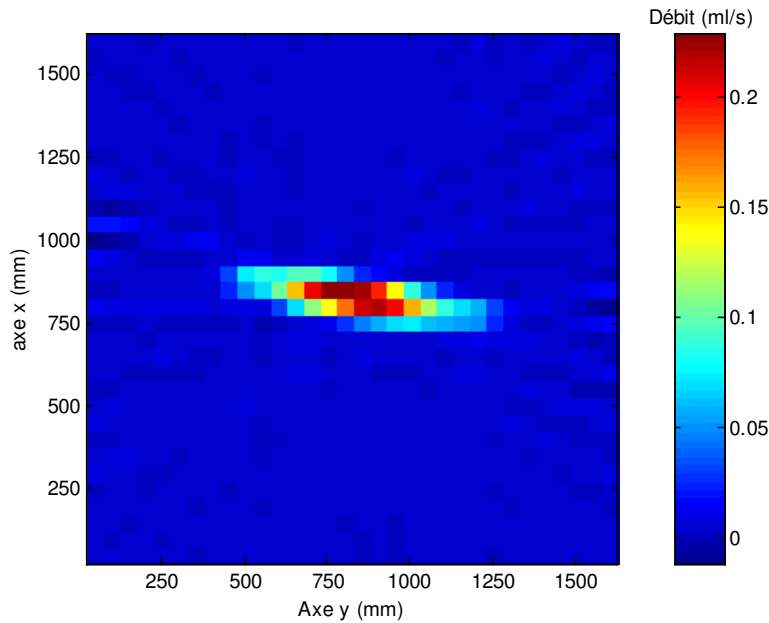


Figure 6.6. : Reconstruction de la distribution bidimensionnelle d'une buse Teejet XR11003VK à 1,5 bars à partir de 48 projections

Le Tableau 6.1 présente le résultat d'une analyse de sensibilité réalisée sur les débits calculés pour les 1024 surfaces élémentaires de la distribution bidimensionnelle calculée. Les sommes des carrés des écarts (SCE) entre les distributions reconstruites à partir de 24, 16 et 12 projections et la distribution reconstruite à partir de 48 projections sont utilisés pour quantifier l'évolution de la qualité de la reconstruction en fonction du nombre de projections. Il apparaît que la qualité de la reconstitution se dégrade avec la diminution du nombre de projections. L'algorithme est sensible au bruit dans les hautes fréquences car l'estimation de la transformée de Fourier bidimensionnelle y est moins bonne. Les valeurs de débit négatives permettent de quantifier le bruit dans la reconstruction. On observe que lorsque le nombre de projections diminue, le bruit augmente fortement. Ce même phénomène explique également

l'augmentation des valeurs maximales avec la diminution du nombre de projections.

Tableau 6.1. : Etude de sensibilité de l'algorithme de reconstruction au nombre de projections

Nombre de projections	Débit total (ml/s)	Débit min. (ml/s)	Débit max. (ml/s)	SCE (ml ² /s ²)
48	12,995	-0,012	0,244	-
24	12,992	-0,013	0,246	0,0056
16	12,983	-0,017	0,249	0,0324
12	12,910	-0,045	0,251	0,1142

Les 4 heures nécessaires à la mesure de 24 projections justifient de se limiter à ce nombre de projections en regard de l'information limitée qu'apporterait un doublement du nombre d'essais. En effet, le bruit (évolution des débits minimum et maximum) est peu important et la somme des carrés des écarts est faible en regard du nombre d'échantillons.

Une fois le nombre de projections déterminé, il est intéressant d'estimer la précision de la mesure de distribution bidimensionnelle obtenue. Tout d'abord, le débit total dans l'ensemble des carrés est comparé à une mesure par empotement du débit de la buse. Les débits totaux mesurés par rétro-projection présentent un écart important par rapport aux 14,2 ml/s mesurés par empotement. Pour résoudre ce problème, deux précautions ont été prises. Tout d'abord, une technique de 'zero padding' qui consiste à ajouter des faisceaux de projection fictifs de valeur nulle de part et d'autre du sinogramme a été adoptée. Elle permet, pour les objets de taille finie, d'améliorer significativement la précision de l'algorithme. Ensuite, le débit total mesuré varie quelque peu selon l'angle de projection en raison des dimensions limitées du banc de répartition et des petites variations de pression lors des différents essais. Pour compenser cet effet, le débit de chaque projection est normé sur le débit maximum observé. L'erreur sur le débit total est alors inférieure au pourcent. Il reste à vérifier que ces mesures n'altèrent pas de manière exagérée la forme de la distribution. Un moyen simple

est de projeter la distribution bidimensionnelle selon un axe et de comparer cette transformée de Radon à la mesure de distribution originale sur cet axe.

La Figure 6.7. présente la comparaison de forme réalisée pour la buse Teejet testée selon son axe principal à deux bars et 50 cm de hauteur. On observe que l'écart maximal ne dépasse pas le pourcent.

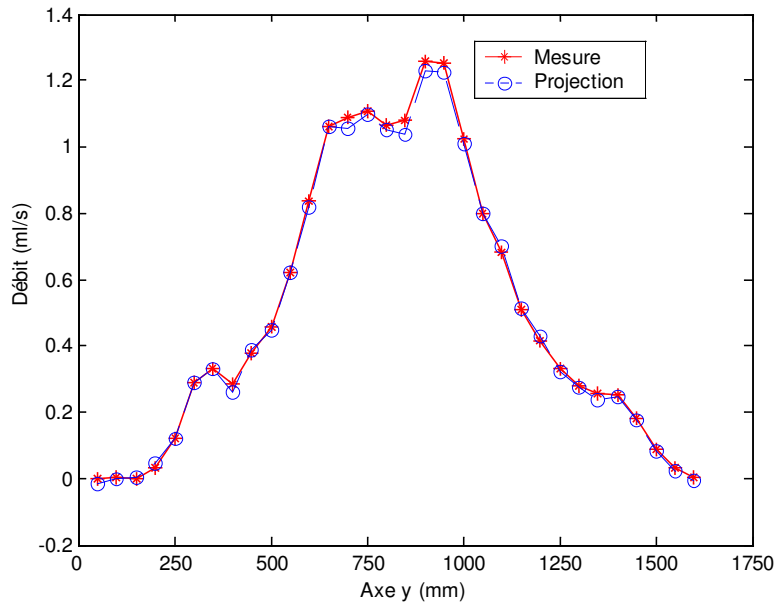


Figure 6.7. : Comparaison de distribution transversale mesurée avec la projection sur l'axe y de la distribution bidimensionnelle calculée par rétro-projection (buse Teejet XR11003VK, 2 bars).

c) Modélisation de la répartition en fonction de la hauteur sur base de distributions bidimensionnelles

Le calcul de la distribution en fonction de la hauteur à partir du modèle proposé (Equation 6.14) nécessite la mesure d'au moins deux distributions bidimensionnelles pour ajuster les paramètres L_{\max} et b . Une troisième hauteur de pulvérisation permet de juger de la qualité de l'ajustement. Les distributions bidimensionnelles mesurées pour trois hauteurs de pulvérisation (300, 500, et 700 mm) pour la buse Teejet XR11003VK sont présentées à la Figure 6.8.

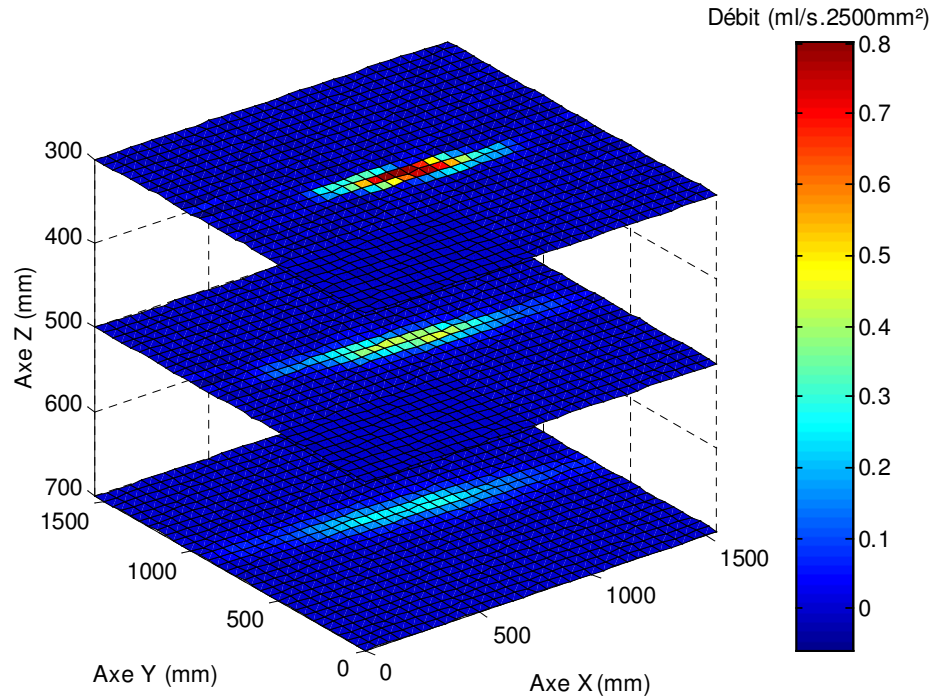


Figure 6.8. : Distribution bidimensionnelle à trois hauteurs: 30, 50 et 70 cm (buse Teejet XR11003VK, 2 bars).

Pour estimer les paramètres de l'Equation 6.14, l'amplitude de mesure à 700 mm est considérée comme référence : $L(700) = 1600$ mm. Un algorithme itératif est mis en œuvre pour déterminer la valeur de $L(300)$. Il recherche le minimum de la variance entre la distribution à 700 mm et la zone centrale correspondante de la distribution à 300 (cette variance correspond à la somme des carrés des écarts entre les distributions divisée par le nombre de surfaces élémentaires). Cette variance atteint un minimum lorsque le facteur d'échelle utilisé fournit la meilleure estimation de l'évolution de l'amplitude de la distribution. A titre d'exemple, pour la buse Teejet XR11003VK à 2 bars présentée ci-dessus, l'Equation 6.14 fournit le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 1,6 = L \max(1 - e^{-0,7b}) \\ 0,904 = L \max(1 - e^{-0,3b}) \end{cases}$$

En levant les inconnues, on obtient l'équation suivante :

$$L(z) = 2,39(1 - e^{-1,58z})$$

Cette équation décrit l'évolution de l'amplitude de la distribution bidimensionnelle en fonction de la hauteur z (en mètres). Lorsqu'on compare la valeur prise par cette équation en $z = 0,5$ m avec le facteur d'amplitude calculé au moyen de l'algorithme précédent entre $z = 0,5$ m et $z = 0,7$ m, on obtient respectivement 1,31 et 1,33. Cela montre que la relation, si elle n'est pas dépourvue d'erreur, est une bonne approximation de la réalité.

Cette relation est utilisée pour calculer les distributions $D(x,y)$ aux différentes hauteurs. Comme ces distributions sont constantes pour une buse, elle sont calculées une fois et stockées en mémoire d'ordinateur sous forme d'une matrice à trois dimensions. La résolution de cette matrice doit être compatible avec l'algorithme de simulation de la répartition dynamique. Dans ce travail, une résolution de 50 mm selon les axes x, y et z a été choisie. Avec comme limite une dimension de 2,5 mètres selon X et Y et 2 mètres selon Z , cette matrice contient plus de 10^5 éléments. Pour éviter une trop grande erreur sur la forme de la distribution, la distribution est extrapolée à partir de la distribution à 0,7 m au-delà de cette hauteur, interpolée par une combinaison linéaire des distributions à 0,7 et 0,5 m entre ces deux hauteurs, de même à partir des distributions à 0,5 et 0,3 m entre ces deux hauteurs et extrapolée au dessous de 0,3 m.

La Figure 6.9. présente une projection dans le plan (y,z) selon l'axe x de la matrice tridimensionnelle obtenue. L'effet de la hauteur sur l'étalement du jet est clairement mis en évidence. Il faut remarquer qu'au delà de 0,7 m, les distributions sont extrapolées et par conséquent la validité de leur estimation devrait être vérifiée. Dans la suite du travail, seules les distributions comprises entre 0,3 et 0,7 m seront utilisées.

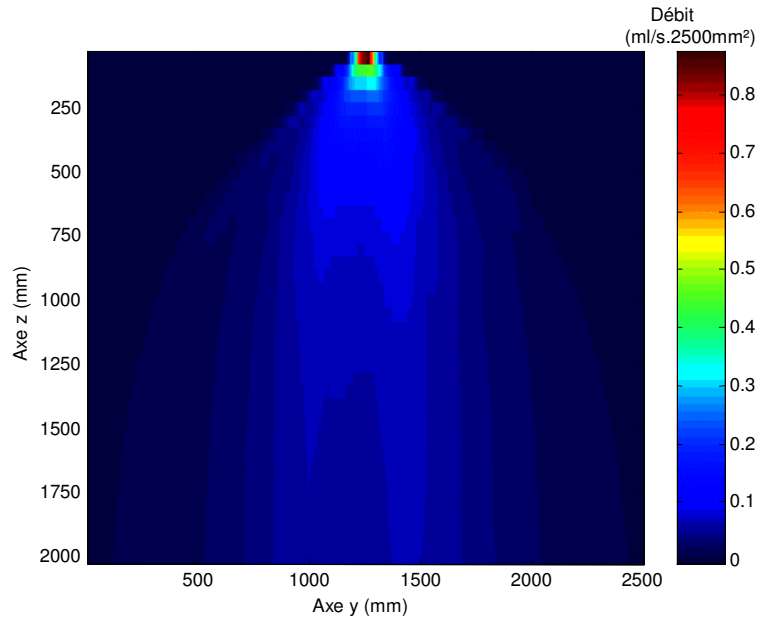
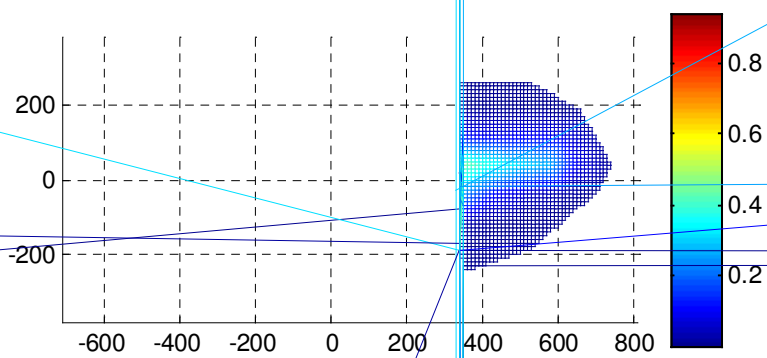


Figure 6.9. : Projection selon l'axe x de la modélisation de la distribution tridimensionnelle (buse Teejet XR11003VK, 2 bars).

d) Validation de la mesure de distribution

Une mesure de la distribution dans des boîtes de Pétri a été mise en œuvre afin de valider la méthode de mesure de la distribution au moyen du banc de répartition. Un échantillonnage quasi continu (90% de la surface) de la distribution statique dans des boîtes de Pétri a été réalisé pour la buse Teejet à 55 cm de hauteur. 108 boîtes de Pétri ont été disposées jointives selon un maillage hexagonal dont le contour a été limité à la zone de pulvérisation de la buse. Les boîtes de Pétri ont été pesées avant et après un essai de pulvérisation d'eau à 2 bars de 33,75 secondes. La différence entre les mesures a été convertie en débit par boîte de Pétri. Afin de comparer le débit ainsi mesuré aux résultats obtenus au moyen du banc de répartition, le débit correspondant à la surface de chaque boîte de Pétri a été calculé à partir de la matrice bidimensionnelle de la répartition à 55 centimètres extraite de la matrice de distribution calculée au paragraphe précédent. La Figure 6.10. présente la distribution mesurée dans les boîtes de Pétri et la distribution équivalente calculée à partir de $D(x,y,z)$.



simulée est plus étalée que la distribution mesurée mais possède une forme similaire.

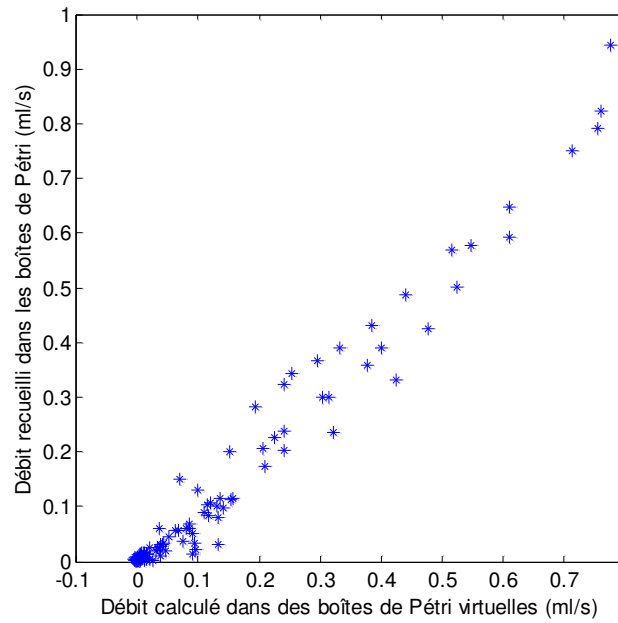


Figure 6.11. : Comparaison entre les distributions statiques mesurée par gravimétrie et calculée par la méthode de rétroprojection.

Pour juger de l'équivalence entre les mesures par les deux méthodes et apporter une appréciation qualitative, la différence d'étalement a été comparée à celle générée par des différences de hauteur. Pour ce faire, l'écart-type des valeurs de débit a été utilisé comme critère car ce dernier augmente avec l'étalement de la distribution. Le Tableau 6.2. présente les valeurs d'écart-type calculé pour 4 hauteurs à partir de $D(x,y,z)$.

Tableau 6.2. : Effet de la hauteur sur l'écart-type des distributions simulées.

Hauteur (cm)	Ecart-type (ml/s)
45	0.2332
50	0.2151
55	0.1953
60	0.1788

L'écart-type calculé pour la distribution statique mesurée à 55 centimètres dans les boîtes de Pétri vaut 0,2089, ce qui correspond à une hauteur de 51,6 centimètres pour $D(x,y,z)$. On peut en déduire que l'erreur sur l'étalement de la distribution est relativement faible. Les écarts entre résultats sont également à relativiser eu égard à la résolution des mesures. Enfin, une dernière source de différence possible provient de la variabilité de la distribution. Une répétition à plusieurs semaines d'écart de la mesure de la distribution de la buse à 50 cm et 2 bars l'illustre parfaitement (Figure 6.12.).

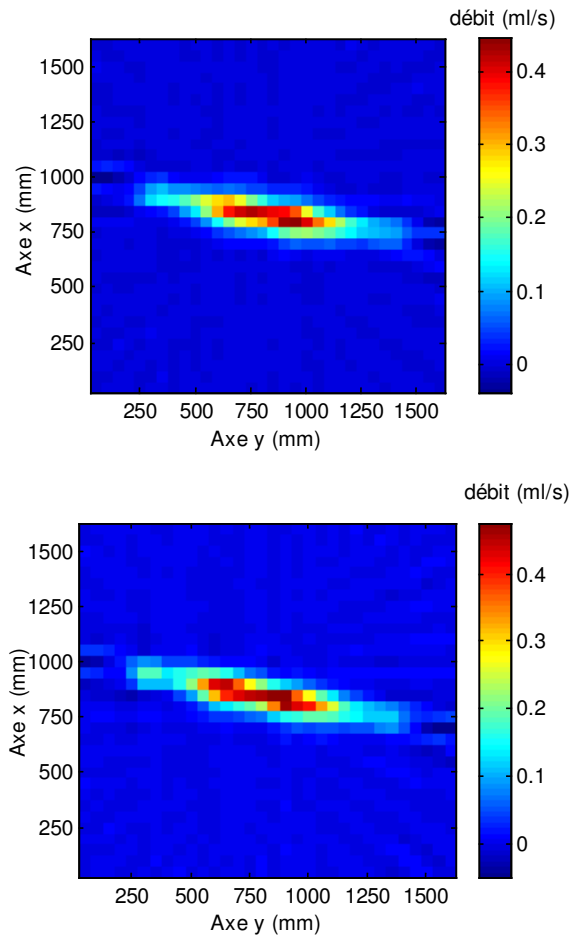


Figure 6.12. : Images de deux mesures indépendantes de la distribution à 50 cm et 2 bars d'une même buse.

La Figure 6.13. présente la comparaison des mesures point à point. Dans ce cas, la pente de la régression au sens des moindres carrés vaut 0,926 et une corrélation de 0,9688 est observée. Cela implique que la variabilité de la distribution est une source prépondérante des écarts observés. En effet, l'examen de toutes les sources de variation extérieures (pression de pulvérisation,

température, humidité relative,...) n'a pas permis de mettre en évidence de rôle explicatif de l'un de ces facteurs sur la variabilité de la distribution.

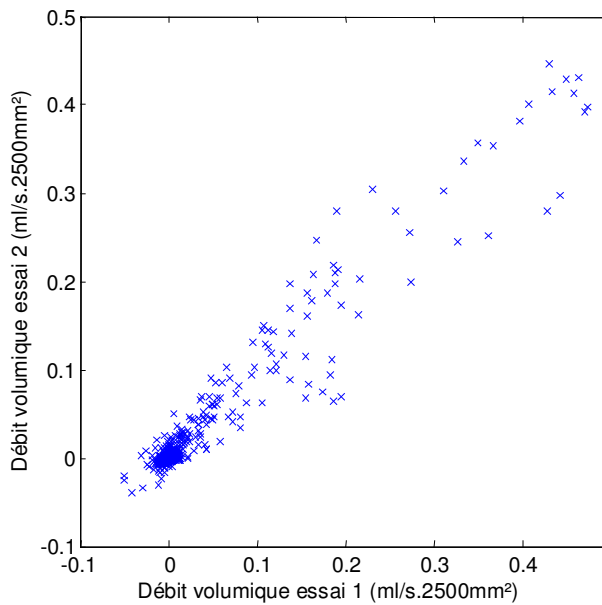


Figure 6.13. : Comparaison de mesures indépendantes de la distribution à 50 cm et 2 bars de la même buse.

Pour conclure, la méthode de mesure de la distribution proposée fournit une bonne estimation de la distribution réelle de la buse. Elle présente l'avantage de mettre en œuvre un banc de répartition qui a fait l'objet d'une normalisation internationale. Il faut néanmoins tenir à l'esprit que la résolution limitée de ce matériel et la variabilité de la distribution conditionnent le résultat de la mesure.

6.2 Evaluation du modèle

La répartition est calculée pour les trois sollicitations décrites au chapitre 4 (vitesse constante et hauteur constante, vitesse variable et hauteur

constante ainsi que vitesse constante et hauteur variable) à partir de la trajectoire et de la distribution de la buse et comparée aux mesures des essais de répartition.

Dans l'objectif de fournir une mesure de la qualité de la prédiction, une valeur E de l'écart de prédiction est calculée pour les points de mesure par la formule 6.15. Elle calcule une valeur moyenne de l'écart absolu entre le taux d'application mesuré en moyenne et le taux d'application modélisé.

$$E = \frac{\sum_{i=1}^n |d_i - \hat{d}_i|}{n} \quad (6.15)$$

avec E : valeur moyenne de l'écart absolu ;
 d_i : le taux d'application modélisé en un point ;
 \hat{d}_i : le taux d'application moyen mesuré en un point.

E dépend naturellement du volume par hectare pulvérisé et de la position des points de mesure. Pour limiter cette dépendance, il est nécessaire d'échantillonner de manière régulière sur toute la largeur de la répartition. En divisant le paramètre E par la moyenne des taux d'application modélisés, on obtient un critère de comparaison peu sensible aux petites erreurs sur les faibles valeurs. Le paramètre V , qui correspond à un écart absolu type, est calculé selon l'Equation 6.16. Il facilitera les comparaisons entre les différents essais.

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n |d_i - \hat{d}_i|}{\sum_{i=1}^n \hat{d}_i} \quad (6.16)$$

avec V : écart absolu type ;
 d_i : le taux d'application modélisé en un point ;
 \hat{d}_i : le taux d'application moyen mesuré en un point.

Un dernier critère est de vérifier le biais éventuel de la prévision du volume total appliqué au moyen du rapport de la somme des taux d'application

modélisés par la somme des taux d'application mesurés, B , selon la formule de l'Equation 6.17.

$$B = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{\sum_{i=1}^n \hat{d}_i} \quad (6.17)$$

6.2.1 Vitesse constante

La Figure 6.14. présente le résultat de la simulation d'un mouvement rectiligne à vitesse constante. La couleur de chaque carré de 2500 mm² de coté représente le taux d'application simulé. La position des échantillons lors de la mesure de répartition de l'essai correspondant est indiquée par une croix jaune entourée d'un cercle bleu. Comme attendu pour une vitesse constante, le taux d'application est uniforme selon l'axe x.

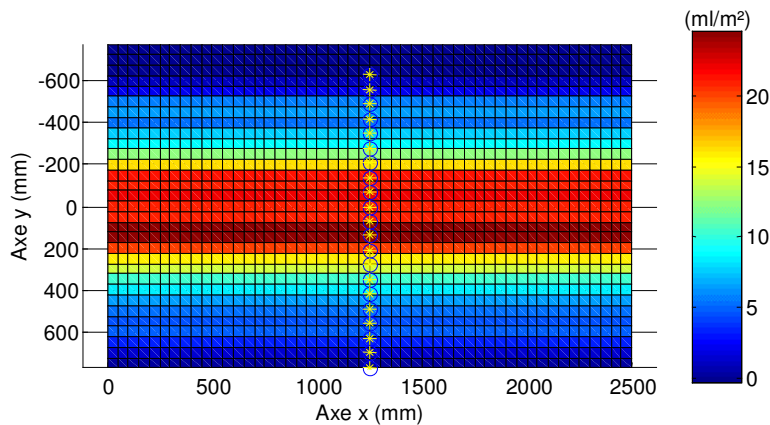


Figure 6.14. : Répartition calculée par le modèle pour $v=1m/s$ et $h=50cm$

La Figure 6.15. compare les taux d'application modélisé et mesuré en moyenne pour les trois répétitions. Des différences importantes apparaissent au niveau de la forme de la répartition transversale mais pas de son amplitude qui avoisine 1600 mm. Au centre de la distribution, le modèle surestime le taux d'application de près de 50 %. Le modèle présente un maximum proche de

25 ml/m², alors que le maximum des mesures avoisine 17 ml/m². Les différences tendent à s'estomper au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre de la distribution pour s'annuler aux environs de ± 250 mm. Au-delà de cette limite, le modèle sous-estime le taux d'application. La sous-estimation culmine aux environs de 30% vers ± 400 mm et s'annule définitivement au delà de ± 700 mm.

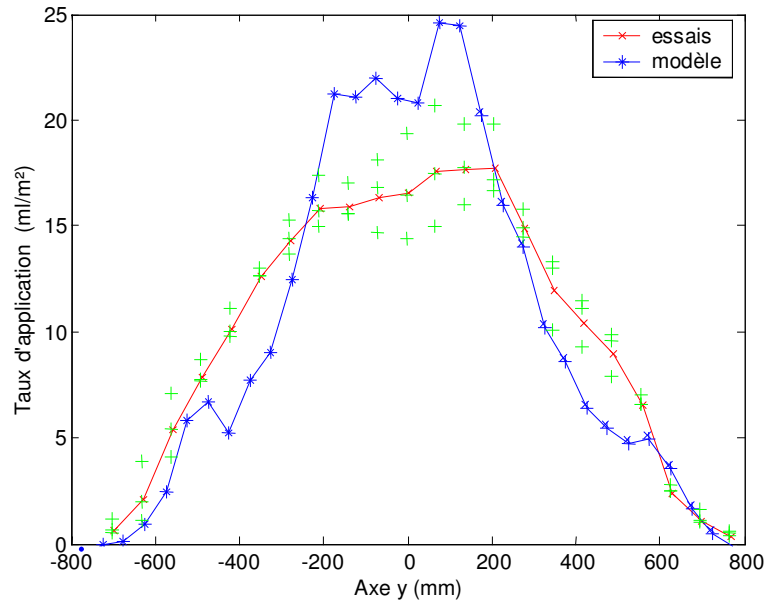


Figure 6.15. : Comparaison de la répartition transversale calculée par le modèle avec la répartition moyenne mesurée pour $v=1\text{m/s}$ et $h=50\text{cm}$.

Les écarts assez importants que présente le modèle par rapport à la répartition mesurée doivent être interprétés en tenant compte de la variabilité de cette dernière. Les signes + verts de la Figure 6.15 illustrent les valeurs mesurées lors des trois répétitions. Les différences entre le modèle et la répartition mesurée sont souvent supérieures à la variabilité qui a été observée au sein des essais, ce qui tend à montrer que le modèle souffre d'écarts systématiques par rapport à la réalité.

L'écart E prend pour l'essai présent la valeur de $3,36 \text{ ml/m}^2$. V prend la valeur de $32,6 \%$. Cette valeur montre que le modèle souffre d'un manque de précision important (33% d'erreur) du point de vue de la prévision de la forme de la répartition. B vaut $1,00$, ce qui montre l'absence de biais dans le modèle. Pour conclure, cet essai montre un effet important de la vitesse de la buse sur la distribution transversale de la buse.

6.2.2 Vitesse variable

La Figure 6.16. représente la position des 140 points d'échantillonnage de l'essai à vitesse variable illustrée par des étoiles jaunes entourées d'un cercle bleu sur fond d'une image des valeurs simulées du taux d'application.

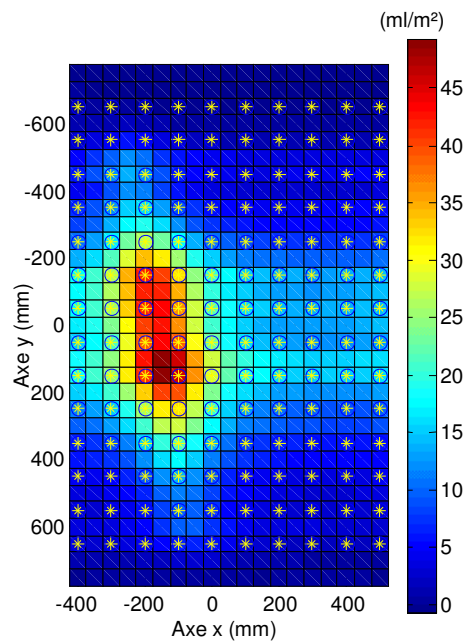


Figure 6.16. : Répartition calculée par le modèle pour $v=1+0,2 \pi \sin(2 \pi t) \text{ m/s}$ et $h=50\text{cm}$.

La Figure 6.17. présente une comparaison visuelle des taux d'application mesurés et modélisés.

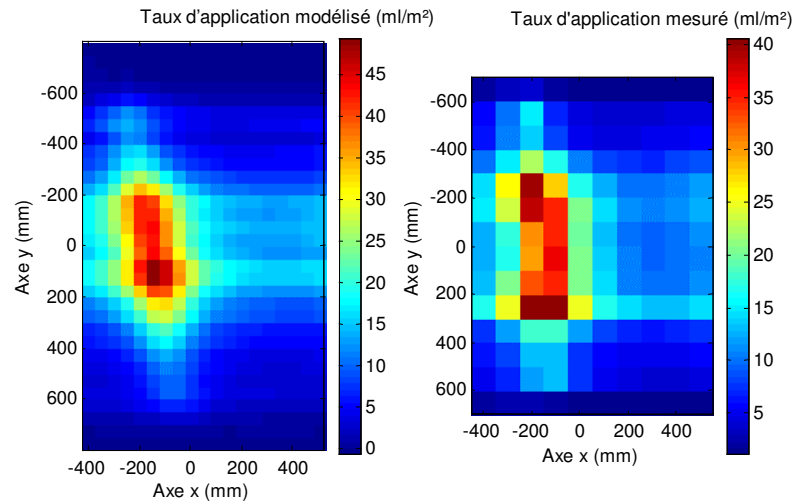


Figure 6.17. : Comparaison de la répartition calculée par le modèle avec la répartition mesurée pour $v=1+0,2 \pi \sin(2 \pi t)$ m/s et $h=50$ cm.

Comme pour l'essai à vitesse constante, la valeur maximale du taux d'application modélisé est supérieure à celle mesurée. De plus, comme le montre la Figure 6.18., la répartition transversale modélisée est plus concentrée au niveau de la buse que la répartition mesurée. Cette tendance est également celle qui a été observée pour l'essai à vitesse constante. De manière générale, les commentaires sur les différences de forme entre répartition transversale modélisée et mesurée du paragraphe 6.2.1. restent valables. Cela confirme donc l'effet important de la vitesse d'avancement sur la distribution de la buse observée lors de l'essai à vitesse constante.

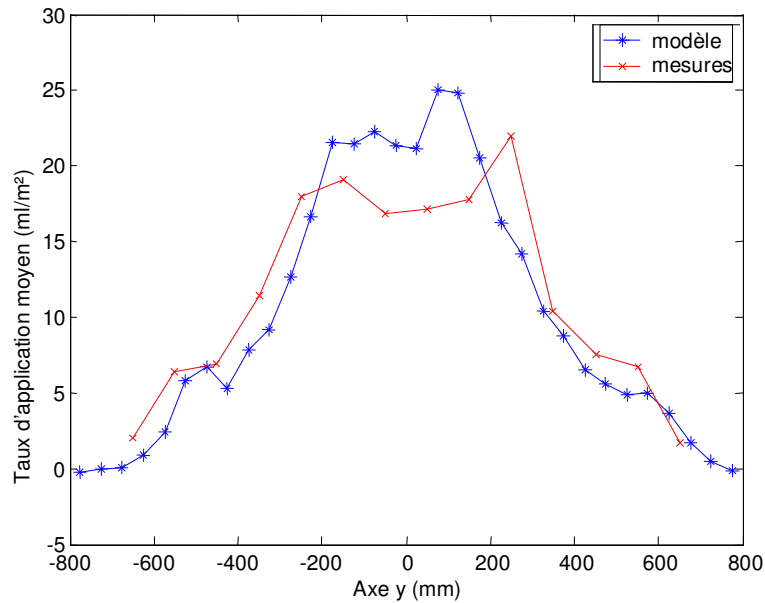


Figure 6.18. : Comparaison de la répartition transversale moyenne calculée par le modèle de répartition avec la répartition mesurée pour $v=1+0,2 \pi \sin(2 \pi t)$ m/s et $h=50$ cm.

L'effet de la variation de vitesse se marque sur la modélisation de la répartition longitudinale de même manière que sur les mesures. La Figure 6.19. présente les répartitions longitudinales modélisée et mesurée (la quantité de bouillie par mètre d'avancement). Outre la similitude évidente des deux courbes, il apparaît que le taux d'application mesuré est en léger retard de phase par rapport au taux d'application modélisé. L'effet de la vitesse d'avancement de la buse sur la trajectoire des gouttelettes peut expliquer cette observation : sous son effet, les gouttelettes ont un point d'impact qui est en moyenne situé plus loin que leur point d'éjection.

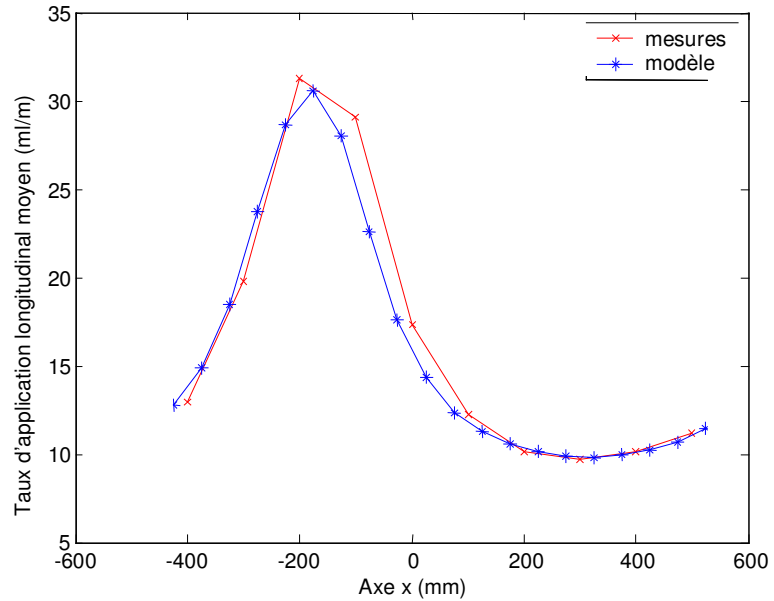


Figure 6.19. : Comparaison de la répartition longitudinale moyenne calculée par le modèle avec la répartition longitudinale mesurée pour $v=1+0,2 \pi \sin(2 \pi t)$ m/s et $h=50$ cm.

L'écart E entre modèle et mesures prend ici la valeur de $3,06 \text{ ml/m}^2$, ce qui est légèrement inférieur à l'écart observé à vitesse constante. La valeur de V atteint $26,2 \%$. Cela tend à montrer que l'effet des variations de vitesse est correctement modélisé car il ne tend pas à augmenter l'importance des erreurs de modélisation. La légère diminution de ces erreurs n'est pas très significative en regard de la variabilité de la répartition. Il est probable que le plus grand nombre d'échantillons que pour l'essai à vitesse constante soit légèrement favorable. Le paramètre B prend quant à lui la valeur de $0,97$. Ceci indique un faible biais qui n'est pas significatif.

6.2.3 Hauteur variable

La Figure 6.20. présente la position des 138 points d'échantillonnage de l'essai à hauteur variable illustrée par des étoiles jaunes entourées d'un cercle

bleu sur fond d'une image des valeurs simulées de la répartition. La première colonne de mesures située à gauche correspond à une hauteur de 700 mm. Les colonnes suivantes correspondent à des hauteurs dégressives par pas de 50 mm jusqu'à 300 mm en $x = 2400$ mm. L'intervalle d'échantillonnage est progressivement réduit avec le rétrécissement de la répartition transversale.

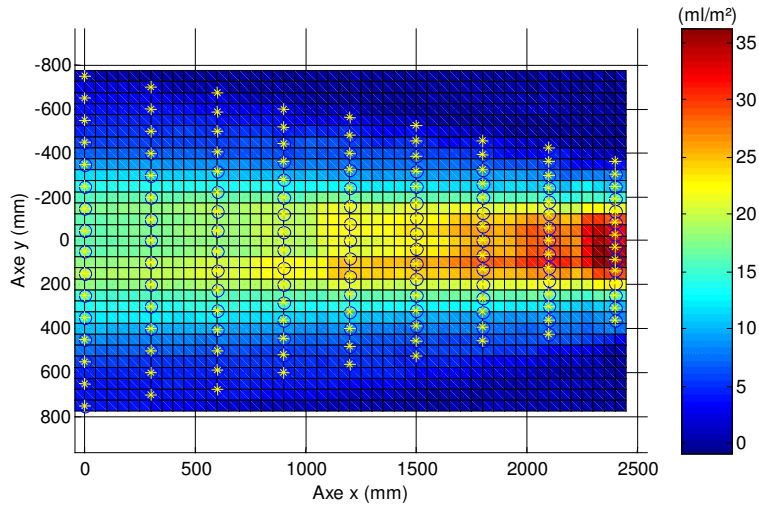


Figure 6.20. : Répartition calculée par le modèle pour $v=1\text{m/s}$ et h variant linéairement de 700 à 300 mm.

La Figure 6.21. présente une comparaison visuelle des répartitions mesuré et modélisé. Comme pour les essais à vitesse constante et à vitesse variable, la valeur maximale du taux d'application modélisé est supérieure à celle qui est mesurée, ceci pour chaque hauteur.

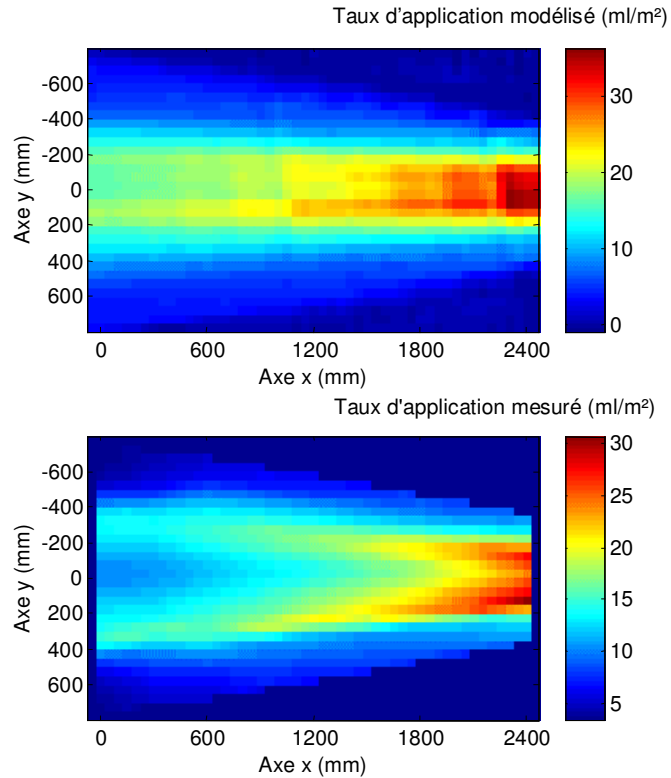


Figure 6.21. : Comparaison de la répartition calculée par le modèle avec la répartition mesurée pour $v=1\text{m/s}$ et h variant linéairement de 700 à 300 mm.

La Figure 6.22. présente une image illustrant les différences dans le plan (x,y) entre les taux d'application modélisés et mesurés. La zone bleu foncé uniforme est en-dehors de la zone de mesure. La répartition transversale modélisée est plus concentrée au niveau de la buse que la répartition mesurée. Cette tendance est également celle qui a été observée pour les deux autres essais. Encore une fois, les commentaires sur les différences de forme entre répartition transversale modélisée et mesurée du paragraphe 6.2.1. restent valables mais les distances par rapport à l'axe de la buse des points caractéristiques varient avec la hauteur. Cela confirme une fois de plus un effet important de la vitesse d'avancement sur la distribution de la buse, cette fois-ci à toutes les hauteurs.

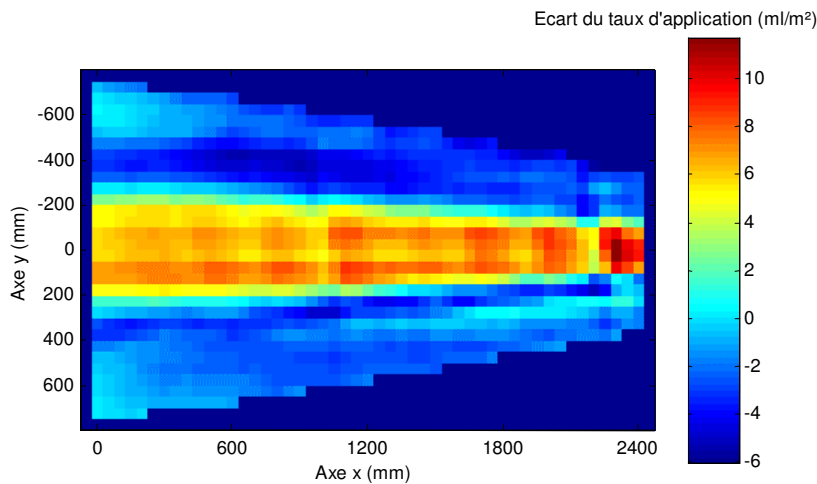


Figure 6.22. : Différence entre le taux d'application moyen calculé par le modèle et le taux d'application mesuré pour $v=1m/s$ et h variant linéairement de 700 à 300 mm.

L'écart E entre modèle et mesures prend ici la valeur de 3,41 ml/m², ce qui est légèrement supérieur à l'écart observé à vitesse constante. Le paramètre V atteint quant à lui 25,9%. Cela tend à montrer que l'effet des variations de hauteur est correctement modélisé car il ne tend pas à augmenter l'importance des erreurs de modélisation. La légère diminution de ces erreurs n'est pas très significative en regard de la variabilité de la répartition. Il est également probable que le plus grand nombre d'échantillons que pour l'essai à vitesse constante soit légèrement favorable. Le paramètre B prend quant à lui la valeur de 1,034. Ceci indique un faible biais.

6.3 Interprétation et conclusion

Ces essais montrent que la répartition modélisée sur base de la distribution statique des buses souffre d'imprécisions importantes qui avoisinent 30 %. Ce résultat médiocre est principalement dû à des erreurs de modélisation de la répartition transversale et, dans une moindre mesure, de la répartition longitudinale, que ce soit pour les essais à vitesse et hauteur constantes, à vitesse

variable et hauteur constante ou à vitesse constante et hauteur variable. Il semble néanmoins que le modèle prédit correctement l'effet des mouvements sur la répartition.

Une explication plausible de l'erreur sur l'évaluation de la répartition longitudinale est à rechercher dans des phénomènes balistiques : au moment de leur éjection, les gouttelettes ont, en plus de la vitesse créée par la transformation de la pression, une composante initiale horizontale due à la vitesse de la buse. Pour améliorer les résultats de la modélisation, il est nécessaire de prendre en compte cet effet balistique sur la distribution de la buse. La comparaison des répartitions modélisée et observée montrent que la forme de la répartition transversale est affectée par la vitesse d'avancement de la buse, sa largeur restant inchangée. Ce résultat peut paraître surprenant dans la mesure où il n'est pas largement documenté dans la littérature malgré le grand nombre de mesures et de modèles de répartition disponibles. Une étude bibliographique plus orientée montre néanmoins qu'un effet similaire a déjà été observé précédemment par Smith [1992]. Ce dernier juge que les différences importantes observées entre les mesures de répartition de laboratoire et de terrain justifient de ne pas considérer les mesures sur banc de répartition comme une mesure définitive de l'uniformité de la répartition. Il étudie l'effet d'un vent de face de 3,2 m/s pour simuler l'effet de la vitesse d'avancement sur la répartition d'une buse à fente statique (TX-4). La répartition observée diffère de celle qui est mesurée en l'absence de vent, en ce sens que le volume collecté est plus faible au centre de la répartition tandis qu'il augmente sur les côtés en amplifiant l'aspect bi-modal de la répartition. C'est exactement ce qui est observé ici pour les trois essais réalisés. Il est également intéressant de remarquer que les essais présentés par Smith montrent une forte variabilité de la répartition, tout comme celle que nous avons pu observer.

Il apparaît que la différence de répartition transversale mesurée au cours du mouvement de la buse par rapport à celle calculée par le modèle provient d'effets aérodynamiques liés à l'effet de la vitesse d'avancement de la buse. En

effet, la modification de répartition transversale, sans étalement significatif et avec déplétion au centre correspond à un phénomène dont l'effet se marque différemment depuis le centre jusqu'aux extrémités de la distribution. Comme les effets aérodynamiques sur les gouttelettes sont liés à leurs diamètres, le spectre des gouttelettes dans le jet peut fournir un début de compréhension du phénomène observé. Au centre de la distribution, 10 % du jet est constitué de gouttes de moins de 100 μm très sensibles aux phénomènes aérodynamiques pour 50 % de gouttes de moins de 180 μm moyennement sensibles et de 90% de gouttes de moins de 260 μm peu sensibles. Par contre, en périphérie, de l'ordre de 10 % du jet sont susceptibles d'être moyennement sensibles aux phénomènes aérodynamiques, pour un DV10 d'environ 200 μm . Cette hétérogénéité de la distribution du point de vue de sa granulométrie peut être à l'origine de différences de comportement aérodynamique au sein du jet qui résultent en une modification de la distribution. Les grosses gouttelettes de la périphérie voient leurs trajectoires peu affectées. Miller [1989] montre que c'est le cas pour des gouttelettes de plus de 200 μm . Par contre, les fines gouttelettes du centre de la distribution se dispersent sous l'effet de turbulences. La distribution des fines gouttelettes s'en trouve étalée, ce qui diminue le débit volumique au centre de la distribution et le renforce à sa périphérie. Lorsque la buse est à l'arrêt, les fines gouttelettes sont entraînées par le courant d'air généré par les grosses, ce qui les confine au centre de la distribution. Lorsque la buse est en mouvement, les fines gouttelettes se séparent du jet de grosses gouttelettes à cause de l'effet de traînée. Elles sont alors libérées de l'entraînement du courant d'air et se dispersent latéralement.

Il ne fait pas partie de nos objectifs de poursuivre plus avant la recherche d'explications des modifications de forme de la distribution par l'effet de la vitesse d'avancement. Une telle étude devrait se baser sur des outils de modélisation comme les logiciels CFD (Computational Fluid Dynamics) ou des techniques expérimentales étudiées spécifiquement. Un enseignement doit néanmoins être tiré des résultats : la granulométrie des gouttelettes influence non

seulement la sensibilité à la dérive des buse mais également la distribution en conditions dynamiques.

Le modèle de répartition doit donc inclure les caractéristiques de la distribution dynamique. Il importe par conséquent de mettre au point une méthode de mesure de la distribution dynamique de la buse pour améliorer la prédiction de la répartition.