

# Quantifications en supergéométrie

Thomas Leuther

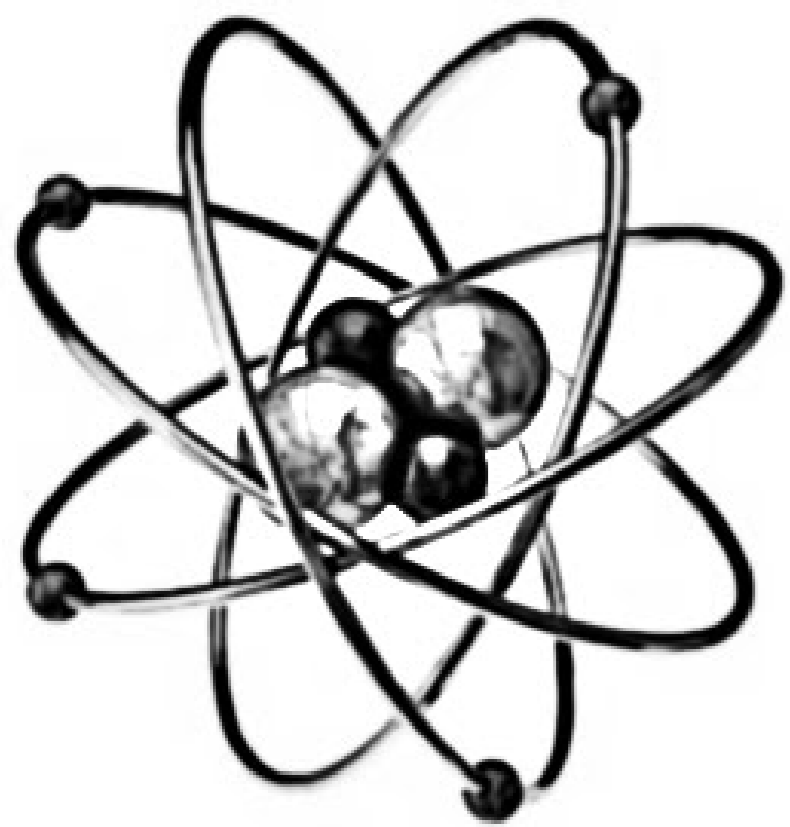
Poster présenté à l'occasion des Journées Portes Ouvertes sur les activités de recherche des doctorants, Université de Ouagadougou, 20 au 24 février 2012

## La mécanique quantique

Les lois de la mécanique classique (formalismes de Newton, Lagrange, Hamilton) permettent de décrire et de *prédire* le mouvement des objets.

**Aux échelles atomique et subatomique, les lois de la Physique classique échouent à décrire un certain nombre de phénomènes.**

La mécanique quantique solutionne le problème tout en englobant la mécanique classique, mais elle nécessite de penser autrement : *probabilités* de présence, superposition d'états, quantas d'énergie...



## Le concept de quantification

La mécanique quantique met en jeu des objets mathématiques de nature différente, mais ses équations ressemblent à celle de la mécanique classique :

- ▶ équation de Hamilton (classique) :  $\frac{df}{dt} = \{H, f\}$
- ▶ équation de Schrödinger (quantique) :  $\frac{d\hat{f}}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{f}]$

**La notion de « quantification » vise à relier les deux formalismes.**

Plus précisément, il s'agit d'associer à toute observable classique  $f$  (*fonction différentiable*) une observable quantique  $\hat{f} = Q(f)$  (*opérateur linéaire*).

## L'hypothèse de la supersymétrie

Les particules élémentaires (constituants fondamentaux de l'univers) peuvent être classées en deux catégories : bosons et fermions.

**La supersymétrie prédit l'existence, pour chaque particule élémentaire, d'un « super-partenaire » : le partenaire d'un boson est un fermion, et vice-versa.**

Certaines collisions réalisées dans l'accélérateur de particules LHC (Genève) visent à vérifier expérimentalement la réalité de la supersymétrie...

**FERMION** : Un fermion (par exemple, un électron ou un quark) est une particule de matière.

**BOSON** : Un boson (par exemple, un photon) est une particule qui transporte une énergie d'interaction au sein d'un flux.

## La théorie de la supergéométrie

**Mathématiquement, le formalisme permettant d'unifier le traitement des bosons et fermions met en jeu deux types de variables :**

- ▶ des variables dites « bosoniques » et
- ▶ des variables dites « fermioniques ».

La différence fondamentale entre les deux types de variables s'observe lorsqu'on permute deux éléments :

- ▶ **les variables bosoniques commutent** :  $x_1 \cdot x_2 = x_2 \cdot x_1$
- ▶ **les variables fermioniques anti-commutent** :  $y_1 \cdot y_2 = -y_2 \cdot y_1$

Actuellement, nous étudions le problème de la quantification dans le contexte de la supergéométrie : nous cherchons à généraliser les formules connues en tenant comptes des « règles de signes ».

## À la recherche de quantifications *invariantes* en supergéométrie...

Pour construire des quantifications, on dispose d'une formule :

$$Q(f) = \langle \cdot, \nabla^k f \rangle$$

Dans cette formule intervient un ingrédient supplémentaire : une « superconnexion »  $\nabla$ .

C'est pourquoi on écrit souvent  $Q_\nabla$  au lieu de  $Q$  pour indiquer que la quantification dépend de  $\nabla$ .

Malheureusement, il n'existe pas de superconnexion privilégiée : on est obligé d'en *choisir* une et la quantification dépend fortement de ce choix.

**Notre objectif, c'est de modifier la formule de façon à affaiblir la dépendance au choix de  $\nabla$  : les superconnexions sont regroupées en « familles » et nous cherchons un procédé qui construit la même quantification quelle que soit la superconnexion choisie au sein d'une même famille :**

Si  $\nabla$  et  $\nabla'$  sont dans la même famille, alors  $Q_\nabla = Q_{\nabla'}$ .

Chemin faisant à la recherche de quantifications invariantes, nous explorons le monde de la supergéométrie en tentant d'en déjouer les pièges (calculs fastidieux en raison des règles de signes) et d'en expliquer les phénomènes spécifiques.

