

# ÉLÉMENTS DE MACHINES II

J.F. Debongnie

14 décembre 2012



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Vis et écrous</b>	<b>7</b>
1.1	Introduction . . . . .	7
1.2	Filetages . . . . .	7
1.2.1	Généralités . . . . .	8
1.2.2	Filetage ISO . . . . .	10
1.2.3	Filetage trapézoïdal et filetage carré . . . . .	11
1.2.4	Autres filetages . . . . .	12
1.3	Visserie d'assemblage . . . . .	12
1.3.1	Désignation . . . . .	12
1.3.2	Dispositifs de sécurité . . . . .	15
1.3.3	Qualité mécanique des vis . . . . .	16
1.3.4	Fabrication des vis . . . . .	20
1.4	Frottement de la vis sur l'écrou . . . . .	20
1.4.1	Système à coins . . . . .	20
1.4.2	Système vis-écrou . . . . .	22
1.4.3	Couple de serrage de l'écrou dans un assemblage . . . . .	23
1.5	Précontrainte . . . . .	24
1.6	Calcul des raideurs . . . . .	24
1.6.1	Raideur de la vis . . . . .	25
1.6.2	Raideur des pièces serrées . . . . .	25
1.7	Fonctionnement sous une charge axiale . . . . .	27
1.8	Serrage initial . . . . .	29
1.8.1	Étanchéité pour un liquide sous une pression $p$ . . . . .	30
1.8.2	Effort transversal $Q$ à reprendre par frottement . . . . .	30
1.8.3	Serrage résiduel sous force axiale . . . . .	30
1.8.4	Effet du tassement des interfaces . . . . .	30
1.8.5	Effet des dilatations thermiques différentielles . . . . .	31
1.9	Sécurité par rapport à la déformation permanente des vis . . . . .	31
1.10	Résistance des vis à la fatigue . . . . .	32
1.11	Risque d'écrasement des pièces serrées . . . . .	32
1.12	Risque d'arrachement des filets . . . . .	32
1.13	Incertitude de la valeur du serrage initial . . . . .	33
1.14	Calcul des assemblages vissés précontraints . . . . .	34
1.14.1	Dimensionnement initial . . . . .	34
1.14.2	Vérification . . . . .	35
1.14.3	Exemple . . . . .	35
1.15	Vis sollicitées à l'effort tranchant . . . . .	37
1.16	Flexion parasite . . . . .	37

<b>2</b>	<b>Assemblages arbre-moyeu</b>	<b>39</b>
2.1	Généralités . . . . .	39
2.2	Dimensionnement du moyeu . . . . .	39
2.3	Assemblages par effet d'obstacle . . . . .	40
2.3.1	Clavettes parallèles . . . . .	40
2.3.1.1	Dimensions courantes (en mm) des clavettes parallèles et de leurs rainures . . . . .	44
2.3.2	Clavettes-disques . . . . .	44
2.3.3	Cannelures . . . . .	45
2.3.4	Goupilles . . . . .	46
2.3.5	Profils polygonaux . . . . .	48
2.3.5.1	Table des profils polygonaux . . . . .	51
2.4	Assemblages par effet d'adhérence . . . . .	51
2.4.1	Généralités . . . . .	51
2.4.2	Frettage . . . . .	52
2.4.2.1	Généralités . . . . .	52
2.4.2.2	Relations élastiques fondamentales . . . . .	53
2.4.2.3	Interférence conduisant à une pression donnée . . . . .	53
2.4.2.4	Principe du calcul de l'assemblage . . . . .	54
2.4.2.5	Calcul du serrage nécessaire à assurer l'adhérence . . . . .	54
2.4.2.6	Calcul de l'interférence maximale . . . . .	55
2.4.2.7	Choix de l'ajustement . . . . .	58
2.4.2.8	Montage à la presse . . . . .	59
2.4.2.9	Montage par différence de température . . . . .	59
2.4.2.10	Diminution du serrage avec la vitesse de rotation . . . . .	60
2.4.2.11	Exemple . . . . .	61
2.4.3	Emmanchements sur cônes . . . . .	62
2.4.4	Pinçage . . . . .	64
2.4.4.1	Exemple . . . . .	66
2.4.5	Pinçage d'un moyeu fendu . . . . .	66
2.4.6	Anneaux élastiques RINGFEDER ANOBLOC . . . . .	67
2.4.6.1	Description . . . . .	67
2.4.6.2	Équations générales . . . . .	67
2.4.6.3	Les deux étapes du serrage . . . . .	69
2.4.6.4	Première étape : approche . . . . .	69
2.4.6.5	Deuxième étape : serrage . . . . .	70
2.4.6.6	Cas de plusieurs paires d'anneaux en série . . . . .	71
2.4.6.7	Efforts transmissibles . . . . .	71
2.4.6.8	Limitation des pressions . . . . .	72
2.4.6.9	Tableau des anneaux élastiques RINGFEDER ANOBLOC . . . . .	73
2.4.6.10	Calcul d'un assemblage à anneaux élastiques RINGFEDER ANOBLOC . . . . .	73
2.4.7	Ensemble de serrage RINGFEDER DYNABLOC . . . . .	74
2.4.7.1	Tableau des ensembles de serrage RINGFEDER DYNABLOC . . . . .	77
2.4.8	Clavette inclinée creuse . . . . .	77
2.5	Assemblages par obstacle précontraint . . . . .	79
2.5.1	Clavettes inclinées . . . . .	79
2.5.2	Clavetage double tangentiel . . . . .	81

<b>3 Paliers lisses</b>	<b>85</b>
3.1 Introduction . . . . .	85
3.2 Principe de la lubrification . . . . .	86
3.2.1 Introduction . . . . .	86
3.2.2 Le coin d'huile . . . . .	86
3.2.3 Formation pratique des coins d'huile . . . . .	87
3.3 Pertes dans les paliers. Courbe de Stribeck . . . . .	87
3.4 Principales qualités des lubrifiants . . . . .	88
3.4.1 Viscosité . . . . .	89
3.4.1.1 Variation de la viscosité avec la température . . . . .	90
3.4.1.2 Classification S.A.E des huiles . . . . .	91
3.4.1.3 Variation avec la pression . . . . .	96
3.4.2 Masse volumique . . . . .	96
3.5 Dissipation des paliers lisses en régime hydrodynamique . . . . .	96
3.5.1 Description fonctionnelle du palier . . . . .	96
3.5.2 Loi de Petroff et nombre de Sommerfeld . . . . .	97
3.5.3 Comportement aux faibles nombres de Sommerfeld . . . . .	98
3.5.4 Lois de Hanocq-Leloup . . . . .	99
3.5.5 Lois de Vogelpohl . . . . .	99
3.6 Détermination du point critique . . . . .	99
3.7 Loi d'échauffement . . . . .	100
3.7.1 Relations de base . . . . .	100
3.8 Avant-projet de palier . . . . .	102
3.8.1 Choix de l'élanement . . . . .	102
3.8.2 Choix du jeu radial . . . . .	103
3.8.3 Choix de la viscosité en service . . . . .	103
3.8.4 Calcul de la température . . . . .	104
3.8.5 Choix du lubrifiant . . . . .	104
3.8.6 Cas d'une température trop élevée . . . . .	104
3.9 Débit de fuite . . . . .	104



# Chapitre 1

## Vis et écrous

### 1.1 Introduction

Les vis comptent parmi les éléments les plus utilisés en construction des machines et dans les assemblages. On peut les classer, d'après leur fonction, en

- *vis d'assemblage*, servant à construire des assemblages démontables ;
- *vis de mouvement*, permettant de transformer une rotation en une translation ;
- *vis de fermeture et d'étanchéité*, servant à fermer des orifices, par exemple pour le remplissage et la vidange d'huile, ou à serrer un couvercle à joint ;
- *vis de pression*, servant à presser une pièce en leur extrémité ;
- *vis de mesure* (micromètre) ;
- etc.

### 1.2 Filetages (figures 1.1 et 1.2)

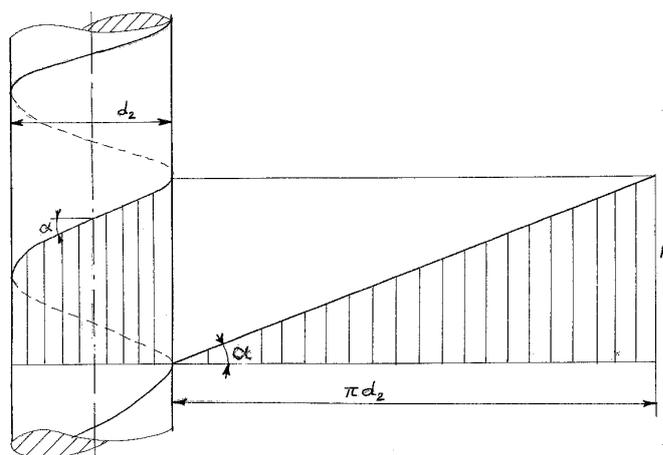


FIGURE 1.1 – Hélice définissant le filetage

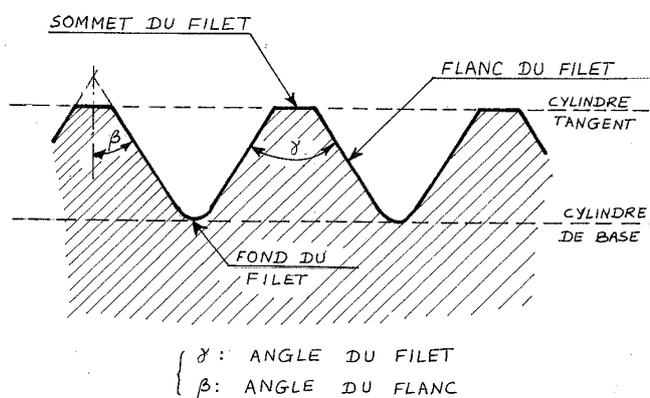


FIGURE 1.2 – Terminologie

### 1.2.1 Généralités

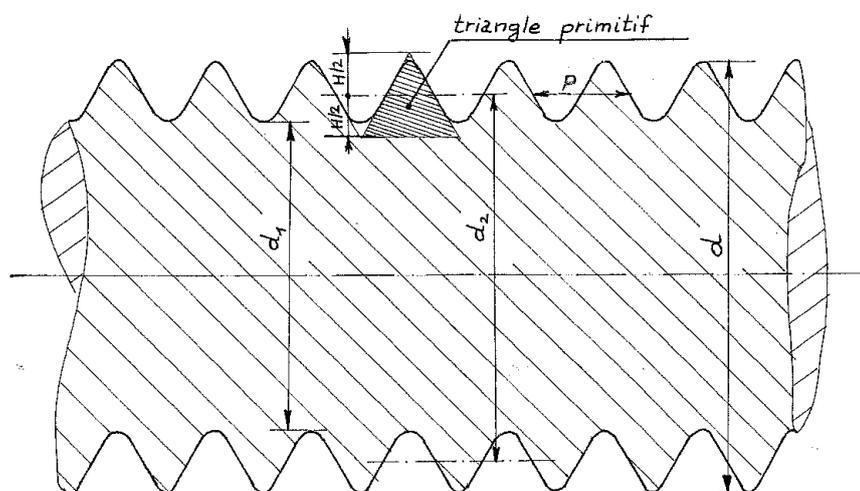
La caractéristique fondamentale des vis est le *filet*, « *nervure en saillie sur une surface cylindrique ou conique engendrée par le mouvement hélicoïdal, au tour de l'axe de cette surface, d'une section génératrice prise dans un plan méridien* » (NBN109-1961).

Le filet est dit *mâle* lorsqu'il fait saillie extérieurement sur une pièce mâle (exemple : vis). Il est dit *femelle* lorsqu'il fait saillie intérieurement sur une pièce femelle (exemple : écrou).

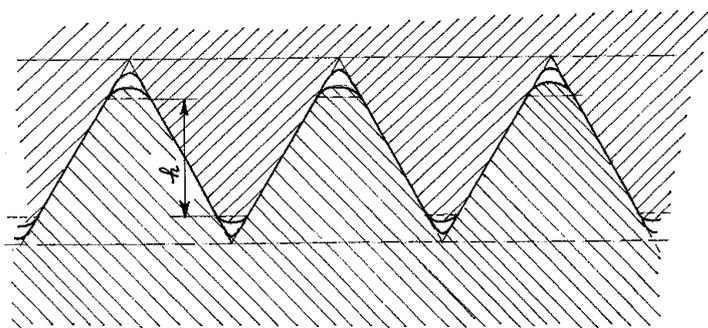
Les notions de *sommet du filet* et de *fond de filet* sont exprimées par la figure 1.2 mieux que par toute forme de discours, ainsi que celle de *flanc du filet*.

L'*angle de flanc*  $\beta$  est l'angle formé par l'une des traces des deux flancs sur un plan méridien et la perpendiculaire à l'axe du cylindre ou du cône de base contenue dans ce plan. On notera qu'à priori, il peut exister deux angles de flanc différents (filets à profil dissymétrique).

Le *pas*  $P$  est la distance, mesurée le long de l'axe, entre deux points homologues de sections successives d'un même filet dans un plan méridien.



$d$  = diamètre extérieur = diamètre nominal  
 $d_1$  = diamètre du noyau  
 $d_2$  = diamètre à flancs de filet  
 $H$  = hauteur du triangle primitif  
 $p$  = pas



$h$  = hauteur portante du filet

FIGURE 1.3 – Dimensions

Les autres dimensions sont représentées en figure 1.3. On notera que le *diamètre nominal*  $d$ , qui sert à définir la vis, est le *diamètre extérieur*. Le *diamètre du noyau* de la vis (diamètre à fond de filet) sert dans certains calculs de résistance. Le *diamètre à flancs de filet*  $d_2$  se compte à mi-hauteur du profil.

Une pièce est dite filetée à *droite* lorsque, vissée dans le sens des aiguilles d'une montre à une pièce fixe, elle s'écarte de l'opérateur ; elle est dite filetée à *gauche* lorsque, vissée dans le sens anti-horlogique, elle s'écarte de l'opérateur. *Les pièces filetées à gauche, qui sont exceptionnelles, doivent être repérées pour éviter tout risque de détérioration au dévissage.* Ces repères consistent en des

saignées (figure 1.4). Une pièce filetée peut comporter un seul filet ou plusieurs

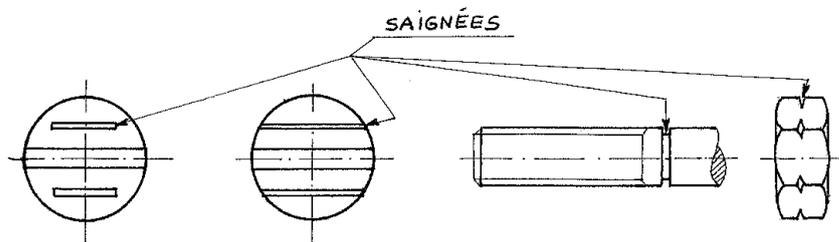


FIGURE 1.4 – Marquage des filets à gauche

filets juxtaposés, identiques et équidistants; elle est dite, dans le premier cas, à *filet simple* et dans le second, à *filets multiples* ou à *plusieurs entrées*. Cette dernière dénomination provient du fait que le vissage de la vis sur l'écrou peut démarrer dans autant de positions angulaires différentes qu'il y a de filets.

### 1.2.2 Filetage ISO (figure 1.5)

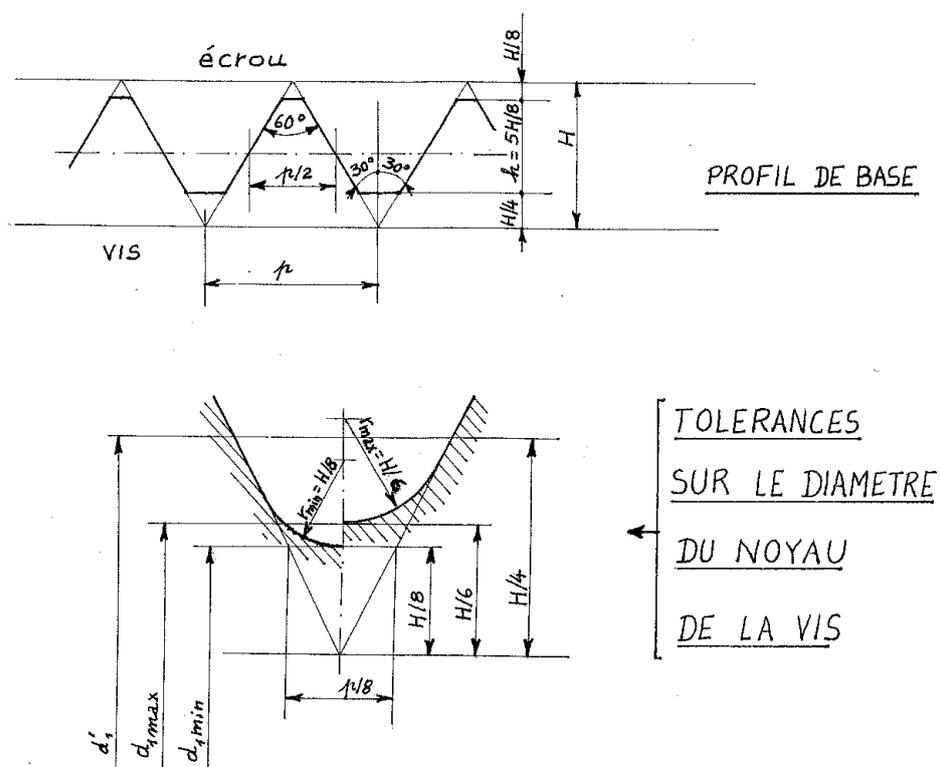


FIGURE 1.5 – Profil ISO

Le filetage triangulaire ISO a pour section génératrice un triangle équilatéral dont le côté est égal au pas. Le profil ainsi défini est tronqué par deux cylindres, menés au huitième et au quart de sa hauteur, respectivement à partir du sommet et de la base. On a donc

$$H = \frac{p}{2} \operatorname{tg} 30^\circ$$

et les autres dimensions en découlent, suivant la figure 1.5. La hauteur portante vaut  $\frac{5}{8}H$ . C'est le filetage le plus courant pour les assemblages.

### 1.2.3 Filetage trapézoïdal et filetage carré

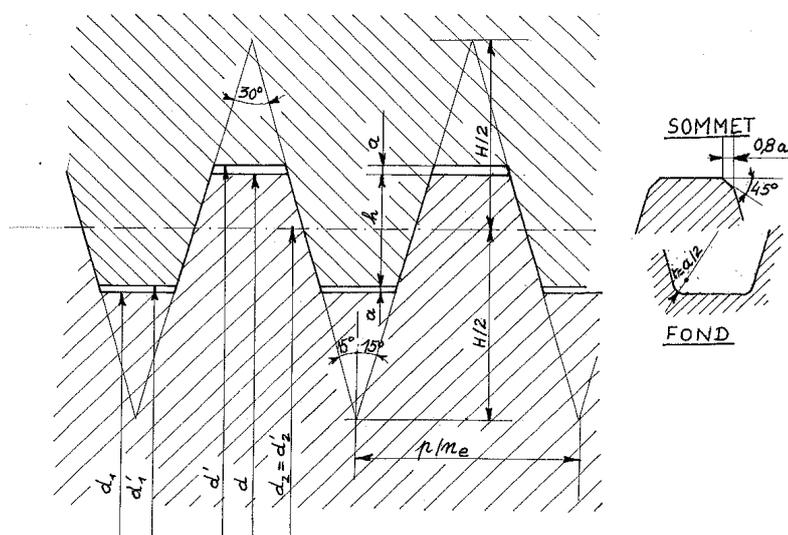


FIGURE 1.6 – Filetage trapézoïdal :  $n_e$  = nombre d'entrées ;  $p$  = pas ;  $H$  = hauteur du triangle primitif,  $H = 1,866p/n_e$  ;  $h$  = hauteur portante du filet,  $h = 0,5p/n_e$  ;  $a$  = vide à fond de filet

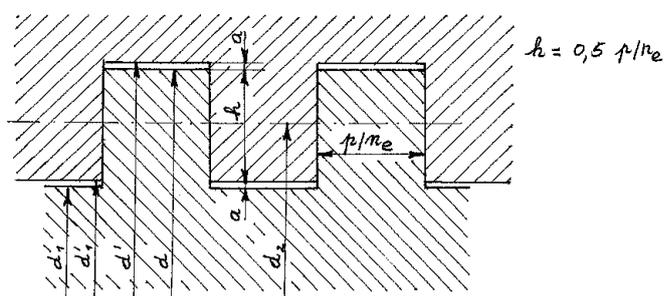


FIGURE 1.7 – Filetage carré

Ces filetages, représentés en figures 1.6 et 1.7, sont très courants dans les vis de mouvement. Leur rendement est d'autant meilleur que l'angle de flanc est

plus petit, comme nous le verrons plus bas.

### 1.2.4 Autres filetages

Les filetages précédents sont les plus courants. Il en existe cependant d'autres, parmi lesquels il convient de citer

- le *filetage à gaz*, ayant un angle de flanc de 55°, qui s'utilise dans les raccords de tuyauteries ;
- le filetage *Withworth*, le filetage *en dents de scie*, etc. ;
- le filetage *rond*, très robuste et peu sensible aux chocs, qui est utilisé pour les accouplements de wagons de chemin de fer.

## 1.3 Visserie d'assemblage

### 1.3.1 Désignation

Il existe de très nombreuses espèces de vis et d'écrous et les figures 1.8 et 1.9 ont pour seule prétention d'en donner quelques exemples, sans vouloir être exhaustives.

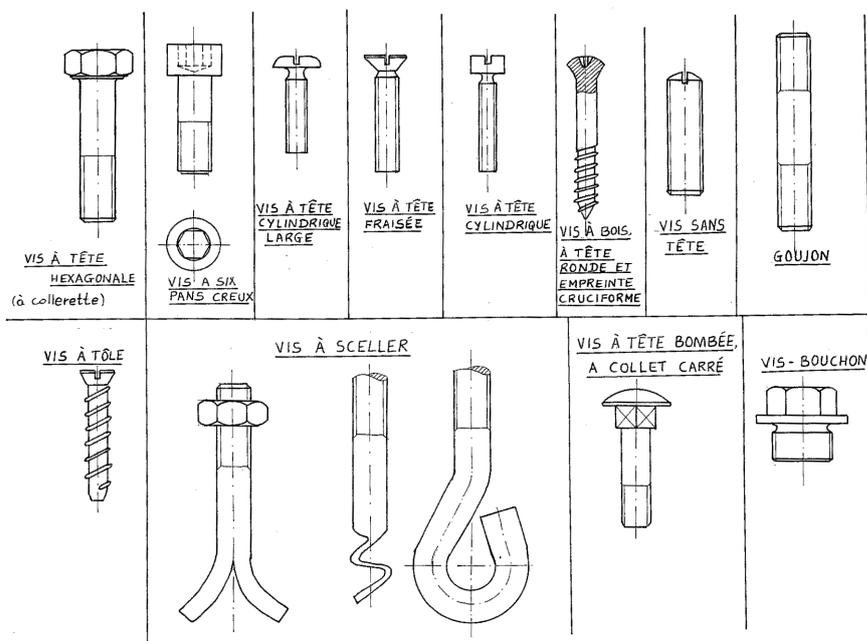


FIGURE 1.8 – Quelques types de vis

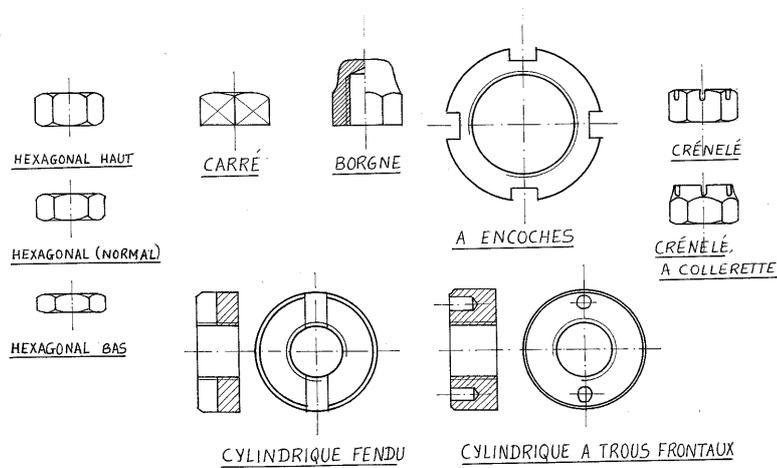


FIGURE 1.9 – Quelques types d'écrous

La norme belge NBN 507 dénombre en effet 119 espèces différentes de vis et 19 espèces d'écrous. Il existe une désignation abrégée des vis et écrous, dont les principes sont donnés en figure 1.10, suivant NBN E 27-002.

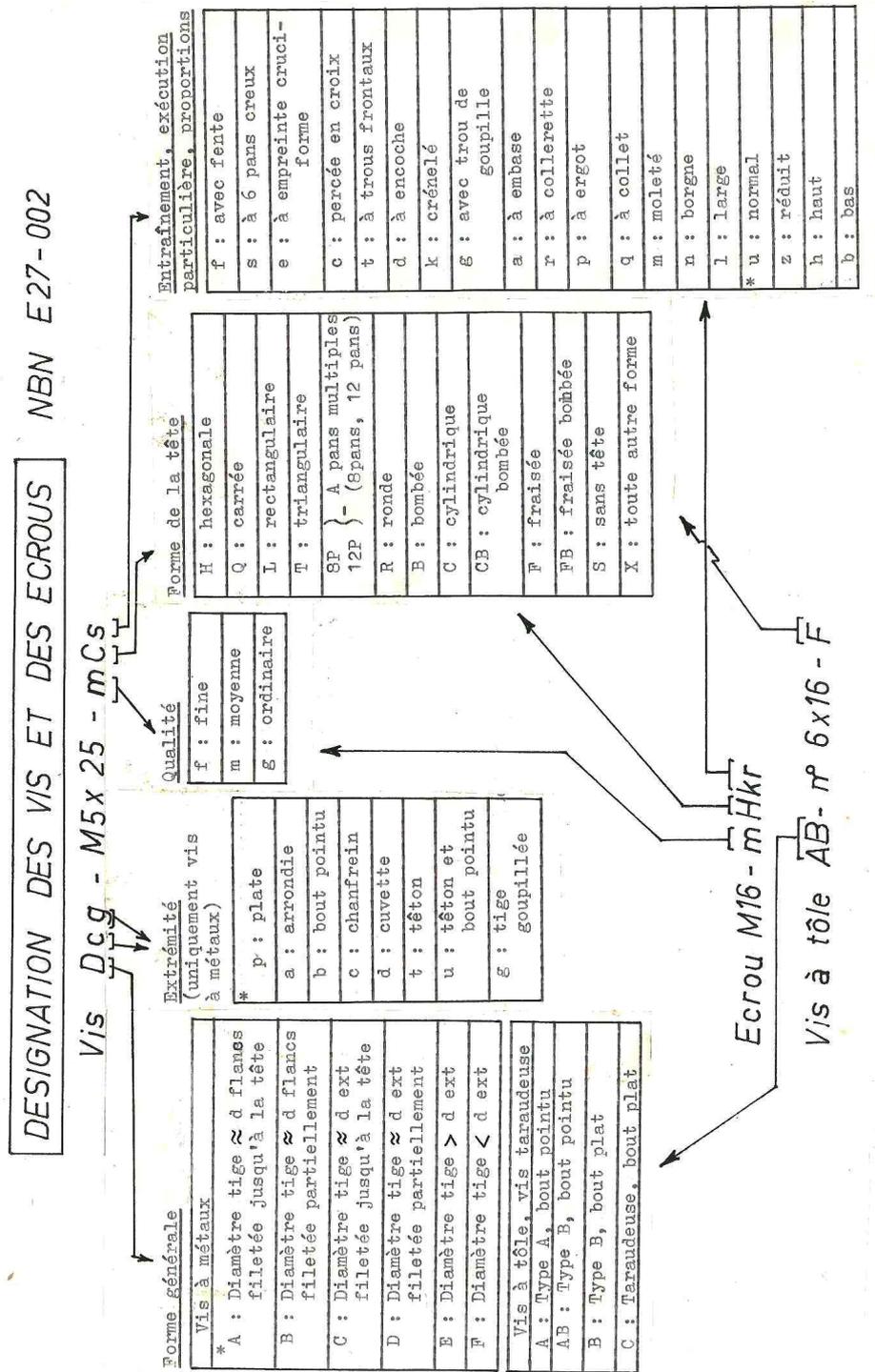


FIGURE 1.10 – Classification des vis et écrous

Les *rondelles* s'emploient dans certains cas, soit que la surface sur laquelle repose l'écrou soit très tendre (bois), auquel cas on emploie une rondelle large, soit qu'elle soit mal finie ou encore oblique par rapport à l'axe de la vis (serrage de profilés, fig. 1.11). Certains boulons à haute résistance comportent des congés qui rendent l'utilisation de rondelles nécessaire.

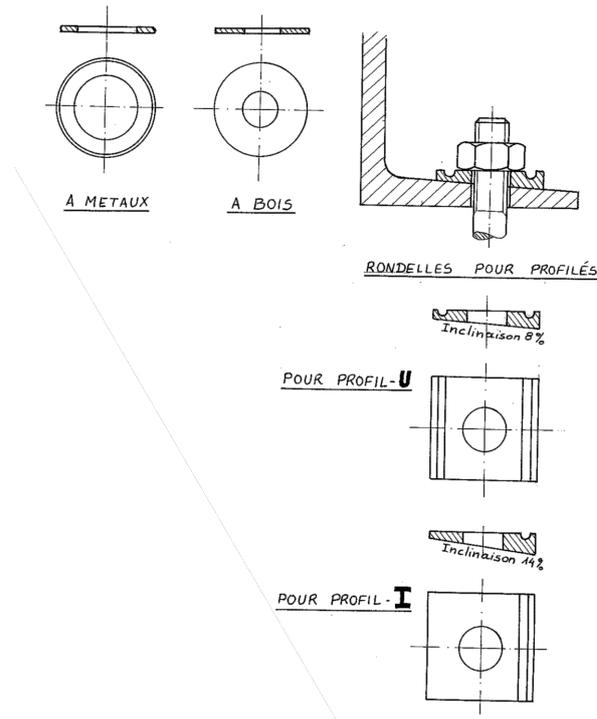


FIGURE 1.11 – Rondelles

### 1.3.2 Dispositifs de sécurité

Pour empêcher le desserrage spontané des vis et écrous, spécialement dans le cas de sollicitations dynamiques ou accompagnées de chocs, il est souvent nécessaire d'utiliser un *dispositif de freinage*, encore appelé *dispositif de sécurité*. Certains de ces dispositifs consistent à augmenter le couple de desserrage par frottement, comme les rondelles élastiques, les écrous auto-serrants les rondelles à dents, les rondelles Belleville, les contre-écrous. On parle alors de *sécurités relatives*. Lorsque la sécurité résulte d'un effet d'obstacle, on l'appelle *sécurité absolue*. dans cette catégorie se trouvent les goupilles, les rondelles à ailerons et les sécurités par fil (fig1.12).

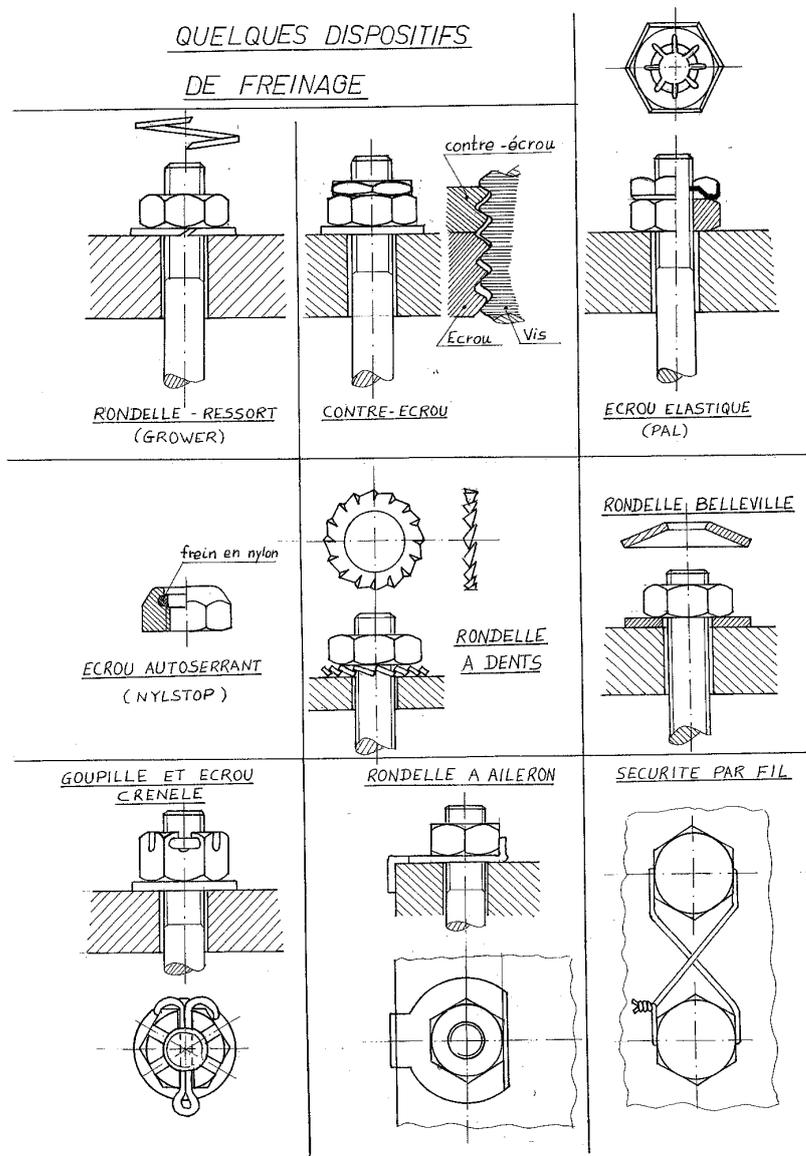


FIGURE 1.12 – Freinage des écrous

### 1.3.3 Qualité mécanique des vis

En ce qui concerne la résistance des vis, il existe une classification en *classes de qualité*, fondée sur la charge de rupture nominale. La contrainte de référence est le quotient de l'effort passant par le boulon, par une *section résistante conventionnelle*  $\Omega_b$  définie par

$$\Omega_b = \frac{\pi}{4} \left( \frac{d_{1,max} + d_2}{2} \right)^2$$

où  $d_{1,max}$  est le diamètre maximum à fond de filet et  $d_2$ , le diamètre à flanc de filet (figures 1.3 et 1.5). (On trouvera les valeurs de  $\Omega_b$  pour les vis les plus courantes en figure 1.13.)

CARACTÉRISTIQUES DES BOULONS LES PLUS COURANTS

p = pas ;  $d_2$  = diam. à flancs de filet ;  $d_a$  = diam. sur pans de la tête ;  $D_a = 3 d_a \dots mm$   
 $\Omega_b$  = section résistante ;  $\Omega_n$  = section noyau ;  $\Omega_p$  = surf. pression écrou  $\dots mm^2$

d	pas normal			pas fin			trous de passage $D_b$		mCf		mCfl		mH, gH		mCs			
	p	$\Omega_b$	$\Omega_n$	p	$\Omega_b$	$\Omega_n$	$d_2$	f	m	g	$D_a$	$\Omega_p$	$d_a$	$D_a$	$\Omega_p$	$d_a$	$D_a$	$\Omega_p$
M16	0,35	1,27	1,17	0,2	1,57	1,50	1,470	1,7	1,8	2	9	4,52	3,2	9,6	5,50			
M2	0,4	2,07	1,93	0,25	2,45	2,35	1,838	2,2	2,4	2,6	3,8	6,82	4	12	8,04			
M2,5	0,45	3,39	3,18	0,25	4,03	3,90	2,338	2,7	2,9	3,1	4,5	9,30	5	15	13,0	15	13,0	
M3	0,5	5,03	4,75	0,35	5,61	5,85	2,773	3,2	3,4	3,6	5,5	14,7	6	18	19,2	5,5	16,5	14,7
M4	0,7	8,78	8,25	0,5	9,79	9,40	3,675	4,3	4,5	4,8	7	22,6	8	24	34,4	7	21	22,6
M5	0,8	14,2	13,4	0,5	16,1	15,6	4,675	5,3	5,5	5,8	8,5	33,0	10	30	54,8	8	24	26,5
M6	1	20,1	19,0	0,75	22	21,1	5,575	6,4	6,6	7	10	44,3	12	36	78,9	10	30	44,3
M8	1,25	36,6	34,7	1	39,2	37,6	7,350	8,4	9	10	13	62,1	16	48	137	13	39	62,1
M10	1,5	58,0	55,1	1,25	64,2	58,7	9,188	10,5	11	12	16	106	20	60	219	17	51	132
M12	1,75	84,3	80,2	1,25	92,1	89,0	11,188	13	14	15	18	145	24	72	198	19	57	130
(M14)	2	115	110	1,5	125	120	13,026	15	16	17	21	185	28	84	252	22	66	179
M16	2	157	144	1,5	167	162	15,026	17	18	19	24	218	32	96	288	24	72	198
(M18)	2,5	192	184	1,5	216	211	17,026	19	20	21	27	258	36	108	324	27	81	258
M20	2,5	245	235	1,5	272	265	19,026	21	22	24	30	327	40	120	360	30	90	327
(M22)	2,5	303	292	1,5	333	326	21,026	23	24	26	33	406	44	132	444	32	96	352
M24	3	353	338	2	384	374	22,701	25	26	28	36	455	48	144	480	36	108	487
(M27)	3	459	443	2	496	484	25,701	28	30	32	40	544	52	156	552	41	123	613
M30	3,5	561	540	2	621	609	28,701	31	33	35	44	633	56	168	672	46	138	807
(M33)	3,5	694	670	2	761	747	31,701	34	36	38	48	722	60	180	720	50	150	946
M36	4	817	788	3	865	843	34,051	37	39	42	54	811	64	192	816	55	165	1180
(M39)	4	976	944	3	1028	1004	37,051	40	42	45	56	900	72	216	936	60	180	1440
M42	4,5	1121	1083	3	1206	1179	40,051	43	45	48	60	1089	76	228	1116	65	195	1730
(M45)	4,5	1306	1265	3	1398	1369	43,051	46	48	52	66	1296	80	240	1296	70	210	2040
M48	5	1473	1424	3	1604	1573	46,051	50	52	56	72	1512	84	252	1512	75	225	2290
(M52)	5	1758	1705	3	1900	1867	50,051	54	56	62	80	1764	88	264	1764	80	240	2560

FIGURE 1.13 – Dimensions des vis les plus courantes

Chaque classe de qualité est repérée par deux nombres séparés par un point. le premier de ces nombres représente le centième de la contrainte à la rupture minimale, exprimée en *MPa*, et le second exprime le rapport entre la limite élastique et la contrainte de rupture, en dixièmes. Ainsi, une vis de classe 10.9 possède une contrainte de rupture au moins égale à

$$R_m = 10 \cdot 100 = 1000 \text{MPa}$$

et une limite élastique au moins égale à

$$R_{0,2} = 0,9R_m = 900 \text{MPa}$$

. Les essais de réception sont spécifiés dans les normes. De la même façon il existe une classification de qualité des écrous fondée sur la pseudo-contrainte  $Force/\Omega_b$  qu'ils doivent subir sans dommage lors d'une épreuve normalisée. On trouvera en figure 1.14 les qualités des vis et écrous et leur disponibilité selon les types de vis.

QUALITES MECANQUES DES VIS (ISO/R898/I, ISO/R898/II)

CARACTERISTIQUES MECANIQUES	CLASSES DE QUALITE NORMALISEES											
	3.6	4.6	4.8	5.6	5.8	6.6	6.8	6.9	8.8	10.9	12.9	14.9
$R_m$ (MPa) min	340	400	400	500	500	600	600	600	800	1000	1200	1400
$R_m$ (MPa) max	490	550	550	700	700	800	800	800	1000	1200	1400	1600
BRINELL min	90	110	110	140	140	170	170	170	225	280	330	390
HB max	150	170	170	215	215	245	245	245	300	365	425	-
$R_{0,2}$ (MPa) min	200	240	320	300	400	360	480	540	640	900	1080	1260
Résilience $J/cm^2$ min	-	-	-	-	-	-	-	-	60	40	30	30
$A \%$ min	25	25	14	20	10	16	8	12	12	9	8	7
Résistance à la traction sous cale biaisée	Identique à $R_m$ min. La rupture ne peut se produire juste sous la tête de la vis.											

QUALITES MECANQUES DES ECROUS

QUALITE	4	5	6	8	10	12	14
Tension $F/\Omega_b$ lors de l'épreuve de charge (MPa)	400	500	600	800	1000	1200	1400

VIS NORMALISEES

TYPE \ QUAL.	3.6	4.6	4.8	5.6	5.8	6.6	6.8	6.9	8.8	10.9	12.9	14.9
mCf			x		x				x	x		
mCf1			x		x			x				
mH				x					x	x		
gH	x	x										
mCs								x	x	x	x	
mSf		x			x							
mSs										x	x	x

FIGURE 1.14 – Qualité mécanique des vis et écrous

### 1.3.4 Fabrication des vis

À partir de rondins laminés ou étirés, on peut fabriquer les vis de plusieurs manières.

- (a) Au tour, il faut partir d'un rondin dont le diamètre excède le diamètre sur angles de la tête, tourner un corps et une tête ronds, fileter le corps, puis fraiser les pas de la tête.
- (b) Par déformation plastique, on forge d'abord la tête par repoussage, et il ne reste plus qu'à fileter la tige.
- (c) On forge la tête, puis on marque le filet par roulage.

En ce qui concerne l'équipement, le procédé (a) est le seul possible dans un atelier courant. Mais il nécessite un enlèvement de matière important. Pour la fabrication en série, le procédé (c) est le plus économique et le plus rapide. Le filet roulé présente un meilleur état de surface et est plus résistant, car les fibres de laminage y suivent le filet, contrairement au filet tourné, où elles sont coupées. De plus, le roulage provoque des contraintes superficielles de compression favorables à la résistance en fatigue. Cependant, ces contraintes résiduelles peuvent être annihilées par un traitement thermique. C'est pourquoi les meilleures vis, en ce qui concerne la résistance, sont obtenues par roulage *après traitement thermique* à l'aide de machines très puissantes, comme la machine luxembourgeoise PEE WEE [1]. signalons encore les traitements superficiels, dont le plus courant est la *phosphatation* (au manganèse de préférence) qui empêche la rouille et lubrifie le boulon. Les vis phosphatées se reconnaissent à leur couleur noire.

## 1.4 Frottement de la vis sur l'écrou

### 1.4.1 Système à coins

Nous commencerons par envisager le système de la figure 1.15 où deux coins sont en contact sur une surface inclinée d'un angle  $\alpha$  selon l'axe 1 et d'un angle  $-\beta$  selon l'axe 2. Le coin inférieur est astreint à se mouvoir horizontalement et le coin supérieur, à se mouvoir verticalement, par des guidages sans frottement. Le coin horizontal se meut à une vitesse  $u$  sous l'effet d'une charge  $T$  et le coin vertical, à une vitesse  $w$ , tout en étant soumis à une charge résistante  $N$ .

Comme le montre la figure 1.15 (b), la vitesse de glissement relatif  $v_g$  est inclinée de l'angle  $\alpha$ , ce qui mène à la condition

$$w = u \operatorname{tg} \alpha$$

La normale à la surface de contact a pour composantes

$$\mathbf{n} = \frac{(\operatorname{tg} \alpha, -\operatorname{tg} \beta, 1)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}$$

Sur cette surface agissent une force normale  $P$  et une force de frottement  $Q = \mu N$ . L'équilibre vertical du coin supérieur s'exprime par la condition

$$N = P n_3 - Q \sin \alpha = \frac{P}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}} - Q \sin \alpha$$

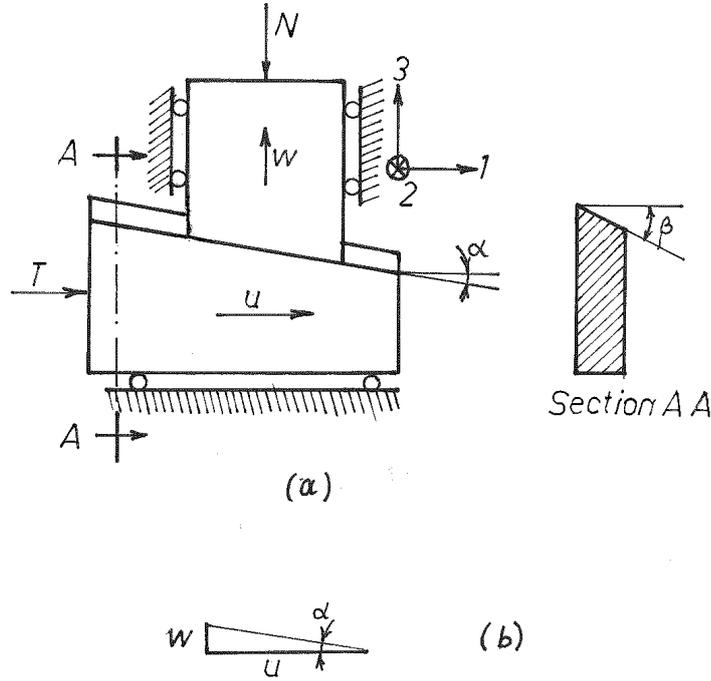


FIGURE 1.15 – Système à coins

L'équilibre horizontal du coin inférieur donne

$$T = Pn_1 + Q \cos \alpha = \frac{P \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}} + Q \cos \alpha$$

Tenant compte de la condition  $Q = \mu P$ , on obtient

$$\frac{T}{N} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \mu \cos \alpha \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}{1 - \mu \sin \alpha \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}$$

On peut simplifier cette expression en posant

$$\operatorname{tg} \varphi^* = \mu \cos \alpha \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta} = \mu \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta \cos^2 \alpha} \quad (1.1)$$

ce qui conduit au résultat <sup>1</sup>

$$\frac{T}{N} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varphi^*}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varphi^*} = \operatorname{tg}(\alpha + \varphi^*) \quad (1.2)$$

1. *Remarque* : Lorsque l'angle  $\alpha$  est petit, on peut écrire

$$\cos \alpha \approx 1, \quad \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta \cos^2 \alpha} \approx \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta} = \frac{1}{\cos \beta}$$

ce qui donne

$$\operatorname{tg} \varphi^* \approx \frac{\mu}{\cos \beta}$$

formule qui est parfois, à tort, utilisée sans se soucier de la valeur de  $\alpha$ .

Le rendement de ce mécanisme, dans le sens direct que nous avons examiné est donné par

$$\eta_{direct} = \frac{Nw}{Tu} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi^*)} \quad (1.3)$$

On remarquera qu'il est d'autant plus faible que  $\varphi^*$  est plus grand, ce dernier augmentant si

- le coefficient de frottement  $\mu$  augmente;
- l'angle  $\beta$  augmente;
- l'angle  $\alpha$  diminue.<sup>2</sup>

Examinons à présent le fonctionnement rétrograde du mécanisme, c'est-à-dire celui où  $u$  et  $w$  sont négatifs. La relation entre  $u$  et  $w$  est inchangée, mais la force de frottement change de sens, ce que l'on peut exprimer en changeant le signe de  $\varphi^*$ . Il vient alors

$$\frac{T}{N} = \operatorname{tg}(\alpha - \varphi^*) \quad (1.4)$$

Comme on peut le constater, le second membre n'est pas nécessairement positif.

- Si  $\alpha > \varphi^*$ ,  $T$  est positif, ce qui revient à dire que la charge  $N$  est capable de vaincre une réaction  $T$  positive. on dit alors que le mécanisme est *réversible*.
- Si  $\alpha < \varphi^*$ ,  $T$  est négatif, c'est-à-dire que le coin inférieur a besoin d'être aidé pour se mouvoir. Sans cette aide, le mécanisme se coince. On dit alors que le mécanisme est *irréversible*.
- Si les deux angles sont égaux, le mécanisme est à la limite de réversibilité.

Le rendement rétrograde est donné par

$$\eta_{rétrograde} = \frac{Tv}{Nu} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \varphi^*)}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (1.5)$$

Il est positif si le mécanisme est réversible et négatif si le mécanisme est irréversible.

Lorsque le mécanisme est irréversible, on a  $\operatorname{tg}(\alpha + \varphi^*) > \operatorname{tg} 2\alpha > 2 \operatorname{tg} \alpha$ , ce qui implique que le rendement direct vérifie

$$(\eta_{direct})_{irréversible} < \frac{1}{2} \quad (1.6)$$

### 1.4.2 Système vis-écrou

Tout ce qui vient d'être vu s'applique au système vis-écrou. Le coin inférieur est alors la vis et le coin supérieur, l'écrou.  $N$  est alors la force axiale sur l'écrou. Le moment de torsion à la vis vaut alors, lorsque la vis est motrice,

$$M_t = T \frac{d_2}{2} = N \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\alpha + \varphi^*) \quad (1.7)$$

où  $d_2$  est le diamètre à flanc de filet. Si l'écrou est moteur, on pourra, dans le cas réversible, récupérer à la vis un moment

$$M_t = N \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\alpha - \varphi^*) \quad (1.8)$$

---

2. Dans certaines limites. En fait,  $\varphi^*$  atteint un maximum pour un angle  $\alpha$  un peu inférieur à  $45^\circ$ .

Les vis de mouvement peuvent être réversibles ou irréversibles. Dans le cas irréversible, seule la vis peut commander le mécanisme, ce qui peut être recherché pour éviter un frein, mais c'est au détriment du rendement. C'est le cas, notamment, des étaux, que l'on ne désire évidemment pas voir se desserrer spontanément. Le rendement direct des étaux est donc toujours faible et à défaut d'un calcul précis, on table sur  $\eta = 0,1$ . Les vis d'assemblage sont toujours irréversibles.

Un système vis-écrou sera d'autant plus réversible ou plus proche de la réversibilité que l'on

- augmentera l'angle  $\alpha = \frac{p}{\pi d_2}$  et donc, le pas. Les vis à plusieurs entrées, ayant un pas plus grand, sont plus réversibles que les vis à simple entrée.<sup>3</sup>
- diminuera l'angle de flanc  $\beta$ . Les vis à filet carré sont donc les plus réversibles.
- diminuera le coefficient de frottement (lubrification).

### 1.4.3 Couple de serrage de l'écrou dans un assemblage

Dans le cas des assemblages, la technique normale consiste à poser la vis puis à serrer l'écrou. Ce dernier presse les pièces serrées avec une pression  $p$ , d'où il résulte un couple de frottement supplémentaire

$$(M_t)_{\text{écrou/pièce}} = \int_{\text{surface de contact}} \mu p r \cdot 2\pi r dr$$

auquel on donne généralement la forme

$$(M_t)_{\text{écrou/pièce}} = \mu N \frac{D_M}{2}$$

où  $D_M$  est un diamètre moyen de l'écrou, qui, pour les proportions courantes, s'évalue par

$$D_M = 1,4d$$

Au total, on a donc un couple de serrage donné par

$$M_S = N \left[ \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\alpha + \varphi^*) + \mu \frac{D_M}{2} \right], \quad D_M \approx 1,4d \quad (1.9)$$

Dans le cas des vis d'assemblage, l'angle  $\alpha$  est petit et on peut écrire approximativement, si  $P$  est le pas,

$$\operatorname{tg}(\alpha + \varphi^*) \approx \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varphi^* \approx \frac{P}{\pi d_2} + \frac{\mu}{\cos \beta}$$

ce qui simplifie la formule en

$$M_S \approx N \frac{d_2}{2} \left( \frac{P}{\pi d_2} + \frac{\mu}{\cos \beta} + \mu \frac{D_M}{d_2} \right) \quad (1.10)$$

À titre de première approximation, on cite souvent la formule forfaitaire

$$M_S \approx 0,2Nd_2$$

---

3. Dans certaines limites, voir note de bas de page précédente.

L'application de la formule 1.10 se heurte à la très grande *dispersion* des coefficients de frottement expérimentaux. Des essais pratiques [8, 9] ont mené aux valeurs données en figure 1.16.

ETAT DE SURFACE		$f_{\text{éq}}$ , selon lubrification (VDI-R 2230)		
VIS	ECROU	non graissé	huilé	pâte MoS <sub>2</sub>
Phosphaté Mn	Non traité	0,14...0,18	0,14...0,15	0,10...0,11
Phosphaté Zn		0,14...0,21	0,14...0,17	0,10...0,12
Galvanisé (Zn) $\approx 8\mu\text{m}$		0,125...0,18	0,125...0,17	
Cadmié $\approx 7\mu\text{m}$		0,08...0,12	0,08...0,11	
Galvanisé $\approx 8\mu\text{m}$	Galvan. $\approx 5\mu\text{m}$	0,125...0,17	0,14...0,19	
Cadmié $\approx 8\mu\text{m}$	Cadmié $\approx 6\mu\text{m}$	0,08...0,12	0,10...0,15	

FIGURE 1.16 – Frottement des boulons -  $\mu$  est ici noté  $f_{\text{éq}}$

## 1.5 Précontrainte

Le fonctionnement correct d'un système boulonné nécessite un fort serrage préalable du boulon, lui donnant une contrainte initiale *proche de sa limite élastique*. C'est la *précontrainte*. Son rôle est d'empêcher le décollement des pièces serrées. Nous allons voir que, moyennant cette condition, l'assemblage résiste d'une manière particulièrement favorable au boulon.

Nous allons d'abord étudier le processus de serrage du boulon. Lorsque l'écrou arrive au contact des pièces à serrer, le serrage commence. La vis est alors tendue d'une force  $N_0$  et les tôles (c'est le terme générique que nous utiliserons pour les pièces serrées), comprimées de la même force. Par conséquent, le boulon s'allonge d'une longueur

$$u_{0,v} = \frac{N_0}{k_v} \quad (1.11)$$

où  $k_v$  est sa *raideur* (loi de Hooke). De la même façon, les pièces serrées se contractent d'une longueur

$$|u_{0,t}| = \frac{N_0}{k_t} \quad (1.12)$$

Le déplacement total, repris par le déplacement axial de l'écrou, vaut

$$u_0 = u_{0,v} + |u_{0,t}| = N_0 \left( \frac{1}{k_v} + \frac{1}{k_t} \right) \quad (1.13)$$

On en réduit aisément l'angle  $\theta_0$  dont a tourné l'écrou, à condition de connaître le pas  $P$ <sup>4</sup>

$$\theta_0 = \frac{2\pi}{P} N_0 \left( \frac{1}{k_v} + \frac{1}{k_t} \right) \quad (1.14)$$

## 1.6 Calcul des raideurs

Examinons à présent de quelle manière on peut évaluer les raideurs  $k_v$  et  $k_t$

4. À cet angle  $\theta_0$ , il faut encore ajouter l'angle dû à la torsion de la vis lors de la précontrainte, de la forme  $\theta_{0,T} = \tau_0 \cdot \ell / (GI_p)$  - Nous verrons plus loin comment calculer  $\tau_0$ .

### 1.6.1 Raideur de la vis

Considérons, pour fixer les idées, la vis représentée en figure 1.17. Sous un effort  $N_0$ , on a les allongements suivants :

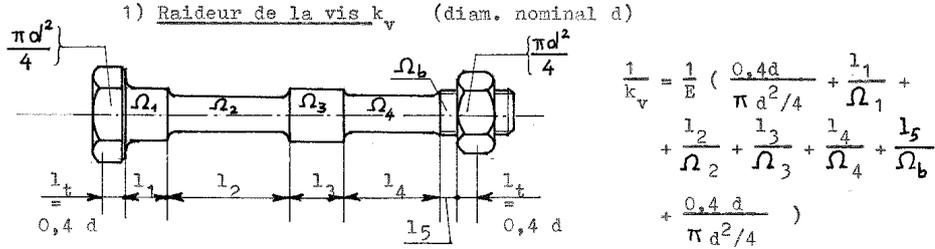


FIGURE 1.17 – Calcul de la raideur de la vis

$$\text{Portée 1} : \frac{N_0}{E\Omega_1} l_1$$

$$\text{Portée 2} : \frac{N_0}{E\Omega_2} l_2$$

$$\text{Portée 3} : \frac{N_0}{E\Omega_3} l_3$$

$$\text{Portée 4} : \frac{N_0}{E\Omega_4} l_4$$

$$\text{Portée 5} : \frac{N_0}{E\Omega_b} l_5 \quad \text{où } \Omega_b \text{ est la section résistante de la partie filetée.}$$

Il reste à tenir compte de la déformation de la tête et de la partie engagée dans l'écrou. On admet que ces deux parties équivalent chacune à une portion de longueur

$$\ell_{\text{tête}} = \ell_{\text{écrou}} = 0,4d$$

de cylindre de diamètre nominal  $d$ . Il vient ainsi

$$u_0 = N_0 \left( \frac{0,4d}{E \frac{\pi d^2}{4}} + \frac{l_1}{E\Omega_1} + \frac{l_2}{E\Omega_2} + \frac{l_3}{E\Omega_3} + \frac{l_4}{E\Omega_4} + \frac{l_5}{E\Omega_5} + \frac{0,4d}{E \frac{\pi d^2}{4}} \right)$$

donc

$$\frac{1}{k_b} = \frac{1}{E} \left( \frac{0,4d}{\frac{\pi d^2}{4}} + \frac{l_1}{\Omega_1} + \frac{l_2}{\Omega_2} + \frac{l_3}{\Omega_3} + \frac{l_4}{\Omega_4} + \frac{l_5}{\Omega_5} + \frac{0,4d}{\frac{\pi d^2}{4}} \right) \quad (1.15)$$

On notera que dans le cas d'une vis roulée, le diamètre de la tige n'est pas le diamètre nominal  $d$ , mais le diamètre à flancs de filets  $d_2$ .

### 1.6.2 Raideur des pièces serrées

Le calcul de la raideur des pièces serrées est plus délicat. Le principe généralement adopté consiste à remplacer les pièces serrées par un cylindre creux équivalent :

$$\frac{1}{k_t} = \frac{\ell_t}{E\Omega_t} \quad (1.16)$$

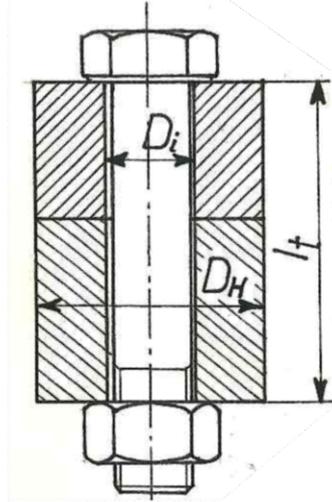


FIGURE 1.18 – Calcul de la raideur des pièces assemblées

La détermination du rayon de ce cylindre a fait l'objet de recherches depuis longtemps déjà, notamment par Bobarikov en 1911 [4] et par Rötcher en 1927 [19]. Des études plus récentes, dues à Junker [5, 6, 7], ont amené à corriger quelque peu ces premiers résultats. Les formules de Junker distinguent trois cas, en fonction du diamètre  $D_H$  du plus grand cylindre inscrit dans les pièces serrées et de son rapport au diamètre sur pan  $d_a$  de la tête de vis (figure 1.18).

1. Pour  $D_H \leq d_a$ , on a simplement

$$\Omega_t = \frac{\pi}{4} (D_H^2 - D_i^2) \quad (1.17)$$

2. À l'autre extrême, lorsque les pièces serrées présentent une largeur  $D_H$  grande, c'est-à-dire  $D_H \geq 3d_a$ , on a

$$\Omega_t = \frac{\pi}{4} \left[ \left( d_a + \frac{\ell_t}{10} \right)^2 - D_i^2 \right] \quad (1.18)$$

3. Pour les cas intermédiaires, c'est-à-dire pour  $d_a < D_H < 3d_a$ , on procède

par interpolation linéaire entre les deux formules précédentes :

$$D_H = d_a \rightarrow \frac{\pi}{4} (d_a^2 - D_i^2)$$

$$D_H = 3d_a \rightarrow \frac{\pi}{4} \left[ \left( d_a + \frac{\ell_t}{10} \right)^2 - D_i^2 \right] = \frac{\pi}{4} \left[ (d_a^2 - D_i^2) + \frac{d_a \ell_t}{5} + \frac{\ell_t^2}{100} \right]$$

et pour  $d_a < D_H < 3d_a$ , on écrit

$$\Omega_t = \frac{\pi}{4} \left[ (d_a^2 - D_i^2) + \frac{1}{2} \left( \frac{D_H}{d_a} - 1 \right) \left( \frac{d_a \ell_t}{5} + \frac{\ell_t^2}{100} \right) \right] \quad (1.19)$$

ce qui est correct aux limites.

## 1.7 Fonctionnement sous une charge axiale

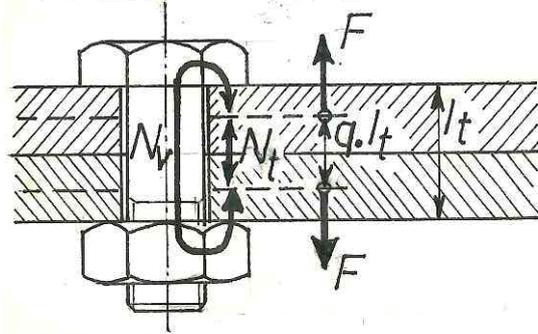


FIGURE 1.19 – Répartition des efforts sous une charge axiale  $F$

Généralement, la charge axiale  $F$  est appliquée à l'intérieur des pièces, souvent sur le plan méridien de chacune d'elles (figure 1.19). La partie des pièces situées entre les points d'application de la charge forme le *système des pièces serrées*, dont la flexibilité s'obtient aisément :

$$u'_t = \frac{N_t}{E\Omega_t} q \ell_t = \frac{1}{k'_t} N_t \quad (1.20)$$

avec

$$\frac{1}{k'_t} = \frac{q}{k_t} \quad (1.21)$$

Le reste forme le *système de la vis*, dont la flexibilité est donnée par la relation

$$u'_v = \frac{N_v}{E\Omega_b} + \frac{N_v}{E\Omega_t} (1 - q) \ell_t = \frac{1}{k'_v} N_v \quad (1.22)$$

avec

$$\frac{1}{k'_v} = \frac{1}{k_v} + (1 - q) \frac{1}{k_t} \quad (1.23)$$

Il est clair que l'on a la relation

$$\frac{1}{k_v} + \frac{1}{k_t} = \frac{1}{k'_v} + \frac{1}{k'_t} \quad (1.24)$$

Considérant alors le système précontraint comme référence, l'effet de la surcharge  $F$  est d'allonger le système de la vis et le système des pièces serrées d'un même déplacement  $\Delta u'$ . Les efforts dans les deux systèmes sont alors modifiés suivant la loi de Hooke,

$$\begin{aligned} N'_v &= N_0 + k'_v \Delta u' \\ N'_t &= N_0 - k'_t \Delta u' \end{aligned}$$

avec la condition d'équilibre

$$F = N_v - N_t$$

soit

$$F = (k'_v + k'_t) \Delta u'$$

On en déduit la répartition suivante des efforts entre le système de la vis et le système des pièces serrées :

$$N'_v = N_v = N_0 + \frac{k'_v}{k'_v + k'_t} F = N_0 + \Phi' F \quad (1.25)$$

$$N'_t = N_t = N_0 - \frac{k'_t}{k'_v + k'_t} F = N_0 - (1 - \Phi') F \quad (1.26)$$

où apparaît le *coefficient de charge du système de la vis*

$$\Phi' = \frac{k'_v}{k'_v + k'_t} \quad (1.27)$$

On définit aussi fréquemment la *raideur relative de la vis*

$$\Phi = \frac{k_v}{k_v + k_t} \quad (1.28)$$

Ces deux coefficients sont en relation simple. En effet ,

$$\Phi' = \frac{\frac{1}{k'_t}}{\frac{1}{k'_t} + \frac{1}{k'_v}} = \frac{\frac{q}{k_t}}{\frac{1}{k_t} + \frac{1}{k_v}} = q \frac{k_v}{k_v + k_t}$$

soit

$$\Phi' = q \Phi \quad (1.29)$$

Le coefficient de charge  $\Phi'$  est généralement très inférieur à l'unité ( $\Phi' = 0,1 \dots 0,4$ ) ce qui permet d'expliquer la *bonne tenue des systèmes boulonnés à la fatigue*. Les vis sont en effet des corps fortement entaillés pour lesquels la résistance en fatigue est assez faible. Par rapport au métal de base, la charge de rupture est fortement augmentée et la limite d'endurance, fortement diminuée, ce qui mène à un diagramme de Smith-Goodman dont les branches sont pratiquement à  $45^\circ$ . En conséquence, le critère de résistance à la fatigue se résume à vérifier que le terme alterné de la contrainte  $\sigma_a$  soit inférieur à  $\sigma_D$ . Or, sous une charge alternée  $F$ , l'assemblage ne transmet à la vis qu'une charge  $\Phi' F$  *beaucoup plus faible*, ce qui est très favorable. Ceci est d'autant plus vrai que

- le système de la vis est plus souple ;
- le système des pièces serrées est plus raide.

C'est pourquoi, dans les cas difficiles, on utilise des vis *amincies* les plus longues possibles, ou d'autres artifices représentés en figure 1.20.

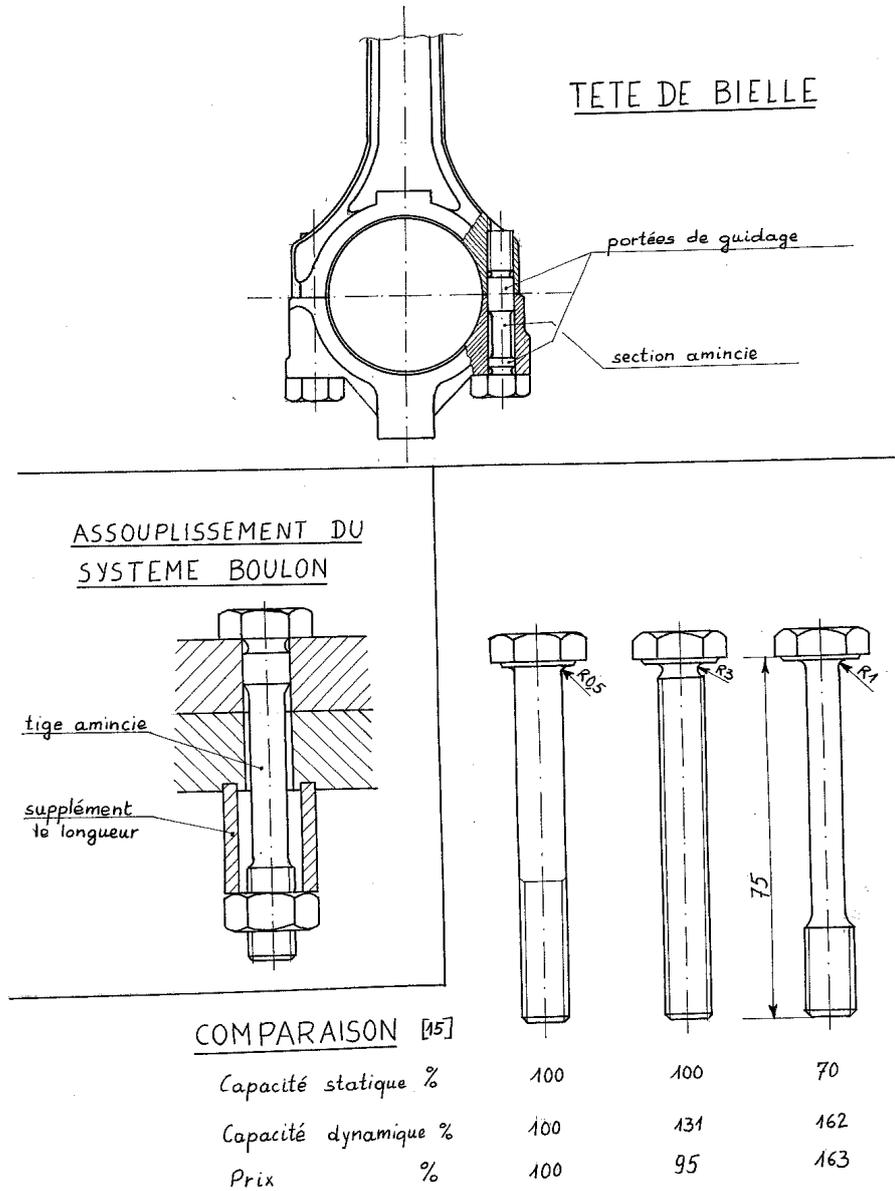


FIGURE 1.20 – Amélioration de la tenue des vis en fatigue

## 1.8 Serrage initial

Le serrage initial est important à plusieurs titres. D'une part, c'est lui qui garantit que les pièces restent serrées en toutes circonstances, ce qui s'exprime

par la condition

$$N_t = N_0 - (1 - \Phi')F > 0$$

D'autre part, on peut prescrire un serrage requis  $N_R$  pour diverses applications.

### 1.8.1 Étanchéité pour un liquide sous une pression $p$

Il faut que la pression sur le joint soit au moins égale à un multiple  $\gamma p$ , avec

$$\gamma = 1,5 \text{ (joint souple) } \dots 4 \text{ (métal/métal)}$$

Dans le cas de forces fortement variables, on mettra les surfaces en contact direct avec un joint torique.

### 1.8.2 Effort transversal $Q$ à reprendre par frottement

$$N_R = \frac{Q}{\mu_{surf}}$$

avec  $\mu_{surf} =$

- 0,45 : construction métallique, acier  $R_{0,2} = 300MPa$ , surfaces grenillées, sablées, passées au chalumeau, moyennant des essais préalables avec 90% de succès ;
- 0,60 : mêmes conditions, acier  $R_{0,2} = 360MPa$  ;
- 0,30 : constructions métalliques, surfaces brossées ;
- 0,10...0,15 : construction mécanique, surfaces contaminées.

### 1.8.3 Serrage résiduel sous force axiale

$$N_R > 0, \text{ pourcentage raisonnable de } F$$

### 1.8.4 Effet du tassement des interfaces

Or, le serrage n'est pas parfaitement permanent, car les rugosités de surface se tassent petit à petit sous l'effort. Ce tassement peut être chiffré de manière approximative à l'aide du tableau suivant [10] :

Tassement axial $\Delta u_0$ en $\mu m$		
Source	Sollicitation axiale pulsatoire	Sollicitation au glissement ou combinée
Filet	5	5
Chaque interface		
▽▽	4	8
▽▽▽	2	4

La perte de serrage qui en résulte se calcule par la formule

$$\Delta N_0 = \frac{\Delta u_0}{\frac{1}{k_v} + \frac{1}{k_t}} \quad (1.30)$$

### 1.8.5 Effet des dilatations thermiques différentielles

Notons encore que le serrage peut être altéré par des *dilatations différentielles*. Dans le cas de matériaux différents, les pièces serrées, soumises à une augmentation  $T$  de la température, ont tendance à se dilater de

$$\Delta u_{0,t} = \alpha_t \ell_t T$$

tandis que la vis a tendance à s'allonger de

$$\Delta u_{0,b} = \alpha_v \ell_t T$$

ce qui provoque une *diminution de serrage*

$$\Delta N_{0,T} = \frac{(\alpha_v - \alpha_t) \ell_t T}{\frac{1}{k_v} + \frac{1}{k_t}} \quad (1.31)$$

On notera que si la vis est en acier et les pièces en aluminium, on obtient, pour  $T > 0$ , une *diminution* de serrage négative.

## 1.9 Sécurité par rapport à la déformation permanente des vis

Le calcul de la vis à la déformation permanente doit se faire avec la section minimale de la vis  $\Omega_s$ . Pour une vis filetée sur toute sa longueur, c'est  $\Omega_b$ . Notons  $\sigma_0$  la contrainte normale liée à la précontrainte :

$$\sigma_0 = \frac{N_0}{\Omega_s}$$

Il ne faut pas perdre de vue qu'il existe, lors du serrage, une contrainte de torsion due au moment de frottement entre la vis et l'écrou. Cette contrainte vaut

$$\tau_0 = \frac{16M_t}{\pi d_s^3} = \frac{8N_0 d_2}{\pi d_s^3} \operatorname{tg}(\alpha + \varphi^*) = 2\sigma_0 \frac{d_2}{d_s} \operatorname{tg}(\alpha + \varphi^*) \quad (1.32)$$

En pratique, cela donne le plus souvent  $\tau_0 \approx 0,4\sigma_0$ , à moins que la vis ne soit assouplie par des sections plus minces que le filet. En notant alors  $\Delta\sigma$  le supplément de contrainte axiale dû à la force  $F$ ,

$$\Delta\sigma = \frac{\Phi' F}{\Omega_s} \quad (1.33)$$

on obtient, à partir du critère de von Mises, la condition

$$\sqrt{(\sigma_0 + \Delta\sigma)^2 + 3\tau_0^2} \leq \frac{R_{0,2}}{s_{0,2}} \quad (1.34)$$

*L'expérience a montré que l'on peut se contenter d'une sécurité vis-à-vis de la limite élastique égale à 1 [10], ce qui est parfaitement compréhensible, car la première plastification en torsion n'implique pas la plastification dans la masse.*

Généralement,  $\Delta\sigma$  est faible ( $\Delta\sigma \approx 0,1R_{0,2}$ ), ce qui permet d'effectuer un serrage initial menant environ à

$$\sqrt{\sigma_0^2 + 3\tau_0^2} \approx 1,3\sigma_0 = 0,9R_{0,2}$$

soit

$$\sigma_0 \approx 0,7R_{0,2}$$

Ce résultat sert de base au prédimensionnement de l'assemblage.

## 1.10 Résistance des vis à la fatigue

Fortement entaillées, les vis n'ont qu'une résistance limitée en fatigue. Comme nous l'avons déjà signalé, il suffit en fait de vérifier la grandeur de la contrainte alternée  $\sigma_a$ . La sécurité en fatigue, donnée par

$$s_D = \frac{\sigma_D}{\sigma_a} \quad (1.35)$$

doit être au moins égale à **1,5**. Il faut noter que la contrainte alternée se calcule avec la *section du noyau*  $\Omega_n$  et non avec la section résistante conventionnelle  $\Omega_b$ . Les limites d'endurance à prendre en compte sont données dans le tableau suivant [10, 16].

Limite d'endurance des vis					
Élaboration	Tt. therm. après roulage			Roulé après Tt. therm.	
Classe	5.6	8.8	10.9,12.9	8.8	10.9,12.9
M4...M8	50	60	70	100	110
M10...M16	40	50	60	90	100
M18...M30	30	40	50	80	90

## 1.11 Risque d'écrasement des pièces serrées

La tête de la vis et l'écrou transmettent aux pièces serrées une pression équilibrant l'effort dans la vis. Cette pression ne peut être excessive, sous peine de marquer fortement les pièces. D'après les recherches de Junker [5], le serrage provoque à la fois des déformations et de l'écrasement, ce qui permet d'atteindre en service des pressions limites plus élevées que les classiques pressions d'écrasement : on écrira donc la condition

$$p = \frac{N_v}{\Omega_p} \leq p_{lim} \quad (1.36)$$

avec les limites suivantes pour un serrage *à la main*.

Matériau pièces serrées	$p_{lim}/MPa$
Acier, $R_m = 370MPa$	300
Acier, $R_m = 500MPa$	500
Acier C45 amélioré	900
Ft, $R_m = 200MPa$	750
Mg-Al9 moulé sous pression	200
Mg-Al9 moulé en coquille	200
Al-Si6Cu4 moulé en coquille	300

Dans le cas d'un serrage *à la machine*, ces valeurs sont à multiplier par 0,65.

## 1.12 Risque d'arrachement des filets

Lorsque l'on utilise l'écrou fabriqué de pair avec la vis, le problème de l'arrachement des filets ne se pose pas, car les normes prévoient une mise à l'épreuve de l'écrou garantissant contre ce risque : l'écrou est fait pour résister au moins aussi bien que la vis.

Mais il existe de nombreuses applications où la vis s'engage directement dans un trou taraudé pratiqué dans une des pièces ( par exemple, pour fixer un accessoire sur le bâti d'une machine). Il faut alors s'assurer que le nombre de filets en prise suffit à reprendre l'effort. Le tableau suivant donne des indications à ce sujet :

Longueur d'engagement minimale					
/	Classe de qualité de la vis	8.8	8.8	10.9	10.9
/	Finesse du pas $d/P$	< 9	$\geq 9$	< 9	$\geq 9$
Pièce taraudée	AlCu4Mg1	1,1 d	1,4 d	-	-
	Ft grise $R_m = 200MPa$	1,0 d	1,2 d	1,4 d	1,4 d
	Acier $R_m = 370MPa$	1,0 d	1,25 d	1,4 d	1,4 d
	Acier $R_m = 500MPa$	0,9 d	1,0 d	1,2 d	1,2 d
	C45 amélioré	0,8 d	0,9 d	1,0 d	1,0 d

### 1.13 Incertitude de la valeur du serrage initial

Dans tout ce qui précède, nous avons parlé de la valeur de la précontrainte  $N_0$  sans trop nous soucier de la manière de la mesurer. Il convient cependant d'examiner avec quelque attention les méthodes de production de la précontrainte, afin de déterminer leur précision.

1. Nous avons déjà cité la *mesure de l'angle de rotation de l'écrou*. On serre l'écrou à la main jusqu'à ce que la résistance devienne manifeste et on admet que ce symptôme détermine la mise en contact des pièces. Il suffit alors de mesurer l'angle de rotation de l'écrou mû à la clef pour déterminer l'effort , par la formule

$$\theta_0 = \frac{2\pi}{P} N_0 \left( \frac{1}{k_v} + \frac{1}{k_t} \right)$$

Il faudrait, en toute rigueur, ajouter l'angle de déformation de la vis en torsion, mais celui-ci reste faible ( $\approx 2^\circ$ ).

2. On peut également mesurer l'*allongement de la vis* : on a en effet

$$u_{0,v} = \frac{N_0}{k_v}$$

Cette mesure est souvent malaisée du fait que les deux extrémités de la vis ne sont pas toujours accessibles. En outre, le matériel de mesure doit être suffisamment précis.

3. La méthode la plus courante consiste à mesurer le couple de serrage grâce à une *clé dynamométrique*. Certaines se contentent de mesurer le couple, mais d'autres, plus perfectionnées, déclenchent lorsque le couple atteint une valeur donnée. L'inconvénient de ce procédé réside dans le fait que le couple de serrage dépend du coefficient de frottement qui varie très fort, excepté dans le cas des vis *phosphatées au manganèse* dont le traitement de surface assure une bonne reproductibilité du frottement.
4. Il existe des *machines à visser*, électriques, hydrauliques, pneumatiques ou encore à percussion. Elles possèdent toutes un dispositif de limitation du couple.

5. Le procédé le plus grossier consiste à prescrire le serrage *avec une clé dont le bras de levier est relativement court*. Le principe est qu'un homme de force normale, obtiendra le serrage voulu en y mettant toutes ses forces. Il va sans dire que ce procédé est le plus grossier de tous. (Pour des vis de fixation de roues, tabler sur une force de 500N.)

Pour chacun de ces procédés, la précision peut être mesurée par le rapport  $\alpha_b$  entre la plus grande et la plus petite valeur de la précontrainte à laquelle il peut mener :

$$\alpha_b = \frac{N_{0,max}}{N_{0,min}} \quad (1.37)$$

Les valeurs du tableau suivant sont prescrites par la recommandation VDI-R2231, *Anziehen von Schrauben*.

$\alpha_b$	Mode de serrage et circonstances
1,4	<i>clé dynamométrique</i> , surfaces huilées ou enduites de pâte de $MoS_2$
1,6	<i>machine à boulonner</i> , surfaces huilées ou enduites de pâte de $MoS_2$ <i>mesure de l'allongement</i>
1,8	<i>clé dynamométrique</i> , pas de lubrification
2	<i>machine à boulonner</i> , pas de lubrification <i>mesure d'angle</i>
3	serrage avec une <i>clé de longueur réduite</i>

La *précontrainte à prescrire* est égale aux 9/10 de la précontrainte maximale, de manière à éviter toute surcontrainte.

## 1.14 Calcul des assemblages vissés précontraints

### 1.14.1 Dimensionnement initial

Dans le cas le plus général, l'assemblage doit reprendre un effort longitudinal  $F$ , tout en garantissant un serrage résiduel  $N_R$  nécessaire pour l'étanchéité, le frottement, etc... On doit donc avoir

$$N_{t,min} = N_{0,min} - \Delta N_0 - (1 - \Phi')F = N_R$$

où  $\Delta N_0$  est la perte de serrage. Ceci donne

$$N_{0,min} = N_R + \Delta N_0 + (1 - \Phi')F$$

Le serrage maximum vaut donc

$$N_{0,max} = \alpha_b N_{0,min} = \alpha_b [N_R + \Delta N_0 + (1 - \Phi')F] \quad (1.38)$$

Mais cette formule contient le coefficient  $\Phi'$ , qui dépend des dimensions à déterminer, de même d'ailleurs que la perte de serrage. En d'autres termes, le problème est implicite, et il nous faut une valeur de départ. Pour obtenir celle-ci, nous remplacerons dans la formule (1.38)  $(1 - \Phi')F$  par  $F$ , ce qui constitue une majoration, et nous omettrons en compensation le terme  $\Delta N_0$ . Ceci donne

$$N_{0,max} \approx \alpha_b (N_R + F) \quad (1.39)$$

Ceci permet de déterminer la section résistante minimale de la vis par la formule

$$\Omega_{min} = \frac{N_{0,max}}{0,7R_{0,2}} \quad (1.40)$$

### 1.14.2 Vérification

La section étant choisie, on peut calculer les raideurs  $k_v$  et  $k_t$ , les nombres  $\Phi$ ,  $q$ ,  $\Phi'$  et la perte de serrage  $\Delta N_0$ . On en déduit  $N_{0,max}$  par (1.38) et  $N_{0,min} = N_{0,max}/\alpha_b$ . On peut alors vérifier la vis suivant le processus suivant :

1. Sécurité par rapport à la déformation permanente : relation (1.34), avec  $N_{0,max}$ .
2. Sécurité en fatigue : relation (1.35).
3. Écrasement des pièces serrées : relation (1.36), avec  $N_{0,max}$ .
4. Risque d'arrachement du filet, avec  $N_{0,max}$ .

### 1.14.3 Exemple

*Assemblage d'étanchéité. Pièces en acier  $R_m = 500MPa$ . Épaisseur à serrer : 50mm. Effort variant entre 10000 et 20000N par boulon. Serrage minimum : 170N par boulon. Boulons phosphatés, hexagonaux, qualité 8.8, serrés à la clé dynamométrique sans lubrification. La zone de serrage contient au mieux un cercle de diamètre  $D_H = 40mm$ .*

1. *Prédimensionnement* On a d'abord  $\alpha_b = 1,8$  et  $R_{0,2} = 0,8 \times 800 = 640MPa$ . Donc

$$N_{0,max} \approx 1,8(N_R + F) = 1,8(170 + 20000) = 36310N$$

et

$$\Omega_{min} \approx \frac{N_{0,max}}{0,7R_{0,2}} = \frac{36310}{0,7 \times 640} = 81,04mm^2$$

La section minimale est ici  $\Omega_b$ . Le tableau des vis donne pour M12 :

$$\begin{aligned} \Omega_b &= 84,3mm^2 \\ d_a &= 19mm \\ P &= 1,75mm \quad (\text{pas normal}) \\ d_2 &= 10,863mm \\ \Omega_n &= 80,2mm^2 \\ D_i &= 14mm \end{aligned}$$

et on peut encore calculer

$$\begin{aligned} d_b &= \sqrt{\frac{4\Omega_b}{\pi}} = 10,36mm \\ \Omega &= \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(12)^2}{4} = 113,1mm^2 \end{aligned}$$

2. *Calcul des flexibilités*

$$\frac{1}{k_v} = \frac{1}{210000} \left( \frac{0,4 \times 12}{113,1} + \frac{50}{84,3} + \frac{0,4 \times 12}{113,1} \right) = 3,229 \cdot 10^{-6} mm/N$$

Comme  $D_H = 40mm < 3d_a = 57mm$ ,

$$\Omega_t = \frac{\pi}{4} \left[ (19)^2 - (14)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{40}{19} - 1 \right) \left( \frac{19 \cdot 50}{5} + \frac{(50)^2}{100} \right) \right] = 222,9mm^2$$

$$\frac{1}{k_t} = \frac{1}{210000} \frac{50}{222,9} = 1,068 \times 10^{-6}$$

## 3. Raideur relative de la vis

$$\Phi = \frac{1/k_t}{\frac{1}{k_v} + \frac{1}{k_t}} = \frac{1,068}{3,229 + 1,068} = 0,2485$$

4. Coefficient de charge du système de la vis : En posant  $q = 0,5$  (valeur courante),

$$\Phi' = q\Phi = 0,5 \cdot 0,2485 = 0,1283, \quad (1 - \Phi') = 0,8757$$

5. Perte de serrage : 3 interfaces  $\nabla\nabla$ 

$$\begin{aligned} \Delta u_0 &= 5 + 3 \times 4 = 17 \mu m \\ \Delta N_0 &= \frac{17 \times 10^{-3}}{3,229 + 1,068} 10^{-6} = 3956 N \end{aligned}$$

## 6. Précontrainte

$$\begin{aligned} N_{0,min} &= 170 + 3956 + 0,8757 \cdot 20000 = 21640 N \\ N_{0,max} &= 1,8 N_{0,min} = 1,8 \cdot 21640 = 38950 N \end{aligned}$$

## 7. Sécurité par rapport à la déformation permanente

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{N_{0,max}}{\Omega_b} = \frac{38950}{84,3} = 462,0 MPa \\ \mu &= 0,14 \\ \text{tg}(\alpha + \varphi^*) &\approx \frac{P}{\pi d_2} + \frac{\mu}{\cos \beta} = \frac{1,75}{\pi \cdot 10,863} + \frac{0,14 \times 2}{\sqrt{3}} = 0,2129 \\ \tau_0 &= 2\sigma_0 \frac{d_2}{d_b} \text{tg}(\alpha + \varphi^*) = 2 \times 462,0 \frac{10,863}{10,36} 0,2129 = 206,3 MPa \\ \Delta\sigma &= \frac{\phi' F}{\Omega_b} = \frac{0,1243 \times 20000}{84,3} = 29,49 MPa \\ \sigma_{VM} &= \sqrt{(462,0 + 29,49)^2 + 3(206,3)^2} = 607,7 MPa \\ s_{0,2} &= \frac{640}{607,7} = 1,053 > 1 \quad \text{O.K.} \end{aligned}$$

## 8. Sécurité en fatigue

$$\begin{aligned} F_a &= \frac{F_{max} - F_{min}}{2} = 5000 N \\ \sigma_a &= \frac{\Phi' F_a}{\Omega_n} = \frac{0,1243 \times 5000}{80,2} = 7,749 N \\ \sigma_D &= 90 MPa \quad (\text{vis roulées après T.T.}) \\ s_D &= \frac{90}{7,749} = 11,61 > 1,5 \quad \text{O.K.} \end{aligned}$$

## 9. Pression sur les pièces

$$\begin{aligned} \Omega_p &= 130 mm^2 \\ N_v &= N_0 + \Phi' F = 38950 + 0,1243 \times 20000 = 41440 N \\ p &= \frac{N_v}{\Omega_p} = \frac{41440}{130} = 318,7 MPa \\ p_{adm} &= 500 MPa \quad \text{acier } R_m = 500 MPa \\ s_p &= \frac{500}{318,7} > 1 \quad \text{O.K.} \end{aligned}$$

## 10. Couple de serrage

$$\begin{aligned}
 M_t &= \frac{N_0 d_2}{2} \operatorname{tg}(\alpha + \varphi^*) = 38950 \frac{10,863}{2} = 2,129 \cdot 10^6 = 45,05 \cdot 10^3 \text{ Nmm} \\
 D_M &= 1,4d = 16,8 \text{ mm} \\
 M_{\text{écrou/pièce}} &= \mu N_0 \frac{D_m}{2} = 45,81 \cdot 10^3 \text{ Nmm} \\
 M_S &= M_t + M_{\text{écrou/pièce}} = 90860 \text{ Nmm} = 90,86 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

Le couple à prescrire est  $0,9 \cdot 90,86 = 81,77 \text{ Nm}$

## 1.15 Vis sollicitées à l'effort tranchant

Dans les fabrications anciennes, on utilisait des vis pour résister au tranchage. Ceci ne peut se faire que si la section cisailée *n'est pas filetée* et si, de plus, elle est *ajustée dans le trou*. Cette dernière condition est destinée à éviter les chocs. Elle est absolument nécessaire et malheureusement, elle nécessite une opération d'ajustage coûteuse. De plus, il est nécessaire de percer les pièces à assembler simultanément après les avoir positionnées convenablement, ce qui est incompatible avec une fabrication en série. Cette méthode est à présent abandonnée.<sup>5</sup> À l'heure actuelle, on monte les vis avec jeu dans leur trou, et on ne compte, pour la transmission de l'effort, que sur le frottement. Bien entendu, on perd ainsi le positionnement relatif des pièces, qui doit être assuré par d'autres moyens. On dit généralement : « les vis ne sont pas des centrages ».

## 1.16 Flexion parasite

Des surfaces insuffisamment parallèles provoquent une flexion de la vis. Si  $\alpha$  est l'angle entre les deux surfaces et  $\ell$ , la longueur de la vis, la contrainte de flexion vaudra

$$\sigma_f = E \frac{\alpha d}{\ell^2}$$

et croîtra avec l'angle mais sera inversement proportionnelle à l'élanement  $\ell/d$  de la vis. Pour  $\alpha = 1^\circ$  et  $\ell/d = 3$ , on a

$$\sigma_f = 210000 \cdot \frac{0,0175}{2} \cdot \frac{1}{3} = 611 \text{ MPa} !$$

Ce résultat montre qu'il est indispensable de vérifier le parallélisme des surfaces. Par ailleurs, des vis longues seront beaucoup moins sensibles à ce problème que des vis courtes.

---

5. La vérification consiste alors à s'assurer que la contrainte de cisaillement de la vis est admissible, ainsi que les pressions de contact entre les vis et les pièces.



## Chapitre 2

# Assemblages arbre-moyeu

### 2.1 Généralités

Le problème de la fixation d'un moyeu sur un arbre se pose chaque fois que l'on veut lier à l'arbre une poulie, une roue dentée et, en général, un corps quelconque destiné à tourner avec lui. C'est dire que ce problème se rencontre souvent.

Le tableau ci-dessous donne une classification des modes d'assemblage les plus fréquents, selon leur principe et leur domaine d'utilisation

Principe → Couple ↓	Obstacle		Obstacle précontraint	Adhérence
	Mobilité axiale éventuelle	Fixe axialement		
faible		clavette-disque goupille	clavette-vélo clavette-disque sur rainure moyeu inclinée	clavette creuse pinçage
moyen	clavette //		clavette inclinée	cône emmanchement à la presse
grand	profil pol.  arbre cannelé		clavetage tg  profil pol. serré arbre cannelé serré	anneaux élast. RINGFEDER emmanchement par $\Delta T$

Il reste toujours la possibilité de réaliser des assemblages permanents : collage, brasure, soudure.

### 2.2 Dimensionnement du moyeu

Pour le dimensionnement du moyeu, on pourra utiliser les formules empiriques suivantes [16] (voir figure 2.1)

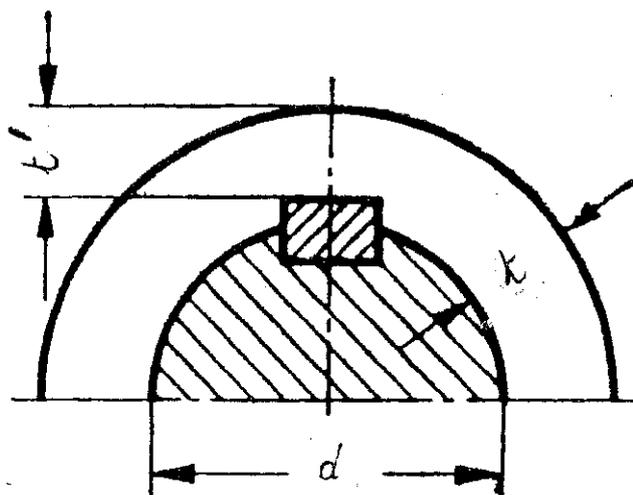


FIGURE 2.1 – Proportions du moyeu

$$\text{Longueur : } \ell/mm = x \sqrt[3]{10M_t/(Nm)}$$

$$\text{épaisseur : } t/mm = y \sqrt[3]{10M_t/(Nm)}$$

ou mieux,

$$\text{épaisseur, rainure déduite : } t'/mm = y' \sqrt[3]{10M_t/(Nm)}$$

avec les valeurs du tableau suivant :

Liaison	Moyeu en fonte			Moyeu acier ou acier coulé		
	x	y	y'	x	y	y'
frettage, cône	4,2 ... 5,3	2,1...3,0	2,1...3,0	2,1...3,5	1,8...2,6	1,8...2,6
clavette, pinçage	5,3...7,0	1,8...2,1	1,5...1,8	3,5...4,6	1,4...1,8	1,1...1,5
cannelures :						
série forte	3,4...4,2	1,4...1,8	1,3...1,6	2,1...3,0	1,25...1,6	1,1...1,5
série moyenne	2,1...3,0	1,4...1,8	1,2...1,5	1,3...2,1	1,25...1,6	1,0...1,4
série légère	1,4...2,1	1,4...1,8	1,1...1,4	0,8...1,3	1,25...1,6	0,9...1,3

Il faut encore que le moyeu soit *proportionné à l'arbre* : il est normal d'avoir un moyeu de diamètre  $\geq 1,8d$  pour un moyeu en fonte et  $\geq 1,6d$  pour un moyeu en acier ; une longueur  $\geq 0,8d$  pour un moyeu en fonte et  $\geq 0,6d$  pour un moyeu en acier.

## 2.3 Assemblages par effet d'obstacle

### 2.3.1 Clavettes parallèles

Le plus courant des procédés d'assemblage d'un moyeu sur un arbre est la clavette parallèle. La rainure peut être exécutée par une fraise-doigt (figure 2.2)

ou avec une fraise-disque (figure 2.3). Ce dernier procédé conduit à des concen-

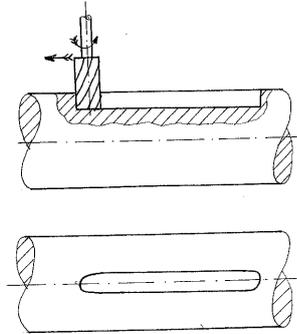


FIGURE 2.2 – Rainure exécutée à la fraise-doigt

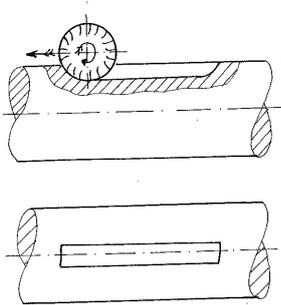


FIGURE 2.3 – Rainure exécutée à la fraise-disque

trations de contrainte en flexion plus faibles. La rainure du moyeu s'obtient par mortaisage, à moins que l'on ne réalise l'alésage rainuré par brochage. Il est également possible de travailler par électroérosion.

La clavette réalise exclusivement la fixation tangentielle (reprise du moment). La fixation axiale doit être obtenue par un autre moyen :

- une vis de pression ;
- un montage serré (H7/k6 ...m6) ;
- des circlips ou des écrous ;
- un épaulement de l'arbre et un circlips ou un écrou.

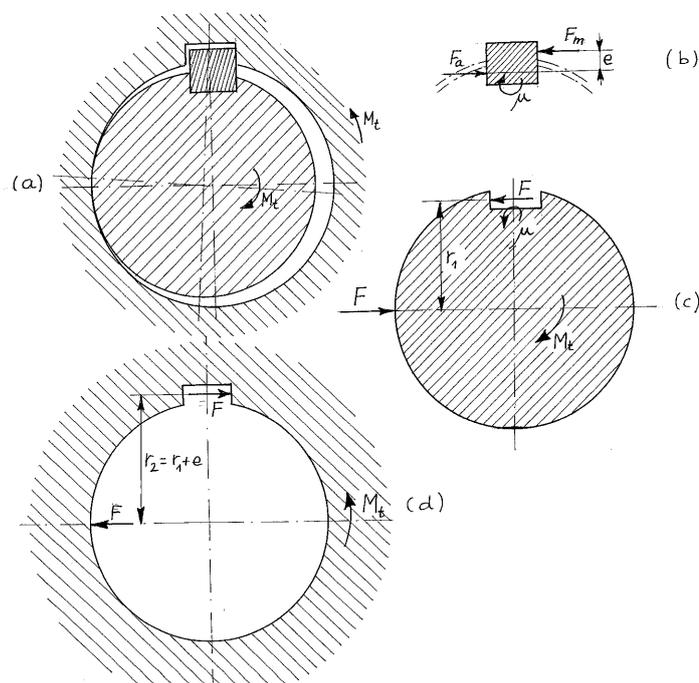


FIGURE 2.4 – Clavette parallèle

Le passage des efforts dans la clavette peut être schématisé comme suit (voir figure 2.4) : l'arbre s'appuie sur la clavette et sur un point  $A$  du moyeu situé approximativement à hauteur de l'axe. Il en résulte un moment  $Fr_1$ . La charge passe sous la forme de pressions de contact, entre la clavette et le moyeu d'une part, entre la clavette et l'arbre d'autre part. Ces efforts n'étant pas alignés, il en résulte un moment  $\mu = Fe$  qui doit être équilibré par une liaison entre la clavette et l'arbre. Cette liaison peut être obtenue de deux manières :

- par un fort serrage de la clavette ( $N9/h9$ ) ;
- par des vis de fixation dans l'arbre. Cette dernière solution est de rigueur lorsque le moyeu est mobile.

La pression de contact est maximale sur le moyeu, car la clavette y entre moins profondément que dans l'arbre. Si  $\ell$  est la longueur du moyeu, on vérifie que

$$p = \frac{F}{\ell(h - t_1)} \leq p_{adm}$$

avec

$$F = \frac{M_t}{r_2} \lesssim \frac{M_t}{d/2}$$

Les pressions admissibles sont assez faibles, en raison des chocs qui peuvent se produire et provoquer le matage. On se référera au tableau ci-dessous [10].

Pressions de contact admissibles/MPa	
Matériaux en présence	$M_t$ avec chocs...constant
St42/fonte grise	45...65
St50 ou plus dur/acier ou acier coulé	75...115
Glissant à vide : diviser ces valeurs par 3	
Glissant sous charge : diviser ces valeurs par 6	

On notera que les dimensions de  $b$  et  $h$  sont normalisées. C'est la *longueur* que l'on peut faire varier.

Les clavettes sont normalement fabriquées en un acier plus dur que les pièces à assembler. On utilise d'habitude un acier St60...St80. Les tolérances des clavettes sont :

Tolérances des clavettes (ISO/R773)	
Largeur de la clavette $b$	h9
Hauteur de la clavette $h$	h9 si $h \leq 6mm$ h11 si $h > 6mm$

Pour les largeurs des rainures, les tolérances sont indiquées dans le tableau suivant :

Tolérances des largeurs de rainures			
Pièce	Cas normal	Serrage	Libre (vis)
Arbre	N9	P9	H9
Moyeu	JS9	P9	D10

On notera que le moyeu doit toujours être un peu plus long que la clavette.

### 2.3.1.1 Dimensions courantes (en mm) des clavettes parallèles et de leurs rainures

clavette $b \times h$	diamètre arbre $d$		profondeur rainure	
	$>$	$\leq$	arbre $t_1$	moyeu $t_2$
2 × 2	6	8	1,2	1
3 × 3	8	10	1,8	1,4
4 × 4	10	12	2,5	1,8
5 × 5	12	17	3	2,3
6 × 6	17	22	3,5	2,8
8 × 7	22	30	4	3,3
10 × 8	30	38	5	3,3
12 × 8	38	44	5	3,3
14 × 9	44	50	5,5	3,8
16 × 10	50	58	6	4,3
18 × 11	58	65	7	4,4
20 × 12	65	75	7,5	4,9
22 × 14	75	85	9	5,4
25 × 14	85	95	9	5,4
28 × 16	95	110	10	6,4
32 × 18	110	130	11	7,4
36 × 20	130	150	12	8,4
40 × 22	150	170	13	9,4
45 × 25	170	200	15	10,4
50 × 28	200	230	17	11,4
56 × 32	230	260	20	12,4
63 × 32	260	290	20	12,4
70 × 36	290	330	22	14,4
80 × 40	330	380	25	15,4
90 × 45	380	440	28	17,4
100 × 50	440	500	31	19,5

### 2.3.2 Clavettes-disques

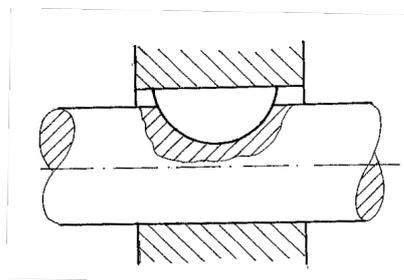


FIGURE 2.5 – Clavette-disque

Ces clavettes particulières, représentées en figure 2.5, affaiblissent très fort l'arbre. Aussi ne sont-elles guère utilisées qu'en bout d'arbre, où le moment de

flexion est nul. On les calcule à la pression de contact sur le moyeu :

$$p = \frac{F}{\ell(h - t_1)} \leq p_{adm}$$

où

$$F = \frac{M_t}{d/2}$$

Les pressions admissibles sont les mêmes que pour les clavettes parallèles. On utilise également les mêmes tolérances pour les largeurs de rainures, à ceci près que le cas *libre* n'existe pas (on ne fixe pas ce type de clavette avec des vis).

### 2.3.3 Cannelures

Lorsque le couple est trop important pour pouvoir être transmis par une clavette de longueur raisonnable ( $\ell \leq 2d$ ), on utilise des arbres *cannelés* (figure 2.6, (a)). Ils sont également très fréquents dans les boîtes de vitesses à déplacement de roues dentées. Initialement, les cannelures avaient toujours leurs flancs

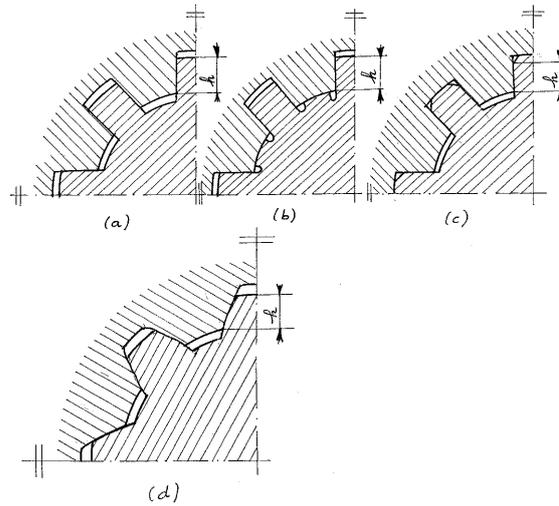


FIGURE 2.6 – Cannelures

parallèles. Le centrage du moyeu se fait alors sur la circonférence intérieure (figure 2.6, (b)) lorsque le nombre de dents  $z$  n'est pas trop grand ( $6 \leq z \leq 10$ ) et, si les dents sont plus nombreuses, sur les dents elles-mêmes (figure 2.6, (c)) ce qui réduit un peu l'hyperstaticité. Depuis, on a développé des *cannelures triangulaires* à  $60^\circ$ , ce qui permet d'aller de 4 à 60 cannelures, ainsi que les *cannelures en développante de cercle* (figure 2.6, (d)). Ces dernières présentent l'avantage d'une moindre concentration de contrainte et en outre, peuvent être taillées à l'aide des mêmes outils que les engrenages. Le nombre de cannelures en développante peut aller jusqu'à 61. Pour le calcul, on notera que, comme l'illustre la figure 2.7, si  $p$  est la pression sur une dent, on a, quelle que soit la géométrie,

$$(M_t)_{1dent} = \ell \int_{dent} p \cos \theta r ds = \ell \int_{dent} p r dr = \ell p \left( \frac{d_2^2}{8} - \frac{d_1^2}{8} \right) = p \ell h r_m$$

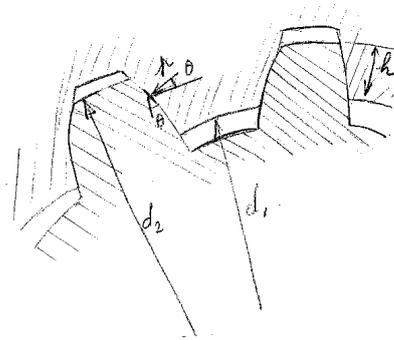


FIGURE 2.7 – Calcul des cannelures

avec

$$h = \frac{d_2 - d_1}{2} \quad \text{et} \quad r_m = \frac{d_1 + d_2}{4}$$

Du fait de l'hyperstaticité prononcée de ce système, on admet que l'effort ne se transmet que par 75% des  $z$  dents, ce qui donne

$$M_t = p \cdot 0,75 z l h r_m$$

Il faut alors vérifier que  $p \leq p_{adm}$ , les pressions amissibles étant les mêmes que pour les clavettes parallèles.

Dans le cas, où l'on ne désire pas permettre de mouvement axial, on utilise des circlips.

### 2.3.4 Goupilles

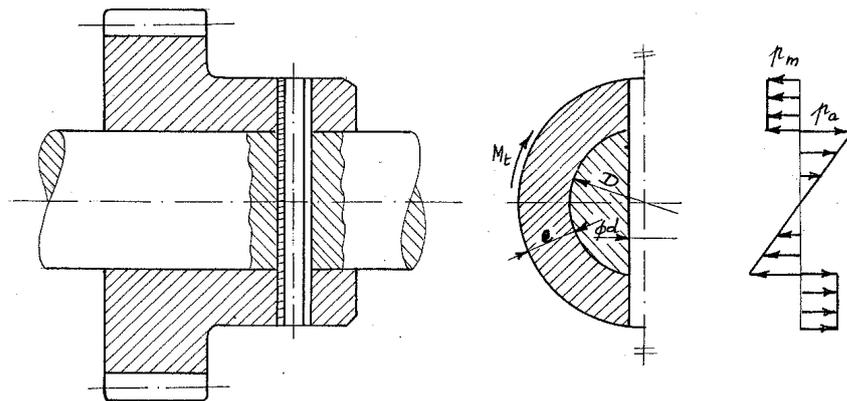


FIGURE 2.8 – Goupille creuse fendue

On utilise également des goupilles, pleines ou creuses et fendues (figure 2.8). Dans ce dernier cas, la goupille est en acier trempé (goupilles élastiques). L'affaiblissement de l'arbre est alors très important, spécialement en flexion. Les

goupilles ne s'utilisent donc que pour la transmission de faibles couples. Les goupilles pleines peuvent servir de *limiteurs de couple*, cassant lors d'une surcharge. Pour leur calcul,

- Les goupilles pleines, en acier doux ou mi-dur, doivent être vérifiées au cisaillement technologique comme suit : si  $\Omega$  est la section de la goupille,

$$\tau = \frac{M_t}{\Omega d} \leq \tau_{adm}$$

avec

$$\tau_{adm} = 0,8R_m/s, \quad s = 2(\text{calme}) \text{ à } 4(\text{chocs})$$

- Quel que soit le type de goupille, il faut vérifier les pressions de contact sur l'arbre et le moyeu. La distribution de ces pressions est indiquée en figure 2.8. A une pression  $p$  en un rayon donné correspond un effort tangentiel par unité de longueur de la goupille égal à  $pd$ .

Au niveau de l'arbre, si  $p_{Ma}$  est la pression maximale à l'arbre, on a

$$p(r) = p_{Ma} \frac{r}{D/2}$$

donc le couple est donné par

$$M_t = \int_{-D/2}^{D/2} p_{Ma} \frac{r}{D/2} \cdot d \cdot r \cdot dr = 2 \frac{dp_{Ma}}{D} \left[ \frac{r^3}{3} \right]_{-D/2}^{D/2} = \frac{dp_{Ma} D^2}{6}$$

ce qui mène à la condition

$$p_{Ma} = \frac{6M_t}{D^2 d} \leq p_{adm}$$

Au niveau du moyeu, la pression est considérée comme uniforme, de valeur  $p_m$ . Si  $e$  est l'épaisseur du moyeu, le couple transmis vaut

$$M_t = p_m d \cdot e \cdot (D + e)$$

d'où la condition

$$p_m = \frac{M_t}{de(D + e)} \leq p_{adm}$$

Les pressions admissibles sont les mêmes que pour les clavettes parallèles. Les proportions normales sont

$$d/D = 0,2 \dots 0,3$$

$$D_{moyeu}/D = (D + 2e)/D = 2,5 \text{ (fonte) ou } 2 \text{ (acier coulé ou laminé)}$$

Les ajustements se font comme suit :

- Trou de goupille pleine :

$$0,8 \dots 1,2 \text{ mm} : H8$$

$$1,5 \dots 3 \text{ mm} : H9$$

$$> 3 \text{ mm} : H11$$

- Trou de goupille élastique : H12

- Goupille elle-même : h11

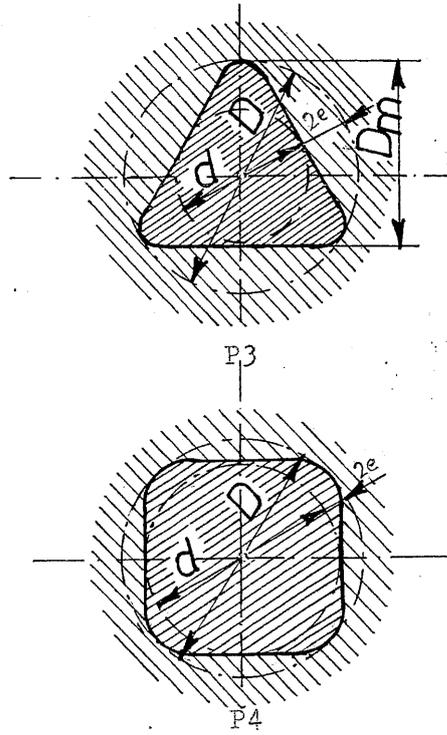


FIGURE 2.9 – Profils polygonaux

### 2.3.5 Profils polygonaux

Ce type de profils, fabriqués par MANURHIN à Mulhouse (France) et par FORTUNA-WERKE à Stuttgart-Bad Cannstatt (Allemagne) conduisent à la plus faible concentration de contrainte ( $\alpha_{kt} = 1,2 \dots 1,5$ ). On utilise le profil triangulaire (P3) et le profil rectangulaire (P4) (figure 2.9). Comme l'indique la figure 2.10, les pressions se répartissent de manière non uniforme sur le profil. Pour les déterminer, établissons d'abord deux relations géométriques du profil. Dans le triangle  $GAB$ , on peut écrire

$$\overline{GB}^2 = \overline{GA}^2 + \overline{AB}^2 - 2\overline{GA} \cdot \overline{AB} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$$

soit

$$(r + dr)^2 = r^2 + ds^2 - 2rds \sin \varphi$$

et, en négligeant le second ordre,

$$2rdr = -2rds \sin \varphi$$

ce qui implique la relation

$$\sin \varphi = -\frac{dr}{ds} \quad (2.1)$$

Par ailleurs, il est clair que

$$ds \cos \varphi = rd\theta \quad (2.2)$$

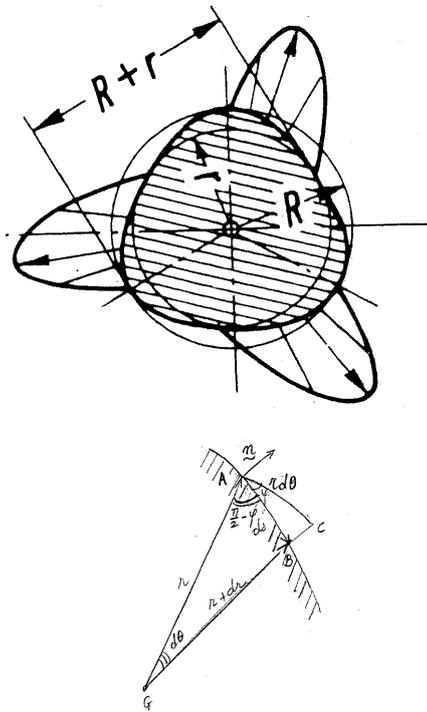


FIGURE 2.10 – Pressions dans les assemblages à profil polygonal

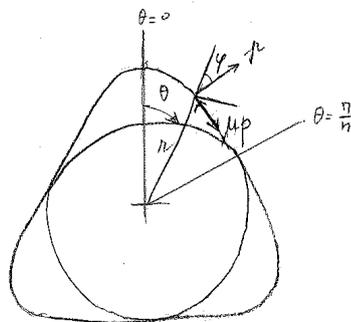


FIGURE 2.11 – Passage des efforts

Cela étant, si  $n$  est le nombre de sommets du profil,  $\ell$ , la longueur de calage et  $\mu$  le coefficient de frottement, on a, comme le montre la figure 2.11,

$$M_t = n\ell \left\{ \underbrace{\int_0^{\pi/n} p \sin \varphi \cdot r \, ds}_I + \underbrace{\int_0^{\pi/n} \mu p \cos \varphi \cdot r \, ds}_II \right\}$$

et, par (2.1) et (2.2),

$$I = - \int_0^{\pi/n} pr dr \quad , \quad II = \mu \int_0^{\pi/n} pr^2 d\theta$$

A ce stade, nous admettrons que la géométrie est correctement représentée par l'expression

$$r(\theta) = R_m + e \cos n\theta$$

$R_m$  étant le rayon moyen et  $e$ , la demi-différence entre les rayons extrêmes. Nous admettrons en outre que la pression, qui doit s'annuler en  $\theta = 0$  et en  $\theta = \pi/n$ , admet la forme simple

$$p = p_M \sin \theta$$

où  $p_M$  désigne visiblement la pression maximale. Il en découle

$$I = p_M n e \int_0^{\pi/n} (R_m + e \cos n\theta) \sin^2 n\theta d\theta = p_M n e R_m \frac{\pi}{2n} = p_M \frac{D_m}{2n} \cdot \frac{n}{2} e \pi$$

où l'on a introduit le diamètre moyen  $D_m = 2R_m$ . De même,

$$\begin{aligned} II &= p_M \mu \int_0^{\pi/n} \sin n\theta (R_m^2 + 2R_m e \cos n\theta + e^2 \cos^2 n\theta) d\theta \\ &= p_M \mu \left( R_m^2 \frac{2}{n} + e^2 \frac{2}{3n} \right) = p_M \frac{D_m}{2n} \mu \left( D_m + \frac{4}{3} \frac{e^2}{D_m} \right) \end{aligned}$$

Au total, il vient donc

$$M_t = \frac{1}{2} p_M D_m \ell \left[ \frac{n}{2} \pi e + \mu D_m \left( 1 + \frac{4}{3} \frac{e^2}{D_m^2} \right) \right]$$

soit, en négligeant le petit terme en  $e^2/D_m^2$  devant l'unité,

$$M_t \approx \frac{1}{2} p_M D_m \ell \left( \frac{n}{2} \pi e + \mu D_m \right) \quad (2.3)$$

Cette relation permet de calculer  $p_M$ . Pour le coefficient de frottement, on adopte généralement la valeur  $\mu = 0,1$ . On vérifiera la condition

$$p_M \leq \frac{R_{0,2}}{s}, \quad s = 1, 2, 5 \quad (2.4)$$

beaucoup moins sévère que pour la pression de contact des clavettes. En effet, la pression est répartie et, de plus, le frottement amortit les chocs.

Le profil *carré* convient mieux pour les moyeux *mobiles* que le profil triangulaire pour lequel un jeu provoque une forte perturbation du diagramme des pressions.

Les ajustements se choisissent comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Moyeu mobile :} & \quad \text{H7/g6} \quad (\text{profil carré de préférence}) \\ \text{Moyeu fixe :} & \quad \text{H7/k6} \quad (\text{les deux profils}) \end{aligned}$$

## 2.3.5.1 Table des profils polygonaux

P3		P4	
$D/mm$	$d/mm$	$D/mm$	$d/mm$
14,88	13,12	14	11
17	15	16	13
19,12	16,88	18	15
21,26	18,74	20	17
23,4	20,6	22	18
26,6	23,4	25	21
29,8	26,2	28	24
32	28	30	25
34,24	29,76	32	27
37,5	32,5	35	30
42,8	37,2	40	35
48,2	41,8	45	40
53,6	46,4	50	43
59	51	55	48
64,5	55,5	60	53
69,9	60,1	65	58
75,6	64,4	70	60
81,3	68,7	75	65
86,7	73,3	80	70
92,1	77,9	85	75
98	82	90	80
103,5	86,5	95	85
109	91	100	90

## 2.4 Assemblages par effet d'adhérence

## 2.4.1 Généralités

Leur principe est de créer une pression de surface telle que le couple et un éventuel effort axial puissent être repris par frottement. Il va de soi que l'état des surfaces de contact doit jouer un grand rôle. On a cru longtemps qu'une grande rugosité était favorable. Des recherches ont montré qu'au contraire, il est avantageux de présenter des surfaces très parfaites.

Lorsque la pression macroscopique est élevée, comme dans le cas du frettage, les sommets des rugosités sont soumis à des pressions locales beaucoup plus élevées. Il en résulte un *tassement plastique* des aspérités qui s'arrêtera lorsque la pression moyenne sera devenue admissible, ce qui constitue une limite difficile à préciser. Mais le tassement plastique se faisant à volume constant, il devra s'arrêter lorsque le tassement  $\Delta u_0$  vaudra (figure 2.12)

$$\Delta u_0 = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell y dx = R_p$$

valeur connue sous le nom de *profondeur moyenne de rugosité*. Ainsi donc, le tassement maximal d'un couple de surfaces conjuguées notées 1 et 2 vaut

$$\Delta u_0 = R_{p_1} + R_{p_2}$$

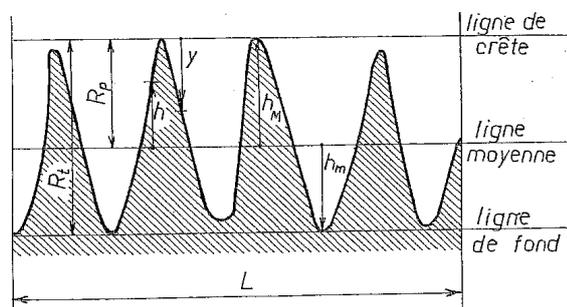


FIGURE 2.12 – Tassement des rugosités

Voici quelques valeurs indicatives de  $R_p$ , selon Niemann [16] :

Procédé de fabrication	poli	finement rectifié	finement tourné	tourné
$R_p/\mu m$	0,5	1,25	2,5	5

Pour le cas courant d'un arbre dans un moyeu, la perte d'interférence diamétrale est donc

$$\Delta\delta = 2(R_{pa} + R_{pm}) \quad (2.5)$$

puisque le tassement se produit aux deux extrémités d'un même diamètre.

Pour les coefficients de frottement, on utilise les valeurs *en mouvement* et non au repos, car il se pourrait qu'un mouvement s'amorce lors d'une surcharge. En d'autres circonstances, ce choix constitue de toute manière une sécurité. On peut adopter les valeurs suivantes [10] :

Pièces appariées	Coefficient de frottement					
	St/St ou St/St coulé		St/Ft		St/Al ou Mg	St/All. Cu
	grasses	sèches	grasses	sèches	sèches	sèches
Montage à la presse	0,07...0,14	0,10...0,17	0,05	0,07...0,12	0,05...0,09	0,05...0,13
Cônes						
Autres cas	0,1...0,2	0,15...0,25	0,08	0,1...0,18	0,08...0,13	0,08...0,2
arbre refroidi	0,1...0,2	0,1...0,15	0,08	0,1...0,18	0,08...0,13	0,08...0,2

## 2.4.2 Frettage

### 2.4.2.1 Généralités

Le frettage consiste à faire adhérer un moyeu sur un arbre par la pression provenant d'une interférence : avant montage, le diamètre intérieur du moyeu est plus faible que le diamètre extérieur de l'arbre. Pour les serrages modérés, le montage se fait à la presse ; pour les très grandes interférences, on dilate le moyeu en l'échauffant ou on refroidit l'arbre, ce qui permet un montage sans effort.

### 2.4.2.2 Relations élastiques fondamentales

La détermination de l'interface nécessaire se fonde sur la théorie des cylindres à paroi épaisse, due à Lamé et Clapeyron [11, 15, 20], dont les résultats peuvent être résumés comme suit, en appelant  $Q$  le rapport  $d_i/d_e$  entre le diamètre intérieur et le diamètre extérieur.

#### a) Action d'une pression intérieure (moyeu)

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta_{max}} &= p \frac{1 + Q_m^2}{1 - Q_m^2} \\ \sigma_{r_{max}} &= -p\end{aligned}\quad (2.6)$$

ces deux contraintes se présentant sur le manteau intérieur. La contrainte équivalente de Tresca vaut

$$\sigma_T = \sigma_{\theta_{max}} - \sigma_{r_{max}} = \frac{2p}{1 - Q_m^2} \quad (2.7)$$

La raideur du manteau intérieur est donnée par la relation

$$\frac{u_m}{r_m} = C_m p \quad \text{avec} \quad C_m = \frac{1}{E_m} \left( \frac{1 + Q_m^2}{1 - Q_m^2} + \nu_m \right) \quad (2.8)$$

#### b) Action d'une pression intérieure (arbre)

– Si  $Q_a \neq 0$  (arbre creux)

$$\sigma_{\theta_{max}} = -\frac{2p}{1 - Q_a^2} \quad (\text{manteau intérieur}) \quad (2.9)$$

$$\sigma_T = \frac{2p}{1 - Q_a^2} \quad (\text{manteau intérieur}) \quad (2.10)$$

– Si  $Q_a = 0$  (arbre plein)

$$\sigma_r = \sigma_\theta = -p \quad \text{partout}, \quad \sigma_T = p \quad (2.11)$$

Dans les deux cas, la raideur est donnée par

$$\frac{u_a}{r_a} = -C_a p, \quad \text{avec} \quad C_a = \frac{1}{E_a} \left( \frac{1 + Q_a^2}{1 - Q_a^2} - \nu_a \right) \quad (2.12)$$

### 2.4.2.3 Interférence conduisant à une pression donnée

Soit alors un arbre de diamètre  $d_a$  supérieur au diamètre  $d_m$  du moyeu de l'interférence  $\delta$  (figure 2.13). Après assemblage, l'arbre voit son rayon diminué de  $|u_a|$  et son diamètre devient donc

$$d = d_a - 2|u_a| = d_a - C_a p d_a = d_a(1 - C_a p)$$

Le moyeu prend quant à lui le diamètre

$$d = d_m + 2u_m = d_m(1 + C_m p)$$

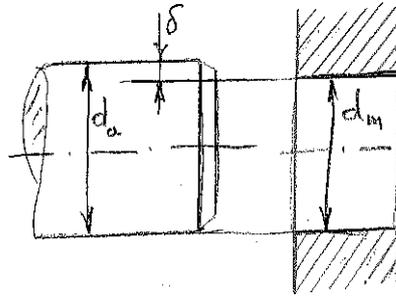


FIGURE 2.13 – Interférence diamétrale

Le diamètre final des deux pièces est identique, ce qui s'écrit

$$d = d_a(1 - C_a p) = d_m(1 + C_m p)$$

relation dont on tire

$$\delta = d_a - d_m = d_a C_a p + d_m C_m p \approx d(C_a + C_m)p$$

la dernière approximation se justifiant par le fait que la variation relative des diamètres est de l'ordre de  $10^{-3}$ . Au total, on a donc

$$\frac{\delta}{d} = (C_a + C_m)p \quad (2.13)$$

#### 2.4.2.4 Principe du calcul de l'assemblage

Le calcul de l'assemblage comporte deux étapes : le calcul du serrage nécessaire pour assurer l'adhérence et la vérification de la résistance sous ce serrage.

#### 2.4.2.5 Calcul du serrage nécessaire à assurer l'adhérence

On commence par calculer la pression nécessaire au fonctionnement correct.

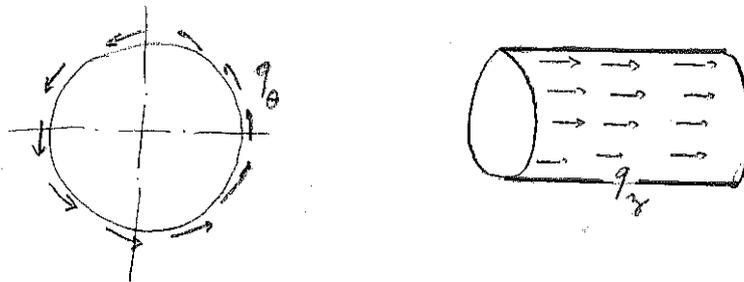


FIGURE 2.14 – Passage des efforts

- Le *moment de torsion* est repris par des efforts tangentiels  $q_\theta$  supposés uniformes, si bien que pour une longueur  $\ell$  et un diamètre  $d$ , on aura (figure 2.9)

$$M_t = q_\theta \frac{d}{2} \pi d \ell$$

soit

$$q_\theta = \frac{2M_t}{\pi d^2 \ell} \quad (2.14)$$

- L'*effort axial* est repris par des efforts longitudinaux  $q_z$  dont la résultante est

$$F_a = q_z \pi d \ell$$

ce qui donne

$$q_z = \frac{F_a}{\pi d \ell} \quad (2.15)$$

Au glissement, on aura

$$\sqrt{q_\theta^2 + q_z^2} = \mu p$$

ce qui signifie que la *pression minimale* assurant l'adhérence vaut

$$p_{min} = \frac{\sqrt{q_\theta^2 + q_z^2}}{\mu} \quad (2.16)$$

À cette pression minimale correspond une interférence minimale théorique  $\delta_{min,th}$  donnée par la condition

$$\frac{\delta_{min,th}}{d} = (C_a + C_m) p_{min} \quad (2.17)$$

On corrige cette valeur de la perte d'interférence par tassement des aspérités :

$$\delta_{min} = \delta_{min,th} + 2(R_{p_a} + R_{p_m}) \quad (2.18)$$

#### 2.4.2.6 Calcul de l'interférence maximale

La seconde étape est le calcul du serrage maximal pour assurer la résistance. C'est le moyeu qui est critique. Pour un moyeu en *fonte*, il faut limiter la plus grande contrainte d'extension :

$$\sigma_{max} = p \frac{1 + Q_m^2}{1 - Q_m^2} \leq \frac{R_m}{s_m}, \quad s_m = 2 \dots 3$$

d'où

$$p_{max} = \frac{1 - Q_m^2}{1 + Q_m^2} \frac{R_m}{s_m} \quad (2.19)$$

Pour les moyeux en matériau *ductile*, on se limite en général à la première plastification, ce qui mène à la condition

$$\sigma_T = \frac{2p}{1 - Q_m^2} \leq \frac{R_e}{s_e}, \quad s_e = 1, 25$$

soit

$$p_{max} = \frac{1 - Q_m^2}{2} \frac{R_e}{s_e} \quad (2.20)$$

Cependant, l'étude du comportement élasto-plastique du moyeu montre que la pression continue à croître après la première plastification [15, 14]. Si la plasticité s'étend jusqu'au rayon  $\frac{d_p}{2} = \psi \frac{d_e}{2}$ , le moyeu est régi par les équations

$$\begin{aligned} \frac{p}{R_e} &= \ln \frac{\psi}{Q_m} + \frac{1 - \psi^2}{2} \\ \frac{2E_m u_m}{R_e d_{i,m}} &= \left( \frac{\psi}{Q_m} \right)^2 \left[ 1 - (1 - \nu_m) \frac{1 - \psi^2}{2} \right] \end{aligned} \quad (2.21)$$

représentées en figures 2.15 et 2.16.

La *plastification complète* se produit pour  $\psi = 1$ , ce qui donne

$$\frac{p}{R_e} = \ln \frac{1}{Q_m} \quad (2.22)$$

$$\frac{2E u_m}{R_e d_i} = \frac{1}{Q_m^2} \quad (2.23)$$

On peut donc se contenter de la double limitation suivante dans le cas courant de l'arbre plein :

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{max} \leq R_{e,m} \ln \frac{1}{Q_m} \frac{1}{s_e} \\ p_{max} \leq R_{e,a} \frac{1}{s_e} \end{array} \right\} s_e = 1, 25 \quad (2.24)$$

L'interférence correspondante se calcule alors par

$$\frac{\delta_{max}}{d} = \left( \frac{u_{max}}{r} \right)_a + \left( \frac{u_{max}}{r} \right)_m \quad (2.25)$$

avec

$$\left( \frac{u_{max}}{r} \right)_a = C_a p \quad (2.26)$$

tandis que la valeur relative au moyeu se calcule à l'aide de la valeur de  $(Eu)/R_e r$  correspondant à  $p_{max}/R_e$  dans les diagrammes.

Le bénéfice essentiel du régime élasto-plastique est la possibilité de travailler avec de plus grandes pressions, donc avec des portées plus petites et éventuellement moins précises ( $\delta_{max} - \delta_{min}$  augmente).

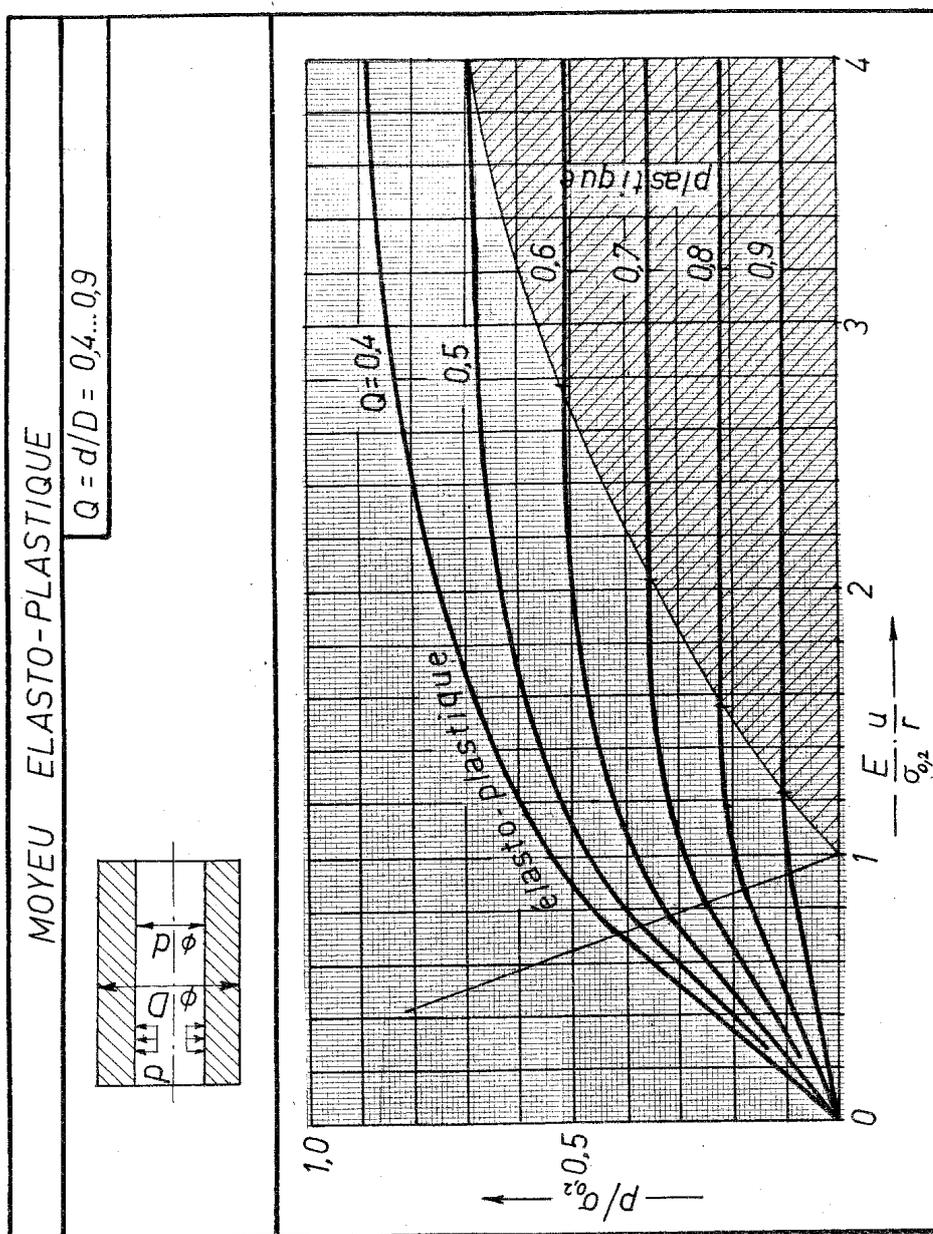


FIGURE 2.15 – Moyeu élasto-plastique (1)

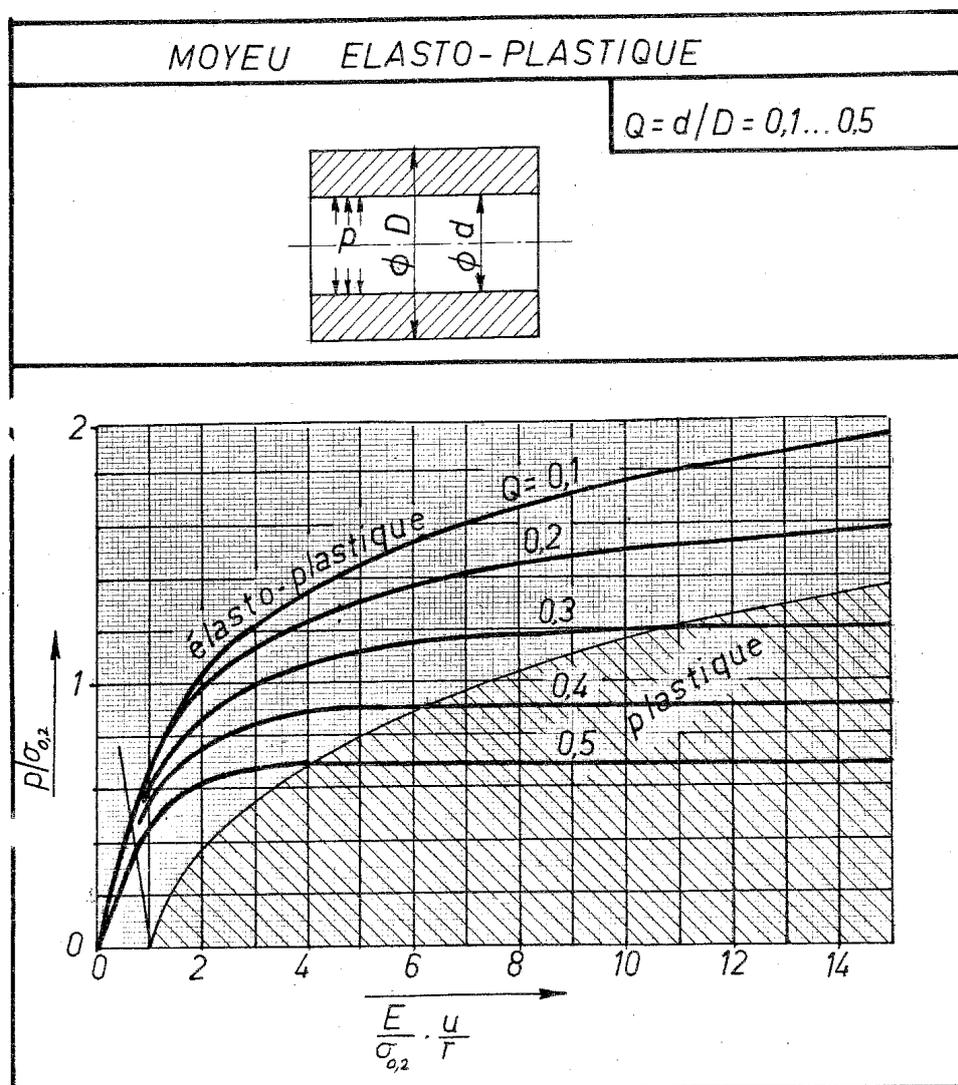


FIGURE 2.16 – Moyeu élasto-plastique (2)

#### 2.4.2.7 Choix de l'ajustement

Connaissant  $\delta_{max}$  et  $\delta_{min}$ , il faut trouver un ajustement permettant de respecter ces limites. L'alésage sera choisi d'un degré de tolérance  $n = 8, 7$  ou  $6$ , par ordre de préférence. Le degré de tolérance de l'arbre sera alors  $(n - 1)$ . On devra donc avoir

$$IT_n + IT_{n-1} \leq \delta_{max} - \delta_{min}$$

On commence donc par établir un tableau de la forme

n	$IT_n$	$IT_{n-1}$	$IT_n + IT_{n-1}$	?
8	*	*	*	NON
7	*	*	*	OK
6	*	*	*	OK

Il faut choisir la plus grande valeur de  $n$  qui convient. En cas d'échec, il faut augmenter le diamètre de la portée ou la longueur de l'assemblage, sans pour autant dépasser  $\ell/d = 2$ . On cherche alors des ajustements tels que

$$\delta_M \leq \delta_{max} \quad \text{et} \quad \delta_m \geq \delta_{min}$$

le plus souvent dans le système de l'alésage normal.

#### 2.4.2.8 Montage à la presse

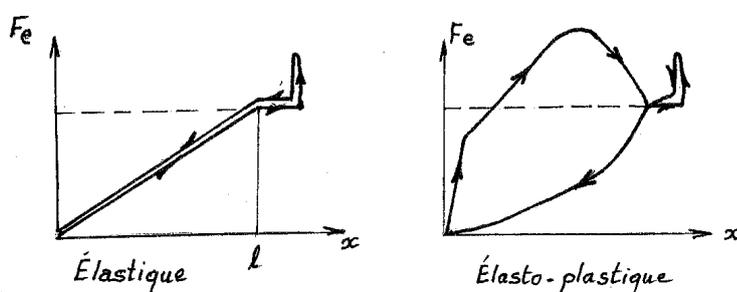


FIGURE 2.17 – Effort d'emmanchement

Lors du montage à la presse, il faut vaincre l'effort de frottement, qui, pour une longueur  $x$  déjà engagée, vaut (figure 2.17)

$$F_e = \pi dx \mu p$$

et croît donc linéairement. Cependant, si l'ajustement est élasto-plastique, le diagramme comporte un dépassement [16] et il est prudent de prévoir une capacité de presse double.

#### 2.4.2.9 Montage par différence de température

On peut chauffer le moyeu

- en le trempant dans l'eau bouillante :  $+100^\circ C$  ;
- en le trempant dans l'huile minérale bouillante :  $+360^\circ C$  ;
- en le mettant au four :  $+700^\circ C$ .

Les températures sont limitées par le *risque de changement de structure* du matériau (modification des propriétés mécaniques, des cotes et de la forme).

On peut refroidir l'arbre

- en le mettant au congélateur :  $-20^\circ C$  ;
- en le plongeant dans la neige carbonique :  $-72^\circ C$  ;
- en le plongeant dans l'air liquide :  $-150^\circ C$  (risque d'explosion et de fragilisation du matériau : porter gants et lunettes!) ;
- en le plongeant dans l'azote liquide :  $-192^\circ$  (mêmes risques).

La variation de température  $\Delta\theta$  doit au moins assurer l'annulation de l'interférence. Il convient encore d'assurer un certain jeu ( $\approx 1IT7$ ). On obtient donc la condition suivante, en notant  $\alpha$  le coefficient de dilatation thermique,

$$\delta_{max} + IT7 = \alpha\Delta\theta$$

soit, selon le cas,

$$\theta_m = \theta_{amb} + \frac{\delta_{max} + IT7}{\alpha} \quad (2.27)$$

ou

$$\theta_a = \theta_{amb} - \frac{\delta_{max} + IT7}{\alpha} \quad (2.28)$$

le problème se complique un tout petit peu du fait que le coefficient de dilatation varie avec la température. Mais il suffit de faire le calcul avec une valeur estimée de  $\alpha$ , puis de corriger celle-ci. Voici un tableau des coefficients de dilatation thermique, établi à partir des données de Ražnević [18] :

Coefficients de dilatation thermique entre $0^\circ C$ et $T^\circ C$ ( $K^{-1}$ )		
matériau	température T ( $^\circ C$ )	$10^5\alpha$
acier au carbone	-190	0,86
	0	1,10
	700	1,49
fonte grise	-190	0,84
	0	0,98
	800	1,47
bronze 85Cu,9Mn,6Zn	-190	1,49
	0	1,71
	500	1,92
laiton 62Cu,38Zn	-190	1,64
	400	2,10
aluminium, duralumin	-253	1,47
	-100	2,20
	600	2,83

Les températures de ce tableau ont été choisies de manière à permettre une interpolation linéaire. Ainsi, pour l'aluminium, on obtient

$$10^5\alpha(0; -190) \approx 1,47 + \frac{-190 - (-253)}{-100 - (-253)}(2,20 - 1,47) = 1,77$$

la vraie valeur étant 1,81 (2% d'erreur).

#### 2.4.2.10 Diminution du serrage avec la vitesse de rotation

Lors d'une rotation rapide, les forces centrifuges tendent à dilater le moyeu, creux, plus fortement que l'arbre ici supposé plein. Il en résulte une diminution de la pression de serrage, qui s'annule pour la *fréquence de rotation limite* [16]<sup>1</sup>.

$$N_L = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{32p(0)}{(3 + \nu)\rho d_{e,m}^2(1 - Q_m^2)}} \quad (2.29)$$

1. Cette formule n'est valable que si l'arbre et le moyeu sont constitués du même matériau

où  $p(0)$  est la pression à fréquence de rotation nulle (il convient de faire le calcul avec  $p_{min}$ , par sécurité). Pour une fréquence de rotation  $N$  comprise entre 0 et  $N_L$ , la pression varie selon la formule

$$p(N) = p(0) \left[ 1 - \left( \frac{N}{N_L} \right)^2 \right] \quad (2.30)$$

Le couple et la force axiale transmissibles varient évidemment selon la même loi.

Ainsi, pour  $p_{min} = 30MPa$ ;  $\rho = 7800kg/m^3$ ;  $d_{e,m} = 80mm$ ;  $Q_m = 0,5$ ;  $\nu = 0,3$ , on obtient

$$N_L = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{32 \cdot 3 \cdot 10^7}{3,3 \cdot 7800 \cdot (0,08)^2 \cdot 0,75}} = 443,6tr/s$$

soit 26620tr/min. À 3000tr/min, la pression est multipliée par le facteur

$$1 - \left( \frac{3000}{26620} \right)^2 = 0,9873 \quad (-1,3\%)$$

La diminution de pression est souvent faible. Néanmoins, dans le cas de rotations rapides, ce calcul doit être effectué.

#### 2.4.2.11 Exemple

*Frettage d'un moyeu St50 sur un arbre St50. Montage à la presse.  $R_e = 300MPa$ ;  $d = 40mm$ ;  $d_{e,m} = 80mm$ ;  $\ell = 50mm$ .*

*Arbre et moyeu finement rectifiés,  $R_p = 1,25\mu m$ . Les surfaces en présence sont grasses.*

*Moment à transmettre :  $M_t = 850Nm$*

*Déterminer l'ajustement et la force nécessaire à la presse, pour un frettage plastique.*

#### Solution

**Pression minimale** Coefficient de frottement (surfaces grasses) :  $\mu = 0,07$

$$q_\theta = \frac{2M_t}{\pi d^2 \ell} = \frac{2 \cdot 850}{\pi \cdot (0,04)^2 \cdot 0,05} = 6,764 \cdot 10^6 Pa$$

$$p_{min} = \frac{q_\theta}{\mu} = 6,764/0,07 = \mathbf{96,63MPa}$$

$$C_a = \frac{1 - \nu}{E} = \frac{0,7}{2,1 \cdot 10^{11}} = 3,333 \cdot 10^{-12} m/N$$

$$Q_m = \frac{0,4}{0,8} = 0,5$$

$$C_m = \frac{1}{E} \left( \frac{1 + Q_m^2}{1 - Q_m^2} + \nu \right) = \frac{1}{2,1 \cdot 10^{11}} \left( \frac{1,215}{0,75} + 0,3 \right) = 9,365 \cdot 10^{-12} m/N$$

$$\begin{aligned} \delta_{min,th} &= (C_a + C_m) p_{min} d = (3,333 + 9,365) \cdot 10^{-12} \cdot 93,63 \cdot 10^6 \cdot 0,04 \\ &= 47,56 \cdot 10^{-6} m = 47,56 \mu m \end{aligned}$$

$$\delta_{min} = \delta_{min,th} + 4R_p = 47,56 + 5 = \mathbf{52,56 \mu m}$$

**Pression maximale**

$$\frac{p_{max}}{R_e} = \frac{1}{1,25} \ln \frac{1}{Q_m} = \frac{1}{1,25} \ln 2 = 0,5545$$

À cette valeur correspondent

$$\begin{aligned} p &= 166,4 \text{ MPa} \\ \left( \frac{E u}{R_e r} \right)_m &= 1,38 \\ \rightarrow \delta_{max,m} &= 1,38 \frac{300}{210000} \cdot 40 = 78,86 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 78,86 \mu\text{m} \\ \delta_{max,a} &= C_a p_{max} d = 3,333 \cdot 10^{-12} \cdot 166,4 \cdot 10^6 \cdot 0,04 \\ &= 22,18 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 22,18 \mu\text{m} \end{aligned}$$

soit

$$\delta_{max} = 78,86 + 22,18 = \mathbf{101 \mu\text{m}}$$

**Choix de l'ajustement**

$$\begin{aligned} IT + it &\leq \delta_{max} - \delta_{min} = 101 - 53 = 48 \mu\text{m} \\ IT8 + it7 &= 39 + 25 = 64 : \text{NON} \\ IT7 + it6 &= 25 + 16 = 41 : \text{OUI} \\ 40H7 &= 40_0^{+0,025} \\ \delta_{max} &= d_M - D_m = es - 0 \rightarrow es = 101 \mu\text{m} \\ \delta_{min} &= d_m - D_M = ei + 25 \rightarrow ei = 52 + 25 = 77 \\ 40v6 &= 40_{+0,081}^{+0,097} \text{ convient} \end{aligned}$$

On choisira donc **40H7/v6**, ce qui donne

$$\delta_{max} = \mathbf{97 \mu\text{m}}, \quad \delta_{min} = 81 - 25 = \mathbf{56 \mu\text{m}}$$

**Effort de montage**

$$\begin{aligned} \mu &= 0,07 \\ F_e &= \pi d l \mu p_{max} = \pi \cdot 40 \cdot 50 \cdot 0,07 \cdot 166,4 = 73,19 \text{ kN} \end{aligned}$$

Comme le frettage considéré est élasto-plastique, on choisira une presse dont la capacité est de l'ordre de  $150 \text{ kN}$  au moins.

**2.4.3 Emmanchements sur cônes**

Ces assemblages présentent, par rapport au frettage, l'avantage d'un démontage facile. Mais ils sont plus chers (usinage précis pour obtenir la coïncidence des conicités). Le plus souvent, dans les machines courantes, il s'agit de cônes *réversibles*. Il faut alors garantir le maintien de l'emmanchement, à l'aide d'un

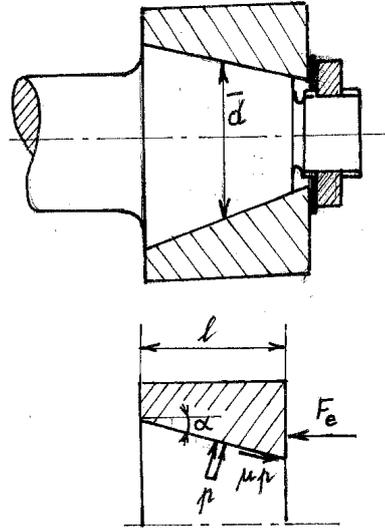


FIGURE 2.18 – Emmanchement sur cône

écrou (figure 2.18). Les cônes irréversibles ne s'emploient guère que dans les machines-outils (contre-pointes de tour, forets).

Pour le calcul, on peut identifier le comportement élastique de l'arbre et du moyeu à celui que l'on rencontrerait dans un assemblage cylindrique de même diamètre moyen  $\bar{d}$  [16].

Soit  $\alpha$  le demi-angle du cône. La force axiale  $F_e$  donnée par l'écrou est évidemment

$$F_e = \int_S (p \sin \alpha + \mu p \cos \alpha) dS$$

et comme

$$dS = \pi \bar{d} \frac{dl}{\cos \alpha}$$

où  $dl$  est l'élément de longueur axiale, on a encore

$$F_e = p(\operatorname{tg} \alpha + \mu) \pi \bar{d} l \quad (2.31)$$

La force nécessaire pour défaire l'assemblage vaut, quant à elle,

$$F_d = p(\mu - \operatorname{tg} \alpha) \pi \bar{d} l \quad (2.32)$$

Elle est positive, c'est-à-dire que l'assemblage est irréversible si  $f > \operatorname{tg} \alpha$ . Il faut, dans ce cas, utiliser un arrache-roulement pour extraire le moyeu.

Le déplacement axial élastique sous la force de serrage vaut

$$u_a = \frac{\delta}{2} + \frac{(R_{pa} + R_{pm})}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (2.33)$$

Il peut être utilisé pour mesurer le serrage. On peut aussi, pour ce faire, mesurer le couple à l'écrou, qui s'évalue par la formule

$$C = 0,2 F_e d_{\text{écrou}}$$

Comme dans le cas du frettage, la valeur minimale de la pression se détermine à l'aide du couple à transmettre et la valeur maximale dépend de la résistance de contact. Mais la tolérance porte ici sur la précision de la valeur du serrage, qui se mesure à l'aide du coefficient

$$\alpha_b = \frac{\text{serrage maximum}}{\text{serrage minimum}}$$

On admet pour ce coefficient les valeurs suivantes :

Procédé de serrage	$\alpha_b$
Clé dynamométrique	1,8
Mesure de $u_a$	1,6
Serrage par une clé de longueur réduite	3

La valeur à prescrire pour la force de serrage ou le déplacement axial est égale à 9/10 de la valeur maximale, de manière à éviter les surcharges.

#### 2.4.4 Pinçage

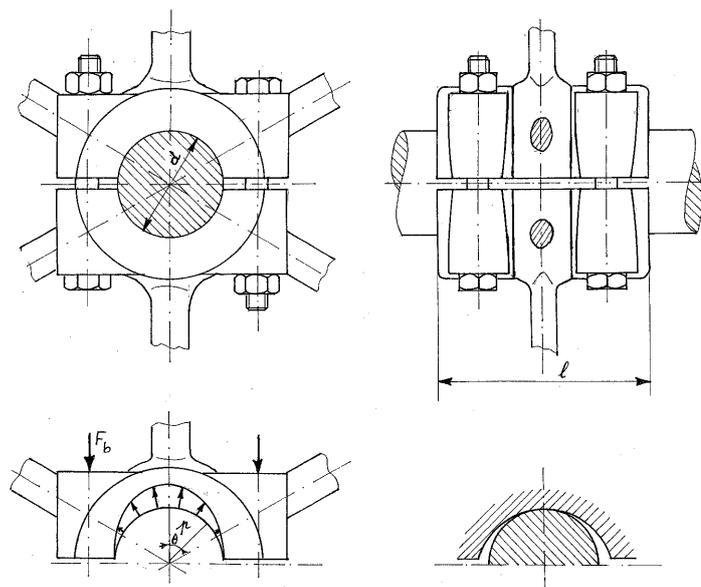


FIGURE 2.19 – Pinçage

Dans ce genre d'assemblage, représenté en figure 2.19, le moyeu est en deux pièces, qui sont serrées sur l'arbre par un nombre pair  $z$  de boulons. La répartition des pressions ainsi obtenues n'est pas uniforme en  $\theta$ . Quelle qu'elle soit, on a la relation

$$zF_b = \ell \frac{d}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p \cos \theta d\theta$$

et les efforts transmissibles sont

$$\begin{aligned} \text{Force axiale} & : F_a = \ell d \mu \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p d\theta \\ \text{Couple} & : M_t = \frac{\ell d^2}{2} \mu \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p d\theta \end{aligned}$$

Lorsque ces deux sollicitations sont combinées, le résultat s'obtient ainsi : les contraintes tangentielles de frottement peuvent s'écrire

$$q_z = \lambda_z \mu p, \quad q_\theta = \lambda_\theta \mu p$$

avec

$$\lambda_z^2 + \lambda_\theta^2 = 1$$

et on admet que  $\lambda_z$  et  $\lambda_\theta$  ne dépendent pas de  $\theta$ . Alors,

$$\begin{aligned} F_a & = \lambda_z \ell d \mu \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p d\theta \\ \frac{2}{d} M_t & = \lambda_\theta \ell d \mu \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p d\theta \\ \text{Combinaison des deux} & : \sqrt{F_a^2 + \left(\frac{2}{d} M_t\right)^2} = \ell d \mu \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p d\theta \end{aligned}$$

S'il est déraisonnable de compter sur une pression uniforme, l'hypothèse d'une charge concentrée dans une petite zone autour de  $\theta = 0$  est trop pessimiste *si les pièces sont bien ajustées*, ce à quoi il faut veiller lors de la fabrication. Nous opterons pour une distribution intermédiaire, de la forme

$$p(\theta) = p_0 \cos \theta$$

Le calcul donne alors

$$\begin{aligned} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p \cos \theta d\theta & = p_0 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta = p_0 \frac{\pi}{2} \\ \int_{-\pi/2}^{\pi/2} p d\theta & = p_0 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = 2p_0 \\ z F_b & = p_0 \frac{\pi}{4} \ell d \\ F_a & = \mu p_0 \cdot 2 \ell d \\ M_t & = \mu p_0 \cdot \ell d^2 \end{aligned}$$

Le calcul s'effectue comme suit. On détermine d'abord une pression minimale permettant de transmettre les efforts :

$$p_{0,min} = \frac{1}{2\mu\ell d} \sqrt{F_a^2 + \left(\frac{2}{d} M_t\right)^2} \quad (2.34)$$

On détermine alors une pression maximale  $p_{0,max}$  d'après la condition de résistance. Les valeurs admissibles de la pression sont :

Pressions admissibles/MPa	
fonte/acier	40...64
acier/acier	64...120

A ces limites correspondent  $F_{b,min}$  et  $F_{b,max}$ . On vérifie que le rapport  $F_{b,max}/F_{b,min}$  est supérieur au coefficient de précision du boulonnage  $\alpha_b$ , sans quoi il convient d'augmenter les dimensions de la portée de calage. Le rapport des diamètres du moyeu est normalement compris entre 1,7 et 2.

#### 2.4.4.1 Exemple

$d=40mm$ ;  $M_t = 150Nm$ . Serrage à la clé dynamométrique ( $\alpha_b = 1,8$ ). Moyeu en fonte grise. Rapport des diamètres du moyeu = 2. Deux boulons. Déterminer la longueur de calage et le serrage.

**Solution** On choisira

$$p_{0,max} = 60MPa$$

Alors,

$$p_{0,min} = \frac{p_{0,max}}{\alpha_b} = \frac{60}{1,8} = 33,33MPa$$

Pour  $\mu = 0,08$ , on obtient

$$\ell = \frac{\frac{2}{d}M_t}{2\mu d p_{0,min}} = \frac{\frac{2}{0,04}150}{2 \cdot 0,08 \cdot 0,04 \cdot 33,33 \cdot 10^6} = 35,16 \cdot 10^{-3}m$$

On prendra la valeur  $\ell = 35,5mm$  (R20). Alors,

$$2F_{b,min} = p_{0,min} \frac{\pi}{4} \ell d = 33,33 \cdot 10^6 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 35,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,04 = 37170N$$

$$2F_{b,max} = 1,8 \cdot 2F_{b,min} = 66910N$$

#### 2.4.5 Pinçage d'un moyeu fendu

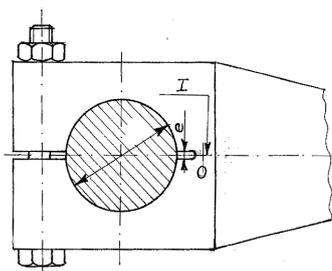


FIGURE 2.20 – Pinçage d'un moyeu fendu

On traite de la même manière le cas du pinçage d'un moyeu fendu (figure 2.20), qui ne nécessite qu'une vis sur deux. Dans ce cas, l'ajustement doit être conçu de manière que les pièces aient un écart moyen nul (H7/k6 par exemple), de manière à éviter toute perturbation due à la flexion du moyeu, que l'on aura d'ailleurs intérêt à fendre du côté opposé aux boulons.

### 2.4.6 Anneaux élastiques RINGFEDER ANOBLOC

#### 2.4.6.1 Description

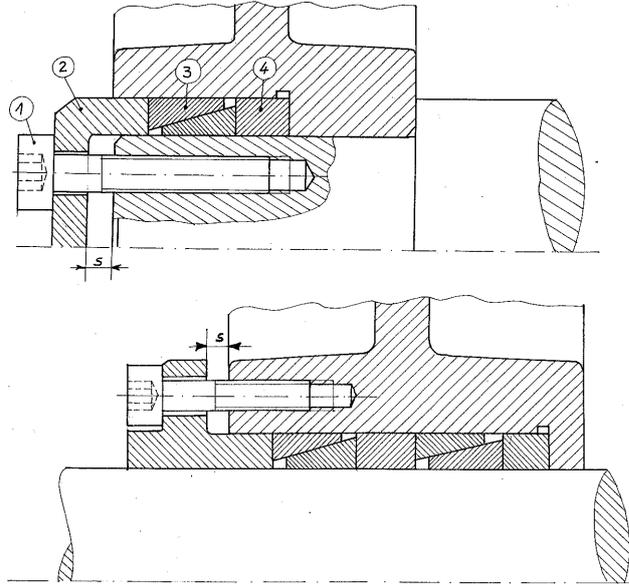


FIGURE 2.21 – Anneaux élastiques RINGFEDER ANOBLOC - 1 : vis de mise sous tension; 2 : bague de serrage; 3 : anneau élastique; 4 : entretoise

Il s'agit de paires d'anneaux coniques qui, sous l'effet d'un effort axial, serrent l'arbre pour l'un et le moyeu pour l'autre (figure 2.17). Le demi-angle  $\alpha$  des anneaux vérifie  $\operatorname{tg} \alpha = 0,3$ . Il s'agit d'anneaux réversibles pour un coefficient de frottement estimé à 0,12 pour des surfaces sèches.

#### 2.4.6.2 Équations générales

Étant donné un anneau de section  $\Omega$ , soumis à des forces radiales de grandeur  $N_{int}$  par unité de longueur circonférentielle à l'intérieur et  $N_{ext}$  par unité de longueur à l'extérieur, la contrainte circonférentielle dans l'anneau vérifie la relation (figure 2.22)

$$2\sigma\Omega = N_{int}d_{int} - N_{ext}d_{ext}$$

Soit  $\ell$  la longueur axiale des anneaux, et soit  $\lambda$  la portion de longueur de sa partie conique où le contact se fait. Pour l'anneau situé du côté du moyeu, on a (figure 2.23),

$$\begin{aligned} N_i &= (p_i \cos \alpha - \mu p_i \sin \alpha) \frac{\lambda \ell}{\cos \alpha} = \lambda p_i (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) \ell \\ N_m &= p_m \ell \end{aligned}$$

d'où

$$2\sigma_m \Omega = \ell [\lambda p_i d_i (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) - p_m d_m] \quad (2.35)$$

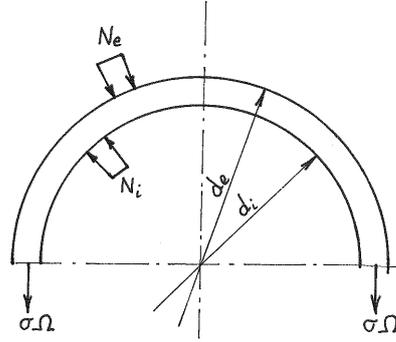


FIGURE 2.22 – Équilibre d'un anneau

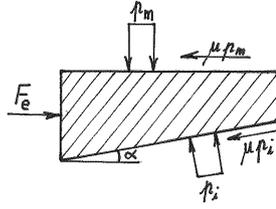


FIGURE 2.23 – Anneau extérieur

Pour l'anneau situé du côté de l'arbre (fig2.24),

$$\begin{aligned} N_a &= p_a \ell \\ N_i &= (p_i \cos \alpha - \mu p_i \sin \alpha) \frac{\lambda \ell}{\cos \alpha} = \lambda p_i (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) \ell \end{aligned}$$

d'où

$$2\sigma_a \Omega = \ell [p_a d_a - \lambda p_i d_i (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha)] \quad (2.36)$$

Notant que

$$\sigma_m = E \frac{2u_m}{(d_{moy})_m} \approx E \frac{2u_m}{d_i}, \quad \sigma_a \approx E \frac{2u_a}{d_i}$$

on peut encore écrire ces relations sous la forme

$$2E\Omega \frac{2u_m}{d_i} = \ell [\lambda p_i d_i (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) - p_m d_m] \quad (2.37)$$

$$2E\Omega \frac{2u_a}{d_i} = \ell [p_a d_a - \lambda p_i d_i (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha)] \quad (2.38)$$

La force d'emmanchement  $F_e$  est donnée par

$$F_e = \mu p_m \pi d_m \ell + (\mu p_i \cos \alpha + p_i \sin \alpha) \pi d_i \frac{\lambda \ell}{\cos \alpha}$$

soit

$$F_e = \pi \ell [\mu p_m d_m + \lambda p_i d_i (\mu + \operatorname{tg} \alpha)] \quad (2.39)$$

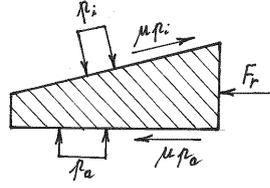


FIGURE 2.24 – Anneau intérieur

La force de réaction  $F_r$  vaut, quant à elle,

$$F_r = \pi \ell [-\mu p_a d_a + \lambda p_i d_i (\mu + \operatorname{tg} \alpha)] \quad (2.40)$$

### 2.4.6.3 Les deux étapes du serrage

Lors du serrage des anneaux, il faut distinguer une première étape où les anneaux se déforment jusqu'à entrer en contact avec l'arbre et le moyeu et une deuxième étape où les anneaux serrent les deux pièces. Pour obtenir une analyse relativement simple, il faut faire quelques hypothèses :

- Le jeu diamétral de l'anneau extérieur par rapport au moyeu et le jeu diamétral de l'anneau intérieur par rapport à l'arbre sont supposés *égaux*. On note leur valeur commune  $j$ .
- Une fois en contact avec l'arbre ou le moyeu, les anneaux *ne se déforment plus*, se contentant de les presser.

### 2.4.6.4 Première étape : approche

Au cours de la première étape, les anneaux ne touchent ni l'arbre ni le moyeu et on a donc  $p_m = 0$  et  $p_a = 0$ . les relations (2.37) et (2.38) se réduisent alors à

$$\begin{aligned} 2E\Omega \frac{2u_m}{d_i} &= \lambda \ell p_i d_i (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) \\ 2E\Omega \frac{2u_a}{d_i} &= -\lambda \ell p_i d_i (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) \end{aligned}$$

ce qui implique évidemment  $u_a = -u_m$ . Cette étape se termine lorsque  $u_m = -u_a = j/2$  et on a alors

$$p_i d_i = \frac{2E\Omega \frac{j}{d_i}}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha}$$

Pendant toute cette étape, on a par (2.39) et (2.40)

$$F_e = F_r = \lambda \pi \ell p_i d_i (\mu + \operatorname{tg} \alpha)$$

ce qui, lorsque le contact se réalise, donne

$$F_e = F_r = F_0 = \pi \cdot 2E\Omega \frac{j}{d_i} \frac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha}$$

ou, en introduisant l'angle de frottement  $\varphi$  défini par  $\operatorname{tg} \varphi = \mu$ ,

$$F_0 = 2E\Omega \pi \frac{j}{d_i} \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) \quad (2.41)$$

Sachant qu'en moyenne, les anneaux vérifient  $\ell = 1,332(d_m - d_a)$  et  $\ell' = 1,129\ell$ ,  $\ell'$  étant l'encombrement axial d'une paire d'anneaux, on peut montrer que la section  $\Omega$  d'un anneau vaut approximativement

$$\Omega = 1,05 \frac{d_m - d_a}{4} \ell$$

En outre, on peut admettre que

$$d_i = \frac{d_m + d_a}{2}$$

ce qui conduit à la relation

$$F_0 = 2\pi E \cdot 1,05 \frac{d_m - d_a}{4} \ell \frac{2j}{d_m - d_a} \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) = 1,437E \frac{d_m - d_a}{d_m + d_a} j \quad (2.42)$$

On se place dans le sens de la sécurité en adoptant pour  $j$  la plus grande des valeurs possibles en fonction des tolérances du moyeu, des anneaux et de l'arbre, qui sont données dans le tableau suivant :

Tolérances		
	$d_a \times d_m \leq 38 \times 44$	$d_a \times d_m > 38 \times 44$
Arbre	h6	h8
Anneau intérieur	E7	E8
Anneau extérieur	f7	e8
Moyeu	H7	H8
Rugosités : $R_t \leq 6\mu m$		

#### 2.4.6.5 Deuxième étape : serrage

Lorsque le contact est réalisé, les anneaux ne se déforment plus, donc  $\sigma_a$  et  $\sigma_m$  ne varient plus. Appelant  $\Delta p_i$  la variation de la pression d'interface, on a alors, à partir de (2.37) et (2.38)

$$\begin{aligned} 0 &= \lambda \Delta p_i d_i (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) - p_m d_m \\ 0 &= p_a d_a - \lambda \Delta p_i d_i (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) \end{aligned}$$

ce qui implique visiblement

$$p_m d_m = p_a d_a = pd \quad (2.43)$$

en notant simplement  $pd$  leur valeur commune. On a également

$$\lambda \Delta p_i d_i = \frac{pd}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha}$$

La variation de la force d'emmanchement vaut alors, par (2.39),

$$\Delta F_e = \pi \ell \left[ \mu pd + pd \frac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha} \right] = \pi \ell pd [\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)] = 0,5557 \pi p \ell d \quad (2.44)$$

tandis que la variation de la force de réaction vaut, par (2.40)

$$\Delta F_r = \pi \ell \left[ -\mu pd + pd \frac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha} \right] = \pi \ell pd [\operatorname{tg}(\alpha + \varphi) - \operatorname{tg} \varphi] = 0,3157 \pi p \ell d \quad (2.45)$$

On notera que ces deux forces sont dans le rapport

$$\frac{\Delta F_r}{\Delta F_e} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi) - \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi) + \operatorname{tg} \varphi} = q < 1 \quad (2.46)$$

Pour  $\operatorname{tg} \alpha = 0,3$  et  $\mu = 0,12$ , on obtient

$$q = 0,5681 \quad (2.47)$$

Au total, la force d'emmanchement et la réaction sont alors

$$\begin{aligned} F_e &= F_0 + \Delta F_e \\ F_r &= F_0 + \Delta F_r \end{aligned} \quad (2.48)$$

#### 2.4.6.6 Cas de plusieurs paires d'anneaux en série

Si l'on monte plusieurs paires d'anneaux en série, la réaction de la première paire d'anneaux sert de force d'emmanchement de la deuxième et ainsi de suite. Donc la première paire d'anneaux voit une force d'emmanchement  $\Delta F_e$ , la seconde, une force d'emmanchement  $q\Delta F_e$ , et ainsi de suite. Il en résulte que si la première paire d'anneau réalise  $p_1 d$ , on a pour la seconde  $p_2 d = qp_1 d$ , pour la troisième  $p_3 d = q^2 p_1 d$ , et la  $n^e$ ,  $p_n d = q^{n-1} p_1 d$ . Les pressions sont donc de plus en plus faibles d'une paire à l'autre.

#### 2.4.6.7 Efforts transmissibles

Chaque couple d'anneaux permet de transmettre un effort axial et un couple, suivant la formule classique

$$\sqrt{F_a^2 + \left(\frac{2}{d_a} M_t\right)^2} = \mu \pi d l p$$

Lorsque  $n$  couples d'anneaux sont montés en série, la pression nécessaire au premier anneau, que nous noterons  $p_{min}$ , est donnée par

$$\begin{aligned} \sqrt{F_a^2 + \left(\frac{2}{d_a} M_t\right)^2} &= (1 + q + \dots + q^{n-1}) \mu \pi d l p_{min} \\ &= \frac{1 - q^n}{1 - q} \mu \pi d l p_{min} \end{aligned} \quad (2.49)$$

ce qui permet de déduire  $\Delta F_{e,min}$  par (2.44). Au maximum, on aura donc un facteur  $1/(1 - q) = 2,284$ . Le tableau suivant montre les performances de plusieurs paires d'anneaux :

n	1	2	3	4	5	$\infty$
$(1 - q^n)/(1 - q)$	1,000	1,568	1,895	2,074	2,178	2,315

Comme on peut le constater, il est inutile de placer plus de quatre paires d'anneaux, car les paires supplémentaires seraient trop mal utilisées.

**2.4.6.8 Limitation des pressions**

On calcule normalement les pressions admissibles comme en frettage, soit

– Pour un moyeu ductile,

$$\sigma_T = \frac{2p}{1 - Q_m^2} \leq \frac{R_e}{s_e}, \quad s_e = 1,25$$

ce qui donne

$$p_{max} = \frac{1 - Q_m^2}{2} \frac{R_e}{s_e} \quad (2.50)$$

– Pour un moyeu fragile,

$$\sigma_{max} = p \frac{1 + Q_m^2}{1 - Q - m^2} \leq \frac{R_m}{s_m}, \quad s_m = 2...3$$

ce qui donne

$$p_{max} = \frac{1 - Q_m^2}{1 + Q_m^2} \frac{R_m}{s_m} \quad (2.51)$$

Il s'agit, bien entendu, de la pression au premier anneau.

**2.4.6.9 Tableau des anneaux élastiques RINGFEDER ANOBLOC**

$d_a/mm$	$d_m/mm$	$\ell/mm$	$\ell'/mm$
9	12	3,7	4,5
10	13	3,7	4,5
12	15	3,7	4,5
13	16	3,7	4,5
14	18	5,3	6,3
15	19	5,3	6,3
16	20	5,3	6,3
17	21	5,3	6,3
18	22	5,3	6,3
19	24	5,3	6,3
20	25	5,3	6,3
22	26	5,3	6,3
24	28	5,3	6,3
25	30	5,3	6,3
28	32	5,3	6,3
30	35	5,3	6,3
32	36	5,3	6,3
35	40	6	7
36	42	6	7
38	44	6	7
40	45	6,6	8
42	48	6,6	8
45	52	8,6	10
48	55	8,6	10
50	57	8,6	10
55	62	8,6	10
55	64	10,4	12
60	68	10,4	12
63	71	10,4	12
65	73	10,4	12
70	79	12,2	14
71	80	12,2	14
75	84	12,2	14
80	91	15	17
85	96	15	17
90	101	15	17
95	106	15	17
100	114	18,7	21

**2.4.6.10 Calcul d'un assemblage à anneaux élastiques RINGFEDER ANOBLOC**

Le calcul résulte de la comparaison de deux valeurs extrêmes de l'effort d'engagement. On calcule d'abord le jeu maximal  $j$  et on en déduit l'effort initial  $F_0$  par la formule (2.42)

$$F_0 = 1,437E \frac{d_m - d_a}{d_m + d_a} j \quad (2.52)$$

1. *Valeur minimale* : pour reprendre les efforts. Comme le produit  $pd$  est le même à l'arbre et au moyeu, c'est à l'arbre que le glissement peut se produire. On déduit de (2.49)

$$\pi d \ell p_{min} = \frac{1-q}{1-q^n} \frac{\sqrt{F_a^2 + \left(\frac{2}{d_a} M_t\right)^2}}{\mu} \quad (2.53)$$

et, par (2.44),

$$(\Delta F_e)_{min} = 0,557 \pi d \ell p_{min} \quad (2.54)$$

ainsi que

$$(F_e)_{min} = F_0 + (\Delta F_e)_{min} \quad (2.55)$$

2. *Valeur maximale* : pour la résistance du moyeu. On calcule

$$\begin{aligned} p_{max} &= \frac{1-Q_m^2}{2} \frac{R_e}{s_e} \quad (\text{moyeu ductile}) \\ &= \frac{1-Q_m^2}{1+Q_m^2} \frac{R_m}{s_m} \quad (\text{moyeu fragile}) \end{aligned} \quad (2.56)$$

et on en déduit

$$(\Delta F_e)_{max} = 0,557 \pi d_m \ell p_{max} \quad (2.57)$$

$$(F_e)_{max} = F_0 + (\Delta F_e)_{max} \quad (2.58)$$

Si l'on se donne un procédé de serrage des vis, on vérifiera que

$$\frac{(F_e)_{max}}{(F_e)_{min}} \geq \alpha_b \quad (2.59)$$

Si ce n'est pas le cas, on peut ajouter des anneaux (jusqu'à 4 paires, après cela ne change pratiquement plus rien) ou alors, augmenter les diamètres. La force de serrage à prescrire est  $0,9(F_e)_{max}$ . Elle est à diviser entre les vis.

### 2.4.7 Ensemble de serrage RINGFEDER DYNABLOC

Il s'agit d'ensembles comprenant deux anneaux fendus et deux bagues de serrage fendues munies de vis à six pans creux (figure 2.25). Plus encombrants que les anneaux de serrage ANOBLOC, ces ensembles permettent de transmettre des couples importants. La conicité des bagues est de 0,5 (c'est-à-dire  $\text{tg } \alpha = 0,25$ ). Lors du serrage, un léger moment de flexion naît dans les bagues, ce qui permet le démontage spontané lorsque l'on relâche la tension. Ce système est donc très pratique pour le montage et pour le démontage. On utilise essentiellement ce genre de montage dans les machines lourdes. Le calcul de ces ensembles est beaucoup plus simple que celui des anneaux ANOBLOC. Comme le montre la figure 2.26, on a

$$F_e = \pi(p_1 d_1 + p_2 d_2) a (\mu + \text{tg } \alpha)$$

et, les bagues étant dépourvues de contraintes circonférentielles, on obtient, en négligeant le petit effet de flexion,

$$p_1 d_1 = p_2 d_2$$

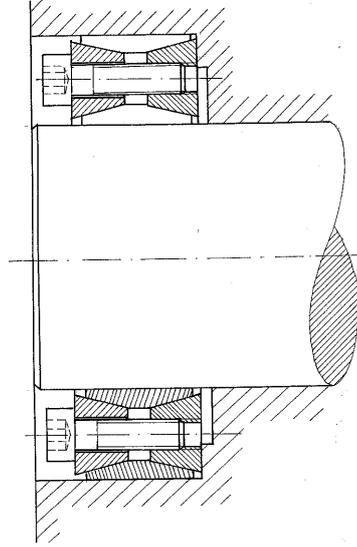


FIGURE 2.25 – Ensemble de serrage RINGFEDER DYNABLOC

Par ailleurs, l'équilibre des anneaux implique, avec la même approximation,

$$\begin{aligned} p_m d_m \ell &= 2p_1 d_1 a (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) \\ p_a d_a \ell &= 2p_2 d_2 a (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) \end{aligned}$$

ce qui implique

$$p_a d_a = p_m d_m = pd \text{ unique} = \frac{a}{\ell} p_1 d_1 (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha) = \frac{a}{\ell} p_2 d_2 (1 - \mu \operatorname{tg} \alpha)$$

On en déduit

$$\begin{aligned} F_e &= \pi \cdot 2p_1 d_1 a (\mu + \operatorname{tg} \alpha) \\ &= 2\pi pd \ell \frac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha} \\ &= 2\pi pd \ell \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) \end{aligned} \quad (2.60)$$

La pression nécessaire pour transmettre un effort axial  $F_a$  et un couple  $M_t$  est encore une fois donnée par

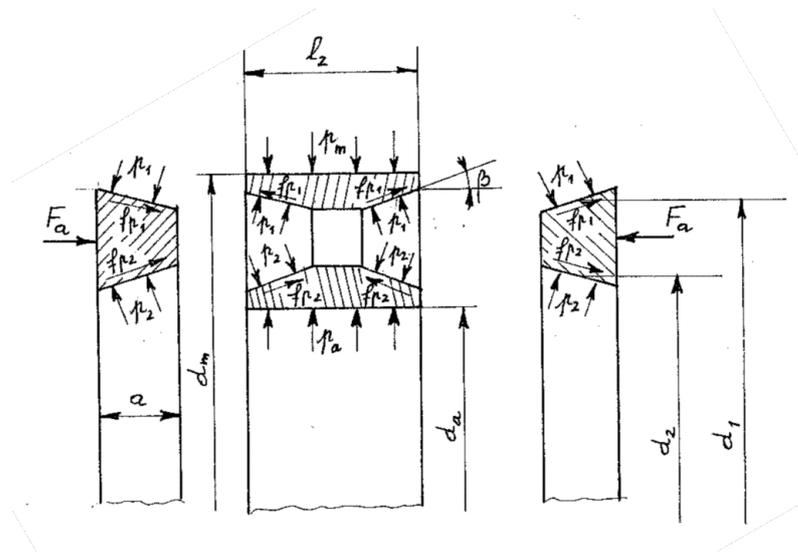
$$\pi d \ell p_{min} = \frac{\sqrt{F_a^2 + \left(\frac{2}{d_a} M_t\right)^2}}{\mu} \quad (2.61)$$

ce qui, combiné à (2.60), donne

$$(F_e)_{min} = 2\sqrt{F_a^2 + \left(\frac{2}{d_a} M_t\right)^2} \frac{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi)}{\operatorname{tg} \varphi} \quad (2.62)$$

On calcule par ailleurs  $p_{max}$  sur le moyeu comme en freinage et on en déduit

$$(F_e)_{max} = 2\pi p_{max} d_m \ell \operatorname{tg}(\alpha + \varphi) \quad (2.63)$$

FIGURE 2.26 – Répartition des efforts. Par  $f$ , il faut entendre  $\mu$ 

et on vérifie que

$$\frac{(F_e)_{max}}{(F_e)_{min}} \geq \alpha_b$$

Si c'est le cas, il faut prescrire un serrage égal aux 9/10 du maximum, à répartir, évidemment, entre les boulons.

Pour ce qui est des tolérances de fabrication, ces anneaux n'ont pas d'exigences sévères, car ils peuvent se dilater et se contracter dans d'assez larges limites. On pourra admettre :

- pour l'arbre :  $h_11 \dots k11$
- pour le moyeu :  $H11 \dots N11$

La rugosité totale doit vérifier  $R_t \leq 16 \mu m$ .

## 2.4.7.1 Tableau des ensembles de serrage RINGFEDER DYNABLOC

Dimensions (mm)					vis à 6 pans creux	
$d_a$	$d_m$	$L$	$\ell$	$L'$	nombre	dimensions
30	55	20	17	27,5	10	M6 × 18
35	60	20	17	27,5	12	M6 × 18
40	65	20	17	27,5	14	M6 × 18
45	75	24	20	33,5	12	M8 × 22
50	80	24	20	33,5	12	M8 × 22
55	85	24	20	33,5	14	M8 × 22
60	90	24	20	33,5	14	M8 × 22
65	95	24	20	33,5	16	M8 × 22
70	110	28	24	39,5	14	M10 × 25
75	115	28	24	39,5	14	M10 × 25
80	120	28	24	39,5	14	M10 × 25
85	125	28	24	39,5	16	M10 × 25
90	130	28	24	39,5	16	M10 × 25
95	135	28	24	39,5	18	M10 × 25
100	145	30	26	44	14	M12 × 30
110	155	30	26	44	14	M12 × 30
120	165	30	26	44	16	M12 × 30
130	180	38	34	52	20	M12 × 35

## 2.4.8 Clavette inclinée creuse

La clavette provoque un serrage de l'arbre et du moyeu, globalement représentable par deux charges  $P$  diamétralement opposées (figure 2.27). Le couple résulte du frottement et vaut donc

$$M_t = \mu P d \quad (2.64)$$

Tout dépend évidemment de la charge  $P$  que l'on peut produire. Il s'agit tout d'abord de ne pas endommager le moyeu. Si l'on idéalise la mise en charge par deux charges linéiques diamétralement opposées de résultante  $P$ , la contrainte circonférentielle maximale se produit aux deux points  $A$  et  $A'$  représentés en figure 2.27 et est donnée par [17]

$$\sigma_{\theta, max} = \beta(Q) \frac{P}{\ell d} \quad (2.65)$$

la fonction  $\beta(Q)$  prenant les valeurs suivantes :

Q	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\beta$	0,6246	1,304	2,191	3,496	5,680	9,930	19,59	48,09	206,4

Pour  $Q$  très voisin de l'unité, on a

$$\beta(Q) \approx \frac{2,18}{(1-Q)^2} \quad (2.66)$$

Cette contrainte maximale doit être limitée à

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &\leq \frac{R_e}{s_e}, \quad s_e = 1,25 \text{ (moyeu ductile)} \\ &\leq \frac{R_m}{s_m}, \quad s_m = 2 \text{ (moyeu fragile)} \end{aligned}$$

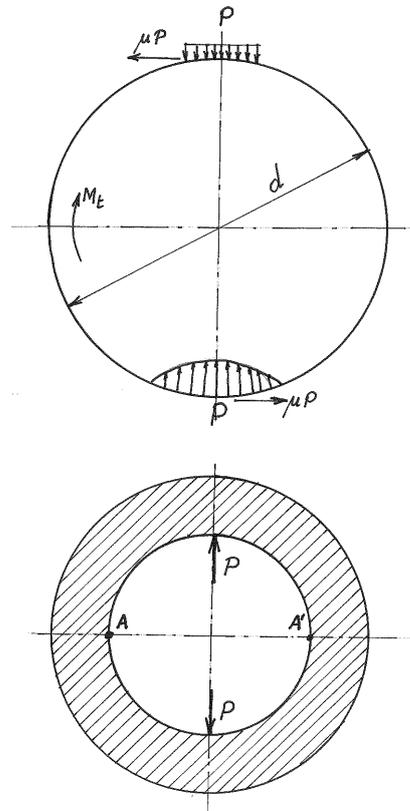


FIGURE 2.27 – Clavette inclinée creuse

L'effort nécessaire pour insérer la clavette s'obtient aisément par des conditions d'équilibre (figure 2.28). L'équilibre vertical implique

$$P_1(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) = P$$

et l'équilibre horizontal,

$$\begin{aligned} F_e &= \mu P + P_1(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \\ &= P \left( \mu + \frac{\mu + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha} \right) \\ &= P[\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)] \end{aligned} \quad (2.67)$$

Cet effort n'étant pas mesuré en pratique, on court le risque de faire éclater le moyeu. Pour éviter cet accident, il faut dimensionner la clavette de manière à ce qu'elle se mate avant que le moyeu n'éclate (la clavette est beaucoup moins chère que le moyeu). Étant donné que la clavette est enfoncée au maillet, ce qui amplifie la contrainte en son sein, cette condition sera certainement réalisée si l'on atteint simultanément la limite élastique de la clavette et la limite de résistance du moyeu. Exprimons cette condition. On a

$$(R_e)_{clavette} = \frac{F_e}{bh} = \frac{P[\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)]}{bh}$$

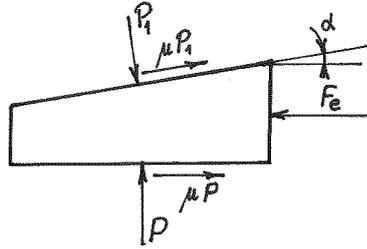


FIGURE 2.28 – Effort d'insertion de la clavette

et

$$(\sigma_{lim})_{moyeu} = \beta \frac{P}{ld}$$

d'où

$$\frac{(R_e)_{clavette}}{(\sigma_{lim})_{moyeu}} = \frac{\text{tg } \varphi + \text{tg}(\alpha + \varphi)}{\beta} \frac{ld}{bh}$$

ce qui entraîne la condition

$$\frac{\ell}{d} \geq \frac{b}{d} \cdot \frac{h}{d} \cdot \frac{\beta}{\text{tg } \varphi + \text{tg}(\alpha + \varphi)} \frac{(R_e)_{clavette}}{(\sigma_{lim})_{moyeu}} \quad (2.68)$$

Le signe  $\geq$  résulte du fait qu'une plus grande longueur soulage le moyeu.

### Remarques

1. Bien qu'en général elle ne soit pas grande, il convient de s'assurer que la pression de contact à la clavette vérifie

$$p = \frac{P}{bl} \leq \frac{R_e}{s_e} \text{ ou } \frac{R_m}{s_m}$$

2. L'action de la clavette décentre légèrement le moyeu par rapport à l'arbre, ce qui crée un balourd lors de la rotation. On ne peut donc pas utiliser ce genre de calage si la vitesse de rotation est importante.

## 2.5 Assemblages par obstacle précontraint

Il s'agit d'assemblages combinant l'effet d'adhérence à l'effet d'obstacle.

### 2.5.1 Clavettes inclinées

Les clavettes inclinées sont chassées entre l'arbre et le moyeu, qui comportent chacun une rainure (figure 2.29). Contrairement aux clavettes parallèles, les clavettes inclinées sont libres dans leur logement dans la direction tangentielle (figure 2.30). Sous l'effet du couple, la clavette tend à basculer, ce qui provoque un déplacement  $x$  des forces de pression  $P$  donné par

$$P \cdot 2x = \mu Ph \quad (2.69)$$

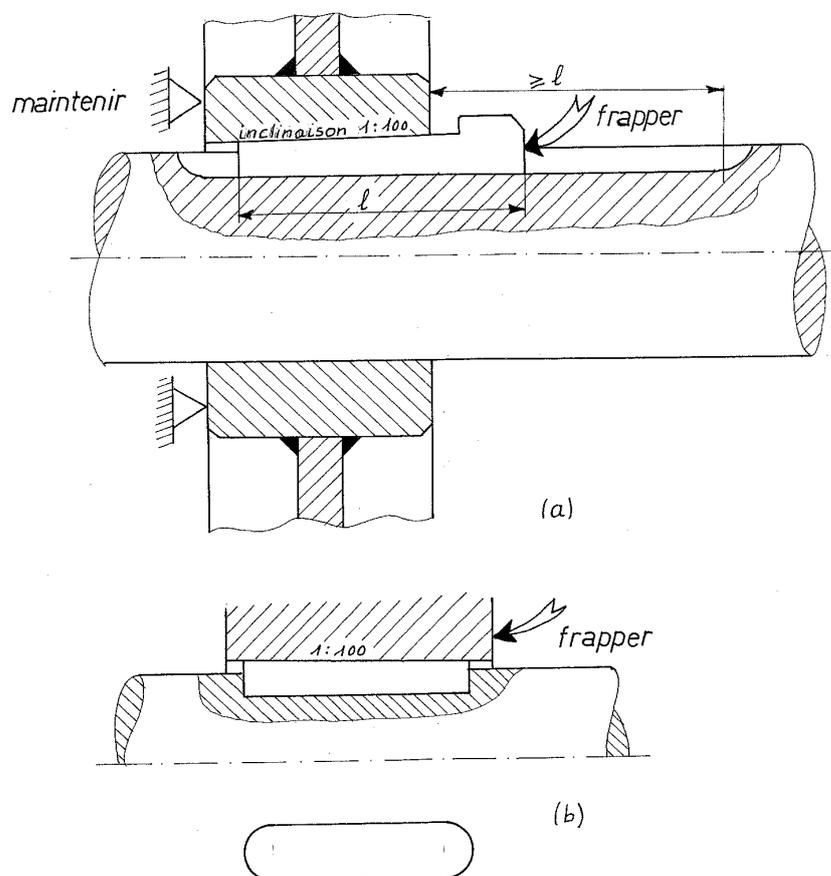


FIGURE 2.29 – Montage des clavettes inclinées

On a donc

$$M_t = \mu P(d - t_1) + Px = \mu P \left( d - t_1 + \frac{h}{2} \right) \approx \mu P d \quad (2.70)$$

La pression maximale sur la clavette vaut donc

$$p_0 = \underbrace{\frac{P}{\ell b}}_{\text{effort normal}} + \underbrace{\frac{6Px}{\ell b^2}}_{\text{moment}} = \frac{P}{\ell b} \left( 1 + 3\mu \frac{h}{b} \right) \quad (2.71)$$

En général, cependant, c'est l'état de contrainte du moyeu qui est critique. Il suffit donc d'effectuer le calcul comme dans le cas d'une clavette creuse.

Les tolérances relatives à la largeur des clavettes et de leur logement sont  $D10/h9$ .

**Remarque :** Ici encore, le moyeu est décentré.

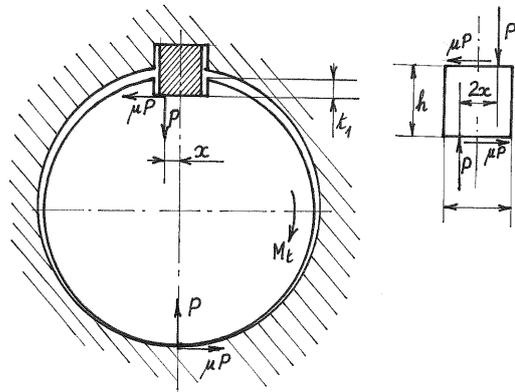


FIGURE 2.30 – Transmission du couple

### 2.5.2 Clavetage double tangential

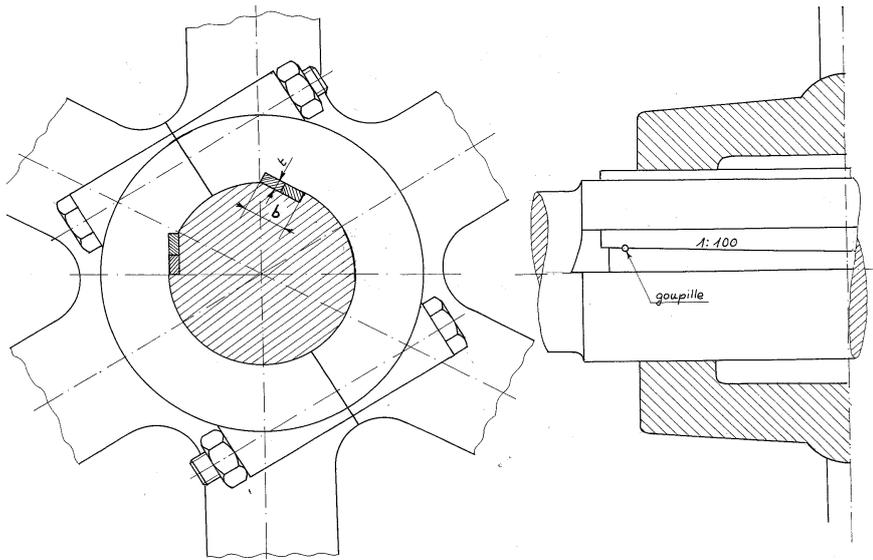


FIGURE 2.31 – Clavetage double tangential

Les clavettes tangentielles (figure 2.31) ont un angle  $\alpha$  donné par  $\operatorname{tg} \alpha = 1/100$ . Elles sont normalement disposées à  $120^\circ$ . Au repos, l'arbre est soumis à des forces de compression  $P$  et  $P_1$ , de telle sorte que (figure 2.32)

$$2P_1 \cos 30^\circ = P$$

soit

$$P_1 = 0,5774P$$

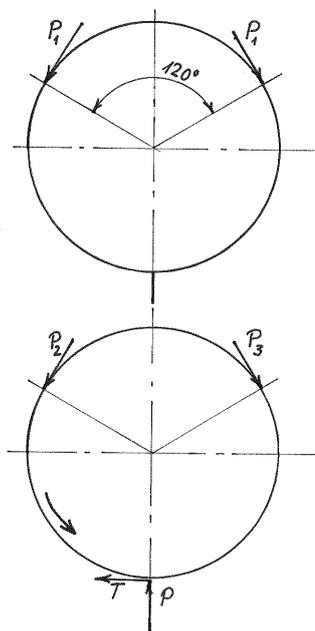


FIGURE 2.32 – Passage des efforts

Lors de la transmission d'un couple, on a les relations suivantes :

$$\begin{aligned}(P_2 + P_3) \cos 30^\circ &= P \\ (P_3 - P_2) \sin 30^\circ &= T\end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned}P_3 &= 0,5774P + T \\ P_2 &= 0,5774P - T\end{aligned}$$

et le couple vaut

$$M_t = T \frac{d}{2} + P_3 \frac{d}{2} - P_2 \frac{d}{2} = \frac{3}{2} T d$$

Lorsque le glissement s'amorce, il vient

$$M_t = \frac{3}{2} \mu P d \quad (2.72)$$

et

$$P_3 = (0,5774 + \mu) P$$

ce qui mène à la pression de contact aux clavettes

$$p = \frac{P_3}{\ell t} = (0,5774 + \mu) \frac{P}{\ell t} = \frac{2}{3} (0,5774 + \mu) \frac{M_t}{\ell t d} \quad (2.73)$$

On limitera cette pression à

$$\begin{aligned}p_{max} &= \frac{R_e}{s_e}, \quad s_e = 1,25 \text{ (moyeu ductile)} \\ &= \frac{R_m}{s_m}, \quad s_m = 2 \text{ (moyeu fragile)}\end{aligned}$$

Le calcul du moyeu peut, en première approximation, se faire comme dans le cas des clavettes creuses. Par rapport à celles-ci, le clavetage double tangentiel permet de transmettre un couple 1,5 fois plus élevé. Mais ici encore, le moyeu est décentré.



# Chapitre 3

## Paliers lisses

### 3.1 Introduction

À la vieille question consistant à savoir lequel, du palier lisse ou du roulement, est le meilleur, on ne peut en fait donner qu'une réponse mitigée. En fait, chacun a ses avantages et ses inconvénients propres, ce qui fixe des domaines où le roulement s'impose, d'autres où le palier lisse peut seul convenir et, bien entendu, un certain nombre de cas où ils entrent en concurrence. Il n'est donc pas inutile de dresser un rapide bilan des avantages et inconvénients des deux espèces de paliers.

Caractéristique	Palier lisse	Roulement
Amortissement des vibrations et des chocs	bon	mauvais
Sensibilité aux ébranlements et vibrations	faible	forte
Encombrement radial	faible	plus grand
Précision du guidage	meilleure	moins bonne
Exigence sur les tolérances	moyenne	grande
Possibilité de plusieurs pièces	oui	non
Durée de vie	illimitée dans les cas favorables	limitée
Grandes vitesses	oui	non
Quantité de lubrifiant requise	grande	faible
Puissance perdue	plus grande	plus faible
Comportement au démarrage	mauvais	bon
Surveillance	absolument nécessaire	moins impérative
Rodage	oui	non
Conséquences d'une avarie	souvent graves (arbre détérioré)	souvent bénignes (remplacer le roulement)

C'est pourquoi on préfère le palier lisse dans les circonstances suivantes :

- pour réduire le bruit et la dureté du fonctionnement ;
- pour les grande vitesses de rotation ;
- lorsque l'exigence de précision de la rotation sont grandes ;

- pour les forts ébranlements et vibrations ;
- pour les paliers découpés et les très petits diamètres.
- pour les paliers devant fonctionner très longtemps en régime (centrales électriques).

## 3.2 Principe de la lubrification

### 3.2.1 Introduction

Le problème fondamental des paliers lisses est d'éviter un frottement direct des surfaces en présence, qui aurait pour conséquence une dissipation d'énergie exagérée. Cette dissipation d'énergie se fait sous forme d'arrachement de métal (*usure*) et en *échauffement*. L'*usure* est gênante en ce qu'elle nuit à la précision du guidage et nécessite par ailleurs un remplacement périodique des pièces. L'échauffement, s'il est localisé, peut provoquer des soudures locales entre les pièces frottantes (*microgrippages*). Ces micro-soudures se détruisent, mais en provoquant des arrachements qui nuisent à l'état de surface. Au stade ultime, on assiste au *grippage*, où les pièces sont bloquées l'une sur l'autre. Il en résulte l'arrêt et, souvent, une détérioration grave de la machine.

C'est pourquoi on introduit entre les deux surfaces un fluide appelé lubrifiant, dans l'espoir d'éviter ces avaries. Le fonctionnement *idéal* est celui où, grâce à la présence du lubrifiant, les deux surfaces sont totalement séparées par un *film d'huile*. Cette circonstance apparaît dans le cas où se forme un *coin d'huile*, c'est-à-dire un rapprochement des deux surfaces dans le sens du mouvement.

### 3.2.2 Le coin d'huile

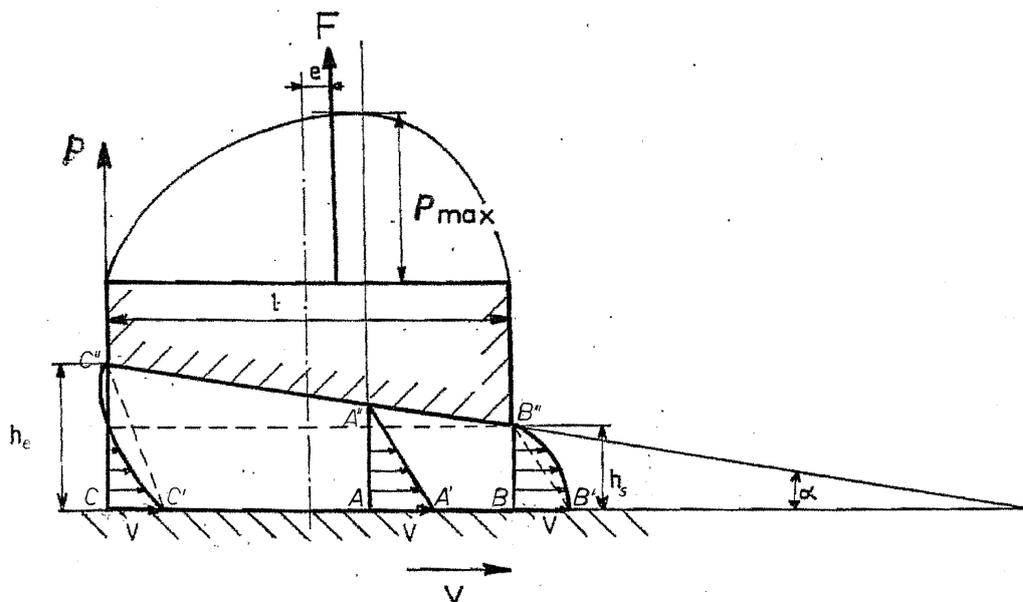


FIGURE 3.1 – Coin d'huile.

Considérons une surface horizontale se mouvant avec une vitesse  $V$  par rapport à une surface inclinée en convergeant dans le sens du mouvement (figure 3.1). Si au point  $A$  le diagramme des vitesses dans l'huile est linéaire, sa surface  $AA'A''$  représente le débit par unité de largeur :

$$Q' = \frac{Vh_A}{2}$$

À la sortie, le diagramme  $BB'B''$  devra être convexe pour donner le même débit, car  $h_B < h_A$ . Au contraire, à l'entrée, le diagramme des vitesses devra être concave. Or, on sait que *la concavité du diagramme des vitesses se tourne toujours dans le sens du gradient de pression*. Il en résulte que de  $B$  à  $A$ , la pression augmente et que de  $A$  à  $C$ , elle diminue. Comme la pression (relative) en  $B$  et  $C$  est nulle, le diagramme des pressions a la forme indiquée sur la figure. Il en résulte une *force verticale*  $P = \sum p$  tendant à écarter la surface fixe de la surface mobile. En s'arrangeant pour que cette force soit suffisante, on peut supprimer tout contact des deux pièces. Le *film d'huile* est alors réalisé.

### 3.2.3 Formation pratique des coins d'huile

Un coin d'huile peut être obtenu artificiellement en mettant en présence deux surfaces planes comme évoqué ci-dessus. C'est ce que l'on appelle un *blochet*. Ceci est par exemple réalisé dans certaines butées, dites butées Michell, où les blochets peuvent avoir une orientation fixe ou être articulés [13]. Mais dans le cas des paliers, en dehors du cas improbable où l'arbre est parfaitement centré dans l'alésage, l'excentricité de l'arbre provoque un rétrécissement de la section du passage de l'huile qui constitue *naturellement* un coin d'huile.

## 3.3 Pertes dans les paliers. Courbe de Stribeck

Étant donné un arbre de diamètre  $d$  qui tourne tout en supportant une charge  $P$ , on constate qu'il faut, pour faire tourner l'arbre, dépenser une certaine puissance  $\mathcal{P}_p$  dite *perte de puissance*. Le *moment de perte*, défini par

$$M_p = \frac{\mathcal{P}_p}{2\pi N} \quad (3.1)$$

est le moment à appliquer à l'arbre pour le faire tourner à la fréquence de rotation  $N$ . Traditionnellement, on se réfère au schéma de Coulomb et on identifie le moment  $M_p$  à l'action d'une force tangentielle de la forme<sup>1</sup>

$$T = fP$$

comme le représente la figure 3.2, ce qui mène à écrire

$$M_p = fP \frac{d}{2}$$

Dans le cadre des paliers, il est de pratique courante d'encore appeler  $f$  le *coefficient de frottement*, bien qu'il ne s'agisse pas à proprement parler de frottement.

1. Dans ce chapitre, le symbole  $\mu$  est réservé à la viscosité, selon la tradition des tribologues. On note donc  $f$  le coefficient de frottement.

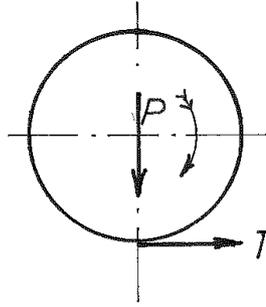


FIGURE 3.2 – Schéma coulombien.

Il est plus correct de parler de *coefficient de perte* et de considérer qu'il est *défini* par la relation

$$f = \frac{M_p}{P \frac{d}{2}} \quad (3.2)$$

Au démarrage, l'arbre repose sur l'alésage du palier. Le coefficient de perte est alors important (de l'ordre de 0,2) et l'influence des rugosités de surface est énorme. Pour des vitesses un peu plus importantes, l'effet hydrodynamique commence à se faire sentir et les surfaces s'écartent, tout en restant encore très proches. Il y a alors superposition des interactions de surface et du frottement visqueux dans le lubrifiant. Ce régime mixte est souvent appelé *régime onctueux des paliers*. Il est caractérisé par une *diminution* du coefficient de perte lorsque la vitesse s'accroît. Cette diminution prend fin pour une vitesse où le coefficient de perte passe par un minimum. Ce point de fonctionnement est appelé *point critique* et est arbitrairement pris comme frontière du régime onctueux. Au-delà du point critique, les effets hydrodynamiques sont prépondérants, et on parle donc de *régime hydrodynamique*. Cependant, il faut être conscient que les effets de surface ne disparaissent tout à fait que pour une vitesse plus élevée. Ce n'est qu'alors que toute usure disparaît. En régime hydrodynamique, le coefficient de perte *croît* avec la vitesse. Une dernière transition peut apparaître, quand l'écoulement devient turbulent, mais ceci se présente rarement dans les paliers courants. La courbe donnant le coefficient de perte en fonction de la fréquence de rotation, à *température constante*, est appelée *courbe de Stribeck*. Son allure est représentée en figure 3.3.

Le fonctionnement idéal d'un palier est le régime hydrodynamique, car les surfaces y sont nettement séparées, ce qui implique *l'absence d'usure* et l'impossibilité du grippage.

### 3.4 Principales qualités des lubrifiants

Il va de soi que les qualités du lubrifiant jouent un grand rôle dans le succès du graissage. En régime hydrodynamique, la qualité fondamentale est la *viscosité*. En régime mixte, l'huile doit présenter d'autres qualités, assez mal définies, et que l'on regroupe souvent sous le nom d'*onctuosité*. En gros, l'onctuosité est ce qui fait diminuer le frottement en régime onctueux

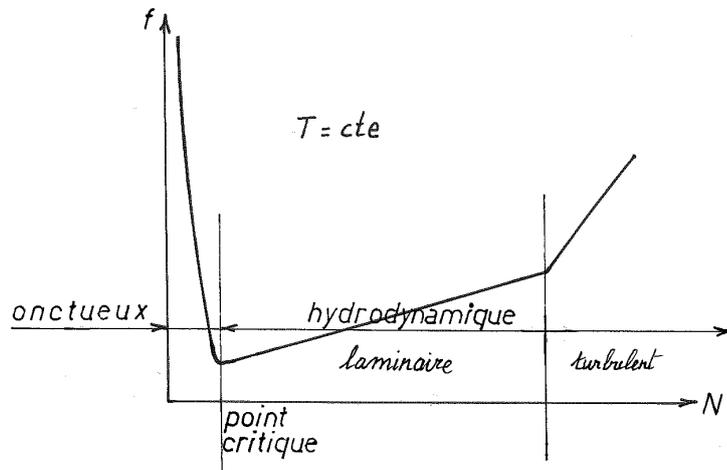


FIGURE 3.3 – Courbe de Stribeck.

### 3.4.1 Viscosité

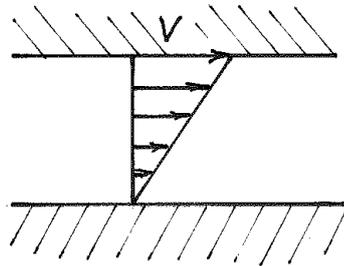


FIGURE 3.4 – Définition de la viscosité.

Rappelons que dans le cas d'une vitesse linéairement variable sur l'épaisseur (écoulement de Couette, figure 3.4, la contrainte de cisaillement  $\tau$  a la forme

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$$

où s'introduit la *viscosité*  $\mu$ . L'équation aux dimensions de cette grandeur est donc

$$[\mu] = \frac{[\tau][z]}{[u]} = \frac{Pa \times m}{m/s} = Pa.s$$

Pour fixer les idées, les huiles minérales (i.e. élaborées à partir du pétrole) ont une viscosité de l'ordre de 0,1 à 0,2 Pa.s.

On utilise aussi la notion de *viscosité cinématique* ( par opposition à la précédente, qui est dite *dynamique*), donnée par

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

où  $\rho$  est la masse volumique. La dimension de cette nouvelle grandeur est

$$[\nu] = \frac{[\mu]}{[\rho]} = \frac{FL^{-2}T}{ML^{-3}} = \frac{ML^{-1}T^{-1}}{ML^{-3}} = L^2T^{-1}$$

donc  $\nu$  s'exprime en  $m^2/s$ . En pratique, on utilise plutôt le sous-multiple  $mm^2/s$ .

La mesure de la viscosité cinématique peut théoriquement se faire à l'aide d'un tube capillaire suffisamment long pour que l'on puisse négliger la vitesse du fluide. La viscosité cinématique est alors en raison directe du temps d'écoulement d'un volume déterminé de fluide. Mais ce type d'essai est trop long pour les besoins de la pratique. Aussi préfère-t-on utiliser des conduits plus larges. Mais alors, l'énergie cinétique du fluide n'est plus négligeable et la mesure n'a de valeur que si l'on s'en tient à des essais normalisés. Parmi les échelles de ce genre, les plus courantes sont :

- l'échelle *Engler* ( $E$ ), utilisée en Europe continentale ;
- l'échelle *Redwood* ( $R$ ), d'application au Royaume Uni ;
- l'échelle *Saybolt* ( $S$ ), utilisée aux U.S.A.

Pour convertir ces valeurs en viscosités cinématiques, on peut utiliser les formules empiriques suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\nu}{mm^2/s} &= 7,31E - \frac{6,31}{E} \\ \frac{\nu}{mm^2/s} &= 0,220S - \frac{180}{S} \\ \frac{\nu}{mm^2/s} &= 0,250R - \frac{160}{R} \end{aligned}$$

#### 3.4.1.1 Variation de la viscosité avec la température

**Pente de viscosité** - La viscosité diminue *très fort* lorsque la température augmente. Il ne suffit donc pas de connaître la viscosité à une température donnée, encore faut-il savoir comment elle varie avec la température. Une méthode assez généralement admise pour cette caractérisation repose sur la constatation empirique que la variable

$$W = \log \log \left( \frac{\nu}{\nu_0} + 0,8 \right), \quad \text{où } \nu_0 = 1mm^2/s \quad (3.3)$$

varie de manière à peu près linéaire en fonction du logarithme de la température absolue<sup>2</sup> (formule d'*Ubbelohde-Walther*)<sup>3</sup>. Partant de cette relation, on peut déterminer la *pente de viscosité*

$$m = \frac{W_1 - W_2}{\log T_2 - \log T_1} \quad (3.4)$$

Il existe également un *indice de viscosité*  $VI$  défini arbitrairement à partir de deux températures, et tel qu'un indice  $VI = 0$  désigne une huile de viscosité très variable et un indice  $VI = 100$  une huile de viscosité moins variable. Dans

2. On peut utiliser indifféremment les logarithmes décimaux ou les logarithmes népériens. La valeur de  $W$  changera, mais sa pente, non.

3. Du reste, lors d'un *mélange* d'huiles, huile  $k$  en fraction  $x_k$ , avec  $\sum_k x_k = 1$ , l'équation de Refutas équivaut à dire que  $W = \sum_k W_k$

ce système, les huiles courantes oscillent entre  $VI = 90$  et  $VI = 110$ . On a du reste proposé un *nombre de viscosité*  $VN$  défini à partir de  $m$  ci-dessus par la relation

$$VN = \left(2 - \frac{m}{3,55}\right) \cdot 100 \quad (3.5)$$

qui, aux environs de  $VI = 100$ , correspond à peu près à  $VI$ , mais a visiblement pour maximum  $VN = 200$  (taux de variation nul), alors que l'on rencontre parfois  $VI = 400$ .

**Formule de Cornelissen et Waterman** - On utilise également la formule de Cornelissen et Waterman [2], qui donne directement la viscosité dynamique sous la forme<sup>4</sup>

$$\ln \mu = \frac{A}{T^x} + B \quad (3.6)$$

où l'exposant  $x$  peut être pris égal à 3,5 pour les huiles courantes. On peut du reste l'ajuster correctement à partir de trois valeurs de la viscosité.

#### 3.4.1.2 Classification S.A.E des huiles

On utilise très souvent la classification S.A.E. des huiles, fondée sur la viscosité. La désignation des huiles pour moteurs ne se fonde que sur la viscosité à  $100^\circ C$  pour les huiles SAE 20...SAE 60. Les nuances SAE 0W...SAE 25W ont également une limite supérieure de viscosité à basse température :

Grade	Basse température (Pa.s)	Haute température ( $100^\circ C$ ) ( $mm^2/s$ )	
	$\mu$ max à ... $^\circ C$	$\nu$ min	$\nu$ max
0W	6 à -35	3,8	-
5W	6,6 à -30	3,8	-
10W	7 à -25	4,1	-
15W	7 à -20	5,6	-
20W	9,5 à -15	5,6	-
25W	13 à -10	9,3	-
20	-	5,6	<9,3
30	-	9,3	<12,5
40	-	12,5	<16,3
50	-	16,3	<21,9
60	-	21,9	26,1

Cette classification ne définit pas l'index de viscosité. Mais pour les huiles pour moteurs, on table d'habitude sur  $VI = 100$ , soit  $m = 3,55$ . Certaines huiles, classifiées de *multigrades*, possèdent une pente de viscosité très faible. On les note sous la forme

$$SAE 5W - 50$$

ce qui signifie qu'à  $-30^\circ C$ , l'huile a les propriétés d'une huile SAE 5W et qu'à  $100^\circ C$ , elle se comporte comme une huile SAE 50. Tablant sur  $\rho = 900kg/m^3$ ,

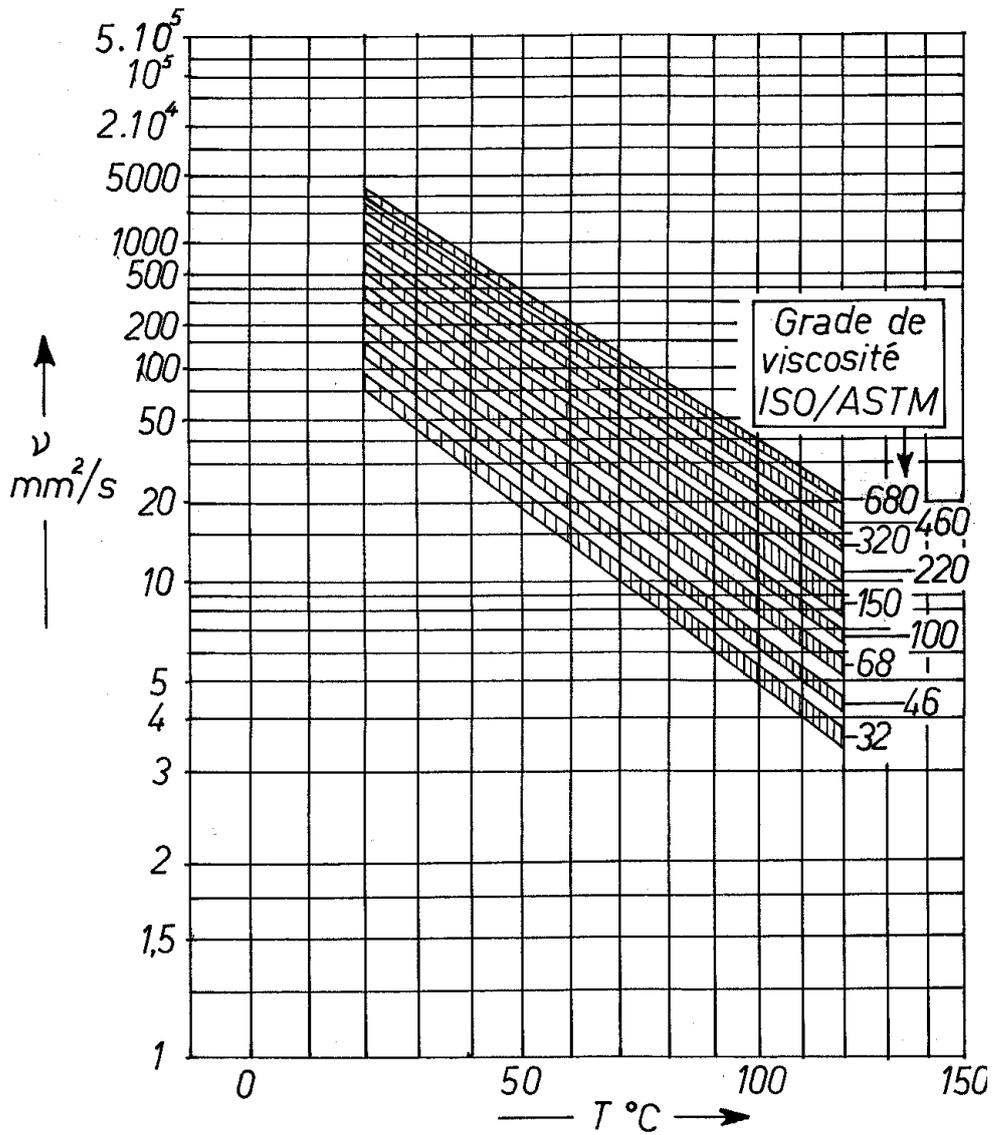
4. Cette forme est indépendante du fait que l'on utilise des logarithmes népériens ou des logarithmes décimaux.

cela donne

$$\begin{aligned}
 \nu_{-30} &= \frac{6,6}{900} = 7,333 \cdot 10^{-3} m^2/s = 7333 mm^2/s \\
 W_{-30} &= \log \log(7333 + 0,8) = -0,5872 \\
 \nu_{100} &= 16,3 mm^2/s \\
 W_{100} &= \log \log(16,3 + 0,8) = 0,09096 \\
 \log 373 &= 2,572 \\
 \log 243 &= 2,346 \\
 m &= \frac{0,5872 - 0,09096}{2,572 - 2,346} = 2,196 \\
 VN &= \left(2 - \frac{2,196}{3,55}\right) \cdot 100 = 138,1
 \end{aligned}$$

soit  $VN = 138,1$  au moins.

Les figures 3.5, 3.6 et 3.7 donnent les courbes de viscosité d'un certain nombre d'huiles courantes.

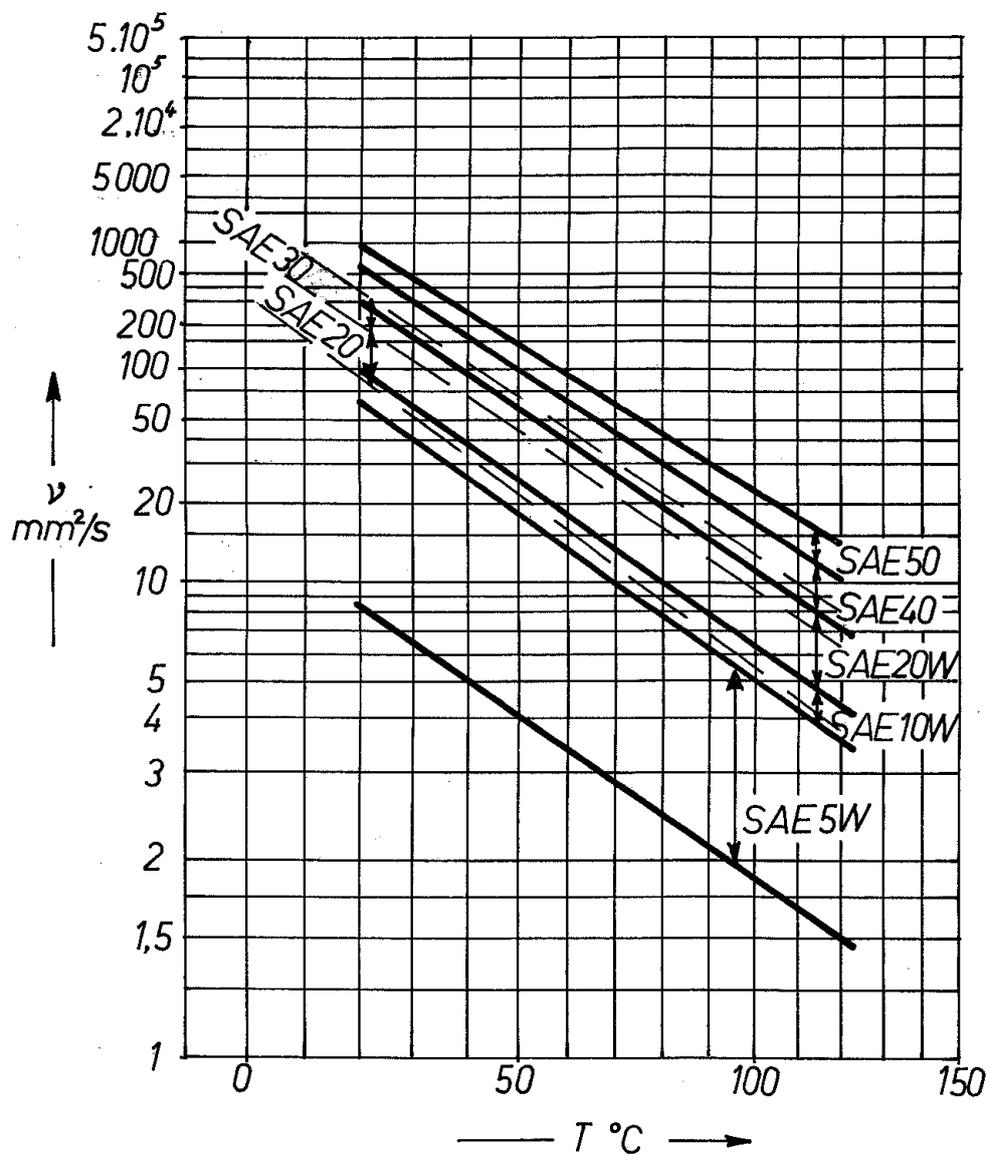


LUBRIFIANTS LIQUIDES INDUSTRIELS

ISO 3448 - ASTM D2422 - V.I. = 90

(d'après TIMKEN)

FIGURE 3.5 - Lubrifiants ISO/ASTM

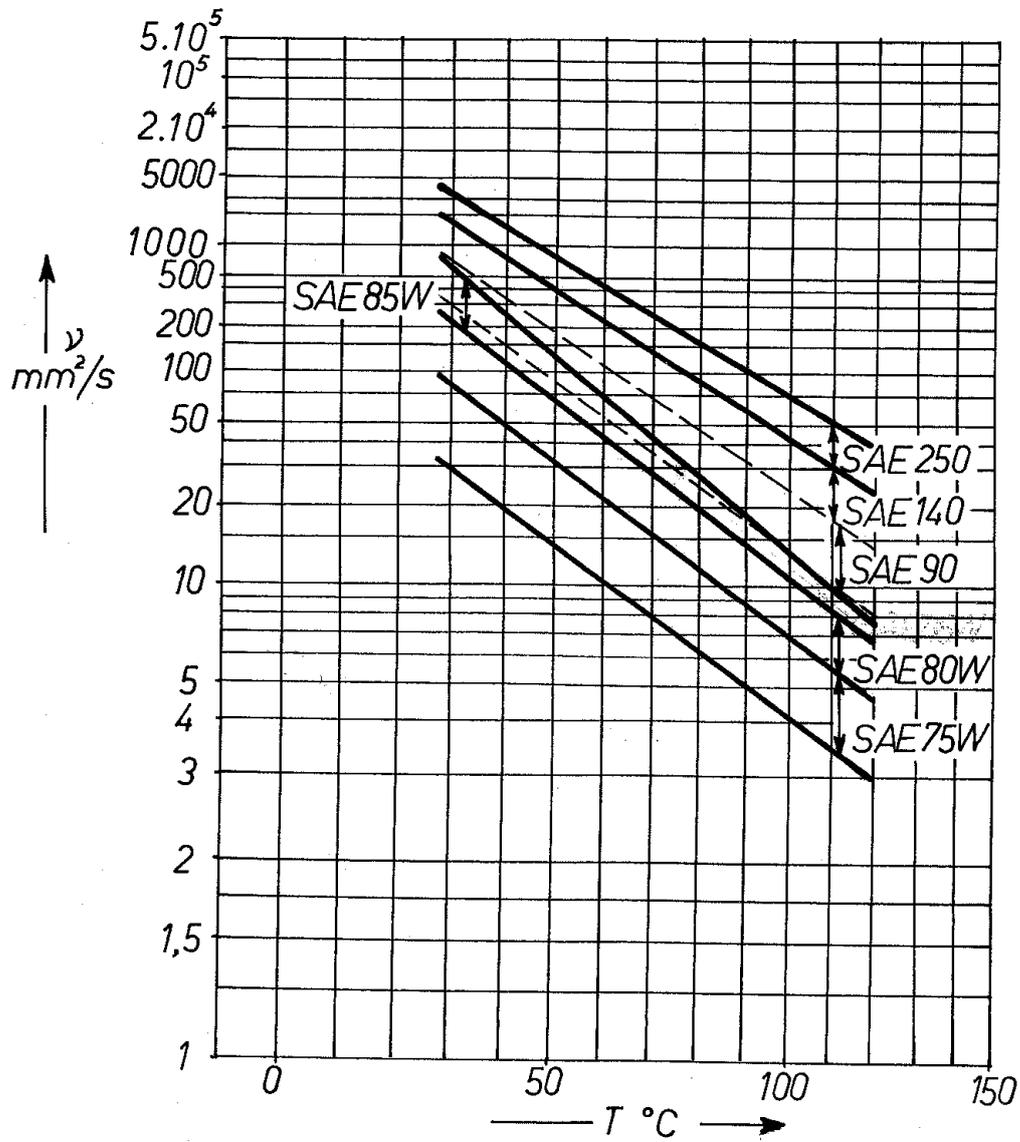


HUILES POUR MOTEURS

SAE J300c V.I.=110

(d'après TIMKEN)

FIGURE 3.6 – Lubrifiants SAE pour moteurs



HUILES POUR BOÎTES ET PONTS

SAE J306b V.I. = 90  
(d'après TIMKEN)

FIGURE 3.7 – Lubrifiants SAE pour boîtes de vitesses et ponts

### 3.4.1.3 Variation avec la pression

La viscosité varie encore avec la pression. Pour des pressions pouvant aller jusqu'à  $2000 \cdot 10^5 Pa$ , on peut écrire

$$\eta(p) = \eta(0)e^{\beta p_{rel}} \quad (3.7)$$

D'après Kuss, on a, à  $25^\circ C$ ,

– pour les huiles synthétiques :  $\beta_{25} = 1,1 \dots 1,6 (MPa)^{-1}$  ;

– pour les huiles minérales :  $\beta_{25} = 1,5 \dots 5,0 (MPa)^{-1}$ ,

selon leur composition. Supposant  $p_{rel} = 200 \cdot 10^5 Pa$  on obtient par exemple

$$e^{\beta p_{rel}} = e^{1,6 \cdot 0,2} = 1,377$$

### 3.4.2 Masse volumique

Selon la norme DIN51757, on estime la masse volumique d'une huile à la température  $(15 + \theta^\circ C)$  par la formule

$$\frac{\rho(15 + \theta)}{kg/m^3} = \frac{\rho(15)}{kg/m^3} - 0,7(\theta - 15) \quad (3.8)$$

On a en général  $\rho(15) \approx 900 kg/m^3$ . À  $80^\circ C$ , on obtient ainsi

$$\rho = 900 - 0,7(80 - 15) = 854,5 kg/m^3$$

soit une diminution de 6% par rapport à  $15^\circ C$ .

## 3.5 Dissipation des paliers lisses en régime hydrodynamique

### 3.5.1 Description fonctionnelle du palier

Le *tourillon*, partie de l'arbre qui tourne dans le palier, a un diamètre  $d$  et un rayon  $r = d/2$ . Le coussinet, partie du palier en contact avec l'arbre, a un rayon  $(r + a)$ , où  $a$  est le *jeu radial*. Notons deux choses.

– En pratique, le diamètre *nominal* de l'arbre et du palier sont identiques. Ils ne diffèrent que par leurs écarts. Pour fixer les idées, ce sera un ajustement  $H_7 f_7$  ou  $H_8 e_8$ .

– On utilise parfois le *jeu diamétral*  $2a = d_{coussinet} - d_{palier}$ .

On appelle *paramètre de jeu* la grandeur

$$j = \frac{a}{r} = \frac{2a}{d} \quad (3.9)$$

Le palier a une longueur  $\ell$  au niveau du coussinet, et on définit l'*élancement* du palier comme le rapport

$$n = \frac{\ell}{d} \quad (3.10)$$

La charge verticale  $P$  est d'habitude représentée par la *pression moyenne*

$$p = \frac{P}{\ell d} \quad (3.11)$$

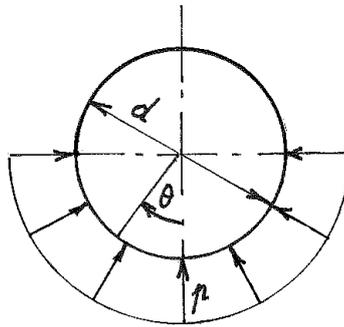


FIGURE 3.8 – Pression moyenne.

En effet, si l'on équilibre la force  $P$  par une distribution uniforme  $p$  de la pression sur la moitié inférieure du coussinet, on a (figure 3.8)

$$P = \int_S p = \ell p \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \theta r d\theta = pr\ell [\sin \theta]_{-\pi/2}^{\pi/2} = p\ell d$$

donc  $p$  est bien la moyenne de la pression.

Enfin, le lubrifiant est caractérisé par sa viscosité  $\mu$  et le régime, par la fréquence de rotation  $N$ .

### 3.5.2 Loi de Petroff et nombre de Sommerfeld

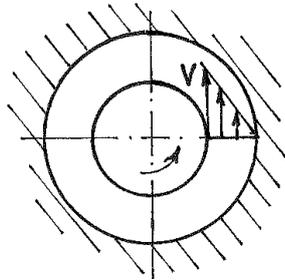


FIGURE 3.9 – Loi de Petroff.

Pour les paliers très élancés, subissant de grandes vitesses de rotation et de faibles charges, on peut admettre en première approximation que l'arbre est centré et qu'il n'y a pas de fuite latérale d'huile. Alors, la vitesse croît linéairement sur l'épaisseur du film et on a

$$\tau = \mu \frac{V}{a} = \mu \frac{2\pi N r}{a} = 2\pi \mu N \frac{r}{a}$$

Le moment de perte vaut alors

$$M_p = \tau \cdot r \cdot 2\pi r \ell$$

si bien que

$$f = \frac{M_p}{Pr} = \frac{\tau r \cdot 2\pi r \ell}{p \cdot 2r \ell \cdot r} = \pi \frac{\tau}{p}$$

soit

$$f = 2\pi^2 \frac{\mu N}{p} \frac{r}{a}$$

Multipliant par  $r/a$ , on obtient

$$f \frac{r}{a} = 2\pi^2 \chi \quad (3.12)$$

où apparaît la *variable de Sommerfeld*

$$\chi = \frac{\mu N}{p} \left( \frac{r}{a} \right)^2 \quad (3.13)$$

C'est la *loi de Petroff*.

Cependant, cette loi est en général jugée trop approximative et de plus, elle ne permet pas d'expliquer le mécanisme de la portance qui est précisément lié à l'excentrement. Son principal intérêt est d'introduire simplement la variable de Sommerfeld, qui régit entièrement le comportement du palier. En particulier, l'excentrement relatif  $\varepsilon = e/a$  (où  $e$  est l'excentrement) et l'angle de contrebalancement (angle  $\psi$  où se place l'épaisseur maximale du film) sont entièrement déterminés par le nombre de Sommerfeld et l'élanement :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= E(\chi, n) \\ \psi &= \Psi(\chi, n) \end{aligned}$$

et on peut encore montrer que

$$f \frac{r}{a} = F(\chi, n) \quad (3.14)$$

### 3.5.3 Comportement aux faibles nombres de Sommerfeld

À l'autre extrême, considérons le cas de très faibles nombres de Sommerfeld. Une manière d'obtenir cette condition est de faire tendre  $r/a$  vers zéro. On doit alors avoir

$$\lim_{r/a \rightarrow 0} f = \lim_{r/a \rightarrow 0} \frac{F(\chi, n)}{r/a} = \text{fini}$$

ce qui n'est possible que si l'on a, pour les faibles valeurs de  $r/a$ ,

$$F(\chi, n) \approx A(n) \sqrt{\chi}$$

soit

$$f \frac{r}{a} \approx A(n) \sqrt{\chi} \quad (3.15)$$

ou, ce qui revient au même,

$$f \approx A(n) \sqrt{\frac{\mu N}{p}} \quad (3.16)$$

### 3.5.4 Lois de Hanocq-Leloup

Les travaux de Hanocq et Leloup à l'Université de Liège ont conduit à proposer les lois suivantes pour les paliers de longueur finie [13] :

$$f \frac{r}{a} = \begin{cases} A(n)\sqrt{\chi} & \text{pour } \chi \leq \chi_0(n) \\ B(n) + C(n)\chi & \text{pour } \chi > \chi_0(n) \end{cases} \quad (3.17)$$

avec les coefficients suivants :

Alimentation : 90 à 180° en amont de la charge				
$n$	$\chi_0$	$A$	$B$	$C$
$\geq 1,5$	0,03	7,2	0,76	16,3
1	0,03	7,2	0,68	19,0
0,5	0,1	10,3	1,40	18,6

Pour d'autres valeurs de l'élancement  $n$ , on interpolera comme suit :

a)  $0,5 < n < 1$  : calculer  $f(0,5)$  et  $f(1)$ , puis interpoler linéairement :

$$f(n) = \frac{1-n}{0,5} f(0,5) + \frac{n-0,5}{0,5} f(1)$$

b)  $1 < n < 1,5$  : calculer  $f(1)$  et  $f(1,5)$  et interpoler suivant la formule

$$f(n) = \frac{1,5-n}{0,5} f(1) + \frac{n-1}{0,5} f(1,5)$$

Ces valeurs correspondent en fait à des conditions idéales en termes de rugosité. C'est pourquoi on y ajoute un *terme correctif*

$$\Delta f = 2,66 \times 10^{-13} \left( \frac{1}{j} \right)^3 \quad (3.18)$$

introduit par la Société belge des mécaniciens (SBM), sur base de travaux expérimentaux du Bureau of Standards des U.S.A.

### 3.5.5 Lois de Vogelpohl

Vogelpohl, grand spécialiste allemand de la lubrification, a proposé les lois simples que voici :

$$f \frac{r}{a} = \begin{cases} 3\sqrt{2\pi\chi} & \text{pour } 2\pi\chi \leq 1 \\ 3 \cdot 2\pi\chi & \text{pour } 2\pi\chi > 1 \end{cases} \quad (3.19)$$

qui donnent en général une bonne approximation.

## 3.6 Détermination du point critique

Il convient, comme nous l'avons déjà signalé, de placer le fonctionnement en régime hydrodynamique, de manière à éviter l'usure et les grands coefficients de perte pouvant mener au grippage. Mais ceci suppose que l'on puisse situer le point critique.

La détermination du point critique a fait l'objet de travaux remarquables de Leloup à l'Université de Liège [12]. Ces travaux, qui se sont étalés sur de nombreuses années, ont montré que le point critique est défini par une valeur donnée de la variable

$$\mathcal{L} = \frac{\mu V}{\sqrt[4]{P' \frac{d}{\ell}}} \quad (3.20)$$

que l'on appelle, en son honneur, *variable de Leloup*. On notera que cette variable est dimensionnée,

$$[\mathcal{L}] = (FL^{-1})^{3/4}$$

donc elle s'exprime en  $(N/m)^{3/4}$ . La valeur critique  $\mathcal{L}_0$  de cette variable dépend encore de la nature des *matériaux en présence*, ainsi que des *états de surface*.

Pour des coussinets en *métal blanc (babbitt)* et un état de surface standard, Leloup a obtenu

$$\mathcal{L}_0 = 1,04 \cdot 10^{-3} (N/mm)^{3/4} \quad (\text{métal blanc}) \quad (3.21)$$

Après un rodage poussé, on peut obtenir des valeurs plus faibles. Pour des coussinets en bronze, il propose une valeur double,

$$\mathcal{L}_0 = 2,08 \cdot 10^{-3} (N/mm)^{3/4} \quad (\text{bronze}) \quad (3.22)$$

En fonctionnement, il convient de se placer en sécurité par rapport au point critique, de manière à éviter toute usure. On travaillera donc à une valeur de  $\mathcal{L}$  donnée par

$$\mathcal{L} = m\mathcal{L}_0, \quad m = 3 \quad (3.23)$$

## 3.7 Loi d'échauffement

### 3.7.1 Relations de base

La connaissance de la température de frottement est essentielle, car la viscosité de l'huile varie très fort avec la température. Si, du fait de l'échauffement, la viscosité devient à ce point faible que l'on se trouve en-deçà du point critique, on se retrouve en régime onctueux, avec usure et risque de grippage.

La puissance dissipée dans le palier est donnée par

$$\mathcal{P}_p = M_p \cdot 2\pi N = Pfr \cdot 2\pi N = pldfV = pfVS \quad (3.24)$$

où  $S = \ell d$ . La chaleur ainsi produite se dissipe dans l'ambiance par conduction, convection et rayonnement :

$$\mathcal{P}_p = Q(\text{cond.}, \text{conv.}, \text{ray.})$$

Nous admettons, selon la pratique courante, que l'on peut écrire

$$Q = \alpha S'(t_s - t_a) \quad (3.25)$$

où  $S'$  est la surface *extérieure* du palier,  $t_s$ , la température sur cette surface, et  $t_a$ , la température ambiante. le coefficient de transfert  $\alpha$  vaut, selon les travaux de Hanocq et Leloup [13] complétés par Delcour [3],

$$\frac{\alpha}{W/(m^2 \cdot K)} = 18(1 + \gamma + \beta\sqrt{v}) \quad (3.26)$$

où le premier terme représente l'échange par la surface du palier, le second, la conduction de l'arbre et le troisième, la convection forcée en cas de ventilation. Pour le terme  $\gamma$ , on peut écrire

$$\gamma = \delta \inf \left[ 1, \left( \frac{1}{n_1} \frac{d}{d_1} \right)^2 \right] \quad (3.27)$$

où  $n_1 = L/d$ ,  $L$  étant la *longueur du palier* et  $d_1$  une longueur de référence,

$$d_1 = 0,027m \quad (3.28)$$

Le coefficient  $\delta$  tient compte du fait que dans un palier intermédiaire, la chaleur se dissipe dans l'arbre des deux côtés, tandis que dans un palier d'extrémité, elle ne passe que d'un côté. On écrit donc naturellement

$$\delta = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{(palier d'extrémité)} \\ 1 & \text{(palier intermédiaire)} \end{cases} \quad (3.29)$$

Le terme de convection par ventilation contient le facteur  $\beta$  auquel on donne les valeurs suivantes :

$$\beta = \begin{cases} 0 & : \text{fonctionnement en air calme} \\ \frac{1}{2} & : \text{palier ventilé d'un côté} \\ 1 & : \text{palier ventilé des deux côtés} \end{cases} \quad (3.30)$$

Dans ce terme,  $v$  représente la vitesse de l'air, en  $m/s$ . Rappelons que l'on ventile un palier par un petit ventilateur placé sur l'arbre. La vitesse de l'air est normalement de l'ordre de  $1,25m/s$ .

Cependant, ce n'est pas la température à la surface du palier qui importe, mais la *température moyenne du coussinet*  $t_c$ . On admet qu'elle lui est liée par une relation du type

$$t_s - t_a = K(t_c - t_a) \quad (3.31)$$

avec les valeurs suivantes, tenant compte de l'aptitude du corps de palier à transmettre la chaleur :

$$\begin{cases} \text{Palier ramassé, coussinet à fortes liaisons} & K = 1 \\ \text{Palier courant, coussinet fixe} & K = 0,9 \\ \text{Palier à rotule extérieure} & K = 0,85 \\ \text{Palier à rotule intérieure} & K = 0,8 \end{cases} \quad (3.32)$$

La formule finale s'écrit donc

$$Q = \alpha S' K (t_c - t_a) \quad (3.33)$$

Il reste à voir comment calculer la surface extérieure  $S'$  du palier.

- Pour un palier à semelle, on ne tient pas compte de la surface inférieure de la semelle. On peut aussi utiliser la formule approchée de Palmgren, qui consiste à assimiler le palier à un cylindre de longueur  $L$ , couché sur une génératrice. Alors, sa hauteur  $h$  est égale au diamètre du cylindre, et la surface extérieure vaut  $\pi h L$ , tandis que la surface de chaque base vaut  $\pi h^2/4$ . Au total, on obtient

$$S' \approx \pi h \left( L + \frac{h}{2} \right) \quad (3.34)$$

- Lorsqu'il s'agit d'un palier situé dans le bâti d'une machine, on a en général

$$S' \approx 15 \dots 25 \ell d \quad (3.35)$$

### 3.8 Avant-projet de palier

En général, on connaît

- la charge  $P$ ;
- la fréquence de rotation  $N$ .

Le diamètre du tourillon est en général fixé par des considérations étrangères à la lubrification (résistance et raideur de l'arbre). Il faut alors choisir la longueur du palier et le jeu.

#### 3.8.1 Choix de l'élancement

L'encombrement axial et l'existence inévitable de désalignements poussent à choisir de faibles valeurs de l'élancement  $l/d$ . Mais la limitation des fuites et la tenue du coussinet en régime onctueux - inévitable au démarrage et à la mise à l'arrêt - militent en sens inverse. Pratiquement, on adopte une valeur de  $n$  comprise entre 0,5 et 1,2, à condition de vérifier les valeurs de  $p$  (voir figure 3.10).

#### PRESSIONS ADMISSIBLES, d'après les proportions (VOGELPOHL)

cas  $l = d = 50 \text{ mm}$

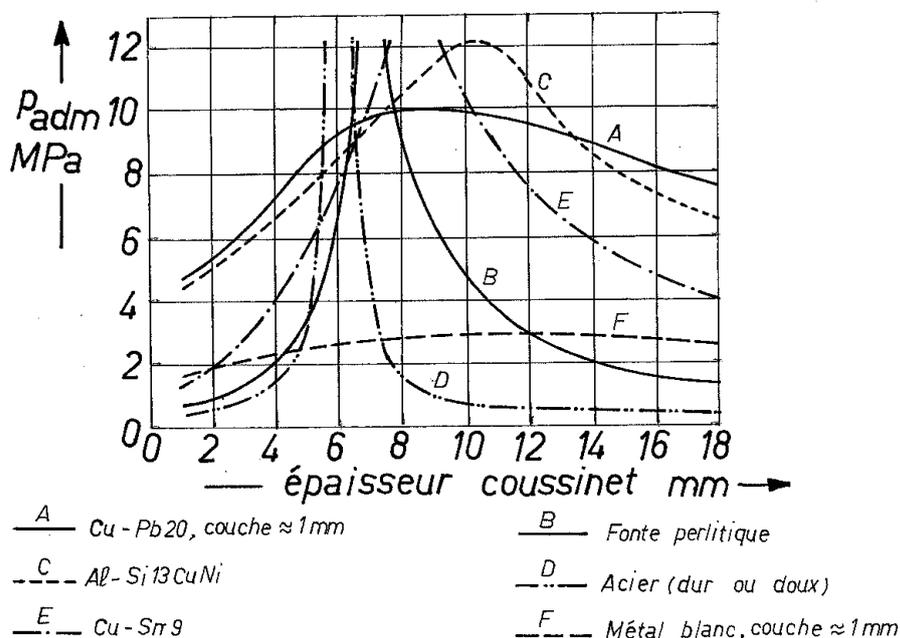


FIGURE 3.10 – Pressions moyennes admissibles, selon Vogelpohl.

### 3.8.2 Choix du jeu radial

- On utilise souvent un ajustement arbre/palier  $H_8e_8$  ou  $H_7f_7$ .
- Une autre manière de procéder consiste à utiliser la vieille norme allemande

$$\frac{a}{mm} = \frac{\left(\frac{d}{mm}\right)^{0,3}}{90} \quad (3.36)$$

- Leloup a proposé de choisir le jeu radial conduisant au *plus faible coefficient de perte*, sur base des lois de frottement de Hanocq-Leloup. On remarquera que pour  $\chi \leq \chi_0$ , le coefficient de perte ne dépend pas du jeu radial. Par contre, pour  $\chi > \chi_0$ , on a, en posant  $J = a/r$

$$f = BJ + \frac{C \mu N}{J p}$$

et cette expression est minimale par rapport à  $J$  pour

$$B - \frac{C \mu N}{J^2 p} = 0$$

soit

$$J = \sqrt{\frac{C \mu N}{B p}} \quad (3.37)$$

valeur qui dépend des conditions de charge et de vitesse. Le coefficient de perte vaut alors

$$f = 2\sqrt{BC} \sqrt{\frac{\mu N}{p}} \quad (3.38)$$

En considérant par exemple le cas  $n \geq 1,5$ , on obtient

$$J = \sqrt{\frac{16,3}{0,76}} \sqrt{\frac{\mu N}{p}} = 4,631 \sqrt{\frac{\mu N}{p}}$$

et

$$f = 2 \cdot \sqrt{16,3 \cdot 0,76} \sqrt{\frac{\mu N}{p}} = 7,039 \sqrt{\frac{\mu N}{p}}$$

Remarquons que pour ce choix, on obtient

$$\chi = \frac{\mu N}{p} \frac{1}{J^2} = \frac{\mu N}{p} \frac{Bp}{C\mu N} = \frac{B}{C}$$

soit, dans le cas présent,  $\chi = 0,04663$ , valeur supérieure à  $\chi_0 = 0,03$ . Pour  $n = 1$ , on a  $B/C = 0,03579$ , également supérieur à  $\chi_0 = 0,03$ , mais que pour  $n = 0,5$ , on a  $B/C = 0,07527$  alors que  $\chi_0 = 0,1$ . *Cette méthode ne convient donc pas pour les paliers courts ( $n < 1$ ).*

### 3.8.3 Choix de la viscosité en service

Ce choix se fait de manière à se mettre en sécurité par rapport au point critique. La condition

$$\frac{\mu V}{\sqrt[4]{P' \frac{d}{\ell}}} = m\mathcal{L}_0$$

conduit à

$$\mu = m\mathcal{L}_0 \frac{\sqrt[4]{P' \frac{d}{\ell}}}{V} \quad (3.39)$$

### 3.8.4 Calcul de la température

Connaissant  $\mu$ , on est en mesure de calculer le coefficient de perte  $f$ . On a alors

$$t_c = t_a + \frac{PfV}{\alpha S'K} \quad (3.40)$$

On vérifie que cette température est raisonnable, soit de l'ordre de  $50 \dots 60^\circ C$  normalement,  $60 \dots 90^\circ C$  au maximum.

### 3.8.5 Choix du lubrifiant

On cherche alors un lubrifiant ayant la viscosité voulue à la température calculée.

### 3.8.6 Cas d'une température trop élevée

Dans le cas où la température calculée est trop élevée, diverses solutions sont possibles :

- Augmenter l'élancement du palier, ce qui permet, à sécurité constante, de diminuer la viscosité en service, puisque

$$\mathcal{L} = \frac{\mu V}{\sqrt[4]{P' \frac{d}{\ell}}} = \frac{\mu V}{\sqrt[4]{P \frac{d}{\ell^2}}} = \mu V \sqrt[4]{\frac{dn^2}{P}} = \mu V \sqrt[4]{\frac{d}{P}} \sqrt{n}$$

croît comme  $\sqrt{n}$ . Mais pour des valeurs importantes de  $n$ , il faudra utiliser un palier à rotule, qui évacue moins bien sa chaleur.

- Augmenter le diamètre du tourillon, ce qui augmente  $\mathcal{L}$  à viscosité constante, puisque

$$\mathcal{L} = \mu V \sqrt[4]{\frac{dn^2}{P}} = \mu \pi N d^{5/4} n^{1/2} P^{-1/4}$$

## 3.9 Débit de fuite

Lors du fonctionnement, une partie de l'huile fuit sur les bords du coussinet. Le débit correspondant est noté  $Q_f$ . On y attache la variable sans dimension

$$\frac{Q_f}{ar\ell N}$$

Cette grandeur varie avec le nombre de Sommerfeld, l'élancement du palier et les conditions d'alimentation, à 180 ou 90 degrés en amont de la charge. La figure 3.11 donne des courbes valables pour l'alimentation à 180 degrés en amont de la charge.

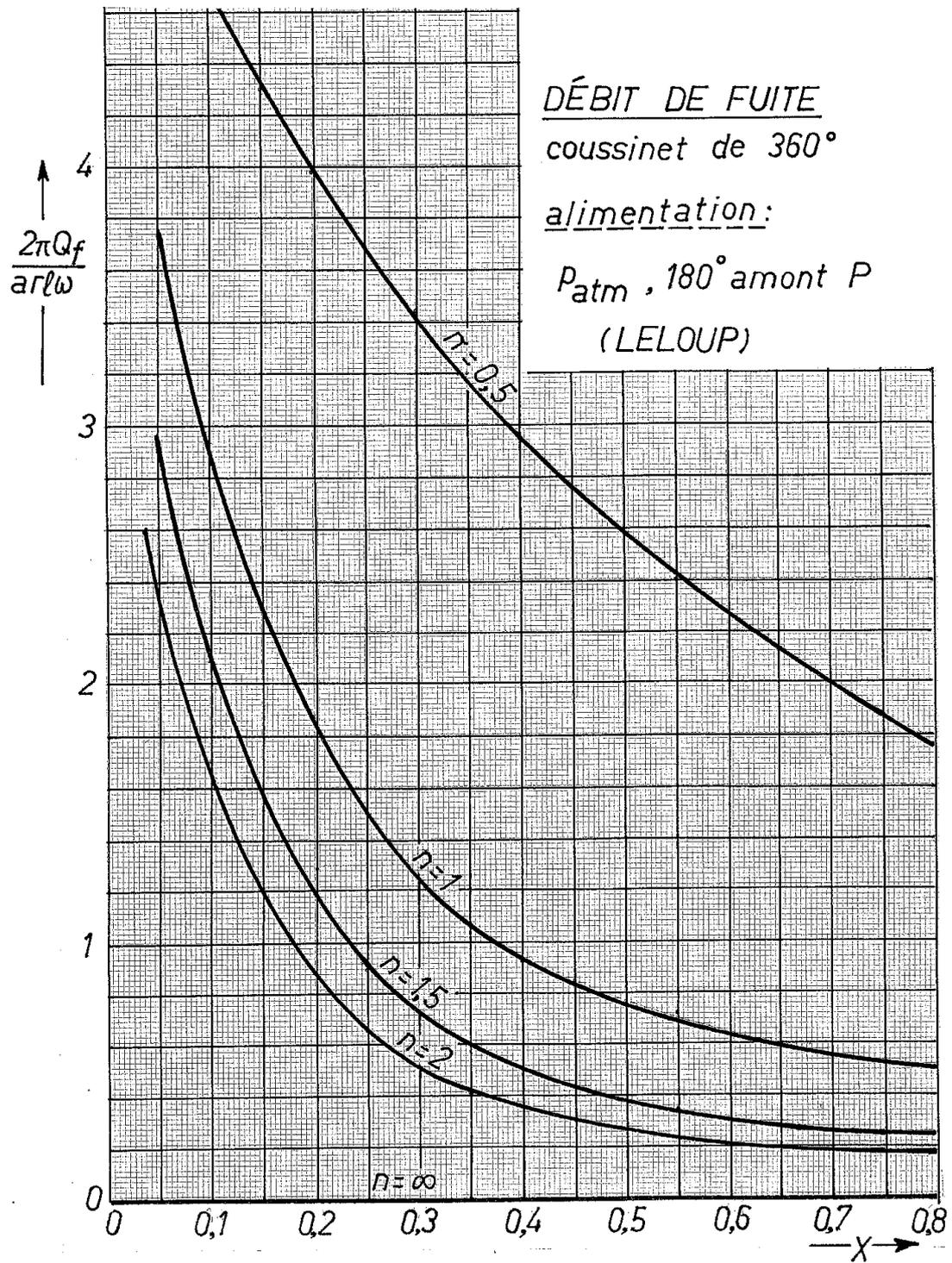


FIGURE 3.11 – Débit de fuite.

Il faut donc alimenter constamment le palier, ce qui peut se faire par une alimentation sous pression, ou plus simplement à l'aide de bagues fixes (figure 3.12) ou mobiles (figure 3.13). Les bagues fixes sont légèrement serrées sur l'arbre par un petit ressort et leur partie inférieure plonge dans la réserve d'huile. Au sommet, un racloir fait couler l'huile sur l'arbre, en face d'une rainure longitudinale du demi-coussinet supérieur. Les bagues mobiles ont un diamètre plus grand que l'arbre et roulent sur celui-ci.

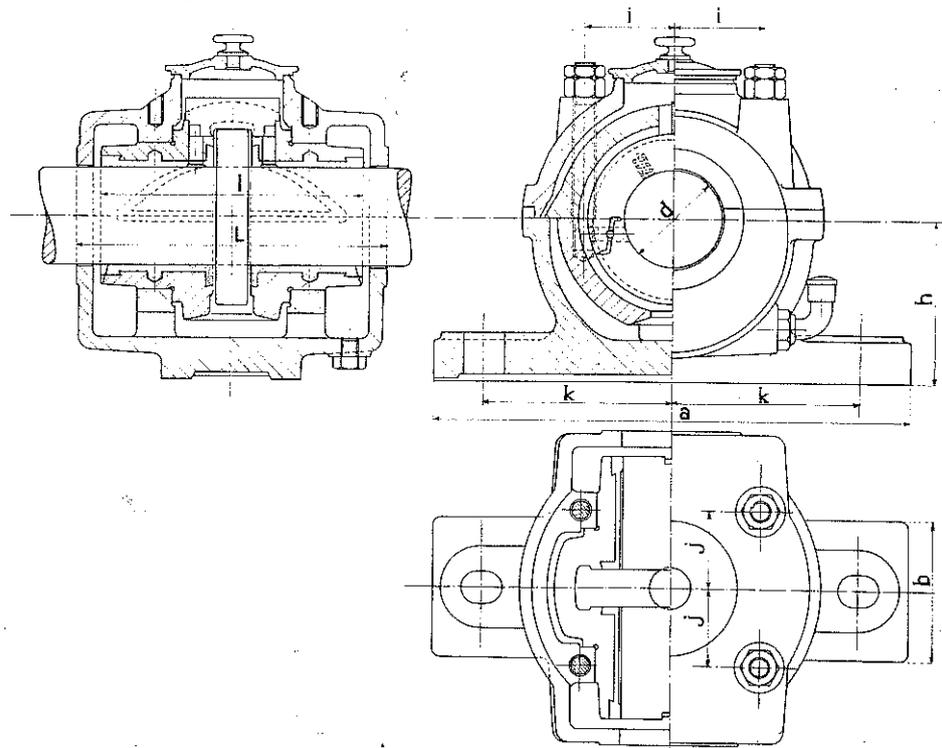


FIGURE 3.12 – Alimentation par bague fixe.

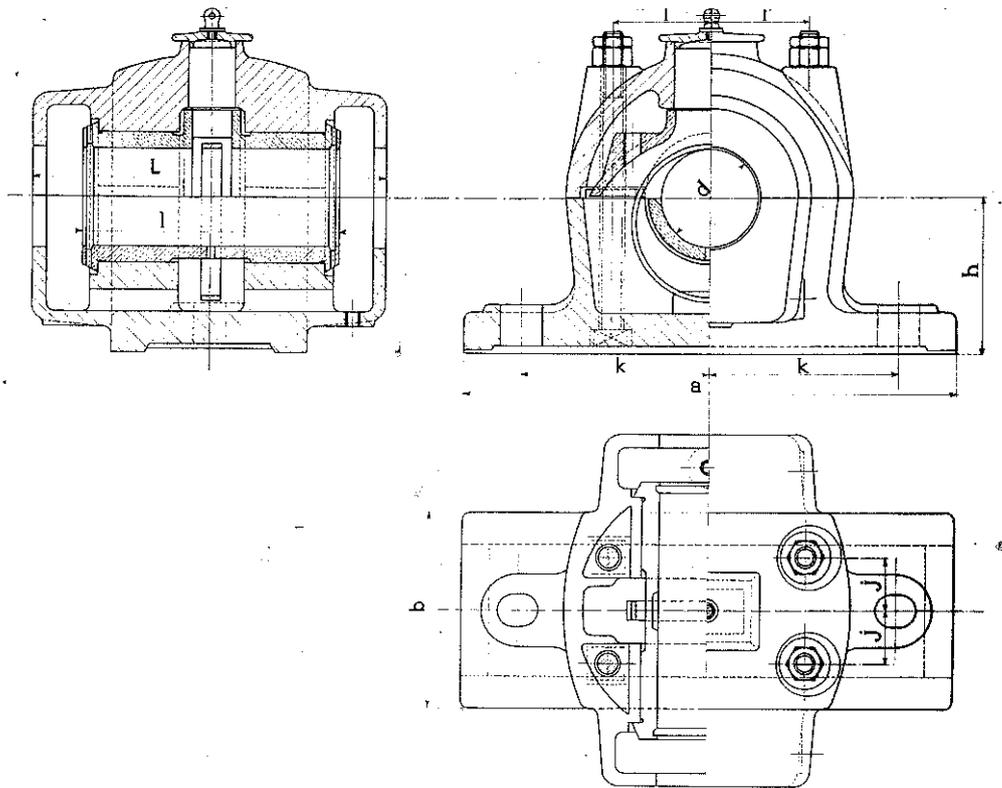


FIGURE 3.13 – Alimentation par bague mobile.

Une pratique ancienne consistait à ménager dans le coussinet des rainures allant jusqu'au bas du coussinet, dans l'espoir de mieux amener l'huile. C'est ce que l'on appelait des *pattes d'araignée*. C'est une profonde erreur, car cela amène une pression nulle en bas du palier, là où précisément, on compte sur une pression suffisante pour porter l'arbre.

*Remarque* : un palier construit selon les figures précédentes ne convient que pour des charges verticales de haut en bas. Dans le cas d'une charge verticale de bas en haut, le film d'huile ne peut se former convenablement du fait de la rainure d'alimentation où la pression est nulle. C'est une restriction que l'on ne rencontre pas avec les paliers à roulement.



# Bibliographie

- [1] A. CAMPA et J. ROLLET – *Technologie professionnelle générale pour les mécaniciens*, vol. 3, Foucher, Paris, 1971.
- [2] J. CORNELISSEN et H. WATERMAN – « The viscosity-temperature relation of liquids », *Chem. Eng. Sci.* **4** (1955), p. 238.
- [3] F. DELCOUR – « Contribution par la voie expérimentale à l'amélioration de l'expression analytique de la dissipation de chaleur dans les paliers lisses », 1972.
- [4] V. DOBROVOLSKI, K. ZABLONSKI, S. MAK et A. RADTCHIK – *Éléments de machines*, Mir, Moscou, 1974.
- [5] G. JUNKER – « Flächenpressung unter Schraubenköpfe », *Z. Maschinenmarkt* **38**, p. 29–39.
- [6] G. JUNKER et D. BLUME – *Neue Wege einer systematischen Schraubenverbindung*, Triltsch-Verlag, Düsseldorf, 1964.
- [7] G. JUNKER et D. STREHLOW – « Untersuchungen über die Mechanik der selbsttätige Lösens und die zweckmäßige Sicherung von Schraubenverbindungen », *Z. Drahtwelt* **3** (1966).
- [8] R. KELLERMANN et H. KLEIN – « Untersuchungen über den Einfluß der Reibung », *Z. Konstruktion* **2** (1955).
- [9] —, « Anziehdrehmomente für Schraubenverbindungen », *Z. Konstruktion* **4** (1960).
- [10] G. KÖHLER et H. RÖGNITZ – *Maschinenteile*, 5e éd., vol. 1, Teubner, Stuttgart, 1976.
- [11] G. LAMÉ et E. CLAPEYRON – « Mémoires sur l'équilibre intérieur des solides homogènes », *Mémoires présentés par divers savants* **4** (1833).
- [12] L. LELOUP – « Etude d'un régime de lubrification : le frottement onctueux des paliers lisses », *Revue universelle des mines* **90e année, 9e série, tome 3** (1947), p. 373–419.
- [13] —, *Étude de la lubrification et calcul des paliers*, 2e éd., Sciences et Lettres, Liège, 1961.
- [14] G. LUNDBERG – « Die Festigkeit von Presspassungen », *Kugellager Z.* **1/2** (1944), p. 1–11.
- [15] C. MASSONNET – *Résistance des matériaux*, vol. 2, Dunod, Paris, 1965.
- [16] G. NIEMANN – *Maschinenelemente*, 2e éd., vol. 1, Springer Verlag, Berlin, 1975.

- [17] R. PETERSON – *Stress concentration factors*, Wiley, New York, 1974.
- [18] K. RAŽNEVIĆ – *Tables et diagrammes thermodynamiques*, Eyrolles, Paris, 1970.
- [19] F. RÖTSCHER – *Die Maschinenelemente*, vol. 1, Springer, Berlin, 1929.
- [20] S. TIMOSHENKO – *Résistance des matériaux*, vol. 2, Dunod, Paris, 1968.