



# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par *l'Université Toulouse III - Paul Sabatier*  
Discipline ou spécialité : *Astrophysique*

---

Présentée et soutenue par **Valérie VAN GROOTEL**  
Le 15 septembre 2008

**Titre :**

Etude des étoiles de la branche horizontale extrême par l'astérosismologie

---

### JURY

Dr Marie-Jo GOUPIL, LESIA, Observatoire de Paris (Rapporteur)  
Dr Roberto SILVOTTI, Osservatorio Astronomico di Capodimonte (Rapporteur)  
Pr Pierre BERGERON, Université de Montréal (Examineur)  
Dr Pierre BRASSARD, Université de Montréal (Examineur)  
Pr Michel RIEUTORD, Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes (Président)  
Dr Stéphane CHARPINET, Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes (Directeur de thèse)  
Pr Gilles FONTAINE, Université de Montréal (Co-directeur de thèse)

---

**Ecole doctorale :** *Sciences de l'Univers, de l'Environnement et de l'Espace (SDU2E)*  
**Unité de recherche :** *Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes (UMR 5572)*  
**Directeur(s) de Thèse :** *Stéphane Charpinet et Gilles Fontaine*  
**Rapporteurs :** *Marie-Jo Goupil et Roberto Silvotti*



# Remerciements

Au crépuscule de ces trois années de thèse vient l'heure des remerciements, et c'est avec grand plaisir que j'écris ces quelques lignes afin de remercier les très nombreuses personnes qui ont contribué d'une manière ou d'une autre à rendre cette expérience inoubliable...

Mes premiers remerciements s'adressent à Stéphane Charpinet, sans qui rien ne serait arrivé. Merci de m'avoir initiée à ce domaine passionnant, d'avoir encadré parfaitement la majeure partie de ce travail et d'avoir proposé cette collaboration franco-qubécoise pour laquelle je n'ai pas hésité une seconde ! J'ai également beaucoup apprécié la confiance que tu m'as accordée tout au long de la thèse. Un très chaleureux merci à Gilles Fontaine, qui est une personne aux très belles qualités humaines, avec une générosité et un enthousiasme débordants. J'ai énormément apprécié nos longues discussions qui m'ont beaucoup appris, tant sur la recherche que sur la vie au Québec.

Les télescopes géants du Cerro Paranal dans le désert d'Atacama au Chili m'ont toujours fasciné, et avoir pu m'y rendre directement pour l'observation de nos étoiles a dépassé toutes mes espérances ! Suzanna, je ne te remercierai jamais assez pour ce cadeau. J'ai également adoré ta compagnie lors des longues conférences, des soirées autour de bonnes bières et lors de notre excellent séjour en Arizona... Ah, l'Arizona ! Encore un endroit magique que je n'aurai probablement jamais fréquenté sans cette thèse d'astrophysique... Un coup de chapeau à Betsy Green pour le travail qu'elle réalise avec l'antique télescope du Mont Bigelow, dont elle m'a (très) patiemment expliqué les rouages. Enfin, je ne pourrai oublier Pierre Brassard, pour le développement des outils informatiques sans lesquels rien ne serait possible.

Je profite de ces remerciements pour exprimer toute ma gratitude envers Sylvie Roques, la directrice du laboratoire d'astrophysique de Toulouse-Tarbes, pour son soutien et son aide précieuse en diverses occasions. Merci à Michel Rieutord pour l'intérêt porté à mon travail, et aussi pour avoir accepté de présider le jury de cette thèse. Les rapporteurs, Marie-Jo Goupil et Roberto Silvotti, m'ont également beaucoup apporté avec les commentaires et suggestions qu'ils ont formulés. Je remercie enfin les nombreux chercheurs rencontrés en France et au Québec, pour leur gentillesse et les nombreuses discussions informelles qui se sont souvent révélées très instructives.

Au-delà de l'entourage scientifique, j'ai rencontré beaucoup de personnes des deux côtés de l'Atlantique avec qui j'ai passé d'excellents moments. Merci aux doctorants et ex-doctorants du laboratoire de Toulouse pour la bonne ambiance qui y a toujours régné. Un merci spécial à Marion qui m'a toujours soutenue du début à la fin, ainsi qu'à Aurélie, Sylvie et Cristina pour la dernière ligne droite ! Je salue ici Alex et Ludovick, mes colocataires de bureau des deux années passées à Toulouse. Finalement, merci à Matthieu P., Denis, Fabrice, Daniel, Mélanie, Rim, Karine, Patricia et Mathieu S., et tous les autres thésards passés et à venir que j'ai eu grand plaisir à cotoyer. Bonne chance à tous dans vos projets respectifs. Après Toulouse, Montréal ! Merci à tous les étudiants du département de physique de l'UdeM, qui m'ont accueilli à bras ouverts. J'ai adoré l'insertion dans la vie québécoise durant une année, les soirées hockey "bière et poutine" au pub, les marches dans la neige jusqu'aux genoux en pleine ville, le violon à la cabane à sucre et le kayak parmi les baleines du Saint-Laurent ! Un coucou à Huguette en souvenir de nos escapades touristiques ! Pas question d'oublier mes amis de Belgique, de Verviers (Madeline et Séverine) ou bien de l'université de Liège et/ou Supaéro (Tristan, Libert, JC, Natacha et Arnaud,...). Je profite de l'occasion pour leur dire que leur amitié, malgré toutes ces années souvent sur des chemins totalement différents, compte beaucoup pour moi. Et enfin, merci à Emmanuel Jehin pour avoir...disons...allumé la mèche !

La mise en place de la cotutelle de thèse entre Toulouse et Montréal s'est révélée particulièrement ardue. Les complications n'ont pas manqué (et je ne voudrais pas crier victoire trop tôt), mais je m'en voudrais tout de même de ne pas remercier le personnel administratif de l'Université de Montréal pour leur bonne volonté à essayer de résoudre les problèmes. Dans le même ordre d'idée, merci à Marie-Claude Cathala pour son dévouement et son professionnalisme. Enfin, je remercie également l'équipe administrative du labo de Toulouse, toujours efficace et souriante, et en particulier Alexandre Baudrimont.

Le remerciement le plus sincère et aussi le plus pudique s'adresse à mes parents, pour leur soutien sans faille, tant moral que "logistique" (et c'est important !) durant toutes ces années. Merci également à mes frères et mes grands-parents de Stavelot. Et finalement, un énorme merci à mon Tiben, pour tout ce qu'il m'apporte. Je ne rentrerai pas dans les détails, il me comprend.

Pour le dire plus simplement : un chaleureux merci à tous.

Valérie

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>1 La théorie des pulsations stellaires, fondement de l'astérosismologie</b>	<b>15</b>
1.1 La physique des oscillations stellaires . . . . .	16
1.2 Les équations des oscillations stellaires . . . . .	18
1.2.1 Les équations de base . . . . .	18
1.2.2 Structure à l'équilibre . . . . .	19
1.2.3 Théorie des petites perturbations . . . . .	20
1.3 Approximation adiabatique . . . . .	24
1.3.1 Le système des équations d'oscillation adiabatiques . . . . .	24
1.3.2 Principe variationnel . . . . .	25
1.3.3 Régions de formation des périodes et énergie cinétique . . . . .	25
1.3.4 Effets de la rotation . . . . .	26
1.3.5 Résolution des équations d'oscillation adiabatiques . . . . .	28
1.4 Théorie non-adiabatique . . . . .	30
1.4.1 Forme des solutions non-adiabatiques . . . . .	31
1.4.2 Mécanismes de déstabilisation . . . . .	31
1.4.3 Résolution des équations d'oscillation non-adiabatiques . . . . .	33
<b>2 Les étoiles sous-naines de type B, laboratoires privilégiés pour l'astérosismologie</b>	<b>35</b>
2.1 La nature des étoiles sous-naines de type B . . . . .	36
2.1.1 Structure interne et paramètres atmosphériques . . . . .	36
2.1.2 Les étoiles sdB parmi la population stellaire galactique . . . . .	39
2.1.3 Formation des étoiles sdB . . . . .	40
2.1.4 Evolution des étoiles sdB . . . . .	46
2.2 Les pulsations dans les étoiles sdB . . . . .	48
2.2.1 Les différentes classes d'étoiles sdB pulsantes . . . . .	49
2.2.2 Propriétés générales des oscillations dans les étoiles sdB . . . . .	51
2.2.3 Mécanisme d'excitation des modes de pulsation . . . . .	52
2.3 Méthode pour l'étude des étoiles sdB pulsantes par l'astérosismologie . . . . .	57
2.3.1 Modèles d'étoiles sdB . . . . .	57
2.3.2 Calcul des propriétés des modes de pulsation . . . . .	58

2.3.3	Procédure d'optimisation . . . . .	60
2.3.4	Les résultats de l'approche directe . . . . .	62
<b>3</b>	<b>Validation de la méthode directe pour l'astérosismologie</b>	<b>65</b>
3.1	Test sur l'identification des modes de pulsation : Balloon 090100001 . . . . .	66
3.1.1	Propriétés générales de Balloon 090100001 . . . . .	66
3.1.2	Contraintes sur la géométrie des modes dérivées de l'analyse multi-couleur . . . . .	68
3.1.3	Synthèse des résultats et publication . . . . .	69
3.2	Test sur les paramètres structuraux : PG 1336–018 . . . . .	83
3.2.1	PG 1336–018, un système binaire à éclipses abritant une étoile sdB pulsante . . . . .	83
3.2.2	Résolution du mouvement orbital (Vučković et al. 2007) . . . . .	83
3.2.3	Synthèse des résultats et publication . . . . .	84
<b>4</b>	<b>Dynamique interne d'étoiles sdB résidant en couple serré</b>	<b>105</b>
4.1	Le problème de la synchronisation dans les systèmes binaires . . . . .	106
4.2	Feige 48, un système en rotation synchrone . . . . .	107
4.2.1	Propriétés générales du système Feige 48 . . . . .	107
4.2.2	Synthèse des résultats et publication . . . . .	108
4.3	Profil de rotation interne de PG 1336–018 . . . . .	122
4.4	Perspectives . . . . .	123
<b>5</b>	<b>Etude astérosismologique de l'étoile sdB pulsante PG 0911+456</b>	<b>125</b>
5.1	Présentation générale de l'étoile PG 0911+456 . . . . .	125
5.2	Visibilité des modes de pulsation dans les étoiles sdB . . . . .	127
5.3	Synthèse des résultats et publication . . . . .	128
<b>6</b>	<b>L'étoile sdB pulsante PG 1605+072, un défi à relever</b>	<b>143</b>
6.1	Observations photométriques . . . . .	143
6.2	Observations spectroscopiques . . . . .	146
6.2.1	Paramètres atmosphériques . . . . .	146
6.2.2	PG 1605+072, un rotateur rapide ? . . . . .	147
6.3	L'hypothèse d'une rotation lente pour PG 1605+072 . . . . .	149
6.3.1	Recherche du modèle optimal . . . . .	149
6.3.2	Ajustement des périodes et identification des modes de pulsation . . . . .	150
6.3.3	Conclusion . . . . .	151
6.4	L'hypothèse d'une rotation modérée ou rapide pour PG 1605+072 . . . . .	152
6.4.1	Recherche du modèle optimal . . . . .	153
6.4.2	Ajustement des périodes et identification des modes de pulsation . . . . .	155
6.4.3	Paramètres structuraux de PG 1605+072 . . . . .	157
6.4.4	Hypothèse d'une rotation modérée . . . . .	159
6.5	Conclusion . . . . .	161

<b>7</b>	<b>L’astérosismologie pour tester les théories de formation des étoiles sdB</b>	<b>163</b>
7.1	Le point sur l’astérosismologie des étoiles sdB pulsantes . . . . .	164
7.1.1	PG 0014+067 . . . . .	164
7.1.2	PG 1047+003 . . . . .	166
7.1.3	PG 1219+534 . . . . .	167
7.1.4	EC 20117–4014 . . . . .	167
7.1.5	PG 1325+101 . . . . .	168
7.2	La distribution de masse des étoiles sdB . . . . .	169
7.2.1	Propriétés de l’échantillon des étoiles sdB pulsantes étudiées par l’astérosismologie . . . . .	169
7.2.2	Les distributions de masse selon les théories de formation des étoiles sdB . . . . .	171
7.2.3	Confrontation des résultats des théories de formation à ceux l’asté- rosismologie . . . . .	173
7.3	Conclusion et perspectives . . . . .	175
	<b>Conclusion</b>	<b>177</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>181</b>
	<b>Liste des publications</b>	<b>189</b>
	<b>Liste des figures</b>	<b>191</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>195</b>
	<b>Annexes</b>	<b>197</b>
	<b>A Liste des étoiles sdB pulsantes à courtes périodes<sup>†</sup></b>	<b>197</b>
	<b>B Spectre de pulsation de Balloon 090100001</b>	<b>199</b>
	<b>C A propos du spectre de pulsation de PG 1605+072</b>	<b>203</b>
C.1	Spectre de pulsation des observations du CFHT . . . . .	203
C.2	Fréquences propres de pulsation de PG 1605+072 . . . . .	204
C.3	Identification du modèle optimal, spectre complet de pulsation de PG 1605+072 (Kilkenny et al. 1999) . . . . .	206
C.4	Identification du modèle optimal, spectre CFHT de PG 1605+072 (van Spaandonk et al. 2008) . . . . .	209
	<b>D Acte de colloque Charpinet et al. (2008)</b>	<b>213</b>
	<b>E Acte de colloque</b>	<b>219</b>





# Notations

## Acronymes

AGB	: Asymptotic Giant Branch ;
CFHT	: Canada-France-Hawaii Telescope (3.6-m, Mauna Kea, Hawaii) ;
COROT	: Convection, Rotation et Transits planétaires ;
EC	: Edinburgh-Cape (survey) ;
EHB	: Extreme Horizontal Branch ;
FORS	: FOcal Reducer and low dispersion Spectrograph (VLT) ;
FUSE	: Far Ultraviolet Spectroscopic Explorer ;
HR	: Hertzsprung-Russell (diagram) ;
HIRES	: High Resolution Echelle Spectrometer ;
HST	: Hubble Space Telescope ;
IAU	: International Astronomical Union ;
KPD	: Kitt Peak-Downes (survey) ;
LATT	: Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes ;
LTE	: Local Thermodynamic Equilibrium ;
MSST	: MultiSite Spectroscopic Telescope ;
NLTE	: Non Local Thermodynamic Equilibrium ;
OP	: Opacity Project ;
OPAL	: Opacity Project at Livermore ;
PG	: Palomar-Green (survey) ;
PLATO	: PLANetary Transits and Oscillations of stars ;
RGB	: Red Giant Branch ;
SAAO	: South African Astronomical Observatory ;
sdB	: subdwarf B ;
S/N	: Signal/Noise ;
SPY	: Supernova Ia Progenitor Survey ;
STIS	: Space Telescope Imaging Spectrograph ;
TA-EHB	: Terminal-Age Extreme Horizontal Branch ;
UVES	: Ultraviolet Visual Echelle Spectrograph ;
VLT	: Very Large Telescope (8.2-m, Cerro Paranal, Chili) ;
WHT	: William Herschel Telescope (4.2-m, La Palma, Espagne) ;
ZA-EHB	: Zero-Age Extreme Horizontal Branch ;



# Introduction

Une des préoccupations majeures de l'astrophysique est de comprendre la structure et l'évolution des étoiles, qui sont parmi les constituants essentiels de l'Univers. La matière stellaire est cependant tellement opaque que seules les couches superficielles des étoiles sont accessibles à l'observation directe. La structure des couches profondes est étudiée par les lois physiques régissant la stabilité des étoiles et n'est que partiellement contrainte par les quantités observables comme la température effective ou les abondances atmosphériques. Il existe heureusement des étoiles variables pulsantes, dont les changements de luminosité sont provoqués par des modifications intrinsèques de leur structure. L'objectif de l'astérosismologie est alors d'interpréter ces pulsations stellaires, selon un principe analogue à l'étude des séismes terrestres, pour apporter des contraintes nouvelles aux modèles théoriques de la structure des étoiles.

Les succès obtenus dans le cas de l'étude du Soleil (on parle alors d'héliosismologie) ont attiré une attention croissante pour cette discipline, et désormais de grands réseaux de télescopes et plusieurs missions spatiales sont dédiés à l'observation des pulsations stellaires. Plusieurs catégories d'étoiles pulsantes aux caractéristiques très diverses sont aujourd'hui répertoriées et représentent la plupart des grandes phases de la vie d'une étoile (séquence principale, branche horizontale, séquence de refroidissement des naines blanches, etc.). L'astérosismologie offre ainsi le potentiel, par l'étude des différentes variétés d'étoiles pulsantes, d'obtenir une vue globale plus approfondie de l'évolution stellaire. La diversité des phénomènes physiques présents dans les étoiles pulsantes permet également d'étudier des aspects comme le magnétisme stellaire, la dynamique interne ou encore les processus de transport hydrodynamique.

L'objectif principal de cette thèse est d'appliquer les outils de l'astérosismologie pour l'étude des étoiles sous-naines de type B (ou sdB). Situées à l'extrémité chaude de la branche horizontale, ces étoiles représentent un état avancé de l'évolution stellaire, après la vie sur la séquence principale et la première branche des géantes rouges. Leur luminosité est fournie par les réactions nucléaires de fusion de l'hélium dans les régions centrales, qui sont surmontées d'un manteau d'hélium essentiellement pur et enfin d'une très mince enveloppe riche en hydrogène. C'est cette finesse extrême de l'enveloppe qui constitue la caractéristique originale des étoiles sdB, et qui représente la principale difficulté rencontrée par les théories ayant pour but d'expliquer la formation de ce type d'objets.

Les variations de luminosité exhibées par certaines étoiles sdB ont été découvertes en 1996, par un groupe d'astronomes de l'Observatoire d'Afrique du Sud. De manière indépendante et presque simultanée – une coïncidence exceptionnelle dans l'histoire des pulsations stellaires –, l'existence des étoiles sdB pulsantes avait été prédite par un groupe de l'Université de Montréal à partir de considérations purement théoriques. Cette confrontation immédiate avec les observations a permis de rapides progrès dans le raffinement des modèles théoriques représentatifs des étoiles sdB pulsantes, pour rendre possible leur étude par l'astérosismologie. L'approche utilisée met en œuvre la méthode directe, qui comme son nom l'indique consiste à reproduire directement et le plus précisément possible le spectre de pulsation observé dans l'étoile considérée par un spectre de pulsation théorique calculé à partir de modèles appropriés. Elle permet de déterminer les paramètres structuraux de l'étoile comme sa masse, son rayon ou encore l'épaisseur de son enveloppe d'hydrogène, une quantité inaccessible aux techniques traditionnelles d'observation. La méthode directe permet également d'obtenir l'identification, c'est-à-dire les caractéristiques géométriques des modes de pulsation.

La première partie de ce manuscrit présente les notions requises pour l'étude des étoiles sdB par l'astérosismologie. Cette discipline s'appuie sur la théorie des pulsations stellaires, dont les principaux aspects sont décrits et interprétés physiquement dans le premier chapitre. Une brève description des codes numériques de calcul des pulsations est également proposée. Le chapitre 2 expose les propriétés générales des étoiles sdB, tant d'un point de vue observationnel que théorique. Les caractéristiques des modes de pulsation dans les étoiles sdB sont précisées, comme leur mécanisme de déstabilisation et leurs régions de propagation. Enfin, les différentes étapes pour la mise en œuvre de la méthode directe sont détaillées.

Le chapitre 3 constitue le premier axe du travail réalisé dans cette thèse. Les propriétés particulières de deux étoiles sdB pulsantes permettent de tester les résultats de la méthode directe, en les comparant à ceux obtenus par des techniques indépendantes. Pour Balloon 090100001, le test porte sur la géométrie des modes de pulsation, tandis que c'est la fiabilité des paramètres structuraux obtenus par l'astérosismologie qui est mise à l'épreuve avec le cas de PG 1336–018.

Plusieurs étoiles sdB appartiennent à des systèmes binaires serrés, où il est habituellement considéré que les forces de marée imposent une rotation synchrone, caractérisée par l'égalité de la période de rotation et la période orbitale. Le chapitre 4 s'organise autour de l'étude de la validité d'une telle hypothèse par l'astérosismologie pour deux étoiles sdB résidant en couple serré (Feige 48 et PG 1336–018), ce qui constitue le deuxième axe de ce travail. L'astérosismologie offre la possibilité unique de déterminer le niveau de synchronisation atteint dans les couches internes de l'étoile, et ainsi d'apporter des contraintes nouvelles à ce problème d'astrophysique de portée générale.

Le chapitre 5 propose une discussion générale sur la visibilité des modes de pulsation dans les étoiles sdB, à l’occasion de l’étude astérosismologique de PG 0911+456. Le chapitre 6 est consacré à PG 1605+072, une étoile sdB pulsante aux propriétés très particulières pour lesquelles diverses explications ont été proposées, notamment au niveau de son taux de rotation. L’étude par l’astérosismologie, en testant les différentes hypothèses, permet d’éclairer d’un jour nouveau les propriétés de cette étoile énigmatique.

Un des objectifs de l’astérosismologie est de comparer les résultats à ceux de la théorie de l’évolution stellaire, ce qui fait l’objet du chapitre 7 et constitue le troisième axe de cette thèse. Les étoiles sdB sont le fruit d’une histoire évolutive complexe, selon divers scénarios d’évolution isolée ou binaire. Ces derniers laissent chacun une empreinte spécifique, en particulier au niveau des paramètres structuraux de l’étoile sdB formée. Ils peuvent ainsi être confrontés aux résultats de l’astérosismologie, pour dégager de nouvelles contraintes vers une compréhension globale de la formation d’une étoile sdB.

Une synthèse de ce travail est enfin présentée. Les étoiles sdB, laboratoires privilégiés pour l’astérosismologie, permettent d’étudier plusieurs aspects importants de la physique stellaire. La présente thèse est loin de constituer un aboutissement dans le domaine, et les perspectives ouvertes dans cette direction sont finalement discutées.



# Chapitre 1

## La théorie des pulsations stellaires, fondement de l'astérosismologie

Dès les premiers temps de l'astronomie, l'homme regardant vers le ciel remarqua des étoiles dont l'éclat apparent variait au cours du temps. Algol ( $\beta$  Per) et Mira ( $\alpha$  Ceti) en sont les exemples les plus connus. Avec le développement des instruments d'observation, la liste des étoiles variables s'allongea rapidement, et de la classification des phénomènes émergea progressivement l'identification des divers processus physiques à l'origine des variations de luminosité. Dans certains cas, la cause de la variabilité est externe à l'étoile, comme dans la configuration purement géométrique d'un système binaire à éclipses par occultation périodique de l'une ou l'autre des composantes. Il existe également des étoiles variables *intrinsèques*, dont les changements de luminosité sont provoqués par des modifications de la structure même de l'étoile. Cette hypothèse, avancée dès la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle, fut à l'origine du développement de la théorie des pulsations stellaires décrivant les propriétés des vibrations en fonction des conditions physiques régnant dans les couches internes des étoiles.

Les succès de la théorie des pulsations stellaires pour rendre compte de l'existence des étoiles variables pulsantes ont permis l'émergence, depuis quelques décennies, d'une nouvelle discipline au sein de l'astrophysique : l'astérosismologie. Analogue dans son principe à l'étude de la structure terrestre à travers la mesure de son activité sismique, l'astérosismologie s'emploie à interpréter les variations de luminosité observées dans les étoiles pulsantes pour en extraire des informations sur leur structure interne. De là, des propriétés fondamentales des étoiles telles que la masse, le rayon ou l'âge (parmi d'autres) peuvent être déduites, ce qui fait de l'astérosismologie un outil particulièrement puissant et en plein essor du domaine de la physique stellaire.

L'objectif de ce chapitre est d'introduire de manière succincte, et en fonction des besoins futurs, les concepts fondamentaux qui régissent la physique des étoiles variables pulsantes. Le développement complet peut être trouvé dans les ouvrages de référence de Cox (1980) et Unno et al. (1989 ; voir également Christensen-Dalsgaard 2003). Avant de détailler le formalisme mathématique décrivant les pulsations stellaires, une approche

intuitive du problème est présentée à la section 1.1 et se révélera précieuse par la suite pour l'interprétation des équations. Le cheminement menant aux équations qui gouvernent le comportement des oscillations stellaires est exposé à la section 1.2. Un traitement simplifié du problème, connu sous le nom d'approximation adiabatique, est abordé à la section 1.3. Celle-ci s'avère généralement être suffisamment précise pour l'étude de certains aspects des oscillations comme la détermination de leurs périodes et des régions où elles se forment. En revanche, l'approximation adiabatique ne permet pas de traiter des questions de stabilité des modes, concernant l'amortissement ou la croissance des oscillations. Ceci requiert le traitement complet non-adiabatique de la théorie des pulsations stellaires, comme abordé à la section 1.4. Dans les deux cas (adiabatique ou non), une brève description des codes numériques de résolution des équations dont il est fait usage dans cette thèse est également proposée.

## 1.1 La physique des oscillations stellaires

Les oscillations (ou pulsations) stellaires sont un exemple particulier d'oscillations mécaniques, comme celles des ressorts ou des réseaux cristallins étudiées par la mécanique ondulatoire. Les oscillations se produisent selon certains modes propres spécifiques à la structure de l'étoile, chacun vibrant avec une fréquence propre. Même si les pulsations stellaires ont l'apparence d'ondes de surface (comme peuvent le laisser croire les représentations graphiques habituelles, par exemple à la figure 1.1), c'est bien toute l'étoile qui est en vibration, et les ondes sont tri-dimensionnelles.

Historiquement, les modes de pulsation étaient classés en deux groupes : les oscillations radiales et non-radiales. La raison est que les premières étoiles variables pulsantes connues (Céphéïdes, RR Lyrae) présentaient toutes des oscillations radiales, ce qui correspond simplement à la dilatation et la contraction de l'étoile autour de sa position d'équilibre, tout en conservant sa symétrie sphérique. Par opposition, les oscillations non-radiales signifient que l'étoile s'écarte de sa forme sphérique lors d'un cycle de pulsation, et en surface de l'étoile apparaissent des déformations, comme des creux et des bosses, possédant différentes phases selon leur position angulaire. En fait, les oscillations radiales sont un cas particulier des oscillations non-radiales, et il suffit pour cela d'imaginer qu'un mode radial est une déformation qui à un moment donné couvre toute la surface de l'étoile.

De manière plus formelle, la géométrie des oscillations d'une étoile peut être décrite par trois coordonnées discrètes :  $k$ ,  $l$  et  $m$ . L'indice  $k$  est appelé "ordre radial", et correspond au nombre de nœuds (zéros) du mode d'oscillation dans la direction radiale, du centre à la surface. La dépendance angulaire des pulsations est habituellement représentée par la base des harmoniques sphériques  $Y_l^m$ , définies sur une sphère-unité et fonctions propres du laplacien angulaire, avec  $l$  entier positif ou nul et  $m$  compris entre  $-l$  et  $l$ . Pour les oscillations stellaires, le degré  $l$  représente le nombre de lignes nodales à la surface de l'étoile (un mode radial est donc caractérisé par  $l = 0$ ), tandis que l'ordre azimutal  $m$  indique le nombre d'entre elles qui coupent l'équateur. Le signe de  $m$  décrit le sens de propagation de l'onde, horaire ou anti-horaire, avec le temps. Quelques harmoniques



sphériques sont représentées à la figure 1.1 où les régions en bleu correspondent à des bosses (harmonique sphérique positive), tandis que celles en rouge sont des creux (harmonique sphérique négative).

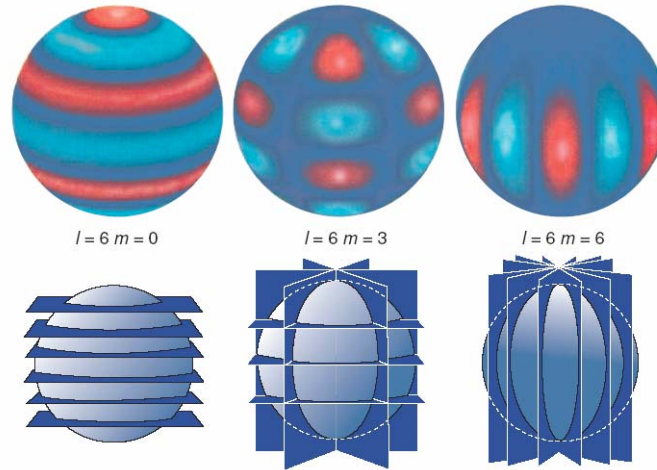


FIG. 1.1: Harmoniques sphériques  $Y_6^0$ ,  $Y_6^3$  et  $Y_6^6$ . Les régions en bleu correspondent à des harmoniques sphériques positives, tandis que celles en rouges indiquent les harmoniques négatives.

En fait, en raison de la gravité de surface importante que présentent les étoiles sous-naines de type B, les variations de rayon causées par les oscillations sont relativement faibles. L'énergie est plutôt convertie en variations de température, qui sont principalement à l'origine des variations de luminosité observées. Les régions en rouge représentent donc des régions plus chaudes, tandis que les bleues sont plus froides.

A la différence du degré  $l$ , la valeur de  $m$  fait intervenir la notion d'axe, par rapport auquel il faut repérer l'équateur. Lorsque l'étoile présente une symétrie parfaitement sphérique, tous les axes passant par le centre sont formellement équivalents, et il existe dès lors une *dégénérescence* des fréquences et fonctions propres des modes de pulsation selon l'ordre azimutal  $m$ . Cette dégénérescence d'ordre  $(2l+1)$  est levée par tout écart à la symétrie sphérique, comme la rotation de l'étoile ou la présence d'un champ magnétique. Nous reviendrons en détail sur l'influence de la rotation sur les oscillations stellaires, introduite dans les étoiles sous-naines de type B par une approche perturbative.

La visibilité depuis notre position terrestre des variations de luminosité des étoiles, dont les disques ne sont généralement pas résolus (à l'exception de celui du Soleil), est également fonction de la géométrie des modes de pulsation. Puisque le flux de lumière reçu est intégré sur le disque, les pulsations de degrés  $l$  élevés sont "diluées" dans la moyenne spatiale des variations de luminosité, et sont ainsi difficilement détectables. Ce phénomène, connu sous le nom d'*effet d'annulation géométrique*, devient important au-delà de  $l \gtrsim 4$ <sup>1</sup> et constitue une limite importante à la détection des pulsations stellaires par des moyens photométriques.

<sup>1</sup>Cette limite dépend de l'amplitude intrinsèque des modes, et bien sûr de la qualité des observations.

Les oscillations stellaires peuvent également être classées en fonction de la nature de la force de rappel à l'œuvre au cours d'un cycle de pulsation. Lorsque cette force de rappel est une force de pression, il s'agit de modes p (ou modes acoustiques), et ces ondes sont analogues aux ondes sonores propagées dans un milieu fluide ou solide. On parle de modes g (ou modes de gravité) lorsque le retour à l'équilibre est provoqué par la force d'Archimède (parfois désignée sous le nom de flottabilité). Ces modes de gravité présentent une analogie avec les vagues à la surface de l'océan. Il existe également des modes fondamentaux (modes f), qui se situent à la transition entre les modes p et des modes g et qui sont caractérisés par l'absence de nœud dans la direction radiale, c'est-à-dire par un ordre  $k = 0$ . La théorie montre que les pulsations radiales sont nécessairement des modes acoustiques (y compris le mode radial fondamental), et par conséquent que les ondes de gravité sont non-radiales.

Tous ces aspects du comportement des pulsations stellaires, ainsi que d'autres comme l'identification des mécanismes déstabilisateurs permettant d'entretenir les oscillations du système, sont approfondis et traités mathématiquement au cours des sections suivantes.

## 1.2 Les équations des oscillations stellaires

Après les premières approches menées par Kelvin (1863) et Ritter (1879), la théorie moderne des pulsations stellaires fut développée à partir des années 1930 par Cowling, Rosseland ou encore Ledoux, qui ont laissé leurs noms à des notions bien connues en astérosismologie. L'article de revue de Ledoux & Walraven (1958) retrace le développement des premières contributions théoriques ayant mené aux principaux résultats présentés dans cette section.

### 1.2.1 Les équations de base

Une étoile est un système gazeux confiné gravitationnellement, dont la structure est régie par les équations de la mécanique des fluides et de la thermodynamique. Traitant le gaz comme un continuum, ses propriétés physiques locales (densité  $\rho$ , pression  $p$ , vitesse  $\mathbf{v}$ , ...) sont uniquement des fonctions de la position  $\mathbf{r}$  et du temps  $t$ . Le système est donc gouverné par un ensemble d'équations de *conservation* comme la conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad , \quad (1.1)$$

exprimant le taux de variation de la densité  $\rho$  suivant le mouvement du flux de vitesse  $\mathbf{v}$ . L'équation de conservation du mouvement s'écrit

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} = -\nabla p - \rho \nabla \Phi \quad , \quad (1.2)$$

où  $p$  décrit la pression et  $\Phi$  le potentiel gravitationnel, tel que  $\mathbf{g} = -\nabla \Phi$ . Ce dernier obéit à la loi de Poisson

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho \quad (1.3)$$

qui relie le champ gravitationnel à la distribution de matière, où  $G$  désigne la constante universelle de gravitation. Enfin, on montre en utilisant les lois de la thermodynamique que la conservation de l'énergie s'écrit

$$\rho T \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) S = \rho \epsilon - \nabla \cdot \mathbf{F} \quad , \quad (1.4)$$

avec  $T$  la température du gaz,  $S$  l'entropie,  $\epsilon$  le taux de production d'énergie par unité de masse (dans les étoiles sous-naines de type B, l'énergie est essentiellement fournie par les réactions nucléaires,  $\epsilon \equiv \epsilon_N$ ) et  $\mathbf{F}$  le flux d'énergie. En général, la radiation est le seul contributeur au transport d'énergie ( $\mathbf{F} \equiv \mathbf{F}_R$ , le flux d'énergie radiative), la conduction étant négligeable dans le plupart des cas. D'autre part, tous les termes relatifs à la convection et aux turbulences (frictions et viscosités) ont également été ignorés dans les équations. Le traitement de la convection est l'une des principales difficultés rencontrées en dynamique des fluides stellaires (e.g. Grigahcène et al. 2005; Dupret et al. 2005, 2006). A défaut de mieux, le problème est généralement traité en ignorant toute perturbation des quantités convectives. Cette approximation de convection "gelée", qui néglige également son interaction avec les pulsations, est acceptable dans le contexte des étoiles sous-naines de type B où l'énergie est principalement transportée par radiation (hormis au cœur de l'étoile, où les amplitudes des oscillations sont de toutes façons faibles). Enfin, cette formulation des équations (1.1) à (1.4) correspond à une étoile supposée sans rotation ni champ magnétique : ainsi, les forces inertielles (forces d'entraînement et de Coriolis) et les forces électromagnétiques ont été explicitement supprimées. Leurs effets sont généralement incorporés a posteriori comme de faibles perturbations des solutions non-perturbées, comme il sera montré à la section 1.3.4 à propos de l'influence d'une rotation lente sur les pulsations.

Pour fermer le système d'équations à cinq inconnues scalaires ( $\rho$ ,  $p$ ,  $\Phi$ ,  $T$ ,  $S$ ) et une vectorielle ( $\mathbf{v}$ ), deux relations supplémentaires sont nécessaires. La première concerne le transfert de l'énergie dans l'étoile. Dans un milieu optiquement épais comme les intérieurs stellaires, l'approximation de diffusion est valide et le flux radiatif s'écrit

$$\mathbf{F}_R = -K \nabla T = -\frac{4ac}{3\kappa\rho} T^3 \nabla T \quad (1.5)$$

où  $a$  est la constante de densité de radiation,  $c$  la vitesse de la lumière et  $\kappa$  l'opacité du gaz. Cette dernière, ainsi que le taux d'énergie libérée par les réactions nucléaires  $\epsilon_N$  sont des quantités tabulées selon la densité, la température et la composition chimique du gaz. Enfin, la dernière équation est l'équation d'état qui relie la pression à la température et à la densité du gaz, de forme rarement analytique. Ces six équations aux dérivées partielles couplées et non-linéaires constituent les fondements mathématiques de la description des phénomènes de pulsation dans les étoiles.

## 1.2.2 Structure à l'équilibre

Il existe une solution au système, dite à l'équilibre hydrostatique, pour laquelle les quantités structurelles de l'étoile ne dépendent pas du temps et où le champ de vitesse

est nul. En annulant toutes les dérivées temporelles et en imposant  $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ , les équations (1.2) à (1.5) se réduisent à

$$-\nabla p_0 - \rho_0 \nabla \Phi_0 = \mathbf{0} \quad (1.6)$$

$$\rho_0 \epsilon_{N,0} - \nabla \cdot \mathbf{F}_0 = 0 \quad (1.7)$$

$$\nabla^2 \Phi_0 - 4\pi G \rho_0 = 0 \quad (1.8)$$

$$\mathbf{F}_0 + K_0 \nabla T_0 = \mathbf{0} \quad (1.9)$$

où l'indice "0" correspond aux quantités à l'équilibre. En coordonnées sphériques  $(r, \theta, \phi)$ , la structure à l'équilibre est un système à symétrie sphérique, ne dépendant que de la distance au centre  $r$ . Les équations (1.6) à (1.9) prennent alors la forme standard des équations de la structure stellaire

$$\frac{dp}{dr} = -\rho g \quad \text{où} \quad g = \nabla \Phi_0 = \frac{d\Phi_0}{dr} = \frac{GM_r}{r^2} \quad (1.10)$$

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon_N \quad \text{avec} \quad L_r = 4\pi r^2 F_r \quad (1.11)$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (1.12)$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\kappa\rho}{4acT^3} \frac{L_r}{4\pi r^2} \quad (1.13)$$

où  $M_r$  est la masse à l'intérieur de la sphère de rayon  $r$  et  $L_r$  la luminosité radiative à travers une sphère de rayon  $r$ . Les indices "0" correspondant à l'équilibre ont été supprimés dans le dernier système d'équations, par souci d'allègement d'écriture. La résolution de ces équations mène à la solution dite *non-perturbée* du système.

### 1.2.3 Théorie des petites perturbations

Le système contient également des solutions stables en équilibre non-statique, dépendantes du temps. En l'état, les équations couplées aux dérivées partielles et non-linéaires sont très difficiles à résoudre, même numériquement et avec les moyens informatiques les plus puissants. Heureusement, les oscillations stellaires correspondent rarement à des déformations significatives de l'étoile. Il est alors possible de traiter les oscillations comme de petites perturbations autour de la position d'équilibre hydrostatique de l'étoile, puis de linéariser les équations ainsi obtenues en négligeant les termes perturbatifs du second ordre et au-delà.

Il existe deux façons équivalentes pour décrire les perturbations. Le formalisme eulérien se place en un point  $\mathbf{r}$  et examine les variations d'une quantité quelconque  $f$ , selon

$$f(\mathbf{r}, t) = f_0(\mathbf{r}) + f'(\mathbf{r}, t) \quad (1.14)$$

où  $f'(\mathbf{r}, t)$  représente la perturbation eulérienne de la quantité non-perturbée  $f_0(\mathbf{r})$ . L'approche lagrangienne suit le mouvement d'une particule-fluide, dans laquelle la quantité  $f$  peut s'écrire

$$f(\mathbf{r}, t) = f_0(\mathbf{r}_0) + \delta f(\mathbf{r}, t) \quad (1.15)$$

où la perturbation lagrangienne  $\delta f(\mathbf{r}, t)$  a déplacé l'élément du fluide de la position d'équilibre  $\mathbf{r}_0$  vers la nouvelle position  $\mathbf{r}$ . Il est utile d'introduire le vecteur déplacement  $\boldsymbol{\xi} \equiv \delta \mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$ , lui-même une quantité lagrangienne, pour dériver la relation entre perturbations eulérienne  $f'(\mathbf{r}, t)$  et lagrangienne  $\delta f(\mathbf{r}, t)$

$$\delta f(\mathbf{r}, t) \simeq f'(\mathbf{r}, t) + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla f_0(\mathbf{r}) \quad , \quad (1.16)$$

obtenue en développant en série de Taylor au premier ordre la différence  $f_0(\mathbf{r}) - f_0(\mathbf{r}_0)$ .

La linéarisation des équations (1.1) à (1.5) se fait en y introduisant, pour chaque quantité physique, l'équivalent de (1.14) et/ou (1.15) et en ne retenant que les termes au premier ordre en les perturbations. Les termes non-perturbés disparaissent en vertu des équations d'équilibre hydrostatique (1.6) à (1.9), et un système d'équations différentielles linéaires pour les perturbations (eulériennes ou lagrangiennes) des quantités physiques est ainsi obtenu. Les coefficients de ces équations sont des fonctions des quantités non-perturbées, qui dépendent uniquement de la variable  $r$  (cf section 1.2.2). Ceci permet de réduire le système en séparant les variables  $r$ ,  $\theta$ ,  $\phi$  et  $t$ , et ainsi d'écrire les quantités perturbées sous la forme

$$f'_{klm}(r, \theta, \phi, t) = f'_{kl}(r) Y_l^m(\theta, \phi) e^{i\sigma_{kl}t} \quad \text{ou} \quad \delta f_{klm}(r, \theta, \phi, t) = \delta f_{kl}(r) Y_l^m(\theta, \phi) e^{i\sigma_{kl}t} \quad (1.17)$$

où  $\sigma_{kl}$  est une constante, correspondant physiquement à la fréquence d'oscillation, et  $Y_l^m(\theta, \phi)$  une harmonique sphérique décrivant la dépendance angulaire de l'oscillation (voir figure 1.1), qui est définie par

$$Y_l^m(\theta, \phi) = (-1)^m \left[ \frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!} \right]^{1/2} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (1.18)$$

où  $P_l^m$  représente un polynôme de Legendre. La forme (1.17) représente un *mode normal* du système d'équations d'oscillation, caractérisé par sa fréquence propre  $\sigma_{kl}$  et son vecteur propre  $f'_{kl}(r)$ . Ces deux quantités, en l'absence de rotation et de champ magnétique comme supposé ici, ne dépendent donc pas de l'indice  $m$  et sont ainsi dégénérées  $(2l+1)$  fois. Cette propriété, comme expliqué à la section 1.1, découle de la symétrie sphérique du problème, où n'importe quel axe peut être choisi comme axe polaire du système de coordonnées. Dans la situation où  $l = 0$ , l'harmonique sphérique  $Y_0^0(\theta, \phi)$  est une constante, et les perturbations ne dépendent plus des variables angulaires  $\theta$  et  $\phi$  : les pulsations radiales sont bien un cas particulier des pulsations non-radiales.

La solution générale du système d'équations linéaires est obtenue par superposition des modes, c'est-à-dire par combinaison linéaire des modes propres, chacun possédant sa fréquence propre :

$$f'(r, \theta, \phi, t) = \sum_{k,l,m} \alpha_{klm} f'_{klm}(r, \theta, \phi, t) = \sum_{k,l,m} \alpha_{klm} f'_{kl}(r) Y_l^m(\theta, \phi) e^{i\sigma_{kl}t} \quad (1.19)$$

où  $\alpha_{klm}$  est un coefficient arbitraire lié à l'amplitude du mode d'indices  $k, l, m$ , qui ne peut pas être déterminée à partir de la théorie linéaire.

Les six nouvelles inconnues obtenues en suivant ce schéma de séparation des variables perturbées sont  $p'(r)$  (ou  $\delta p(r)$ ),  $\xi_r(r)$ ,  $\Phi'(r)$ ,  $\delta S'(r)$ ,  $T'(r)$  (ou  $\delta T(r)$ ) et  $F'_r(r)$ .  $F'_r(r)$  représente la composante radiale de la perturbation du flux radiatif et  $\xi_r(r)$  la composante radiale du vecteur déplacement lagrangien, selon

$$\boldsymbol{\xi} = \left[ \xi_r(r), \xi_h(r) \frac{\partial}{\partial \theta}, \xi_h(r) \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right] Y_m^l(\theta, \phi) e^{i\sigma t} \quad (1.20)$$

où la fréquence propre  $\sigma_{kl}$  est désormais notée  $\sigma$  par commodité d'écriture et où la composante  $\xi_h(r)$  est donnée par

$$\xi_h(r) = \frac{1}{\sigma^2 r} \left( \frac{p'}{\rho} + \Phi' \right) \quad . \quad (1.21)$$

Les fréquences propres et fonctions propres des nouvelles inconnues sont déterminées en résolvant le système des six équations d'oscillation obtenues par cette procédure :

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp'}{dr} + \frac{g}{\rho c_s^2} p' + (N^2 - \sigma^2) \xi_r + \frac{d\Phi'}{dr} = g \nabla_{\text{ad}} \frac{\rho T}{p} \delta S \quad (1.22)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \xi_r) + \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln p}{dr} \xi_r + \left( 1 - \frac{L_l^2}{\sigma^2} \right) \frac{p'}{\rho c_s^2} - \frac{l(l+1)}{\sigma^2 r^2} \Phi' = \nabla_{\text{ad}} \frac{\rho T}{p} \delta S \quad (1.23)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \frac{d\Phi'}{dr}) - \frac{l(l+1)}{r^2} \Phi' - 4\pi G \rho \left( \frac{p'}{\rho c_s^2} + \frac{N^2}{g} \xi_r \right) = -4\pi G \nabla_{\text{ad}} \frac{\rho^2 T}{p} \delta S \quad (1.24)$$

$$K \frac{dT'}{dr} = -F'_r - K' \frac{dT}{dr} \quad (1.25)$$

$$i\sigma \rho T \delta S = (\rho \epsilon_N)' - \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 F'_r) - \frac{l(l+1)}{r^2} K T' \quad (1.26)$$

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} \frac{\delta p}{p} + \frac{\delta S}{c_p} \quad . \quad (1.27)$$

Les quantités  $\Gamma_1, \Gamma_2, \nabla_{\text{ad}}, c_p$  sont, respectivement, les coefficients thermodynamiques, le gradient adiabatique et la chaleur spécifique à pression constante, tandis que  $c_s^2$  est la vitesse locale du son, définie par

$$c_s^2 = \frac{\Gamma_1 p}{\rho} \quad \text{où} \quad \Gamma_1 = \left( \frac{d \ln p}{d \ln \rho} \right)_{\text{ad}} \quad . \quad (1.28)$$

Enfin, il est important de garder à l'esprit que les indices "0" des quantités à l'équilibre ont été supprimés dans ces équations ( $\rho = \rho_0, p = p_0$ , etc.), par souci d'allègement d'écriture. En raison du terme imaginaire dans l'équation (1.26), toutes les inconnues du problème sont des quantités complexes. En l'état, le problème des pulsations stellaires consiste donc à résoudre le système (1.22) à (1.27) de six équations différentielles couplées linéaires complexes.

Apparaissent également dans ces équations deux quantités particulièrement importantes dans l'étude des propriétés des pulsations stellaires. La première, la fréquence de Lamb, ou encore fréquence acoustique, est définie par

$$L_l^2 = \frac{l(l+1)c_s^2}{r^2} \quad (1.29)$$

et correspond physiquement à l'inverse du temps de propagation d'une onde sonore horizontale. Puisque la vitesse du son est proportionnelle à la température<sup>2</sup>, la fréquence de Lamb est grande dans les couches profondes de l'étoile, et diminue rapidement lorsque le rayon  $r$  augmente. L'autre quantité fondamentale, la fréquence de Brunt-Väisälä, est donnée par

$$N^2 = g \left( \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln p}{dr} - \frac{d \ln \rho}{dr} \right) \quad (1.30)$$

et décrit le mouvement oscillatoire vertical d'une bulle de gaz autour de sa position d'équilibre sous l'effet de la gravité. Par définition, la fréquence de Brunt-Väisälä est nulle au centre de l'étoile (où  $g$ , l'accélération gravitationnelle locale est nulle). Elle peut aussi s'exprimer (voir Unno et al. 1989) en terme des gradients de température réel ( $\nabla$ ) et adiabatique ( $\nabla_{\text{ad}}$ ), et d'un terme  $B$  appelé terme de Ledoux, traduisant la contribution des gradients de composition chimique dans l'étoile :

$$N^2 = \frac{g^2 \rho \chi_T}{p \chi_\rho} (\nabla_{\text{ad}} - \nabla + B) \quad , \quad (1.31)$$

où  $\chi_T$  et  $\chi_\rho$  sont les compressibilités du gaz, respectivement à température et masse volumique constantes. Ainsi, le profil de la fréquence de Brunt-Väisälä dépend fortement des conditions physiques régnant dans les couches de l'étoile, ce qui lui donne le surnom de "miroir de la structure stellaire". En particulier, on montre que  $N^2$  devient négatif dans les régions convectives (où  $\nabla_{\text{ad}}$  est plus petit que  $\nabla_{\text{rad}}$  selon le critère de Schwarzschild pour la déstabilisation convective), tandis que  $N^2$  présente des pics lors des transitions chimiques, où le terme de Ledoux  $B$  est non nul.

Ces deux fréquences caractéristiques permettent également de justifier et de délimiter les régimes fréquentiels des différents types de pulsations stellaires selon la nature de leur force de rappel (voir e.g. Unno et al. 1989). Pour les oscillations dont la fréquence propre est à la fois plus grande que la fréquence de Lamb et de Brunt-Väisälä ( $\sigma^2 > L_l^2, N^2$ ), on montre que le déplacement radial est dominé par la perturbation de pression. Il s'agit donc de modes p, qui présentent localement les caractéristiques d'ondes acoustiques, comme la diminution de leurs périodes lorsque l'ordre radial  $k$  augmente. A contrario, lorsque  $\sigma^2 < L_l^2, N^2$ , la force de rappel est la force d'Archimède et les modes g, se comportant comme des ondes de gravité, ont leurs périodes augmentant avec  $k$ . Il existe également des régions intermédiaires, pour lesquelles  $L_l^2 < \sigma^2 < N^2$  ou  $N^2 < \sigma^2 < L_l^2$ , où les ondes sont évanescences par la décroissance exponentielle des fonctions propres depuis les

<sup>2</sup>Par exemple, selon la loi des gaz parfaits,  $p/\rho \propto T$

régions oscillantes. Enfin, les périodes des modes fondamentaux (ceux d'ordre  $k = 0$ ), qui existent pour  $l = 0$  et  $l \geq 2$ <sup>3</sup>, se situent entre celles des premiers modes p et g de degré correspondant. Nous reviendrons sur les profils des fréquences de Lamb et de Brünt-Väisälä lors de la présentation de la structure interne des étoiles sous-naines de type B, ce qui permettra également de préciser les régions auxquelles les modes de pulsation sont sensibles dans ces étoiles.

## 1.3 Approximation adiabatique

### 1.3.1 Le système des équations d'oscillation adiabatiques

Le problème du calcul des fréquences propres et des fonctions propres des modes de pulsation peut être considérablement simplifié en utilisant l'*approximation adiabatique*, c'est-à-dire en négligeant les transferts d'énergie entre l'énergie interne du gaz et l'énergie cinétique des oscillations. Cela consiste à imposer  $\delta S = 0$  dans le système (1.22) à (1.27), réduisant le problème à la seule description du comportement mécanique des oscillations. Des six équations complexes de départ ne sont conservées que trois équations avec trois inconnues, réelles cette fois-ci. Par conséquent, toute information sur les notions d'excitation et de stabilité des modes de pulsation est perdue. Les équations (1.22) à (1.24), avec  $\delta S = 0$ , deviennent

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp'}{dr} + \frac{g}{\rho c_s^2} p' + (N^2 - \sigma^2) \xi_r = -\frac{d\Phi'}{dr} \quad (1.32)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \xi_r) - \frac{g}{c_s^2} \xi_r + \left(1 - \frac{L_l^2}{\sigma^2}\right) \frac{p'}{\rho c_s^2} = \frac{l(l+1)}{\sigma^2 r^2} \Phi' \quad (1.33)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Phi'}{dr} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \Phi' = 4\pi G \rho \left( \frac{p'}{\rho c_s^2} + \frac{N^2}{g} \xi_r \right) \quad (1.34)$$

Ces équations différentielles, du premier ordre (1.32) et (1.33) et du second ordre (1.34), sont donc équivalentes à une équation différentielle du 4<sup>ème</sup> ordre nécessitant quatre conditions aux frontières, deux au centre (à  $r \sim 0$ ) et deux en surface (à  $r = R$ ). Celles-ci, discutées dans Unno et al. (1989), s'expriment au centre de l'étoile par

$$\frac{d\Phi'}{dr} - \frac{l\Phi'}{r} = 0 \quad \text{et} \quad \xi_r - \frac{l}{\sigma^2 r} \left( \frac{p'}{\rho} + \Phi' \right) = 0 \quad (1.35)$$

tandis qu'en surface il vient

$$\frac{d\Phi'}{dr} + \frac{(l+1)}{r} \Phi' = 0 \quad \text{et} \quad \xi_r = \frac{p'}{g\rho} \quad (1.36)$$

Ce problème aux valeurs propres du type  $\mathcal{L}[\xi_r] = \sigma^2 \xi_r$  (où  $\mathcal{L}$  est un opérateur différentiel du 4<sup>ème</sup> ordre) admet un spectre *discret* de solutions propres, les valeurs propres étant les fréquences d'oscillation  $\sigma_{kl}$  avec leurs fonctions propres associées.

<sup>3</sup>Le mode  $k = 0$   $l = 1$  n'existe pas, et correspondrait à un mouvement de fréquence nulle de translation de centre de masse de l'étoile (Unno et al. 1989).



### 1.3.2 Principe variationnel

Il a été montré pour la première fois par Chandrasekhar (1964) que les valeurs propres des équations adiabatiques peuvent également être obtenues à partir d'un principe variationnel. Ceci a été confirmé par Lynden-Bell & Ostriker (1967) (voir aussi Cox 1980; Unno et al. 1989; et Brassard 1991). Dans le cas général où la rotation de l'étoile est prise en compte et en fonction de la variable vecteur déplacement lagrangien  $\boldsymbol{\xi}$ , son expression est de la forme

$$-\sigma^2 \boldsymbol{\xi} + 2i\sigma \mathcal{M} \boldsymbol{\xi} + \mathcal{M}^2 \boldsymbol{\xi} = -\frac{1}{\rho} (\mathcal{P} + \mathcal{V}) \boldsymbol{\xi} \quad , \quad (1.37)$$

où  $\mathcal{M}$ ,  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{V}$  sont des opérateurs linéaires reliés aux perturbations de la pression et du potentiel gravitationnel, définis par

$$\mathcal{M} \boldsymbol{\xi} = (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \boldsymbol{\xi} \quad (1.38)$$

$$\mathcal{P} \boldsymbol{\xi} = -\frac{\delta \rho}{\rho^2} \nabla p + \frac{1}{\rho} \nabla p' + \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla (\nabla p) \quad (1.39)$$

$$\mathcal{V} \boldsymbol{\xi} = \nabla \Phi' + (\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla) \nabla \Phi \quad . \quad (1.40)$$

Le produit scalaire effectué par la gauche de  $\boldsymbol{\xi}^*$  avec la relation (1.37), puis l'intégration sur toute la masse de l'étoile donnent (Brassard 1991)

$$-A\sigma^2 + B\sigma + C = -D \quad (1.41)$$

avec

$$A = \int_V \boldsymbol{\xi}^* \cdot \boldsymbol{\xi} \rho dV \quad , \quad B = 2i\sigma \int_V \boldsymbol{\xi}^* \cdot \mathcal{M} \boldsymbol{\xi} \rho dV \quad (1.42)$$

$$C = \int_V \boldsymbol{\xi}^* \cdot \mathcal{M}^2 \boldsymbol{\xi} \rho dV \quad , \quad D = \int_V \boldsymbol{\xi}^* \cdot (\mathcal{M} + \mathcal{V}) \boldsymbol{\xi} \rho dV \quad (1.43)$$

Cette formulation du problème sous forme de principe variationnel est particulièrement adaptée à l'obtention de deux résultats importants de la théorie adiabatique : la détermination des régions de formation des périodes (section 1.3.3) et l'évaluation des effets engendrés par la rotation de l'étoile (section 1.3.4).

### 1.3.3 Régions de formation des périodes et énergie cinétique

En considérant que l'étoile est au repos ( $\mathbf{v}_0 = 0$ ), les termes de l'opérateur  $\mathcal{M}$  sont nuls et l'équation (1.37) se réduit à

$$\sigma^2 = \frac{D}{A} \quad . \quad (1.44)$$

Le terme  $A$  est directement proportionnel à l'énergie cinétique, qui s'écrit pour les oscillations stellaires

$$E_{\text{cin}} \equiv \frac{1}{2} \int_V \rho v^2 dV = \frac{\sigma^2}{2} \int_V \boldsymbol{\xi} \cdot \boldsymbol{\xi}^* \rho dV \quad . \quad (1.45)$$

Compte-tenu des composantes du vecteur déplacement lagrangien de l'équation (1.20) et des propriétés d'intégration des harmoniques sphériques, on montre que l'énergie cinétique d'un mode de pulsation s'exprime par

$$E_{\text{cin}} = \frac{\sigma^2}{2} \int_0^R [\xi_r(r)^2 + l(l+1)\xi_h(r)^2] \rho r^2 dr \quad , \quad (1.46)$$

où l'intégration se fait du centre ( $r = 0$ ) à la surface ( $r = R$ ) de l'étoile. Il est à noter que les fonctions propres étant normalisées de façon arbitraire, l'énergie cinétique d'un mode est définie à une constante multiplicative près et par conséquent, seules les *comparaisons* d'énergie cinétique entre différents modes sont significatives.

Pour obtenir le terme  $D$ , un peu de manipulation est nécessaire. L'expression finale proposée dans Brassard 1991 (voir aussi Charpinet 1999) est

$$D = \int_0^R \left[ \xi_r^2 N^2 + \frac{(p')^2}{p\Gamma_1\rho} + \Phi' \left( \frac{p'}{\Gamma_1 p} + \xi_r \frac{N^2}{g} \right) \right] \rho r^2 dr \quad . \quad (1.47)$$

Ainsi, le terme entre crochets de cette équation, se trouvant au numérateur de (1.44), joue le rôle d'un facteur de *pondération* de la contribution des fonctions propres ( $\xi_r$ ,  $p'$ ,  $\Phi'$ , etc.) à la valeur des fréquences propres selon le rayon  $r$  de l'étoile. Ce terme, appelé à raison "fonction poids" (*weight function*), permet ainsi d'identifier les régions de l'étoile auxquelles les périodes des modes de pulsation sont sensibles.

### 1.3.4 Effets de la rotation

Jusqu'ici, seules des étoiles sans rotation ont été traitées, considérant une vitesse à l'équilibre nulle  $\mathbf{v}_0 = 0$ . Cette hypothèse est manifestement un cas idéalisé puisque probablement toutes les étoiles tournent plus ou moins rapidement sur elles-mêmes. On considère ici un champ de vitesse  $\mathbf{v}_0$  non nul, mais suffisamment faible pour ne pas modifier la forme et la structure de l'étoile. Cette hypothèse permet alors d'adopter une approche perturbative pour évaluer les effets de la rotation, en écrivant

$$\sigma = \sigma^{(0)} + \sigma^{(1)} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\xi}^{(0)} + \boldsymbol{\xi}^{(1)} \quad (1.48)$$

où les termes (0) indiquent la solution sans rotation, tandis que les termes (1) représentent la perturbation à cette solution. Ces expressions sont introduites dans la relation (1.41), en ne conservant que les termes d'ordre 0 et 1. On montre alors (Brassard 1991) que la solution générale s'écrit sous la forme

$$\sigma^{(1)} = i \frac{\int_V \boldsymbol{\xi}^{*(0)} \cdot \mathcal{M} \boldsymbol{\xi}^{(0)} \rho dV}{\int_V \boldsymbol{\xi}^{*(0)} \cdot \boldsymbol{\xi}^{(0)} \rho dV} \quad (1.49)$$

Ce résultat est général et peut s'appliquer à tout champ de vitesse (tant que celui-ci reste suffisamment faible), comme une loi quelconque de rotation  $\Omega = \Omega(r, \theta)$ , une circulation

méridienne, des mouvements convectifs, etc. Dans le cas des étoiles sous-naines de type B, nous allons considérer simplement une étoile en rotation à symétrie sphérique, c'est-à-dire où la vitesse angulaire  $\Omega$  ne dépend que du rayon  $r$ . Se plaçant dans le système de référence où le vecteur rotation s'écrit

$$\mathbf{\Omega} = (\Omega(r) \cos \theta, -\Omega(r) \sin \theta, 0) \quad , \quad (1.50)$$

le champ de vitesse du fluide s'exprime par :

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_{\text{rot}} = \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r} = (0, 0, \Omega(r)r \sin \theta) \quad . \quad (1.51)$$

Il s'agit maintenant d'exprimer les termes de l'équation (1.49). L'action de l'opérateur  $\mathcal{M}$  sur le vecteur déplacement lagrangien donne (Brassard 1991) :

$$\mathcal{M}\boldsymbol{\xi}^{(0)} = (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla)\boldsymbol{\xi}^{(0)} = \Omega(r) \frac{\partial \boldsymbol{\xi}^{(0)}}{\partial \phi} = im\Omega(r)\boldsymbol{\xi}^{(0)} + \mathbf{\Omega} \times \boldsymbol{\xi}^{(0)} \quad . \quad (1.52)$$

En introduisant cette expression dans (1.49) et en exprimant les composantes de  $\mathbf{\Omega}$  dans le référentiel choisi (1.50) ainsi que les composantes radiales et tangentielles de  $\boldsymbol{\xi}^{(0)}$ , il vient

$$\sigma^{(1)} = -m \frac{\int_0^R \Omega(r) (\xi_r^2 + L^2 \xi_h^2 - 2\xi_r \xi_h - \xi_h^2) \rho r^2 dr}{\int_0^R (\xi_r^2 + L^2 \xi_h^2) \rho r^2 dr} \quad (1.53)$$

où  $L^2 \equiv l(l+1)$ . Ainsi, l'effet de la rotation sur les fréquences propres est d'introduire une dépendance sur l'indice angulaire  $m$ , en levant la dégénérescence existant sur les modes propres d'oscillation. La perturbation de la fréquence propre dépend également des indices  $k$  et  $l$  à travers les composantes  $\xi_r$  et  $\xi_h$ . Dans ce contexte, l'espacement en fréquence entre *multiplets*, d'indices  $(k, l)$  identiques mais de  $m$  différents sera constant, l'équation (1.53) montrant que la perturbation en fréquence étant directement proportionnelle à  $m$ . Enfin, dans le cas encore plus simple où l'étoile est en rotation solide, c'est-à-dire que sa vitesse angulaire  $\Omega$  est constante, le terme de perturbation associé à la fréquence propre s'écrit alors

$$\sigma^{(1)} = -m\Omega(1 - C_{\text{rot}}) \quad (1.54)$$

où  $C_{\text{rot}}$  est appelé le coefficient du premier ordre pour la rotation solide ou coefficient de Ledoux (Ledoux 1951), exprimé par

$$C_{\text{rot}} = \frac{\int_0^R (2\xi_r \xi_h + \xi_h^2) \rho r^2 dr}{\int_0^R (\xi_r^2 + L^2 \xi_h^2) \rho r^2 dr} \quad . \quad (1.55)$$

L'introduction des effets de la rotation stellaire dans les codes numériques pour l'étude des étoiles sous-naines de type B par l'astérosismologie, qui a constitué la première tâche réalisée au cours de mon travail de thèse, sera décrite à la section 2.3.

### 1.3.5 Résolution des équations d'oscillation adiabatiques

Terminons ce tour d'horizon de la théorie adiabatique avec la mise en œuvre de la recherche des solutions propres du système d'équations adiabatiques (1.32) à (1.34). Celui-ci ne peut être résolu analytiquement, et il est nécessaire de faire appel à des techniques numériques afin d'extraire les fréquences et les fonctions propres du système.

#### Adimensionnalisation

Dans un traitement numérique, il est souvent plus facile de travailler à partir d'équations adimensionnelles. Dans ce but, sont introduites quatre variables sans dimension (Dziembowski 1971) :

$$y_1 = \frac{\xi_r}{r} \quad ; \quad y_2 = \frac{1}{gr} \left( \frac{p'}{\rho} + \Phi' \right) \quad ; \quad y_3 = \frac{1}{gr} \Phi' \quad ; \quad y_4 = \frac{1}{g} \frac{d\Phi'}{dr} \quad (1.56)$$

ainsi que la fréquence sans dimension

$$\omega^2 = \frac{\sigma^2 R^3}{GM} \quad (1.57)$$

où  $R$  est le rayon et  $M$  la masse de l'étoile. Il faut également introduire trois variables sans dimension pour la structure stellaire et une pour la fréquence de Brunt-Väisälä, telles que

$$U = \frac{d \ln M_r}{d \ln r} = \frac{4\pi r^3 \rho}{M_r} \quad ; \quad V = -\frac{d \ln p}{d \ln r} = \frac{\rho g r}{p} \quad (1.58)$$

$$C_1 = \left( \frac{r}{R} \right)^3 \left( \frac{M}{M_r} \right) \quad ; \quad A = -\frac{N^2}{g} \quad . \quad (1.59)$$

Enfin, la variable d'intégration  $r$  est adimensionnalisée selon (Osaki & Hansen 1973)

$$x = \ln \left( \frac{r}{p} \right) \quad . \quad (1.60)$$

En introduisant ces variables sans dimension dans les équations (1.32) à (1.34), celles-ci deviennent

$$(V+1) \frac{dy_1}{dx} = \left( \frac{V}{\Gamma_1} - l - 1 \right) y_1 + \left[ \frac{l(l+1)}{C_1 \omega^2} - \frac{V}{\Gamma_1} \right] y_2 + \frac{V}{\Gamma_1} y_3 \quad (1.61)$$

$$(V+1) \frac{dy_2}{dx} = (C_1 \omega^2 + rA) y_1 + (3 - l - U - rA) y_2 + rA y_3 \quad (1.62)$$

$$(V+1) \frac{dy_3}{dx} = (3 - l - U) y_3 + y_4 \quad (1.63)$$

$$(V+1) \frac{dy_4}{dx} = -rAU y_1 + \frac{UV}{\Gamma_1} y_2 + \left[ l(l+1) - \frac{UV}{\Gamma_1} \right] y_3 + (2 - U - l) y_4 \quad , \quad (1.64)$$

forme qui est utilisée dans le code de résolution numérique. Les deux conditions au centre, adimensionnalisées, deviennent

$$C_1\omega^2 y_1 - l y_2 = 0 \quad \text{et} \quad l y_3 - y_4 = 0 \quad (1.65)$$

tandis que celles en surface s'écrivent

$$(V - 4 - C_1\omega^2)y_1 + \left[\frac{l(l+1)}{C_1\omega^2} - V\right]y_2 + (V - l - 1)y_3 = 0 \quad (1.66)$$

$$U y_1 + (l+1)y_3 + y_4 = 0 \quad . \quad (1.67)$$

Enfin, notons que le système d'équations étant homogène, il faut imposer une condition de normalisation arbitraire, choisie dans le cas des étoiles sous-naines de type B selon

$$y_1^2 + y_2^2 = 1 \quad \Big|_{\text{surface}} \quad . \quad (1.68)$$

## Le code des pulsations adiabatiques

Le code numérique utilisé dans ces travaux de thèse pour résoudre le système des équations adiabatiques d'oscillation a été développé par Pierre Brassard à l'Université de Montréal. À l'origine construit pour l'étude des pulsations dans les naines blanches, cet outil est désormais adapté à n'importe quel type d'étoile y compris pour le problème qui nous concerne. Un aperçu global du code est présenté dans cette section tandis qu'une description détaillée peut être trouvée dans Brassard et al. (1992 ; voir aussi Brassard & Charpinet 2008). La technique de résolution est basée sur une version généralisée de la méthode des éléments finis de Galerkin, dont la stratégie est la suivante. On cherche la solution de l'équation linéaire différentielle générale

$$\frac{dy}{dx} = f(x)y(x) \quad ; \quad y(a) = y_0 \quad (1.69)$$

définie sur le domaine  $[a, b]$  et satisfaisant la condition aux limites mentionnée. La première étape consiste à choisir le maillage du système, en découpant le domaine en petits éléments (ou mailles). On approxime la solution  $y(x)$  de l'équation différentielle, sur chaque élément  $j$ , par une combinaison linéaire de fonctions indépendantes selon

$$\tilde{y}^{(j)}(x) = \sum_{k=1}^N \alpha_{jk} \Phi_k^{(j)}(x) \quad . \quad (1.70)$$

Les fonctions  $\Phi_k^{(j)}$  sont choisies pour former une base dans l'élément  $j$  (d'où leur nom de *fonctions de base*), et peuvent être des polynômes de degrés  $N - 1$  définis dans cet élément, des polynômes de Legendre, des fonctions de Hermite, etc. Lorsque  $N = 2$ , les fonctions  $\Phi_1(x)$  et  $\Phi_2(x)$  sont des polynômes d'ordre 1, il s'agit d'éléments finis linéaires.

Lorsque  $N = 3$ , les éléments finis sont quadratiques, et ainsi de suite. La détermination des coefficients  $\alpha_{jk}$ , et ainsi la solution du système, est obtenue en minimisant le résidu

$$R(x, \{\alpha_{jk}\}) = \frac{d\tilde{y}}{dx} - f(x)\tilde{y}(x) \quad (1.71)$$

par orthogonalisation avec chaque élément de la base  $\{\Phi_k(x)\}$  (cf Brassard et al. 1992). La méthode des éléments finis est applicable à la résolution numérique de systèmes d'équations différentielles, aux dérivées partielles, etc., à la base de la description d'un grand nombre de phénomènes physiques et se caractérise par une très bonne stabilité, robustesse, précision et vitesse de convergence.

Enfin, sans rentrer dans les détails, mentionnons brièvement les étapes du code de résolution des équations adiabatiques, qui est un programme FORTRAN. La première étape consiste à lire les quantités physiques du modèle stellaire dont on désire déterminer les fréquences propres d'oscillation et à calculer les quantités sans dimension structurelles ( $U, V, C_1, A$ , etc.) correspondantes. Le code procède ensuite à un maillage adaptatif "intelligent" du domaine, en plaçant les discontinuités physiques du modèle stellaire à la jonction de deux éléments finis (la convergence de la méthode est affectée si un tel soin n'est pas pris). Durant la troisième phase, le code effectue un balayage d'un intervalle de périodes spécifié par l'utilisateur (dans les étoiles sous-naines de type B, ce sera typiquement de 50 à 1000 s par pas de 1.0 s), où la période considérée sert d'estimation initiale de la valeur propre. Le système d'équations (1.61) à (1.64) est résolu par un schéma explicite avec 2000 éléments linéaires en prenant en compte trois des quatre conditions aux frontières. La condition restante sert de "discriminant" pour déterminer si la période considérée approche une valeur propre réelle du système. Finalement, le système complet est résolu à partir des estimations des périodes propres déterminées à l'étape précédente, en utilisant cette fois un schéma implicite avec, au choix de l'utilisateur, un nombre prédéfini d'éléments linéaires, quadratiques ou cubiques. Il est alors possible de calculer les autres quantités utiles comme l'énergie cinétique des modes, les fonctions poids, etc. Comme il sera expliqué à la section 2.3.2, c'est également à ce stade que seront introduits les effets d'une rotation lente de l'étoile sur les périodes de pulsation, par l'approche perturbative au premier ordre décrite à la section 1.3.4.

## 1.4 Théorie non-adiabatique

L'approximation adiabatique permet de déterminer plusieurs propriétés importantes des oscillations, comme leur énergie cinétique et leurs régions de formation. Les périodes des modes de pulsation sont également calculées avec une excellente précision pour les étoiles sous-naines de type B, puisque l'hypothèse d'adiabaticité n'est mise en défaut que dans les couches les plus externes, bien au-delà de la région de formation des pulsations dans ces étoiles, comme nous le verrons au chapitre 2. Par contre, plusieurs informations appréciables sur les oscillations stellaires ne peuvent être obtenues qu'à partir des équations complètes non-adiabatiques, et sont présentées dans cette section.

### 1.4.1 Forme des solutions non-adiabatiques

Le système des équations non-adiabatiques est constitué des six équations différentielles complexes (1.22) à (1.27). Pour cette raison, les fonctions propres et valeurs propres solutions du système sont aussi des quantités complexes. En particulier, la fréquence propre peut désormais s'écrire selon

$$\sigma = \sigma_R + i\sigma_I \quad , \quad (1.72)$$

où  $\sigma_R$  et  $\sigma_I$  sont des nombres réels. Ainsi, la dépendance temporelle des fonctions propres, selon l'équation (1.19), est de la forme

$$e^{i\sigma t} = e^{[i(\sigma_R+i\sigma_I)t]} = e^{i\sigma_R t} e^{-\sigma_I t} \quad . \quad (1.73)$$

Le premier terme de droite de l'équation décrit le comportement oscillant d'un mode de fréquence  $\sigma_R$  ( $= 2\pi/P$ ), où  $P$  désigne la période. La deuxième partie indique un terme supplémentaire d'amortissement ou de croissance exponentielle, inexistant en théorie adiabatique, constitué par la partie imaginaire de la fréquence propre. C'est ce terme qui nous renseigne sur la stabilité des modes de pulsation : si  $\sigma_I$  est positif, la petite perturbation initiale va subir un amortissement exponentiel avec le temps, empêchant la formation d'une oscillation avec une amplitude observable ; le mode sera alors stable. Par contre, si  $\sigma_I$  est négatif, l'amplitude d'oscillation croît exponentiellement avec le temps et le mode devient instable. Dans ce deuxième cas, la théorie prévoit une amplitude qui croît à l'infini avec  $t$ . Un tel comportement n'est évidemment pas réaliste et il marque les limites de la théorie linéaire des pulsations. Dans la réalité, on peut imaginer que des phénomènes non-linéaires vont contrebalancer cette croissance exponentielle afin d'établir l'amplitude observée dans l'étoile. La théorie linéaire ne permet donc pas de déterminer l'amplitude des modes d'oscillation. Ceci est du ressort de la résolution complète des équations non-linéaires de départ (cf. section 1.2.1), ce qui n'est pas encore réalisable à l'heure actuelle.

### 1.4.2 Mécanismes de déstabilisation

Au cours d'un cycle de pulsation, chaque élément de gaz dans l'étoile se comporte comme une machine thermodynamique, transformant de l'énergie thermique en énergie cinétique (ou inversement). C'est la modulation particulière de l'énergie totale au cours d'une oscillation qui déterminera son excitation ou son amortissement. Pour un mode, le travail effectué localement au cours du cycle d'une pulsation est donné par

$$\frac{dW}{dM_r} = \oint dQ = \oint T \frac{dS}{dt} dt \quad . \quad (1.74)$$

Si le système retourne à son état initial après un cycle de pulsation (ce qui correspond à une oscillation strictement périodique), il vient

$$\frac{dW}{dM_r} = \oint \delta T \frac{d\delta S}{dt} dt = \oint \frac{\delta T}{T} \delta \left( \epsilon_N - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{F}_R \right) \quad . \quad (1.75)$$

En effectuant l'intégrale cyclique, cette quantité devient

$$\frac{dW}{dM_r} = \frac{\pi}{\sigma_R} \Re \left\{ \frac{\delta T^*}{T} \left[ \delta \epsilon_N - \delta \left( \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \mathbf{F}_R \right) \right] \right\} \quad (1.76)$$

et peut donc être calculée à partir des fonctions propres du système. Le signe de  $dW/dM_r$  indique localement l'effet stabilisateur ou déstabilisateur d'une région de l'étoile. Si  $dW/dM_r$  est négatif, cette région se retrouve, après un cycle, avec un déficit d'énergie. Ce manque sera prélevé à l'énergie cinétique du mode d'oscillation, ce qui provoque la diminution de son amplitude : il s'agit donc d'une région de dissipation ou amortissement ("damping"). Dans le cas contraire d'une région où  $dW/dM_r > 0$ , un surplus d'énergie est obtenu à la fin du cycle et sera transféré à l'énergie cinétique du mode. L'amplitude va donc croître localement, et il s'agit d'une région d'excitation ("driving").

La stabilité (ou l'instabilité) globale d'un mode de pulsation de l'étoile est déterminée par la somme de toutes les contributions locales à la dissipation et à l'excitation. Cette somme est simplement l'intégrale de travail, qui s'écrit

$$W = \int_0^M \frac{dW}{dM_r} dM_r \quad (1.77)$$

Si  $W$  est négatif, la dissipation domine sur l'excitation et le mode est globalement stable, tandis qu'il est instable lorsque  $W$  est positif, c'est-à-dire lorsque l'excitation domine sur la dissipation.

Dans les étoiles, il existe deux grands types de processus permettant de déstabiliser les modes : la combustion nucléaire et les phénomènes d'ionisation partielle. Le premier est associé au terme  $\delta \epsilon_N$  de l'équation (1.76) et est connu sous le nom de mécanisme  $\epsilon$ . D'après le comportement du taux de réactions nucléaires lors des changements (se produisant essentiellement en phase) en température et en densité du gaz lors d'un cycle de pulsation, on montre que la contribution du mécanisme  $\epsilon$  est toujours positive et tend donc systématiquement à déstabiliser les modes.

Le second mécanisme est associé au second terme de l'équation (1.76), et est relié au comportement particulier du gaz et de son opacité dans les régions d'ionisation partielle. Habituellement, lorsque la matière est comprimée, elle devient moins opaque, perdant ainsi de l'énergie par radiation. Il existe donc un effet de *dissipation radiative* sur les pulsations, permettant de stabiliser l'étoile. Dans une zone d'ionisation partielle, le comportement est différent : l'opacité du gaz devient plus grande au maximum de compression. Il y a ainsi un gain d'énergie lorsque la matière est comprimée et, au contraire lorsque la matière est en expansion, la perte d'énergie précipite la phase de contraction qui suit. L'amplitude d'une oscillation va alors augmenter, jusqu'à une limite déterminée par l'énergie totale disponible pour le mode. Ce mécanisme, appelé mécanisme  $\kappa$ , produit donc du "driving" sur les pulsations. Il existe également un mécanisme déstabilisateur complémentaire, parfois référé sous le nom de mécanisme  $\gamma$  (bien que les deux phénomènes soient souvent sous-entendus dans la désignation unique de "mécanisme  $\kappa$ "). Lorsque la matière stellaire partiellement ionisée est comprimée, le degré d'ionisation augmente, ce qui correspond encore à un gain d'énergie pour déstabiliser les pulsations stellaires.



Pour tous les mécanismes évoqués, les conditions nécessaires ne se produisent que localement : les réactions nucléaires sont généralement confinées dans les régions internes, tandis que seules certaines régions de l'étoile sont partiellement ionisées. Pour que l'étoile puisse osciller globalement, il faut que l'effet déstabilisateur de ces régions particulières soit plus important que l'effet stabilisateur des autres régions de l'étoile. Il ne suffit donc pas que les conditions pour l'excitation soient rencontrées dans l'étoile en considération, mais également que le mécanisme d'excitation opère dans une région où les amplitudes des fonctions propres sont importantes, c'est-à-dire dans une région à laquelle les périodes des modes de pulsation sont sensibles (voir section 1.3.3). Nous reviendrons à l'occasion du chapitre 2 sur les mécanismes d'excitation des modes à l'œuvre dans les étoiles sous-naines de type B.

### 1.4.3 Résolution des équations d'oscillation non-adiabatiques

Le système des équations d'oscillation non-adiabatiques est résolu en suivant la même stratégie que pour le code adiabatique, en utilisant la méthode de résolution numérique par éléments finis de Galerkin. Les équations (1.22) à (1.27) et leurs conditions aux limites sont adimensionnalisées suivant la même démarche, avec deux variables sans dimension supplémentaires  $y_5$  et  $y_6$  (voir e.g. Unno et al. 1989). Notons que l'approximation de convection "gelée" (voir section 1.2.1) est utilisée. Ce code a également été développé par Pierre Brassard et est succinctement décrit dans Fontaine et al. (1994).

Afin de réduire le temps de calcul, le programme non-adiabatique utilise comme premiers estimés les résultats calculés par le code adiabatique pour les périodes de pulsation. L'hypothèse adiabatique étant vérifiée dans une grande partie de l'étoile pour n'être mise en défaut que dans les couches les plus externes, les périodes non-adiabatiques diffèrent généralement peu des périodes adiabatiques. Le code fournit également les quantités purement non-adiabatiques comme la partie imaginaire de la fréquence propre  $\sigma_I$ , l'intégrale de travail  $W$  et sa dérivée  $dW/dr$ , nécessaires à l'évaluation de la stabilité des modes de pulsation.



## Chapitre 2

# Les étoiles sous-naines de type B, laboratoires privilégiés pour l'astérosismologie

Les étoiles sous-naines de type B (subdwarf B star, dénotées dans la suite de cette thèse par l'abréviation "sdB") ont longtemps été considérées comme des "petites étoiles insignifiantes". Les difficultés théoriques pour expliquer seulement leur existence attiraient peu d'astrophysiciens vers l'étude de ces objets, dont le statut parmi les différentes phases de l'évolution stellaire était largement énigmatique. L'intérêt porté aux étoiles sdB s'est considérablement développé depuis la découverte en 1996 des variations de luminosité, directement attribuables à des phénomènes d'oscillations stellaires, que présentent certaines d'entre elles. Se révélant particulièrement bien adaptées à l'étude par l'astérosismologie, les étoiles sdB ont désormais acquis leurs lettres de noblesse parmi la recherche en astrophysique stellaire, et des conférences internationales leur sont même exclusivement dédiées.

L'objectif de ce chapitre est de présenter les propriétés générales des étoiles sdB. A la section 2.1, une synthèse bibliographique est réalisée à propos de la nature de ces objets, concernant différents aspects comme leurs paramètres structuraux et atmosphériques, les conditions de leur formation et leur évolution subséquente. La section 2.2 est dédiée à la description des caractéristiques des pulsations stellaires dans les étoiles sdB. Il existe en fait deux classes d'étoiles sdB pulsantes, qui se différencient par la nature des modes de pulsation qui y sont à l'œuvre. Les régions de formation et de propagation des oscillations sont précisées, ainsi que le mécanisme physique d'excitation leur permettant d'atteindre des amplitudes observables. Ces considérations constituent la base théorique indispensable pour l'étude objective des étoiles sdB par l'astérosismologie, par la méthode – appelée méthode (ou approche) directe – exposée à la section 2.3. Les différentes étapes sont décrites, depuis le calcul de la structure interne à partir de modèles appropriés jusqu'à la procédure d'optimisation pour isoler la solution astérosismologique représentative de l'étoile considérée.

## 2.1 La nature des étoiles sous-naines de type B

Les étoiles sous-naines, découvertes dans les années 1950 (Humason & Zwicky 1947 ; Iriarte & Chavira 1957 ; Chavira 1958 ; Feige 1958), doivent cette dénomination à leur luminosité trop faible pour leur couleur, ce qui les place dans le diagramme de Hertzsprung-Russell (HR) en-dessous de leurs homologues de la séquence principale parfois appelées "étoiles naines" (figure 2.1). Les premières classifications dans la catégorie d'étoiles sous-naines de type B reposaient sur des critères spectroscopiques, et l'on y rangeait les étoiles bleues de faible luminosité présentant des raies spectrales de la série de Balmer anormalement larges par rapport aux étoiles de même couleur de la séquence principale (Greenstein 1960 ; Berger 1963 ; Greenstein 1966). Cet élargissement des raies est caractéristique d'une gravité de surface plus importante, traduisant un rayon plus petit et in fine expliquant la luminosité plus faible des étoiles sdB par rapport aux étoiles de la séquence principale de même température du diagramme HR.

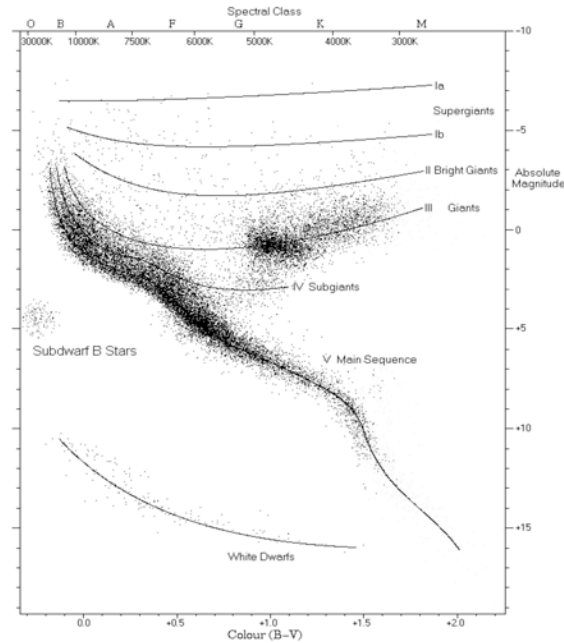


FIG. 2.1: Diagramme HR indiquant la région occupée par les étoiles sous-naines de type B ("subdwarfs B stars", extrême gauche), entre la séquence principale et la séquence de refroidissement des naines blanches.

### 2.1.1 Structure interne et paramètres atmosphériques

Avec les progrès de la spectroscopie et de la modélisation des atmosphères stellaires, il est devenu possible de déterminer quantitativement les paramètres de surface (température effective, gravité de surface et abondances relatives) des étoiles sous-naines de type

B. Il ressort que les étoiles sdB présentent des températures effectives comprises entre 20 000 et 42 000 K, pour des gravités de surface, traditionnellement exprimées en logarithme, situées entre  $5.0 \lesssim \log g \lesssim 6.2$  (e.g. Saffer et al. 1994). La région du diagramme HR occupée par les étoiles sdB, entre la séquence principale et la séquence de refroidissement des naines blanches, peut alors être interprétée comme une extension vers de plus hautes températures et gravités de surface de la branche horizontale classique, appelée "branche horizontale extrême" ou EHB (Extreme Horizontal Branch; Greenstein & Sargent 1974; Heber 1986).

La branche horizontale correspond à un stade évolué de la vie des étoiles, après la séquence principale et la première branche des géantes rouges ou RGB (Red Giant Branch). Les étoiles qui la composent sont en phase de combustion de l'hélium dans les régions centrales de leur cœur, dont la masse  $M_c$  est d'environ de 0.48 masses solaires ( $M_\odot$ ) selon la composition chimique considérée (Vandenberg 1992; Dorman, Rood, & O'Connell 1993). Ce cœur est entouré d'une enveloppe de masse  $M_{\text{env}}$  variable, dont la valeur détermine la position de l'étoile sur la branche horizontale ainsi que son évolution subséquente (voir section 2.1.4). Plus l'enveloppe est épaisse (jusqu'à  $M_{\text{env}} \sim 0.5 M_\odot$ ), moins l'étoile est chaude en surface ( $T_{\text{eff}} \sim 5000$  K), et inversement (Dorman et al. 1993).

Selon ce scénario, les sdB sont des étoiles de masse  $\sim 0.5 M_\odot$ , dans une phase stable de combustion centrale de l'hélium en carbone et oxygène via le processus triple- $\alpha$ . La structure interne d'une étoile sdB lors de sa vie sur la branche horizontale extrême est représentée schématiquement à la figure 2.2. Ce modèle issu de calculs évolutifs servira d'étoile sdB de référence dans la suite de ce chapitre, et correspond à une étoile de  $T_{\text{eff}} = 31\,310$  K,  $\log g = 5.75$ ,  $M_c = 0.4758 M_\odot$  et  $M_{\text{env}} = 0.0002 M_\odot$  et d'un âge de 62 millions d'années depuis son arrivée sur la EHB. La forte dépendance en température ( $\propto T^{32}$ ) du taux de réactions nucléaires provoque l'apparition d'un noyau convectif au centre de l'étoile (région I). En remontant vers la surface et par conséquent vers de plus faibles températures, le taux de réactions nucléaires diminue rapidement et la convection disparaît, laissant un noyau externe radiatif presque exclusivement composé d'hélium (région II). Ce cœur est surmonté d'une enveloppe riche en hydrogène (régions III et IV), dont la masse ( $M_{\text{env}}$ ) est comprise entre 0.00001 et 0.02  $M_\odot$ . La base de l'enveloppe (entre les régions II et III) est habituellement, dans les étoiles de la branche horizontale, le siège d'une activité nucléaire de combustion en couche de l'hydrogène en hélium. Pour les étoiles sdB, identifiées aux étoiles de la branche horizontale extrême, la finesse de l'enveloppe rend l'intensité de la fusion en couche de l'hydrogène tout à fait négligeable devant celle de la combustion centrale de l'hélium. Ainsi, l'enveloppe est principalement inerte et agit comme un "isolant" vis-à-vis de la chaleur générée dans les couches internes de l'étoile. Enfin, la région IV indique l'emplacement d'une mince couche convective engendrée par l'ionisation partielle  $\text{He}_{\text{II}}/\text{He}_{\text{III}}$ .

La durée de vie d'une étoile sur la branche horizontale extrême est de l'ordre de 100 millions d'années, ce qui correspond au temps où l'hélium est disponible dans les régions centrales pour assurer les réactions nucléaires nécessaires à l'équilibre global de l'étoile. Dans la figure 2.2, l'échelle de droite représente la fraction de masse  $\log q \equiv$

$\log(1-M(r)/M_*)$ , où  $M(r)$  est la masse contenue dans la sphère de rayon  $r$  et  $M_*$  la masse totale de l'étoile. Cette échelle logarithmique ( $\log q = 0$  au centre et  $\log q = -\infty$  à la surface) permet de mettre en valeur les couches externes de l'étoile, là où les phénomènes de pulsations se forment, comme nous le verrons à la section 2.2.

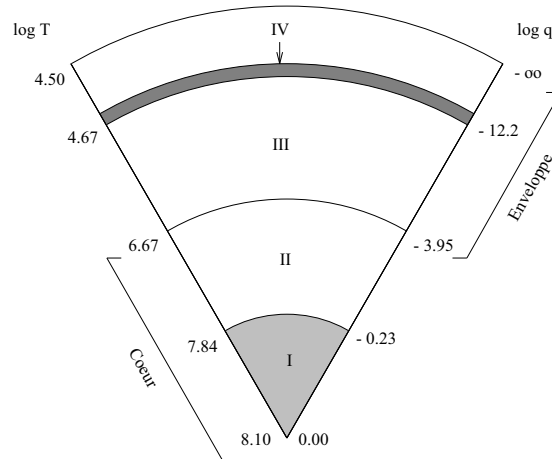


FIG. 2.2: Coupe représentative de la structure d'une sdB. Les régions I et II constituent le cœur, tandis que les régions III et IV forment l'enveloppe de l'étoile (les détails sont donnés dans le texte). Deux échelles, en fraction de masse  $\log q \equiv \log(1-M(r)/M_*)$  et en température  $\log T$ , sont également indiquées.

En surface, les étoiles sdB présentent des compositions chimiques très particulières, montrant une atmosphère constituée presque exclusivement d'hydrogène pur. Les anomalies d'abondance observées pour l'hélium, le principal composant des étoiles et de l'Univers après l'hydrogène, sont déficientes par un à quatre ordres de grandeur relativement à l'abondance cosmique (Fontaine & Chayer 1997). Les éléments lourds ou métaux, habituellement présents sous forme de traces dans les atmosphères stellaires, montrent également des déficiences importantes en particulier pour C, N et Si (Heber 1991). Ces anomalies d'abondance sont attribuées à des processus de diffusion des éléments chimiques efficaces dans l'enveloppe des étoiles sdB, en particulier le triage gravitationnel tendant à faire couler les éléments lourds, en compétition avec la lévitation radiative qui soutient certains éléments du gaz par pression sélective des photons. Néanmoins, l'efficacité de cette dernière n'est pas suffisante pour expliquer les abondances observées, et il est nécessaire d'invoquer la présence d'un vent stellaire faible qui, en imposant un champ de vitesse radial orienté vers l'extérieur, augmente considérablement l'opposition à la chute des éléments lourds sous l'effet du champ gravitationnel (Michaud et al. 1985). Des taux de perte de masse raisonnables, de  $\dot{M} \simeq 10^{-14} - 10^{-13} M_\odot/\text{an}$ , permettent de maintenir des niveaux d'abondance semblables à ce qui est observé durant un laps de temps suffisamment long par rapport à la durée de vie de l'étoile (Fontaine & Chayer 1997, Unglaub & Bues 2001).

### 2.1.2 Les étoiles sdB parmi la population stellaire galactique

Les étoiles sdB sont les principales composantes de la population d'objets bleus de notre Galaxie. Elles dominent en nombre, jusqu'à une magnitude visible  $V \sim 16$ , les relevés photométriques d'étoiles présentant un excès de flux ultraviolet, comme ceux de Palomar-Green (étoiles PG ; Green et al. 1986) et de Kitt Peak-Downes (étoiles KPD, Downes 1986) pour l'hémisphère nord, et ceux de Montréal-Cambridge-Tololo (Lamontagne et al. 2000) et d'Edinburgh-Cape (étoiles EC ; Stobie et al. 1995) pour l'hémisphère sud. Le nombre d'objets identifiés comme étoiles sdB dans l'ensemble des catalogues s'élève à environ 600.

D'autre part, une analyse de la cinématique d'un échantillon de 114 étoiles sdB effectuée par Altmann, Edelmann, & de Boer (2004) montre que la plupart d'entre elles appartient au disque galactique (principalement le disque épais), tandis que seule une quinzaine d'objets présente des mouvements propres caractéristiques d'étoiles du halo. Cette répartition spatiale est différente de celles des étoiles graduellement moins chaudes peuplant la branche horizontale comme les étoiles HBB et HBA<sup>1</sup>. En fait, plus l'étoile est froide, plus elle se trouvera préférentiellement parmi la population du halo, et inversement. Une telle distribution spatiale parmi les étoiles de la branche horizontale pourrait permettre de mieux comprendre la structure de notre Galaxie. Par ailleurs, l'étude de la morphologie des amas globulaires révèle que certains d'entre eux présentent une extension vers le bleu de leur branche horizontale, trahissant la présence d'étoiles sdB, tandis que d'autres de métallicité et âge similaires ne semblent pas exhiber cette caractéristique (voir par exemple Ferraro et al. 1997). Le paramètre permettant d'expliquer la présence ou non d'étoiles sdB dans les amas globulaires n'est pas formellement identifié à l'heure actuelle, et est peut-être relié à la présence de populations stellaires multiples au sein de certains d'entre eux (Piotto 2008). Finalement, signalons que les étoiles sdB ont également été repérées dans le bulbe galactique (Busso et al. 2005).

L'observation des galaxies elliptiques géantes révèle qu'elles présentent un flux croissant dans l'ultraviolet entre 1000 et 2500 Å, qui est attribué principalement à la présence d'étoiles chaudes de la branche horizontale comme les sdB (e.g. Brown et al. 1997, 2000a; Yi, Demarque, & Oemler 1997). Ce phénomène appelé "UV-upturn" fait l'objet de recherches importantes à l'heure actuelle. Mentionnons simplement ici qu'il est utilisé comme indicateur de l'âge d'une galaxie, à partir de modèles de populations stellaires et moyennant la connaissance d'un certain nombre de paramètres (Yi et al. 1999). Parmi les plus importants sont la métallicité et le taux de perte de masse sur la RGB des étoiles dominant le flux ultraviolet, dont les sdB. La détermination de ces caractéristiques pour les étoiles sdB est donc cruciale pour déterminer l'âge des galaxies elliptiques géantes, qui sont parmi les plus vieilles structures de l'Univers et permettent ainsi de contraindre les modèles cosmologiques actuels.

---

<sup>1</sup>Etoiles de type spectral B et A de la branche horizontale.

### 2.1.3 Formation des étoiles sdB

Le statut des étoiles sdB parmi les différentes phases de l'évolution stellaire a longtemps constitué une énigme pour les théoriciens, la difficulté étant de faire passer des séquences évolutives dans la région du diagramme HR occupée par ces étoiles. A l'heure actuelle, la question concernant les caractéristiques des processus de leur formation fait encore l'objet de débats, et un certain nombre de théories ont émergé dans les années passées pour tenter d'expliquer la formation de telles étoiles.

#### Formation à partir d'une étoile solitaire

L'idée la plus simple (et la plus ancienne; Faulkner 1972) est que les progéniteurs d'étoiles sdB font face à d'importants et inhabituels taux de perte de masse près du sommet de la branche des géantes rouges (RGB), avant et/ou pendant le flash de l'hélium, un épisode bref et violent correspondant à l'allumage des réactions nucléaires de fusion de l'hélium dans le cœur dégénéré des étoiles de masse intermédiaire. Ce processus est ainsi en mesure de produire des étoiles se plaçant sur l'extrémité bleue de la branche horizontale (Dorman et al. 1993), mais la difficulté persistante est d'expliquer le mécanisme physique capable d'éliminer la quasi-totalité – sauf une infime partie – de l'enveloppe de l'étoile (D'Cruz et al. 1996). Sweigart (1997) invoque des processus de transport interne de l'hélium permettant d'améliorer le taux de perte de masse le long de la branche des géantes rouges. Une autre idée est liée à la présence de compagnons substellaires comme les planètes géantes et les naines brunes (Soker 1998; Soker & Harpaz 2000). La perte de masse le long de la RGB est cette fois améliorée par le dépôt d'énergie orbitale par perte de moment angulaire des compagnons lors du développement de l'étoile en géante rouge.

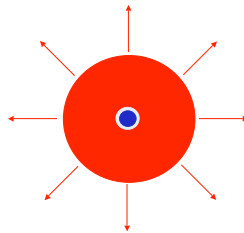


FIG. 2.3: Formation d'une étoile sdB à partir d'une géante rouge expulsant la majeure partie de son enveloppe au sommet de la RGB.

#### Les sdB, des étoiles sociables

Une information importante obtenue à partir de relevés observationnels est que la proportion d'étoiles sdB appartenant à un système binaire est parmi les plus élevées de tous les types d'étoiles. A partir de mesures photométriques multi-couleurs révélant la nature composite du flux de lumière reçu, Allard et al. (1994) estiment une fraction de



54–66 % d'étoiles sdB avec compagnons de la séquence principale. Ulla & Thejll (1998) confirment que plus de la moitié de leur population d'étoiles sdB présente un excès de flux infrarouge, trahissant la présence de compagnons assimilés à des étoiles froides de la séquence principale<sup>2</sup>. Aznar Cuadrado & Jeffery (2001) identifient 19 sdB binaires à compagnons de la séquence principale à partir d'un échantillon de 34 étoiles sous-naines, les 15 restantes exhibant des spectres assimilables à celui d'une étoile simple, sans rougissement ni contamination par des raies parasites comme le calcium ou le potassium.

Une autre méthode utilisée pour repérer la présence d'un compagnon est la mesure des variations de la vitesse radiale de l'étoile, traduisant un déplacement du centre de masse du système. La recherche systématique de telles variations a montré que les étoiles en couple avec un compagnon proche (typiquement, dont la période orbitale est inférieure à  $\sim 10$  jours) sont particulièrement nombreuses. Ainsi, Green et al. (1997) trouvent une fraction de plus de 50% de tels couples dans un échantillon d'étoiles sdB brillantes observées au 6.5-m MMT en Arizona. Pour leur part, Maxted et al. (2001) obtiennent une proportion d'étoiles sdB en couple serré de  $\sim 60\%$  de leur échantillon à partir du relevé Palomar-Green, tandis que des fractions légèrement plus faibles de  $\sim 40\%$  et  $\sim 48\%$  sont trouvées parmi les étoiles sdB de l'échantillon SPY (Supernova Ia Progenitor Survey; Napiwotzki et al. 2004) et du catalogue d'Edinburgh-Cape (Morales-Rueda et al. 2006). De manière très intéressante, les mesures de vitesse radiale effectuées sur les étoiles sdB binaires à compagnons de la séquence principale (repérés photométriquement ou grâce à la présence de raies spectrales caractéristiques) montrent des variations très faibles ou inexistantes, ce qui indique des périodes orbitales de l'ordre de plusieurs mois (Saffer, Green, & Bowers 2001). A contrario, dans le cas de variations de vitesse radiale importantes, les compagnons sont très souvent trop faibles pour être détectés, ce qui privilégie une nature d'objets compacts comme les naines blanches (Green, Liebert, & Saffer 2001).

Ainsi, une grande majorité des étoiles sdB vivent en couple, et l'hypothèse d'une évolution binaire devient incontournable dans la recherche de mécanismes plausibles de formation. L'idée originale (Mengel, Norris, & Gross 1976) est qu'une étoile en phase géante rouge atteignant les limites de son lobe de Roche (la surface équipotentielle où la force de gravité est nulle, figures 2.4 et 2.5) transfère la plus grande partie de son enveloppe vers un compagnon avant l'allumage de la combustion d'hélium en son cœur, et crée ainsi une étoile de type sdB dans un système binaire. Cette idée se heurtait aux temps évolutifs très courts obtenus (de  $5 \times 10^6$  à  $5 \times 10^3$  années environ), incompatibles avec la densité de naines blanches observées (Saffer et al. 1994). D'autre part, le traitement de l'hypothèse d'évolution binaire n'était pas complet puisque les auteurs ne distinguaient pas entre les transferts de masse dynamiquement stables et instables, c'est-à-dire entre une évolution par overflow<sup>3</sup> du lobe de Roche ou par la création d'une enveloppe commune aux deux compagnons (Paczynski 1976). Ces dernières années, le problème de la formation des

<sup>2</sup>La luminosité des étoiles de la séquence principale de type spectral plus précoce que F devient dominante par rapport à celle des étoiles sdB, rendant ces dernières quasiment indétectables.

<sup>3</sup>La traduction française approximative par "débordement" est jugée moins précise que le terme anglais d'overflow.

étoiles sdB par évolution binaire a été réexaminé en détail par Han et al. (2002, 2003), et des simulations numériques de type Monte-Carlo ont été effectuées pour trois scénarios différents : formation d'une étoile de type sdB par création puis éjection d'une enveloppe commune, transfert de masse au compagnon stable par l'overflow du lobe de Roche, et coalescence d'un couple serré de naines blanches à hélium.

### Formation d'une sdB par éjection d'une enveloppe commune

Il est aisé d'imaginer que dans certains cas, la séparation orbitale entre les deux composantes binaires est plus petite que la taille de l'étoile en phase géante rouge, qui augmente de façon spectaculaire par rapport à son état précédent sur la séquence principale. Le mécanisme de transfert de masse vers le compagnon lorsque l'étoile-donneur atteint les limites de son lobe de Roche est dynamiquement instable, et mène à la formation d'une enveloppe commune où la géante rouge englobe littéralement son compagnon (figure 2.4). Une énorme force de friction agit alors sur l'étoile secondaire immergée, ce qui provoque la diminution de son rayon orbital par perte de moment angulaire. Ce mouvement de rapprochement en spirale dépose dans l'enveloppe commune de l'énergie, qui peut devenir suffisante pour finalement l'éjecter. Il résulte alors un système à courte période formé d'un cœur stellaire, éventuellement surmonté d'une très fine couche d'hydrogène subsistante, et de l'étoile secondaire. Si les conditions régnant au cœur de l'étoile permettent l'amorçage de la réaction de fusion de l'hélium en carbone et oxygène, une étoile de type sdB est ainsi obtenue dans un système à courte période, où l'étoile secondaire peut être une étoile de la séquence principale ou une étoile compacte évoluée, typiquement une naine blanche.

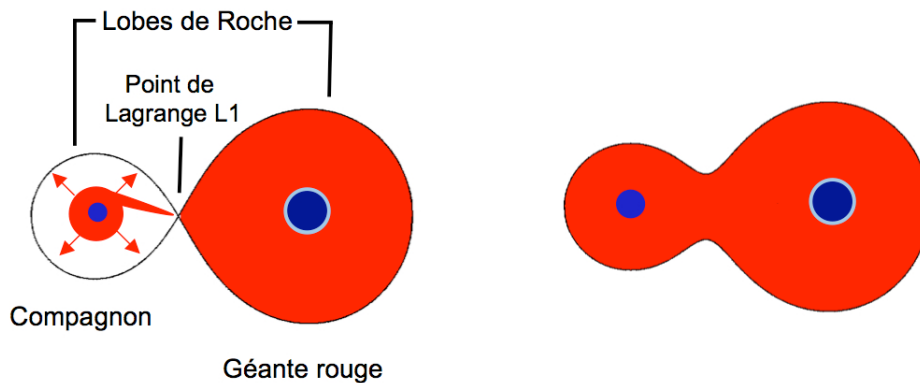


FIG. 2.4: Création et éjection d'une enveloppe commune pour former une étoile sdB en couple serré, avec un compagnon compact ou de la séquence principale.

Les simulations numériques menées par Han et al. (2002, 2003) à partir de populations synthétiques d'étoiles binaires introduites dans un code d'évolution stellaire permettent d'évaluer les caractéristiques de l'étoile sdB et du système binaire formés. Dans le cas d'un compagnon de la séquence principale, la masse de la sous-naine sera distribuée de manière

relativement étroite autour de  $\sim 0.46 M_{\odot}$  (voir figure 2.6), ce qui correspond à la masse critique d'amorçage de la fusion de l'hélium sous des conditions dégénérées, tandis que la période orbitale du système obtenu varie typiquement entre 0.05 et 40 jours. Dans le cas d'un compagnon compact, pouvant éviter plus facilement la coalescence complète du système, des périodes orbitales encore plus courtes peuvent être obtenues. Encore une fois, la masse des étoiles sdB formées est distribuée étroitement autour de  $\sim 0.46 M_{\odot}$ . Enfin, notons que dans les conditions très particulières et rares de formation à partir d'une étoile primaire initialement massive (qui peut amorcer la fusion de l'hélium dans des conditions non-dégénérées), une étoile sdB de masse aussi faible que  $\sim 0.35 M_{\odot}$  est possible.

### Formation d'une sdB par transfert de masse par overflow du lobe de Roche

Le second scénario de formation d'une étoile sdB dans un système binaire débute comme le précédent, sauf que cette fois les composantes sont suffisamment éloignées pour que le transfert de masse soit dynamiquement stable. Lorsque les limites du lobe de Roche sont atteintes, l'enveloppe de la géante rouge est simplement perdue par le point de Lagrange L1, et est soit accrétée par le compagnon, soit perdue pour le système (le transfert peut être conservatif ou non). Le transfert de masse cesse lorsque le rayon de l'étoile-donneur ne remplit plus son lobe de Roche. Si l'enveloppe d'hydrogène est significativement réduite et que les conditions au cœur permettent le démarrage de la fusion de l'hélium, il en résulte une étoile de type sdB dans un système binaire à longue période orbitale.

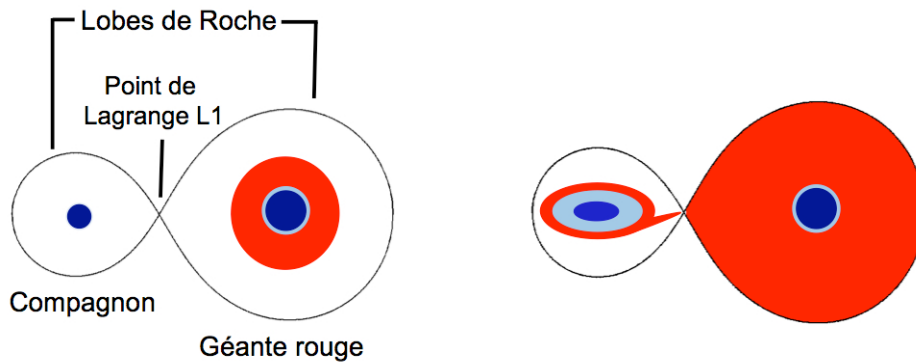


FIG. 2.5: Transfert de masse au compagnon, par le point de Lagrange L1, de l'étoile géante par overflow de son lobe de Roche.

Conceptuellement simple, ce mécanisme de formation requiert néanmoins des conditions précises pour un transfert de masse dynamiquement stable entre les deux composantes, tout en enlevant suffisamment de masse à la géante rouge. En particulier, le rapport entre les deux masses stellaires doit être compris dans un intervalle étroit. Cette condition implique une masse inhabituellement élevée lorsque le compagnon est une naine

blanche, voire au-delà de la limite de Chandrasekhar marquant la limite de stabilité d'une naine blanche. De tels systèmes binaires larges formés d'une étoile sdB et d'une naine blanche sont donc extrêmement rares, et les simulations de Han et al. (2002, 2003) n'en ont produit aucun. Lorsque le compagnon est une étoile de la séquence principale, les simulations montrent que la masse de l'étoile sdB est distribuée autour de  $\sim 0.46 M_{\odot}$ , avec des périodes orbitales comprises entre 400 et 2000 jours. Là aussi, dans le cas rare de formation d'une étoile sdB à partir d'un progéniteur massif (sans épisode du flash de l'hélium), un intervalle beaucoup plus large de masses possibles est obtenu, de 0.33 à 1.1  $M_{\odot}$ , bien que les masses les plus élevées soient hautement improbables.

### Formation d'une sdB par coalescence de deux naines blanches à hélium

Un troisième scénario de formation d'une étoile sdB est la fusion de deux naines blanches He-He ou CO-He, suite à une évolution binaire serrée (Iben & Tutukov 1986, Iben 1990). La condition sine qua non est que la période orbitale initiale du système double-dégénéré soit suffisamment courte pour permettre sa coalescence en un temps cosmologique (typiquement, une paire  $0.3 M_{\odot} + 0.3 M_{\odot}$  d'une période orbitale initiale de 7 h fusionnera en 15 Gans). La séparation entre les deux composantes diminue par émission d'ondes gravitationnelles, jusqu'à ce que la composante la plus légère remplisse son lobe de Roche. La période orbitale typique est alors de deux minutes. Le transfert de masse provoque la formation d'un disque d'accrétion autour de la composante la plus massive, jusqu'à la dislocation pure et simple de l'étoile la plus légère. Comme la masse de la naine blanche primaire augmente, il arrive un point où la fusion de l'hélium s'allume en couches, qui se propagent ensuite vers l'intérieur l'étoile. Un objet solitaire, brûlant de l'hélium en son cœur et éventuellement surmonté d'une couche d'hydrogène extrêmement fine est ainsi formé. D'après les simulations de Han et al. (2002, 2003), les étoiles sdB formées par ce mécanisme présentent une distribution de masse relativement large, de  $\sim 0.40$  à  $\sim 0.70 M_{\odot}$ , avec une masse la plus probable autour de  $0.52 M_{\odot}$ . Même si les conditions nécessaires à la réalisation de ce scénario peuvent sembler difficiles à rencontrer, les simulations Monte-Carlo de Han et al. (2002, 2003) montrent qu'un pourcentage significatif ( $\approx 25\%$ ) d'étoiles sdB est obtenu par ce mécanisme de formation.

### Récapitulatif et confrontation avec les observations

La figure 2.6 résume les simulations menées par Han et al. (2002, 2003), en montrant la distribution de masse et le nombre d'étoiles sdB formées (pour un jeu particulier de paramètres donnés comme la métallicité, l'efficacité du transfert de masse, etc.) selon les différents scénarios à partir d'une évolution binaire : en traits pleins et tirets-pointé, le scénario d'éjection d'une enveloppe commune, avec une étoile secondaire respectivement de la séquence principale et naine blanche ; en tirets, le scénario de transfert de masse par overflow du lobe de Roche, uniquement possible avec des compagnons de la séquence principale ; et enfin, en pointillés, la distribution de masse issue du scénario de coalescence de deux naines blanches en couple serré.

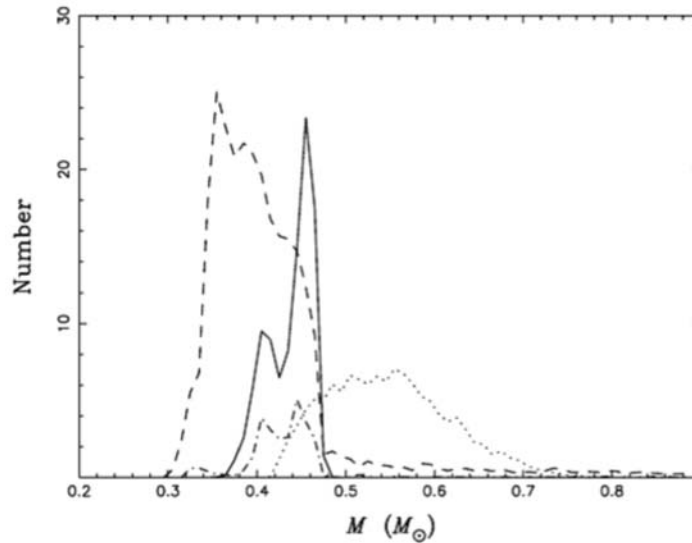


FIG. 2.6: Distribution de masse des étoiles sdB selon différents scénarios de formation (Figure 12, Han et al. 2003). *Traits pleins et tirets-pointé* : par éjection d'une enveloppe commune, avec un compagnon respectivement de la séquence principale et naine blanche. *Tirets* : par transfert de masse stable par overflow du lobe de Roche. *Pointillés* : par coalescence de deux naines blanches en couple serré.

Les quatre scénarios présentés dans cette section (les trois scénarios d'évolution binaire et celui à partir d'une étoile solitaire) fournissent des explications plausibles à la formation des étoiles sdB. Ils doivent maintenant être confrontés aux observations, tant au niveau des paramètres stellaires prévus pour l'étoile sdB que de l'occurrence et des caractéristiques des systèmes binaires (séparation orbitale, nature du compagnon). Par exemple, une première constatation est que les simulations de Han et al. (2002, 2003) prévoient un nombre important de systèmes binaires serrés constitués d'une sdB et d'une étoile de la séquence principale, formés par le mécanisme d'éjection d'une enveloppe commune (ligne pleine de la figure 2.6). Or, très peu de systèmes de ce genre ont été repérés (Green et al. 2001, 2008, communication privée), alors qu'ils sont en principe très faciles à détecter. Les quelques systèmes connus sont extrêmement serrés (période orbitale inférieure à trois heures), et où le compagnon est invariablement de type M (les étoiles les moins massives de la séquence principale). Par contre, lorsque le compagnon est de type inférieur comme G ou K <sup>4</sup>, les systèmes présentent systématiquement des périodes beaucoup plus longues, résultant d'une évolution par transfert de masse stable (Green et al. 2005). Les systèmes serrés constitués d'une sdB et d'une étoile de la séquence principale hors-type M semblent tout simplement ne pas exister.

<sup>4</sup>Ces derniers systèmes, où les compagnons présentent des luminosités comparables, sont moins faciles à repérer dans les relevés colorimétriques habituellement utilisés pour identifier les étoiles sdB (e.g. Palomar-Green, voir section 2.1.2), un biais observationnel appelé "sélection GK".

Une autre manière intéressante de tester les scénarios de formation est de les confronter aux paramètres structuraux mesurés pour les étoiles sdB. Alors que la masse totale d'une étoile sdB formée "en solitaire" est prévue autour de  $\sim 0.48 M_{\odot}$  avec une petite dispersion selon la composition chimique considérée, les différents scénarios d'évolution binaire prédisent un intervalle de masses résultantes beaucoup plus large (figure 2.6). Une dispersion de l'épaisseur de l'enveloppe d'hydrogène selon le scénario de formation est également attendue, puisque par exemple d'après Han et al. (2002, 2003) une plus grande partie de l'enveloppe initiale pourrait rester solidaire de l'étoile lors du transfert de masse stable par overflow du lobe de Roche que lors de l'éjection d'une enveloppe commune. Malheureusement, l'épaisseur de l'enveloppe d'hydrogène est un paramètre inaccessible par les techniques observationnelles classiques comme la spectroscopie et la photométrie.

La masse totale, quant à elle, peut être déterminée directement dans la configuration rare d'un système binaire à éclipses, que seules quatre étoiles sdB présentent : HW Virginis (Menzies & Marang 1986; Wood et al. 1993), NY Virginis ou PG 1336–018 (Kilkenny et al. 1998), HS 0705+6700 (Drechsel et al. 2001) et HS 2231+2441 (Østensen et al. 2007). Dans tous les cas, il s'agit de systèmes binaires très serrés avec un compagnon de type M, résultant d'une évolution par enveloppe commune. A partir de la résolution des paramètres orbitaux du système, des contraintes sur la masse ont pu être dérivées pour HW Virginis ( $M_* = 0.48 \pm 0.09 M_{\odot}$ ; Wood & Saffer 1999) et pour HS 0705+6700 ( $0.483 M_{\odot}$  sans estimation des erreurs; Drechsel et al. 2001). La courbe de lumière de PG 1336–018 est reproduite avec une précision équivalente par trois ensembles de paramètres orbitaux, qui indiquent des masses totales pour l'étoile sdB de  $0.389 \pm 0.005 M_{\odot}$ ,  $0.466 \pm 0.006 M_{\odot}$  ou  $0.530 \pm 0.007 M_{\odot}$  (Vučković et al. 2007). Il existe également des techniques plus complexes pour déterminer les masses individuelles de systèmes binaires sans éclipses, mais présentant des effets de réflexion d'une étoile sur l'autre. Ainsi, Heber et al. (2005) ont évalué à  $0.38 M_{\odot}$  la masse de l'étoile sdB du système HS 2333+3927. L'ensemble des techniques pour déterminer directement les masses stellaires reste cependant très limité et ne peut s'appliquer qu'à des configurations très spécifiques et rares, ce qui biaise les résultats en faveur des scénarios de formation correspondants. Avec seulement quatre étoiles sdB dont la masse a pu être estimée – de surcroît appartenant au même type de système binaire serré avec une étoile de type M –, il n'est pas envisageable de construire une distribution de masse empirique à partir d'une telle approche, et les résultats prédits par les différents scénarios d'évolution restent largement peu contraints par des observations.

### 2.1.4 Evolution des étoiles sdB

Le contexte général de l'évolution des étoiles de la branche horizontale après l'épuisement du combustible nucléaire central a été étudiée par Dorman et al. (1993), et la figure 2.7 reproduit schématiquement les différents chemins évolutifs accessibles à ces objets.

Lorsque l'enveloppe est de masse suffisante ( $M_{\text{env}} \gtrsim 0.02 M_{\odot}$ ), l'étoile appartient à la branche horizontale standard et son évolution s'effectue de façon classique en rejoignant la branche asymptotique des géantes (AGB) et la phase post-AGB (P-AGB sur la figure 2.7) conduisant à la formation d'une nébuleuse planétaire.

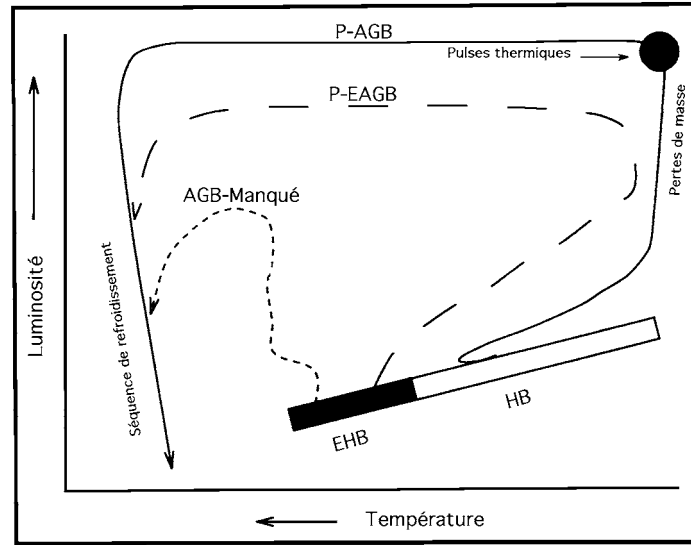


FIG. 2.7: Représentation schématique des chemins évolutifs accessibles aux étoiles de la branche horizontale. Les objets sur l'EHB ne possèdent pas d'enveloppes suffisamment massives pour atteindre les phases évolutives AGB et post-AGB (P-AGB) habituelles. Ils suivent alors les chemins post-early AGB (P-EAGB) ou "AGB-Manqué" pour rejoindre la séquence de refroidissement des naines blanches. Figure inspirée de Dorman et al. (1993).

L'étoile se place sur la branche horizontale extrême lorsque son enveloppe n'est pas suffisamment massive, et deux types de chemin évolutif sont alors possibles. Si  $M_{\text{env}}$  reste suffisamment élevée, l'étoile en phase post-EHB est en mesure de développer une enveloppe convective et rejoint pour un moment la branche asymptotique des géantes. Toutefois l'enveloppe, peu importante dès le départ, est consumée par les réactions nucléaires de combustion en couche de l'hydrogène à sa base et par le vent stellaire en surface. La convection ne peut plus être entretenue, et l'étoile quitte l'AGB avant la phase des pulses thermiques pour rejoindre la séquence de refroidissement des naines blanches via le chemin P-EAGB ("Post-Early AGB"). Enfin, pour les modèles les plus chauds de la branche horizontale extrême auxquels sont identifiés la grande majorité des étoiles sdB, la masse de l'enveloppe est tellement faible que l'essentiel de la luminosité provient des réactions nucléaires de fusion de l'hélium au centre de l'étoile. L'enveloppe reste alors inerte et l'étoile demeure à haute température tout au long de son évolution post-EHB, le long de traces évolutives baptisées "AGB-Manqué" (Greggio & Renzini 1990). Ces étoiles post-EHB, en phase de brûlage de l'hélium en couche, présentent des températures effectives de  $\sim 45\,000$  K et sont identifiées à certaines étoiles sous-naines de type O (Stroeer et al. 2007). Enfin, elles rejoignent la séquence de refroidissement des naines blanches, vers  $T_{\text{eff}} \sim 80\,000$  K, pour former des naines blanches de faibles masses (Bergeron et al. 1994).

## 2.2 Les pulsations dans les étoiles sdB

Il y a une dizaine d'années, les étoiles sdB ont réservé une nouvelle surprise aux astronomes : certaines d'entre elles présentent des variations de luminosité, directement attribuables à des phénomènes d'oscillations stellaires. La découverte de la première étoile sdB variable pulsante a été annoncée par un groupe d'astronomes de l'Observatoire Astronomique d'Afrique du Sud (SAAO ; Kilkeny et al. 1997). A la même époque, et de manière totalement indépendante, l'existence de pulsations à courtes périodes dans les étoiles sdB avait été prédite par un groupe de l'Université de Montréal à partir de considérations purement théoriques (Charpinet et al. 1996, 1997). Une telle coïncidence fortuite entre la prédiction théorique et la découverte observationnelle, qui furent d'ailleurs annoncées au cours de la même conférence en juin 1996 en Espagne, est exceptionnelle dans le domaine de l'étude des pulsations stellaires. La première partie de cette section expose les caractéristiques observationnelles des deux classes d'étoiles sdB pulsantes, dont les positions dans un diagramme HR sont indiquées à la figure 2.8. Les parties suivantes abordent les aspects théoriques des propriétés des oscillations dans les étoiles sdB.

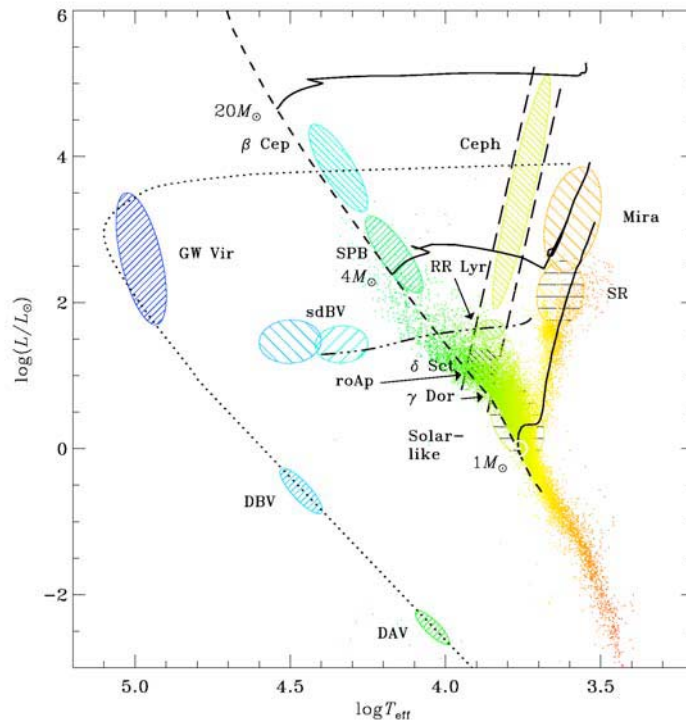


FIG. 2.8: Les différentes classes d'étoiles variables pulsantes peuplant le diagramme HR. Les étoiles sdB variables pulsantes (sdBV) sont situées entre la séquence principale et la séquence de refroidissement des naines blanches. La bulle gauche correspond aux étoiles EC 14026, tandis que celle de droite indique la place des étoiles PG 1716.



## 2.2.1 Les différentes classes d'étoiles sdB pulsantes

### Les étoiles sdB pulsantes à courtes périodes (étoiles EC 14026)

Les étoiles sdB pulsantes découvertes par les astronomes du SAAO ont été baptisées "étoiles EC 14026" d'après le prototype (Kilkenny et al. 1997), ou encore "étoiles V361 Hya" selon la nomenclature officielle de l'Union Astronomique Internationale (IAU). Leur nombre a augmenté rapidement dans les années suivantes grâce aux efforts de plusieurs groupes d'observateurs du monde entier, par une surveillance de cibles potentielles effectuée essentiellement en photométrie rapide. A l'heure actuelle, 38 étoiles sdB pulsantes sont répertoriées dans cette classe, dont la liste complète est reprise en Annexe A.

Les étoiles EC 14026 sont caractérisées par des variations de luminosité multi-périodiques, dont les périodes de pulsation sont comprises entre 80 et 600 s. Les oscillations présentent généralement des amplitudes inférieures à 10 millimagnitudes (quelques dixièmes de pourcents de l'intensité moyenne de l'étoile), mais dans certains objets le mode dominant peut atteindre 60 mmags. Une illustration de courbes de lumière caractéristiques est montrée à la moitié supérieure de la figure 2.9, pour quatre étoiles sdB représentatives de la classe des étoiles EC 14026.

Au niveau des paramètres atmosphériques, cette classe correspond aux étoiles sdB les plus chaudes et les plus compactes, avec des températures effectives de  $28\,000\text{ K} \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 37\,000\text{ K}$  et des gravités de surface de  $5.25 \lesssim \log g \lesssim 6.00$ , avec une concentration autour de  $T_{\text{eff}} \sim 34\,000\text{ K}$  et  $\log g \sim 5.8$ . Il est à noter que les étoiles EC 14026 cohabitent avec les étoiles sdB non-variables dans la même région du diagramme  $\log g - T_{\text{eff}}$ . Nous reviendrons sur cette question à l'occasion de l'identification du mécanisme d'excitation des pulsations dans les étoiles sdB.

### Les étoiles sdB pulsantes à longues périodes (étoiles PG 1716)

En 2003, la catégorie des étoiles sdB pulsantes s'est enrichie d'une deuxième classe, découverte par Betsy Green en Arizona (Green et al. 2003). Elles sont appelées "étoiles PG 1716" d'après le prototype, ou encore de manière informelle "Betsy stars". La nomenclature officielle de l'IAU les réfère sous le nom de "V1093 Her". Il s'agit là aussi d'oscillations multi-périodiques, mais avec des périodes beaucoup plus longues comprises entre 2000 et 9000 s. Les amplitudes, inférieures à 5 mmags, sont généralement plus faibles que dans les étoiles EC 14026. A des fins de comparaison, des courbes de lumière typiques sont illustrées au panneau inférieur de la figure 2.9, avec la même échelle en amplitude que pour les étoiles EC 14026. A noter que l'échelle temporelle a été compressée par trois dans le cas des pulsateurs à longues périodes. Les étoiles PG 1716 se trouvent parmi les étoiles sdB plus froides, avec des températures effectives entre  $20\,000\text{ K} \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 29\,000\text{ K}$  (avec une concentration vers  $T_{\text{eff}} \sim 27\,000\text{ K}$ ), tandis que les gravités de surface sont également typiquement plus faibles, avec  $5.20 \lesssim \log g \lesssim 5.50$ .

Malgré les difficultés observationnelles accrues en raison de la longue base de temps nécessaire et des faibles amplitudes des oscillations, le nombre d'étoiles sdB appartenant à cette catégorie est aujourd'hui du même ordre que celui des étoiles EC 14026. En fait,

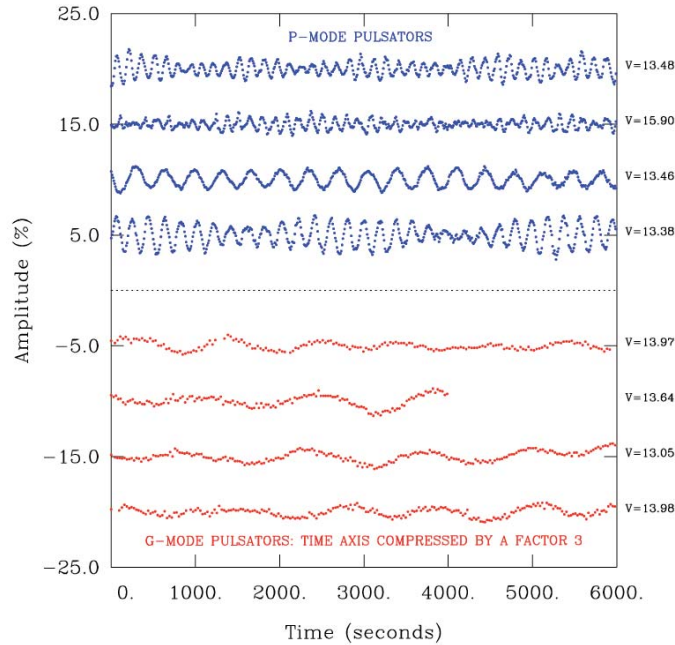


FIG. 2.9: Courbes de lumière représentatives des étoiles sdB pulsantes. Panneau supérieur : étoiles EC 14026 avec, de haut en bas, PG 1047+003, PG 0014+067, Feige 48 et KPD 2109+4401. Panneau inférieur : étoiles PG 1716 avec, de haut en bas, PG 1716+426, PG 0650+170, PG 1338+481 et PG 1739+489. Figure 3 de Fontaine et al. (2006a).

contrairement aux étoiles sdB pulsantes à courtes périodes qui semblent relativement rares malgré les efforts déployés pour leur détection (voir à ce propos la discussion à la fin de cette section), les variations lentes parmi les étoiles sdB froides semblent être beaucoup plus communes. Il n'est d'ailleurs pas exclu que la bande d'instabilité soit essentiellement pure, c'est-à-dire que *toutes* les étoiles sdB de température effective adéquate présentent des oscillations de longues périodes.

### Les étoiles sdB pulsantes hybrides

Il existe également des étoiles sdB qui pulsent à la fois à courtes et à longues périodes. La découverte de la première étoile de ce type hybride, HS 0702+6043 qui était initialement identifiée comme une étoile EC 14026, a été annoncée à la conférence de Kiel consacrée aux naines blanches en juillet 2004 (Schuh et al. 2005). Cette révélation inattendue a rapidement été suivie par la détection d'une deuxième étoile de ce type, Balloon 090100001 (Oreiro et al. 2005), et tout récemment, une troisième du nom de HS 2201+2610 est venue allonger la liste (Lutz et al. 2008). Du point de vue des paramètres atmosphériques, les étoiles sdB de type hybride se trouvent à la frontière entre les pulsateurs EC 14026 et PG 1716, ce qui semble indiquer que les domaines d'instabilité de ces deux classes se chevauchent dans le plan  $\log g - T_{\text{eff}}$ .

## 2.2.2 Propriétés générales des oscillations dans les étoiles sdB

Les propriétés générales des modes de pulsation dans les étoiles sdB sont illustrées avantageusement par un *diagramme de propagation* (Osaki 1975), qui est présenté à la figure 2.10 pour le modèle de référence des étoiles sdB décrit au début de ce chapitre. Ce diagramme montre, selon le rayon de l'étoile exprimé en fraction de masse  $\log q$ , les profils des fréquences de Lamb  $\log L^2$  pour  $l = 2$  (équation 1.29) et de Brunt-Väisälä  $\log N^2$  (équation 1.30). En superposition sont positionnées les fréquences propres  $\log \sigma^2$  adiabatiques d'une série de modes de degré  $l = 2$ , où chaque mode est identifié par sa nature (p, f ou g) et par son ordre radial  $k$  (par exemple,  $p_3$  est le mode p d'ordre 3). Enfin, les positions des nœuds des fonctions propres  $y_1$  sont indiquées pour chaque mode par des cercles pleins.

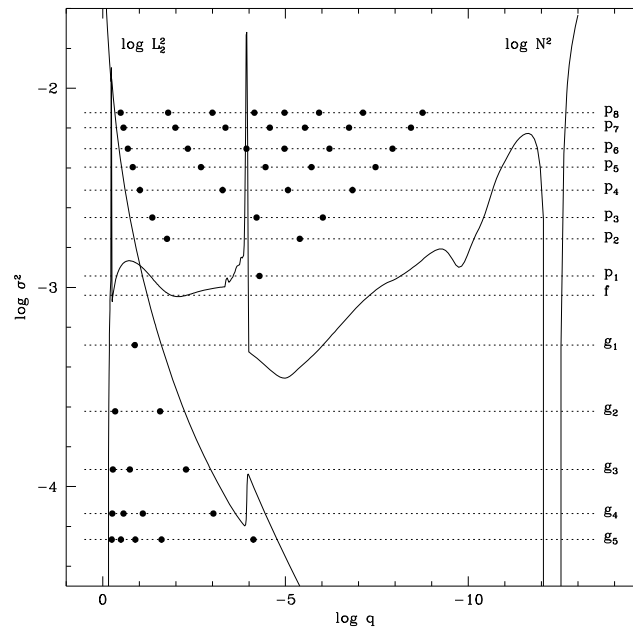


FIG. 2.10: Diagramme de propagation pour le modèle de référence des étoiles sdB. Les profils des fréquences de Lamb  $\log L_2^2$  (pour  $l = 2$ ) et de Brunt-Väisälä sont représentés en fonction de la fraction de masse  $\log q$ . Sont superposées les fréquences propres  $\log \sigma^2$  des modes p jusqu'à  $k = 8$ , du mode f et des modes g jusqu'à  $k = 5$  pour le degré  $l = 2$ . Les nœuds des fonctions propres  $y_1$  sont indiqués pour chaque mode par un cercle plein. Figure tirée de Charpinet (1999).

Tout d'abord, mentionnons que l'allure de la fréquence de Brunt-Väisälä reflète directement la structure d'une étoile sdB (section 2.1.1). Le cœur de l'étoile siège des réactions nucléaires est une région convective, caractérisée par une fréquence de Brunt-Väisälä négative, donc par un puits de  $\log N^2$ . A  $\log q \simeq -0.2$ , la première discontinuité traduit la transition chimique entre le noyau convectif riche en carbone-oxygène et le noyau radiatif principalement constitué d'hélium. A  $\log q \simeq -4.0$ , le second pic dans le profil de

la fréquence de Brunt-Väisälä est provoqué par la transition entre le cœur d'hélium et l'enveloppe riche en hydrogène de l'étoile. Enfin, le puits vers  $\log q \simeq -12.2$  correspond à la mince région convective d'ionisation partielle HeII/HeIII. Le profil de la fréquence de Lamb, quant à lui, décroît presque monotonement du centre à la surface de l'étoile, hormis un léger pic associé à la discontinuité de la vitesse du son lors du passage, vers  $\log q \simeq -4.0$ , du cœur de l'étoile riche en hélium à son enveloppe riche en hydrogène.

D'autre part, les ordres de grandeur des fréquences propres, en comparaison avec les périodes caractéristiques observées dans les étoiles sdB pulsantes, permettent de déterminer la nature des modes de pulsation pour les différentes classes. Dans les étoiles sdB de type EC 14026, les courtes périodes correspondent généralement à des modes p de bas ordres. Les périodes de pulsation beaucoup plus longues présentes dans les étoiles de type PG 1716 sont quant à elles attribuables à des modes g d'ordre  $k$  intermédiaire. Ces considérations qualitatives, obtenues pour un modèle représentatif de l'ensemble des étoiles sdB, sont effectivement confirmées à partir de modèles plus proches des caractéristiques des différentes classes d'étoiles sdB pulsantes.

Enfin, le diagramme de propagation, comme son nom l'indique, permet de préciser les régions de propagation des pulsations dans les étoiles sdB. Les modes p, qui oscillent dans la région où  $\sigma^2 > L_2^2, N^2$  (voir chapitre 1), sont ainsi des modes se situant dans les régions superficielles comme l'enveloppe et une partie du noyau radiatif d'hélium. Pour les modes g, dont les fréquences propres sont caractérisées par  $\sigma^2 < L_2^2, N^2$ , la région de propagation se situe en moyenne beaucoup plus en profondeur dans l'étoile. Cette répartition est généralement rencontrée dans les étoiles non-dégénérées, et au contraire des étoiles dégénérées comme les naines blanches (Unno et al. 1989). La complémentarité des analyses astérosismologiques des deux classes d'étoiles sdB pulsantes est donc évidente : tandis que les régions externes comme l'enveloppe seront sondées par les modes p des étoiles sdB pulsantes EC 14026, ce sont les régions plus internes du noyau radiatif qui seront examinées par les modes g des pulsations des étoiles sdB de type PG 1716.

### 2.2.3 Mécanisme d'excitation des modes de pulsation

De manière indépendante et à la même époque de la découverte observationnelle des premières étoiles EC 14026, l'existence des étoiles sdB pulsantes à courtes périodes avait été prédite à partir de considérations théoriques, par l'identification d'un mécanisme de déstabilisation des pulsations efficace dans l'enveloppe stellaire (Charpinet et al. 1996, 1997). Il s'agit d'un mécanisme  $\kappa$  (cf chapitre 1), car c'est l'ionisation partielle d'éléments lourds, en particulier le fer, qui engendre un maximum local appelé "Z-bump" dans le profil d'opacité des étoiles sous-naines de type B.

La figure 2.11 montre, en fonction de la profondeur dans l'étoile exprimée en fraction de masse  $\log q$ , l'intégrale de travail  $W$  (trait tirets-pointé) et sa dérivée  $dW/dr$  (trait plein) pour le mode p avec  $l = 2, k = 2$  et de période  $P = 148.91$  s calculé par un traitement non-adiabatique pour le modèle d'étoile sdB de référence. Le profil de l'opacité moyenne de Rosseland  $\log \kappa$  (tirets) est également disponible. Comme nous l'avons vu

en détail à la section 1.4.2, l'intégrale de travail correspond au bilan énergétique d'un mode particulier au cours d'un cycle de pulsation. Une région de l'étoile caractérisée par une valeur  $dW/dr$  positive va ainsi tendre à déstabiliser le mode de pulsation, puisque la région correspondante transfère son surplus d'énergie à l'énergie cinétique du mode, alors que  $dW/dr$  négatif contribue au contraire à l'amortir. Le mode est globalement instable (et donc, peut devenir observable) s'il y a quantitativement plus d'excitation que d'amortissement dans l'étoile, soit lorsque l'intégrale de travail  $W$ , somme de toutes les contributions locales  $dW/dr$ , est positive.

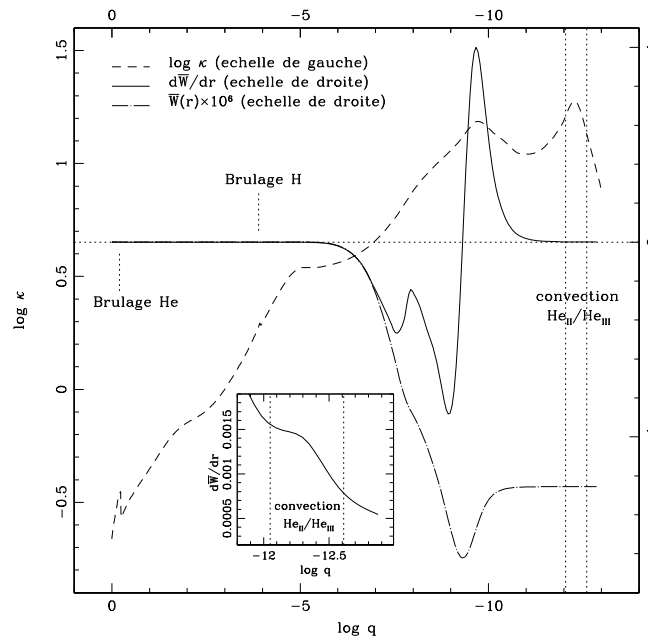


FIG. 2.11: Profils de l'intégrale de travail  $W$  (tirets pointés) et sa dérivée  $dW/dr$  (trait plein) pour un mode  $p$  ( $l = 2, k = 2$  et  $P = 148.91$  s) du modèle de référence en fonction de la profondeur exprimée en fraction de masse  $\log q$ . Le profil de l'opacité de Rosseland  $\log \kappa$  (tirets) ainsi que les positions de différentes caractéristiques de la structure interne de l'étoile sont également indiquées. Figure tirée de Charpinet (1999).

La dérivée  $dW/dr$  est essentiellement nulle dans les couches profondes de l'étoile où ont lieu les réactions nucléaires (les pulsations dans les étoiles sdB ne sont donc pas sensibles à un quelconque mécanisme  $\epsilon$ ), tandis qu'elle devient négative de  $-5.0 \gtrsim \log q \gtrsim -9.0$ , traduisant une région stabilisatrice. Vers  $\log q \simeq -9.7$  apparaît un pic positif dans le profil de  $dW/dr$  : cette région a donc une influence déstabilisatrice sur le mode de pulsation. Elle est associée à une bosse secondaire du profil de l'opacité de Rosseland, appelée "Z-bump" car elle est causée par la présence d'une région d'ionisation partielle d'éléments lourds de la famille du fer. Enfin, la mince couche convective associée à l'ionisation partielle d'hélium (responsable par exemple de la déstabilisation des pulsations dans les naines blanches de type DBV ; Winget et al. 1983), entraîne bien un maximum dans le profil d'opacité

de Rosseland, mais ne joue pas de rôle dans la déstabilisation du mode en raison de sa position trop superficielle dans l'enveloppe de l'étoile.

Le mode de pulsation particulier de la figure 2.11 est globalement stable, caractérisé par une valeur finale de  $W$  négative : la région de déstabilisation associée au "Z-bump" dans le profil d'opacité de Rosseland n'a pas une ampleur suffisante pour mener à l'excitation globale du mode de pulsation. Les calculs non-adiabatiques montrent, d'une part, que le mécanisme  $\kappa$  ne devient efficace (c'est-à-dire que certains modes deviennent progressivement instables) qu'à des métallicités supérieures d'au moins un facteur 2 par rapport à la métallicité solaire ( $Z \gtrsim 0.04$ ); et d'autre part, que les modèles instables présentent des températures effectives  $T_{\text{eff}} \lesssim 30\,000$  K et  $\log g \lesssim 5.7$  (Charpinet et al. 1996). Il existe dès lors une incohérence avec les premières observations d'étoiles sdB pulsantes à courtes périodes, puisque les paramètres surfaciques de ces dernières sont estimés aux alentours de  $T_{\text{eff}} \sim 34\,000$  K et  $\log g \sim 5.8$ . De plus, les étoiles sdB sont des objets évolués descendant d'étoiles peu massives de la séquence principale, appartenant généralement à une vieille population très peu enrichie en métaux.

Le problème est résolu en intégrant le fait que les étoiles sdB présentent des anomalies d'abondance dans leur atmosphère (voir section 2.1.1), expliquées par la diffusion microscopique des éléments chimiques résultant d'une compétition entre le triage gravitationnel (qui a tendance à faire couler les éléments plus lourds) et la lévitation radiative (qui, au contraire, supporte les éléments par pression radiative). Il est donc attendu qu'il existe des distributions d'abondance *non-uniforme* dans l'enveloppe de ces étoiles, avec des surabondances et des sous-abondances locales pour chaque élément chimique. Dans les étoiles sdB, le fer est un contributeur majeur à l'opacité du gaz par son abondance et sa structure atomique, et est le principal responsable de la bosse secondaire dans l'opacité de Rosseland  $\log \kappa$ . Pour évaluer le profil d'abondance non-uniforme du fer, les calculs diffusifs supposent un équilibre entre la force radiative et la force de gravité dans l'enveloppe constituée d'hydrogène pur contaminée uniquement par des traces de fer présent en quantité solaire (voir Chayer et al. 1995 et Charpinet 1999 pour les détails).

Les panneaux de la figure 2.12 montrent en trait plein les profils d'abondance du fer obtenus par les calculs de diffusion, pour différents modèles d'étoiles sdB de températures effectives variables (les autres paramètres restent constants, avec la gravité de surface fixée à  $\log g = 5.80$ ). Des surabondances locales très importantes sont observées, dépassant jusqu'à deux ordres de grandeur les quantités de fer rencontrées dans un milieu de composition solaire ( $\log N(\text{Fe})/N(\text{H}) \simeq -4.5$ , ligne horizontale en tirets de la figure 2.12), et ce également dans la région déstabilisatrice des modes de pulsation, entre  $\log q \sim -8$  et  $-10$ . Les abondances de fer les plus importantes sont constatées pour les températures effectives les plus élevées, puisque le champ radiatif plus intense permet d'en supporter davantage. L'enrichissement en fer se traduit également directement sur les profils de l'opacité de Rosseland  $\log \kappa$  (trait en pointillés de la figure 2.12). Le pic d'opacité "Z-bump" à  $\log q \simeq -10$  prend de plus en plus d'importance au fur et à mesure de l'augmentation de l'abondance du fer avec la température effective. Le même type

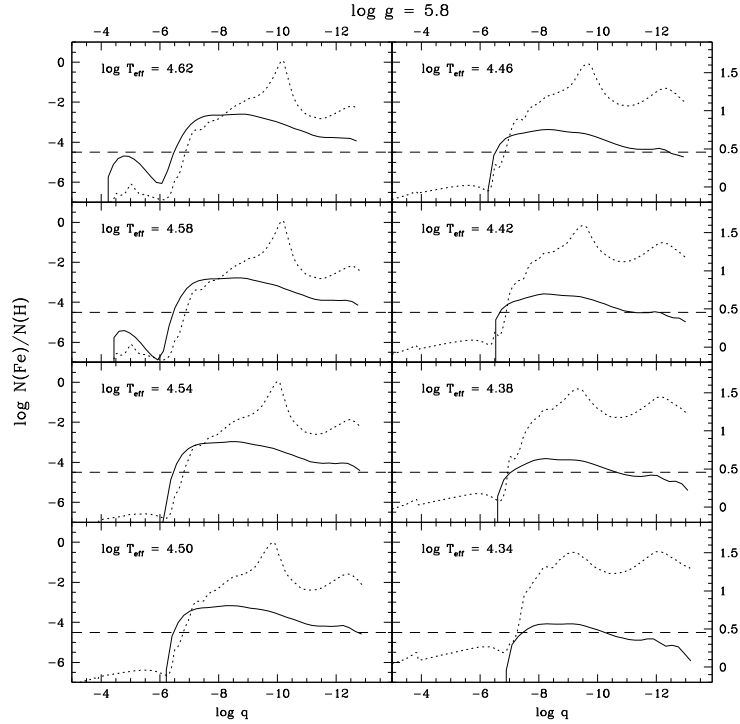


FIG. 2.12: Profils d'abondance du fer  $\log N(\text{Fe})/N(\text{H})$  (traits pleins) et de l'opacité de Rosseland  $\log \kappa$  (pointillés) pour une série de modèles de températures effectives variables ( $4.34 \leq \log T_{\text{eff}} \leq 4.62$  par pas de 0.04), avec les autres paramètres stellaires constants. La ligne horizontale en tirets indique l'abondance solaire du fer. Figure tirée de Charpinet et al. (1997).

de comportement est observé lorsque l'on baisse la gravité de surface, puisque cette fois les forces gravitationnelles moins intenses permettent la lévitation de davantage de fer.

En introduisant ces profils d'abondance non-uniforme dans les modèles d'étoiles sdB (qui sont alors appelés "modèles de deuxième génération"), une nouvelle étude de stabilité par un traitement non-adiabatique montre que cette fois un nombre important de modes sont excités, se regroupant selon des bandes d'instabilité d'ordres  $k$  consécutifs. Pour les modèles correspondant aux étoiles sdB pulsantes à courtes périodes, cette bande d'instabilité couvre les modes p et f de faible ordre radial (de  $k = 0$  à  $k \simeq 8$ ), aussi bien pour les pulsations radiales que non-radiales, et dont les périodes sont comprises dans l'intervalle 80 – 600 s. Il est éventuellement possible, dans les modèles de faible gravité de surface, de déstabiliser les modes g de bas ordres ( $k = 1 - 2$ ). Ceci confirme, de manière définitive, que le mécanisme de déstabilisation des modes de pulsation dans les étoiles EC 14026 est bien le mécanisme  $\kappa$  associé à l'ionisation partielle du fer présent localement en surabondance dans l'enveloppe de l'étoile. Le domaine d'instabilité, dans le plan gravité de surface-température effective, où sont observés les modèles présentant un nombre significatif de modes excités correspond parfaitement à celui de la classe des étoiles sdB pulsantes à courtes périodes, autour de  $T_{\text{eff}} \sim 34\,000$  K et  $\log g \sim 5.80$ .

Les pulsations observées dans les étoiles sdB pulsantes à longues périodes, découvertes en 2003, s'expliquent par le même mécanisme de déstabilisation. Il existe en effet un deuxième domaine d'instabilité, qui apparaît en diminuant la température effective jusque  $T_{\text{eff}} \sim 24\,000$  K et qui ne concerne que les modes de degrés  $l \geq 3$ , dont les périodes couvrent l'intervalle des périodes observées dans les étoiles PG 1716 (Fontaine et al. 2003). Le fait que seuls les modes  $l \geq 3$  soient excités pourrait expliquer les faibles amplitudes des oscillations dans ce type d'étoiles, bien que par ailleurs des indices en faveur de modes  $l = 1$  aient été suggérés pour l'étoile PG 1338+481 (Randall et al. 2006b). Mais le problème le plus important est qu'il existe un désaccord de près de 5 000 K avec les observations des étoiles sdB PG 1716 les plus chaudes, qui présentent des températures de  $\sim 29\,000$  K. De récentes investigations (Jeffery & Saio 2006, 2007) indiquent qu'à ces températures, l'élément nickel contribue de manière significative au pic "Z-bump" de l'opacité de Rosseland. De plus, en utilisant les tables d'opacité du projet OP (et non les tables du projet OPAL) enrichies en nickel de manière uniforme, les auteurs montrent que la limite supérieure du domaine d'instabilité peut être déplacée vers de plus hautes températures et se réconcilier ainsi avec les observations. Ces considérations doivent maintenant être confirmées en incorporant le nickel, simultanément au fer, dans le calcul de diffusion pour l'établissement des profils d'abondance non-uniforme.

Mentionnons enfin le problème de la coexistence, dans la même région du diagramme  $\log g - T_{\text{eff}}$ , des sdB pulsantes et non-variables. Ce problème est surtout manifeste dans le domaine de gravité-température des étoiles EC 14026, où quelques pourcents seulement des étoiles sdB présentent des variations de luminosité observables, en dépit d'importants efforts déployés pour leur détection (4 pulsateurs sur 74 étoiles sdB, soit 5.4% pour Billères et al. (2002) à partir d'observations essentiellement menées sur des télescopes de la classe des deux mètres; 10 pulsateurs sur 115, soit 8.7% pour Solheim et al. (2004) à partir du 2.6-m Nordic Optical Telescope). Bien que la question reste ouverte, l'explication avancée actuellement invoque la présence de vents stellaires faibles (Fontaine & Chayer 1997, Chayer et al. 2004), qui pourraient "vider" le réservoir de fer à l'origine du mécanisme d'excitation des pulsations dans l'enveloppe de l'étoile, et par là stopperaient l'apparition de telles oscillations observables. Selon ce scénario, les étoiles sdB non-variables souffriraient de taux de perte de masse plus importants et/ou seraient significativement plus âgées que les étoiles sdB pulsantes. Une modélisation préliminaire de l'évolution du profil d'abondance du fer dans l'enveloppe sous l'effet d'un vent stellaire faible est effectuée dans Fontaine et al. (2006b), et montre qu'un épuisement progressif du réservoir est observé dans les couches critiques dans le temps de vie caractéristique de l'étoile. Cet épuisement est confiné dans les couches opaques, sans affecter les abondances atmosphériques observables par spectroscopie. Ceci pourrait expliquer les résultats montrant qu'il n'existe pas de différences notables entre les abondances atmosphériques des sdB pulsantes et non-variables (Blanchette et al. 2005; O'Toole & Heber 2006). Enfin, les vents stellaires en moyenne plus faibles liés à une température effective plus basse pourraient expliquer l'existence beaucoup plus commune des oscillations observables parmi les étoiles sdB plus froides, dans le domaine d'instabilité des étoiles sdB pulsantes à longues périodes.



## 2.3 Méthode pour l'étude des étoiles sdB pulsantes par l'astérosismologie

Depuis la découverte des étoiles sdB pulsantes, d'immenses progrès ont été accomplis dans le développement des outils nécessaires pour leur étude par l'astérosismologie. Dans cette section est introduite la procédure utilisée dans cette thèse pour l'étude des étoiles sdB en rotation lente (de l'ordre d'une journée et plus), modérée (une dizaine d'heures) et rapide (quelques heures). Pour les deux derniers cas, il est indispensable d'introduire les effets de la rotation stellaire dans les codes de pulsation et de diagnostic sismique, ce qui a constitué la première tâche à laquelle je me suis attelée au début de la thèse.

Les études astérosismologiques des étoiles sdB pulsantes sont menées par une approche appelée "approche directe" ou "méthode directe" (*forward approach* ou *forward method*), qui comme son nom l'indique consiste à comparer directement et simultanément l'ensemble des périodes observées dans l'étoile en considération avec des périodes calculées théoriquement à partir de modèles stellaires appropriés. L'objectif est bien entendu de reproduire aussi précisément que possible le spectre d'oscillation observé. Les différentes étapes de la procédure, qui a progressivement été perfectionnée au fil des années, sont décrites dans cette section. L'approche directe a été mise en œuvre pour la première fois dans le cas de l'étoile sdB pulsante à courtes périodes PG 0014+067 (Brassard et al. 2001), et trois étoiles supplémentaires de type EC 14026 avaient été étudiées avec succès à date du début de la thèse en octobre 2005 (cf section 7.1) : PG 1047+003 (Charpinet et al. 2003), PG 1219+534 (Charpinet et al. 2005c) et Feige 48 (Charpinet et al. 2005a).

### 2.3.1 Modèles d'étoiles sdB

Les modèles d'étoiles sdB employés pour l'étude astérosismologique sont des structures statiques, plus souples d'utilisation que les structures évolutives, qui incluent une description détaillée de l'enveloppe et du noyau radiatif de l'étoile jusqu'à une profondeur en fraction de masse d'environ  $\log q \simeq -0.05$ . Les régions les plus centrales, en particulier le noyau convectif, ne sont pas reproduites. Quatre paramètres principaux sont à spécifier en entrée pour calculer la structure interne d'un modèle statique : la température effective  $T_{\text{eff}}$ , la gravité de surface  $\log g$ , la masse totale de l'étoile  $M_*$  et la position exprimée en fraction de masse  $\log q(\text{H}) = \log(1 - m(r_{\text{H}})/M_*)$  du milieu de la couche de transition chimique H/He entre le noyau radiatif et l'enveloppe de l'étoile<sup>5</sup>.

La construction des modèles statiques est décrite dans Brassard & Fontaine (1994 ; voir aussi Charpinet et al. 2002a). En bref, il s'agit de résoudre les équations de la structure stellaire en considérant constante la luminosité totale de l'étoile à travers toute sa structure, c'est-à-dire en supprimant l'équation décrivant les processus de génération d'énergie par les réactions nucléaires. Cette approximation est particulièrement valable pour les étoiles sdB puisque la luminosité de ces objets est produite presque totalement dans les régions

<sup>5</sup>Ce dernier paramètre est directement relié à la masse totale de l'enveloppe  $M_{\text{env}}$  suivant la relation  $\log[M_{\text{env}}/M_*] = \log q(\text{H}) + C$ , où  $C$  est une constante positive dépendant légèrement du modèle.

centrales. Ceci est confirmé par les comparaisons structurelles entre modèles évolutifs et statiques, qui montrent que ces derniers reproduisent avec une précision généralement très bonne les profils des quantités physiques et des fréquences de Lamb et de Brunt-Väisälä obtenus par les modèles évolutifs (Charpinet 1999; Charpinet et al. 2002a). Les seules différences marquantes sont observées dans les régions centrales proches du noyau convectif, absent des modèles statiques. Ce dernier est généralement traité comme une condition aux frontières de type "sphère dure" (voir Charpinet 1999 pour une discussion à ce propos).

Les modèles statiques incorporent également les effets de la diffusion du fer dans l'enveloppe des étoiles sdB, par la compétition entre le triage gravitationnel et la lévitation radiative. C'est en ce sens qu'ils sont appelés "modèles de deuxième génération", par opposition à ceux de la première (et aux modèles évolutifs) qui considèrent une métallicité uniforme dans l'étoile. Les profils d'abondance non-uniforme du fer constituent, nous l'avons vu à la section précédente, l'élément crucial du mécanisme d'excitation des pulsations pour l'évaluation de la stabilité des modes. D'autre part, la présence des profils d'abondance non-uniforme pour le fer modifie suffisamment la structure stellaire pour affecter significativement les périodes de pulsation elles-mêmes (voir, par exemple, Charpinet et al. 2005a). Ceci renforce encore davantage la conclusion que l'incorporation des processus diffusifs dans les modèles est un ingrédient absolument indispensable à l'étude quantitative des étoiles sdB pulsantes par l'astérosismologie.

### 2.3.2 Calcul des propriétés des modes de pulsation

Une fois la structure interne de l'étoile calculée à partir des quatre paramètres d'entrée, les propriétés des modes d'oscillation du modèle sont déterminées à partir du code de pulsation adiabatique décrit à la section 1.3.5. Les quantités adiabatiques sont ensuite utilisées comme "premiers estimés" pour la résolution complète des équations non-adiabatiques, par le code de pulsation non-adiabatique exposé à la section 1.4.3. Les solutions (fréquences et fonctions propres) diffèrent généralement peu puisque l'hypothèse d'adiabaticité est vérifiée dans la plus grande partie de l'étoile. En revanche, les quantités essentielles fournies par le code non-adiabatique sont les coefficients de stabilité  $\sigma_I$ , parties imaginaires des fréquences propres des modes de pulsation. Pour rappel, le mode est stable lorsque  $\sigma_I$  est positif, tandis qu'il est excité si  $\sigma_I$  est négatif. Les périodes observées dans le spectre d'oscillation de l'étoile doivent donc, en principe, être associées à des modes instables du spectre de pulsation théorique.

Une étude comparative entre les périodes calculées des modèles évolutifs et statiques (à métallicité uniforme, à des fins de comparaison significative) a été menée et commentée en détail (Charpinet 1999; Charpinet et al. 2002a). Il ressort que les modèles statiques reproduisent de façon excellente le spectre des modes p, ce qui n'est pas une surprise puisque ceux-ci sont principalement des modes d'enveloppe. Les modes f sont également reproduits avec une très bonne précision par les structures statiques. La situation est par contre plus délicate pour les périodes beaucoup plus longues des modes g, qui sont principalement des modes d'intérieur. Elles sont systématiquement surestimées (de l'ordre de

( $\sim 15\%$ ) par les modèles statiques, ce qui est essentiellement causé par l'absence de la transition chimique C-O/He. Les modèles de deuxième génération, sans noyau convectif, ne sont donc pas adaptés à une étude astérosismologique *quantitative* des étoiles sdB à longues périodes de type PG 1716. C'est pour cette raison que le travail réalisé lors de cette thèse concerne essentiellement les étoiles sdB pulsantes de type EC 14026, et que seules les périodes courtes ont été utilisées pour l'étude du pulsateur de type hybride Balloon 090100001 (section 3.1).

Les modèles dits "de troisième génération" sont des structures complètes qui possèdent un noyau convectif, ce qui est nécessaire pour évaluer précisément les périodes des modes g. Ils ont été développés en parallèle par Pierre Brassard à l'Université de Montréal et ne sont disponibles que depuis tout récemment. La première application utilisant ces nouveaux modèles a été menée sur l'étoile sdB PG 0014+067, dont les courtes périodes de pulsation sont identifiées à des modes p (Brassard et al. 2001). La même solution astérosismologique conduisant aux mêmes paramètres structuraux pour l'étoile PG 0014+067 a été retrouvée (Brassard & Fontaine 2008), comme attendu puisque les tests comparatifs montrent que les courtes périodes de pulsation sont reproduites avec une excellente précision par les modèles de deuxième génération.

## Introduction des effets de la rotation stellaire sur les pulsations

Le premier travail que j'ai réalisé au début de ma thèse de doctorat a été d'introduire dans les codes de pulsation les effets de la rotation stellaire qui, par brisure de la symétrie sphérique de l'étoile, entraîne la levée de la dégénérescence des fréquences propres selon l'ordre azimutal  $m$  (voir chapitre 1). Je considère uniquement le cas des rotations à symétrie sphérique, c'est-à-dire où la vitesse angulaire  $\Omega$  de l'étoile ne dépend que de la variable  $r$ . D'après les équations (1.48) et (1.53) obtenues par une approche perturbative au premier ordre (les ordres supérieurs ne seront pas considérés à ce stade), les fréquences des multiplets rotationnels sont données par

$$\sigma_{klm} = \sigma_{kl} - m \int_0^R \Omega(r) K_{kl}(r) dr \quad (2.1)$$

où  $K_{kl}$ , le "kernel rotationnel", s'exprime par

$$K_{kl}(r) = \frac{\xi_r^2 - [l(l+1) - 1]\xi_h^2 - 2\xi_r\xi_h}{\int_0^R [\xi_r^2 + l(l+1)\xi_h^2] \rho r^2 dr} \rho r^2 \quad (2.2)$$

Rappelons que cette expression est obtenue à partir d'un principe variationnel valable dans l'approximation adiabatique. Les fréquences  $\sigma_{klm}$  des multiplets rotationnels sont ainsi calculées à partir des fréquences propres  $\sigma_{kl}$  adiabatiques, et la stabilité des modes propres est évaluée a posteriori par le code non-adiabatique. Les fonctions propres  $\xi_r$  et  $\xi_h$  sont fournies par le code de pulsation adiabatique, tandis que les quantités physiques locales sont obtenues par le modèle de structure interne de l'étoile sdB en considération.

A ce stade, trois types de loi de rotation ont été implémentés : la rotation de corps solide  $\Omega(r) \equiv \Omega$ ; la rotation différentielle entre deux couches arbitraires de l'étoile, dont la transition est marquée par un paramètre supplémentaire  $R_s$ <sup>6</sup>; et la rotation linéaire  $\Omega(r) = c_1 r + c_2$  où  $c_1$  et  $c_2$  sont deux constantes à préciser.

La reproduction simultanée des périodes observées par le spectre de pulsation théorique atteint typiquement une précision de  $\approx 10 \mu\text{Hz}$  (voir Brassard et al. 2001, Charpinet et al. 2003, 2005a; ou les chapitres suivants). Lorsque les multiplets observés dans le spectre de l'étoile en considération sont espacés de quelques  $\mu\text{Hz}$  seulement, l'étude est menée en identifiant a priori parmi ceux-ci les modes centraux  $m = 0$ , pour les comparer aux fréquences propres  $\sigma_{kl,m=0}$  théoriques dans la procédure d'optimisation. Une erreur éventuelle dans le choix du mode central, de quelques  $\mu\text{Hz}$  au maximum, n'influencera pas au niveau actuel de précision la solution astérosismologique obtenue. L'espacement fréquentiel observé entre multiplets est alors interprété a posteriori pour estimer, dans l'hypothèse d'une rotation de corps solide, la période de rotation de l'étoile.

Les espacements en fréquence  $|\sigma_{klm} - \sigma_{kl}|$  dépassent significativement la précision des analyses astérosismologiques lorsque la période de rotation de l'étoile est modérée (une dizaine d'heures) ou rapide (quelques heures). Il est alors difficile voire impossible d'identifier a priori les modes centraux  $m = 0$ , et des erreurs de plusieurs dizaines de  $\mu\text{Hz}$  presque inévitables à ce niveau auraient un impact important sur la solution astérosismologique obtenue. L'étoile est alors étudiée en incorporant le calcul des fréquences  $\sigma_{klm}$  des multiplets rotationnels par les équations (2.1) et (2.2), pour les comparer à l'ensemble des fréquences observées dans l'étoile en considération. Il est alors également possible de déterminer le profil de rotation interne de l'étoile selon son rayon  $r$ . L'approche perturbative au premier ordre utilisée ici pour le calcul des fréquences  $\sigma_{klm}$  considère que la rotation est suffisamment lente pour ne pas modifier la forme et la structure de l'étoile (voir chapitre 1). Une discussion concernant la validité de cette hypothèse sera proposée lors de l'étude de l'étoile sdB pulsante PG 1336–018 (section 3.2).

### 2.3.3 Procédure d'optimisation

Il s'agit maintenant de comparer simultanément les périodes de pulsation observées dans l'étoile en considération (avec ou non une identification a priori des modes centraux  $m = 0$ ) avec la liste des périodes théoriques évaluées par les codes de pulsation. Il s'agit d'un problème de *double-optimisation* puisque l'objectif est de reproduire le plus précisément possible le spectre d'oscillation observé, en recherchant la meilleure association avec un spectre théorique parmi plusieurs milliers de modèles stellaires aux paramètres d'entrée variés.

La première optimisation, qui est un problème d'optimisation combinatoire, prend place dans l'espace des périodes. Pour un modèle stellaire donné, il s'agit de trouver la meilleure combinaison (identification) possible entre les périodes de pulsation théoriques

<sup>6</sup>Il est à noter que ce cas contient la rotation solide comme un cas particulier lorsque  $R_s = 1$ .

et observées, éventuellement en respectant certaines contraintes. Cette première optimisation est rendue nécessaire en l'absence d'identification stricte et complète des périodes observées, ce qui est inaccessible la plupart du temps. La qualité de l'ajustement est évaluée par la fonction de mérite<sup>7</sup>, définie par :

$$S^2(a_1, a_2, \dots, a_N) = \sum_{i=1}^{N_{\text{obs}}} \left( \frac{P_{\text{obs}}^i - P_{\text{th}}^i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (2.3)$$

où  $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$  sont les paramètres du modèle stellaire (masse, température, éventuellement période de rotation, etc.),  $N_{\text{obs}}$  est le nombre de périodes observées dans l'étoile considérée,  $P_{\text{obs}}$  et  $P_{\text{th}}$  les périodes de pulsation observées et théoriques, et  $\sigma_i$  le poids accordé à chaque paire  $\{P_{\text{obs}}, P_{\text{th}}\}$ . Ce poids est généralement identique pour toutes les paires, en choisissant soit  $\sigma_i = 1$  (de manière à comparer directement les périodes théoriques et observées), soit  $\sigma_i = \sigma$ , la densité de modes théoriques dans l'intervalle de périodes considéré. Ceci permet d'éviter des biais éventuels en faveur de modèles présentant une densité de modes théoriques beaucoup plus élevée que la densité observée (quelques détails seront donnés dans la publication sur Balloon 090100001, section 3.1).

La seconde optimisation prend place dans l'espace à  $N$ -dimensions des paramètres stellaires  $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$ . Il s'agit de minimiser la fonction de mérite  $S^2$  selon les paramètres  $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$ , autrement dit, de trouver le (ou les) modèle(s) stellaire(s) optimal (optimaux) qui permet (permettent) objectivement de reproduire le mieux le spectre d'oscillation observé dans l'étoile en considération.

Les outils numériques développés pour cette procédure de double-optimisation utilisent une stratégie basée sur le principe de sélection naturelle des individus, d'où le nom d'*algorithmes génétiques*. En particulier, la seconde optimisation, qui est un problème complexe d'optimisation multi-modale et multi-dimensionnelle, implémente un algorithme génétique hybride couplé à un algorithme du simplexe. Une description détaillée de ces algorithmes d'optimisation, développés par Stéphane Charpinet, est au-delà de la portée de cette introduction. Mentionnons simplement que leur efficacité dans les situations difficiles a été démontrée, et une illustration en sera donnée dans l'article concernant l'étoile sdB pulsante PG 1336–018 (section 3.2). Ils sont capables non seulement d'isoler le minimum absolu de la fonction de mérite, mais également de fournir une vue complète de la topologie de cette dernière, en identifiant tous les minima secondaires qui constituent des solutions astérosismologiques potentiellement intéressantes. Deux exigences importantes à propos de l'*objectivité* de la méthode directe sont ainsi remplies : d'une part, une exploration complète et exhaustive de l'espace des paramètres stellaires est effectuée ; et d'autre part, il est possible de statuer de l'unicité de la solution astérosismologique.

<sup>7</sup>Il ne s'agit pas strictement d'une fonction de mérite au sens statistique du terme, c'est pourquoi nous écrivons  $S^2$  et non  $\chi^2$ .

### 2.3.4 Les résultats de l'approche directe

Les paramètres stellaires du modèle optimal, dont les périodes de pulsation reproduisent le mieux les périodes de pulsation observées, sont ceux représentant le mieux l'étoile en considération. Les paramètres "primaires", obtenus directement par la procédure d'optimisation, sont généralement la température effective  $T_{\text{eff}}$ , la gravité de surface  $\log g$ , la masse totale  $M_*$  et l'épaisseur de l'enveloppe d'hydrogène  $\log q(\text{H})$ . S'y ajoutent les paramètres définissant le profil de rotation interne  $\Omega(r)$  lorsque les effets de la rotation sur les pulsations sont introduits dans la procédure d'optimisation. A l'aide des équations de la structure stellaire à l'équilibre (section 1.2.2), il est possible de dériver les valeurs de plusieurs paramètres secondaires comme le rayon de l'étoile  $R_*$  (fonction de  $M_*$  et de  $g$ ), la luminosité  $L_*$  (fonction de  $T_{\text{eff}}$  et de  $R_*$ ), la magnitude absolue  $M_V$  (fonction de  $g$ ,  $T_{\text{eff}}$ ,  $M_*$  et en utilisant des modèles atmosphériques détaillés) ainsi que la distance de la Terre  $d$ , à partir de la magnitude apparente  $V$  et absolue  $M_V$ .

Le problème d'optimisation posé n'offre aucune garantie quant à l'unicité de la solution astérosismologique. La topologie de la fonction de mérite  $S^2$  révèle au contraire qu'il existe le plus souvent, au-delà de l'existence possible de plusieurs minima globaux de profondeur équivalente, des minima secondaires pouvant représenter des solutions astérosismologiques intéressantes. Les observations spectroscopiques, qui permettent d'obtenir des estimations indépendantes de la température effective et la gravité de surface de l'étoile considérée, fournissent alors une aide précieuse pour discriminer parmi les différentes solutions astérosismologiques potentielles. Les paramètres atmosphériques ( $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ ) de ces dernières doivent être cohérentes avec les estimations spectroscopiques, qui reposent sur des techniques généralement bien maîtrisées. De cette façon, il est normalement possible d'isoler une solution astérosismologique unique, dont les paramètres en accord avec les estimations spectroscopiques vont constituer le modèle stellaire représentatif de l'étoile en considération. Plusieurs exemples de la procédure pour identifier la "meilleure" solution astérosismologique seront donnés au cours de cette thèse.

La géométrie des modes de pulsation, c'est-à-dire leur identification selon les indices  $k$ ,  $l$  et éventuellement  $m$  (si la rotation stellaire est introduite dans la procédure d'optimisation), est obtenue comme un résultat – ou encore une prédiction – de la méthode directe. Il existe par ailleurs des techniques indépendantes qui permettent de dériver des contraintes sur l'identification des modes. Une première méthode consiste à observer les variations d'amplitude des raies lors d'un cycle de pulsation, par un suivi en spectroscopie résolue temporellement ("time-resolved spectroscopy"), pour obtenir des contraintes à la fois sur le degré  $l$  et l'ordre azimutal  $m$ . La technique appliquée aux étoiles sdB pulsantes en est encore à ses balbutiements, essentiellement à cause des très hauts niveaux de S/N nécessaires à la discrimination des indices des modes (e.g. Telting & Østensen 2004, Tillich et al. 2008). L'analyse des courbes de lumière obtenues en photométrie multicolore fournit quant à elle des indications sur le degré  $l$  des pulsations, par l'exploitation de la dépendance en longueur d'onde de l'amplitude des modes (Randall et al. 2005). La

technique est désormais assez bien maîtrisée, et des contraintes sur le degré  $l$  des modes ont pu être déterminées pour plusieurs étoiles sdB pulsantes (e.g. Tremblay et al. 2006). En particulier, l'exceptionnelle qualité des observations multi-couleurs de l'étoile Balloon 090100001 a permis de dériver des contraintes importantes pour les principales périodes courtes présentes dans le spectre de pulsation, et même une identification formelle du degré  $l$  pour plusieurs d'entre elles (Charpinet et al. 2008, Annexe D). Ceci autorise pour la première fois un *test* véritable des résultats prédits au niveau de l'identification des modes, ce qui fait l'objet de la première section du chapitre suivant consacré à la validation de l'approche directe pour l'astérosismologie des étoiles sdB pulsantes.





## Chapitre 3

# Validation de la méthode directe pour l'astérosismologie

La méthode (ou approche) directe pour l'astérosismologie repose principalement sur la comparaison simultanée des périodes observées dans l'étoile en considération avec un ensemble de périodes théoriques calculées à partir de modèles appropriés. Deux aspects fondamentaux de l'approche par l'astérosismologie résultent alors de la méthode directe : l'identification complète des modes de pulsation et les paramètres structuraux de l'étoile étudiée. Les propriétés particulières de deux étoiles sdB pulsantes, Balloon 090100001 et PG 1336–018, offrent pour la première fois la possibilité de confronter les résultats obtenus par la méthode directe à ceux déterminés par des techniques indépendantes. D'une part, les amplitudes inhabituellement grandes des pulsations de Balloon 090100001 qui est également l'étoile sdB pulsante la plus brillante connue ( $V = 12.1$ ) ont permis, à partir de l'exploitation des courbes de lumière obtenues en photométrie multi-couleur à très haute sensibilité au télescope de 3.6-m CFHT, de contraindre de manière importante les degrés  $l$  des modes pour les comparer à l'identification obtenue par la méthode directe. D'autre part, l'étoile sdB pulsante PG 1336–018 fait partie d'un système binaire à éclipses (un cas unique à ce jour), ce qui permet de déduire certains paramètres comme la masse totale et le rayon stellaire à partir de la résolution du mouvement orbital, à confronter à ceux obtenus de manière indépendante par la méthode directe.

Ce chapitre s'articule autour des deux publications réalisées pour les deux étoiles sdB pulsantes susmentionnées, qui constituent une série ayant pour thème la vérification des résultats fournis par la méthode directe pour l'astérosismologie. La section 3.1 est consacrée à Balloon 090100001, où tout d'abord sont exposées les propriétés générales de l'étoile ainsi que les contraintes dérivées pour l'identification des modes de pulsation à partir des observations en photométrie multi-couleur. Le résumé de l'étude astérosismologique est présenté en français, avant l'intégration de la publication sous sa version originale parue dans le journal *Astronomy & Astrophysics*. La section 3.2, consacrée à PG 1336–018, suit le même schéma de présentation de l'étoile, synthèse en français de l'étude astérosismologique, et publication parue dans *Astronomy & Astrophysics*.

## 3.1 Test sur l'identification des modes de pulsation : Balloon 090100001

### 3.1.1 Propriétés générales de Balloon 090100001

Balloon 090100001, abrégé dans la suite par BAL 0901, est sans doute l'étoile sdB la plus étudiée ces dernières années. Elle a tout d'abord été identifiée comme une étoile sdB pulsante de type EC 14026 (Oreiro et al. 2004), avant la découverte l'année suivante des pulsations à longues périodes également présentes dans le spectre (Oreiro et al. 2005). BAL 0901 est donc l'une des trois sdB pulsantes hybrides connues à ce jour, et présente un spectre de pulsation particulièrement riche avec une cinquantaine de fréquences, dont plusieurs groupes de multiplets équidistants de  $\sim 1.5 \mu\text{Hz}$  associés très probablement à la rotation lente de l'étoile (Baran et al. 2005, 2006). Les amplitudes des modes principaux sont particulièrement élevées, et le mode dominant atteint plus de 6% (dans la bande  $U$ ) de l'intensité moyenne de l'objet. Pour toutes ces raisons, BAL 0901 constitue une cible de choix pour l'application des techniques observationnelles menant potentiellement à une identification (formelle ou partielle) des modes de pulsation.

BAL 0901 a été observée en photométrie multi-couleur au cours d'une campagne en août 2005, menée en collaboration avec les télescopes 4.2-m WHT et 3.6-m CFHT supportés par deux petits télescopes en lumière blanche (Pereira et al. 2008). Les observations au CFHT, prises en charge par notre groupe, ont été menées du 13 au 16 août 2005 dans les trois bandes  $UBV$  avec le photomètre portatif LAPOUNE de l'Université de Montréal (voir Charpinet et al. 2008 pour les détails). La figure 3.1 illustre la qualité des courbes de lumière, ici pour la nuit du 16 août 2005, obtenues dans des conditions de transparence atmosphérique exceptionnelles pour l'ensemble des quatre jours.

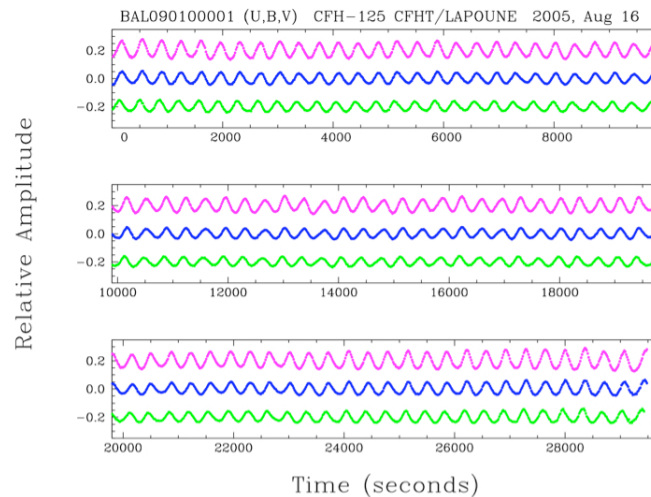


FIG. 3.1: Courbes de lumière de l'étoile sdB pulsante BAL 0901 en  $UBV$  de la nuit du 16 août 2005, obtenues avec le photomètre à trois canaux LAPOUNE installé au télescope 3.6-m CFHT.

La figure 3.2 présente les transformées de Fourier dans les trois bandes  $UBV$  de la campagne d'observation au CFHT, qui affichent des niveaux de bruit exceptionnellement faibles (voir Charpinet et al. 2008). A noter que le panneau de droite illustre les transformées de Fourier après soustraction du mode dominant  $f_1$ . Ceci permet de mettre en valeur la richesse du spectre de pulsation de BAL 0901, aussi bien pour les modes g aux basses fréquences (0–1 mHz) que pour les modes p de plus hautes fréquences (2–7 mHz).

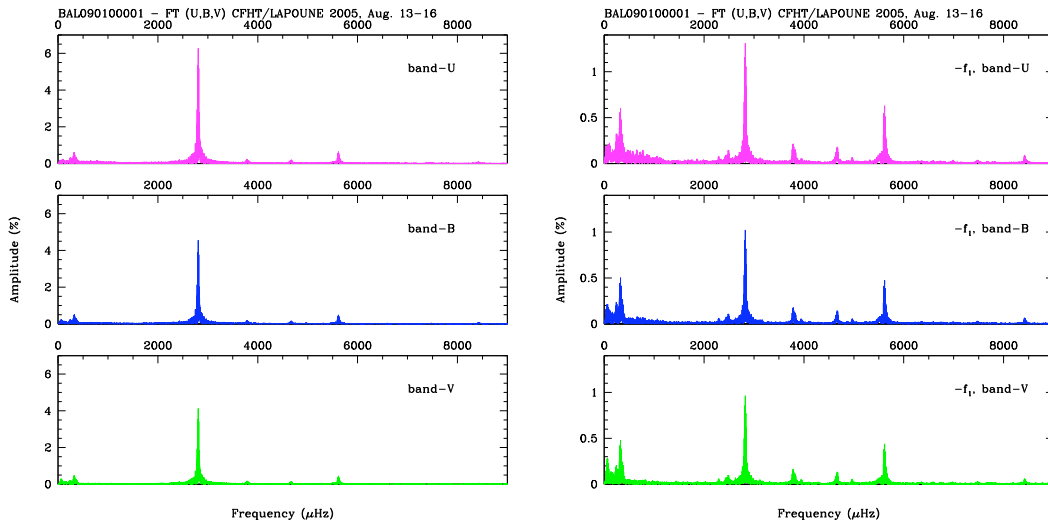


FIG. 3.2: Le panneau de gauche illustre les transformées de Fourier totales en  $UBV$  des quatre nuits d'observation au CFHT. Les transformées de Fourier du panneau de droite sont amputées du mode dominant  $f_1$ , pour révéler la richesse du spectre de pulsation de BAL 0901.

Les analyses fréquentielles des trois transformées de Fourier permettent de déterminer un nombre important de périodes de pulsation à hautes et basses fréquences visibles dans les trois bandes  $UBV$  (le tableau complet est repris en Annexe B), y compris des harmoniques (combinaisons linéaires des principaux modes) et des multiplets associés à la rotation lente de l'étoile. Afin de minimiser les erreurs possibles lors de l'analyse fréquentielle vu la résolution modeste de  $\sim 4 \mu\text{Hz}$  obtenue par la campagne CFHT seule<sup>1</sup>, les fréquences déterminées par Baran et al. (2005, 2006) nous ont servi de guide pour identifier le "bon" pic parmi les alias journaliers. Les informations essentielles fournies par l'analyse fréquentielle dans les trois bandes  $UBV$  sont les amplitudes des modes de pulsation, qui dépendent de la longueur d'onde d'observation. Ce phénomène apparaît clairement sur les transformées de Fourier de la figure 3.2, où par exemple le mode dominant présente une amplitude de 6.1% en  $U$ , 4.4% en  $B$  et 4.0% en  $V$ . C'est cette information qui peut être exploitée pour dériver des contraintes sur la géométrie des modes de pulsation, dont le principe est brièvement exposé au début de la partie suivante.

<sup>1</sup>Les courbes de lumière en  $u'g'r'$  du WHT ne peuvent être combinées à celles en  $UBV$  du CFHT.

### 3.1.2 Contraintes sur la géométrie des modes dérivées de l'analyse multi-couleur

La technique employée repose sur le fait que la dépendance des amplitudes des oscillations stellaires selon la longueur d'onde d'observation porte la signature, entre autres, du degré  $l$  du mode de pulsation. La modélisation théorique pour l'analyse des données multi-couleurs dans le contexte des étoiles sdB est développée en détail dans Randall et al. (2005). Très brièvement, pour chaque valeur de  $l$  entre 0 et 5 est évaluée théoriquement la variation de luminosité correspondant à la perturbation du flux émergent durant un cycle de pulsation, en termes des variations de température effective, rayon et gravité de surface. Ces quantités, dépendantes de la période du mode en considération, sont calculées à l'aide de modèles atmosphériques détaillés d'étoiles sdB et du code complet des pulsations non-adiabatiques. Les amplitudes théoriques selon la longueur d'onde, déterminées pour chaque mode de pulsation, sont ainsi comparées aux amplitudes observées dans l'étoile, comme illustré à la figure 3.3 pour le mode dominant à 356.19 s de BAL 0901. La qualité de l'ajustement est estimée par une fonction de mérite  $\chi^2$  formellement associée à une probabilité  $Q$  (Press et al. 1986), qui permet de décider si le fit donné est de qualité acceptable, lorsque par exemple  $Q > 0.001$  (Randall et al. 2005).

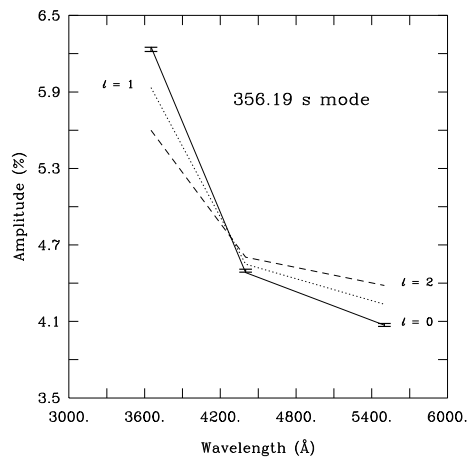


FIG. 3.3: Amplitudes théoriques calculées pour  $l = 0, 1$  et  $2$  pour le mode dominant à 356.19 s de l'étoile BAL 0901, en comparaison avec les amplitudes  $U$ ,  $B$  et  $V$  observées avec les erreurs associées.

Le mode dominant à 356.19 s de la figure 3.3 est ainsi formellement identifié à un mode radial  $l = 0$ . La même procédure est suivie pour chaque mode de pulsation présent dans le spectre tant que les amplitudes observées ne deviennent pas trop faibles, de sorte que les incertitudes associées rendent la discrimination parmi les différentes valeurs de  $l$  impossible. La qualité exceptionnelle des observations au CFHT a permis de contraindre l'identification pour dix-huit modes de pulsation, y compris des multiplets associés à la rotation lente de l'étoile (Charpinet et al. 2008). Les contraintes dérivées sont résumées au

tableau 3.1 (principalement une reproduction de la table 1 de Charpinet et al. 2008). Les contraintes "faibles" correspondent aux degrés  $l$  formellement acceptables pour un mode de pulsation donné, tandis que les contraintes "fortes" indiquent le degré  $l$  reproduisant le mieux la dépendance amplitude-longueur d'onde observée, c'est-à-dire présentant la probabilité  $Q$  la plus élevée. Les deux types de contraintes se confondent pour plusieurs des modes principaux de BAL 0901, dont les degrés  $l$  sont ainsi formellement identifiés.

Période (s)	Contraintes fortes $l$	Contraintes faibles $l$
356.194	0	0
354.205, <u>354.008</u> , 353.809	1	1
350.392, <u>350.171</u> , 349.831	2	2
264.892	0	0, 1
263.819, <u>263.736</u>	4	4
<u>261.444</u> , 261.216	1	1, 2
253.514	2	1, 2
215.454, <u>215.291</u>	1	0, 1
214.610, <u>214.374</u>	2	1, 2
201.430	1	0, 1, 2

TAB. 3.1: Contraintes sur les degrés  $l$  pour dix groupes de modes observés dans BAL 0901. La période soulignée correspond au mode central  $m = 0$  utilisé pour l'étude astérosismologique.

Le nombre de modes de pulsation de BAL 0901 pour lesquels des contraintes ont été dérivées ainsi que la précision atteinte dans la discrimination des différentes valeurs de  $l$  (une seule possibilité pour quatre modes, deux pour six modes et trois pour un seul mode) sont significativement supérieurs à ceux obtenus pour d'autres étoiles sdB pulsantes (voir, par exemple, Tremblay et al. 2006). Ceci autorise, pour la première fois, un véritable test de notre méthode directe, en comparant les résultats obtenus en imposant ou non des contraintes a priori pour l'étude astérosismologique. Ceci fait l'objet de la publication Van Grootel et al. (2008b), parue dans le journal *Astronomy & Astrophysics* et reproduite à la section suivante, après la synthèse des résultats obtenus en français.

### 3.1.3 Synthèse des résultats et publication

Dans l'objectif d'obtenir une comparaison significative entre les résultats de la méthode directe selon différentes hypothèses au niveau de l'identification des modes, j'ai décidé de mener trois études astérosismologiques pour l'étoile BAL 0901 à partir des 10 périodes de pulsation indépendantes pour lesquelles des contraintes ont pu être dérivées. La première étude utilise les contraintes faibles comme choix possibles pour les degrés  $l$  des modes lors de la procédure d'optimisation. La deuxième impose a priori l'identification des degrés selon les contraintes fortes. Enfin, la troisième étude astérosismologique représente la situation rencontrée habituellement, où aucune information sur la géométrie des modes n'est disponible comme hypothèse : chacun des dix modes peut être identifié à un degré  $l = 0, 1, 2$  ou 4. Les modélisations des variations de luminosité des étoiles sdB au cours

d'un cycle de pulsation montrent en effet que les modes  $l = 3$  sont systématiquement moins visibles que les modes  $l = 4$  dans le domaine optique (Randall et al. 2005). Cette hypothèse de l'exclusion des modes  $l = 3$  lorsque la densité des modes observés le permet sera discutée au chapitre 5, lors de l'étude de l'étoile PG 0911+546.

La première application de la procédure d'optimisation, en utilisant les contraintes faibles d'identification des modes, mène à l'émergence d'une solution astérosismologique unique dans l'espace des paramètres considéré, sans minima secondaires significatifs. Les paramètres structuraux obtenus pour BAL 0901 présentent une gravité de surface  $\log g = 5.383 \pm 0.004$ , une masse de l'enveloppe  $\log(M_{\text{env}}/M_*) = -4.89 \pm 0.14$  et une masse totale de  $M_*/M_\odot = 0.432 \pm 0.015$ . La température effective est fixée à sa valeur estimée par spectroscopie, soit  $T_{\text{eff}} = 28\,000 \pm 1\,200$  K (discussion dans la publication). La fonction de mérite  $S^2 \simeq 0.249$  correspond à un ajustement de très bonne qualité entre périodes théoriques et observées, d'une dispersion moyenne  $\overline{\Delta P/P} \simeq 0.59\%$ . Un seul mode, celui de plus faible amplitude à 201.43 s, présente un degré  $l$  différent de ceux correspondant aux contraintes fortes. D'ailleurs, la solution optimale trouvée en fixant strictement le degré  $l$  des pulsations (contraintes fortes) correspond à un modèle quasiment identique, avec une fonction de mérite à peine dégradée de  $S^2 \simeq 0.290$  ( $\overline{\Delta P/P} \simeq 0.62\%$ ).

L'analyse astérosismologique sans imposer d'identification a priori, ce qui constitue le véritable test de la méthode directe qui est généralement utilisée dans ce contexte, mène à une solution présentant une fonction de mérite légèrement meilleure ( $S^2 \simeq 0.166$  ou  $\overline{\Delta P/P} \simeq 0.44\%$ ), tandis que quatre modes présentent des degrés  $l$  inconciliables avec les contraintes de la photométrie multi-couleur. En revanche, et c'est là le résultat important, les paramètres structuraux de la solution optimale sont remarquablement similaires à ceux obtenus en utilisant les contraintes sur la géométrie des pulsations.

Ainsi, les paramètres structuraux obtenus par la méthode directe pour l'astérosismologie restent pratiquement inchangés, que des contraintes sur l'identification des modes soient ou non disponibles et utilisées comme hypothèses. En d'autres mots, de possibles imprécisions dans la détermination de la géométrie des modes par la méthode directe n'affectent pas significativement la solution et les paramètres structuraux dérivés, qui constituent le but ultime de l'analyse sismique. Ce résultat trouve son explication dans la structure générale des modes p dans les étoiles sdB, où les pulsations de degrés  $l$  différents mais d'ordre  $k$  identiques ( $k+1$  pour  $l = 1$ ) présentent des périodes souvent comparables (à quelques dizaines  $\mu\text{Hz}$  près, soit la précision actuelle des ajustements). Ce résultat, vérifié dans une large gamme de paramètres structuraux d'étoiles sdB, permet de conclure que la méthode directe est robuste et adaptée à l'étude des étoiles sdB à courtes périodes par l'astérosismologie, même lorsque des contraintes sur la géométrie des pulsations ne sont pas disponibles.

Une discussion est finalement proposée concernant le statut évolutif de BAL 0901. Plusieurs indices semblent indiquer qu'il s'agit d'une étoile ayant déjà épuisé son carburant nucléaire dans les régions centrales, se trouvant ainsi au-delà de la TA-EHB (Terminal Age-EHB) pour évoluer très rapidement vers la séquence de refroidissement des naines blanches.

# Testing the forward modeling approach in asteroseismology

## I. Seismic solutions for the hot B subdwarf Balloon 090100001 with and without a priori mode identification<sup>\*</sup>

V. Van Grootel<sup>1,2</sup>, S. Charpinet<sup>1</sup>, G. Fontaine<sup>2</sup>, P. Brassard<sup>2</sup>, E. M. Green<sup>3</sup>, P. Chayer<sup>4</sup>, and S. K. Randall<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS, 14 av. E. Belin, 31400 Toulouse, France  
e-mail: [valerie.vangrootel;stephane.charpinet]@ast.obs-mip.fr

<sup>2</sup> Département de Physique, Université de Montréal, CP 6128, Succursale Centre-Ville, Montréal, QC H3C 3J7, Canada  
e-mail: [fontaine;brassard]@astro.umontreal.ca

<sup>3</sup> Steward Observatory, University of Arizona, 933 North Cherry Av., Tucson, AZ 85721, USA  
e-mail: bgreen@as.arizona.edu

<sup>4</sup> Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218, USA  
e-mail: chayer@stsci.edu

<sup>5</sup> ESO, Karl-Schwarzschild-Str. 2, 85748 Garching bei München, Germany  
e-mail: srandall@eso.org

Received 28 March 2008 / Accepted 1 July 2008

### ABSTRACT

**Context.** Balloon 090100001, the brightest of the known pulsating hot B subdwarfs, exhibits simultaneously both short- and long-period pulsation modes, and shows relatively large amplitudes for its dominant modes. For these reasons, it has been studied extensively over the past few years, including a successful experiment carried out at the Canada-France-Hawaii Telescope to pin down or constrain the value of the degree index  $\ell$  of several pulsation modes through multicolor photometry.

**Aims.** The primary goal of this paper is to take advantage of such partial mode identification to test the robustness of our standard approach to the asteroseismology of pulsating subdwarf B stars. The latter is based on the forward approach whereby a model that best matches the observed periods is searched for in parameter space with no a priori assumption about mode identification. When successful, this method leads to the determination of the global structural parameters of the pulsator. As a bonus, it also leads, after the fact, to complete mode identification. For the first time, with the availability of partial mode identification for Balloon 090100001, we are able to evaluate the sensitivity of the inferred seismic model to possible uncertainty in mode identification.

**Methods.** We carry out a number of exercises based on the double optimization technique that we developed within the framework of the forward modeling approach in asteroseismology. We use the set of ten periods corresponding to the independent pulsation modes for which values of  $\ell$  have been either formally identified or constrained through multicolor photometry in Balloon 090100001. These exercises differ in that they assume different a priori mode identification.

**Results.** Our primary result is that the asteroseismic solution stands very robust, whether or not external constraints on the values of the degree  $\ell$  are used. Although this may come as a small surprise, the test proves to be conclusive, and small differences in mode identification among the ten modes do not affect in any significant way, at the typical accuracy presently achieved, the final emergent seismic model. This is due to the structure of the  $p$ -mode pulsation spectra in sdB stars. In all cases, the inferred structural parameters of Balloon 090100001 remain practically unchanged. They correspond, and this constitutes our second important result, to a star beyond the TAEHB with  $T_{\text{eff}} = 28\,000 \pm 1\,200$  K,  $\log g = 5.383 \pm 0.004$ ,  $M_c/M_\odot = 0.432 \pm 0.015$ , and  $\log M_{\text{env}}/M_* = -4.89 \pm 0.14$ . Other structural parameters are also derived.

**Key words.** stars: oscillations – stars: interiors – stars: subdwarfs – stars: individual: Balloon 090100001

## 1. Introduction

The hot subdwarf B (sdB) stars are core-helium burning objects with masses around  $0.5 M_\odot$  surrounded by very thin hydrogen-rich envelopes ( $M_{\text{env}} < 0.02 M_\odot$ ). With effective temperatures between 20 000 and 40 000 K and surface gravities  $\log g$  in the range 5.0–6.2, they are identified with models of the extreme horizontal branch (EHB) stars (Heber 1986). Subdwarf B stars

are found in our Galaxy both in the old disk (field stars) and as globular cluster members (halo population). They dominate the populations of faint blue objects down to  $V \sim 16$ , and are most likely the main source of the UV excess (the so-called UV-upturn phenomenon) observed in elliptical galaxies (Brown et al. 1997).

Interest in this particular phase of stellar evolution has increased spectacularly in recent years with the discoveries of two distinct classes of pulsators among sdB stars. This has opened up the opportunity of using the power of asteroseismology to study them. This development is most welcome because understanding the details of the formation process of sdB stars has remained quite a challenge (see, e.g., Dorman et al. 1993; D'Cruz et al. 1996; Han et al. 2002, 2003). It is hoped that asteroseismology will help discriminate between the various competing scenarios

<sup>\*</sup> Based on photometric observations obtained at the Canada-France-Hawaii Telescope (CFHT) which is operated by the National Research Council of Canada, the Institut National des Sciences de l'Univers of the Centre National de la Recherche Scientifique of France, and the University of Hawaii. Some of the spectroscopic observations reported here were obtained at the MMT Observatory, a joint facility of the University of Arizona and the Smithsonian Institution.

that have been proposed to account for the very existence of the sdB stars. Among others, asteroseismology should be especially useful for establishing the mass distribution of sdB stars, the latter bearing the signature of the formation channel, and it is one of the long-range goals that we are aiming at.

The rapid sdB pulsators, commonly referred to as EC 14026 stars or, more officially, V361 Hya stars, were the first to have been observationally detected (Kilkenny et al. 1997). Their existence was independently predicted through pure theoretical considerations (Charpinet et al. 1996, 1997). The pulsations in EC 14026 stars are characterized by multiperiodic, low-amplitude, and short-period (80–600 s) luminosity variations. The presence of excited pulsation modes, usually low-degree, low-order acoustic modes, is well understood through the action of a classic  $\kappa$ -mechanism powered by local accumulations of iron due to radiative levitation (Charpinet et al. 2001). Beyond iron, the importance of nickel on the opacity profile, as well as the opacity sources themselves, have been underlined by Jeffery & Saio (2006, 2007).

More recently, a second family of pulsating sdB stars, named PG 1716 stars after the prototype (now officially the V1093 Her stars), was observationally discovered by Green et al. (2003). Those are again multiperiodic and low-amplitude pulsators, but with much longer periods, in the range 2000–9000 s. This immediately implies the presence of mid-order, low-degree  $g$ -modes. Such  $g$ -modes have been shown to be also driven by the same mechanism responsible for the pulsations in EC 14026 stars (Fontaine et al. 2003). Quite interestingly, two objects identified initially as short-period pulsators have also been found recently to exhibit long-period oscillations as well: HS 0702+6043 (Schuh et al. 2006) and Balloon 090100001 (Oreiro et al. 2005). Even more recently, a new member of this hybrid class, HS 2201+2610, was announced during the Third Meeting on Hot Subdwarf Stars and Related Objects held in Bamberg in 2007 July (Lutz et al. 2008).

In the surface gravity-effective temperature plane, the short-period pulsators tend to cluster at high effective temperatures and high surface gravities, while long-period pulsators populate the low-temperature, low-gravity part of the domain where sdB stars are found. While the long-period pulsators have proven more difficult so far to interpret quantitatively (see, e.g., Randall et al. 2006a), the group of short-period pulsators has already provided excellent opportunities for the asteroseismic determination of the basic structural parameters of sdB stars. To date, asteroseismological analyses of this sort have been carried out for seven EC 14026 pulsators: PG 0014+067 (Brassard et al. 2001), PG 1047+003 (Charpinet et al. 2003), PG 1219+534 (Charpinet et al. 2005a), Feige 48 (Charpinet et al. 2005b; Van Grootel et al. 2008), EC 20117–4014 (Randall et al. 2006b), PG 1325+101 (Charpinet et al. 2006), and PG 0911+456 (Randall et al. 2007). In all cases, no a priori mode identification was available, so the derived seismic models have remained largely untested from that particular point of view. However, we emphasize that these models are able to reproduce simultaneously all the observed periods at a satisfactory level of accuracy, while being entirely consistent with the predictions of nonadiabatic theory and, at the same time, satisfying independent constraints imposed by time-averaged spectroscopy. Moreover, total and envelope masses derived from these models are found in the range expected for core helium burning stars from stellar evolution. Still, it remains highly desirable to verify by independent means the derived mode identification if at all possible.

In this context, the hybrid pulsator Balloon 090100001 (hereafter BAL 0901) has stood out as an obvious candidate

for partial mode identification through multicolor photometry or time-resolved spectroscopy because of its brightness ( $V = 12.1$ ), the richness of its pulsation spectrum, and the unusually large amplitudes of its dominant modes (see, e.g., Baran et al. 2006). For these reasons, BAL 0901 has been observed and studied extensively over the recent past, including, for example, *UBVR* photometry reported by Baran et al. (2005) and analyzed by Tremblay et al. (2006), and time-resolved spectroscopy carried out at the Nordic Optical Telescope in August/September 2004 (Telting & Østensen 2006). Notably, Baran et al. (2008) recently reused these two sets of observations that were coincidentally obtained at the same time and proposed  $\ell$ -identifications for the five dominant modes based on a combined analysis of the multicolor photometry and the spectroscopy. Also recently, Pereira et al. (2008) reported on the results of a high-sensitivity multi-site campaign which has uncovered well over 50 distinct oscillation modes in the white light pulsation spectrum of BAL 0901. As part of that campaign, *UBV* photometry was gathered at the Canada-France-Hawaii Telescope. The quality of these observations was sufficient to allow the formal identification (or to constrain) the  $\ell$  index of ten different modes in BAL 0901, excluding fine-structure frequency multiplets presumably due to slow rotation. This was done following the procedure explained in Randall et al. (2005; and see also Tremblay et al. 2006). Preliminary results of this multicolor analysis have been presented in Charpinet et al. (2008), and a full report will be provided in Brassard et al. (2008, in preparation).

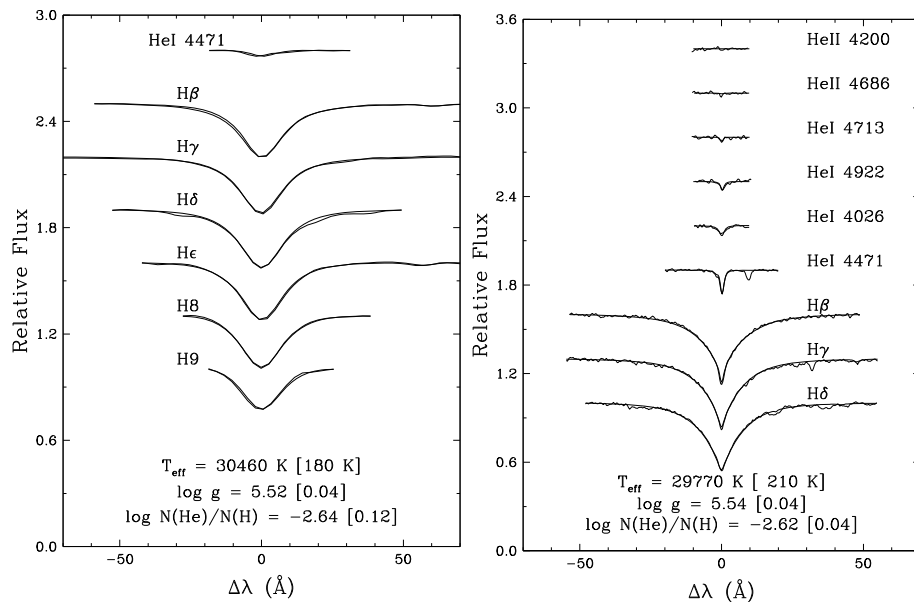
In the present work, we take advantage of the availability of the partial  $\ell$  identification already obtained in BAL 0901 to investigate the sensitivity of the inferred seismic model to a priori mode identifications and/or constraints. Specifically, we carry out asteroseismological exercises in the forward method by best-fitting the set of ten periods for which we have constraints on their degree indices  $\ell$ . This number of independent modes is typical of the available number of periods used in our previous studies of other EC 14026 pulsators. Note that all the ten retained pulsation modes belong to the short-period branch of the pulsation spectrum of this hybrid pulsator. No useful constraints have been derived yet from multicolor photometry for the long-period modes because they show relatively small amplitudes, although this may change with more refined analyses.

We discuss the available estimates of the atmospheric parameters of BAL 0901 in Sect. 2, and we present our own values based on new time-averaged spectra gathered at Steward Observatory. This is done to verify that the retained seismic models remain consistent with the independent constraints imposed by spectroscopy on the atmospheric parameters of the star. We next present, in Sect. 3, the results of our asteroseismic analyses using the ten periods alluded to above. We consider the cases in which “weak” constraints and “strong” constraints on the  $\ell$  values are imposed at the beginning of the search exercises in parameter space. We also discuss the test case in which no a priori  $\ell$  identifications are used, except for general considerations based on standard visibility arguments. We finally provide a discussion and summary of our main results in the last section.

## 2. Atmospheric parameters from spectroscopy

BAL 0901 got its designation as an object identified in a survey carried out with a 13 cm balloon-borne telescope designed to detect FUV-bright objects (Bixler et al. 1991). These authors derived the first estimates of its atmospheric parameters,  $T_{\text{eff}} = 32\,500 \pm 6\,700$  K,  $\log g = 6.00 \pm 0.69$ , and  $\log N(\text{He})/N(\text{H}) < -2.00$ , leaving no doubt as to the sdB





**Fig. 1.** *Left panel:* model fit (heavy curve) to the hydrogen Balmer lines and helium lines (thin curve) available in our time-averaged, high  $S/N$  ratio, low-resolution optical spectrum of BAL 0901 obtained at the Steward 2.3 m telescope on Kitt Peak. *Right panel:* model fit (heavy curve) to the hydrogen Balmer lines and helium lines (thin curve) available in our time-averaged, high  $S/N$  ratio, mid-resolution MMT optical spectrum of BAL 0901. Note the presence of several weak metal lines that have become visible at this better resolution, notably the Fe III 4372 line in the red wing of H $\gamma$  and the Mg II 4481 line next to the He I 4471 feature.

nature of the object. Much improved estimates of these parameters were obtained later by Oreiro et al. (2004) in their important paper reporting, for the first time, the presence of short-period oscillations in that star. These authors used a grid of metal-blanketed LTE model atmospheres and synthetic spectra made available to them by U. Heber (see, e.g., Heber et al. 2000) to analyze an intermediate-resolution spectrum of BAL 0901 obtained at the William Herschel Telescope. While no metal lines were visible at that resolution, the models assumed the presence of metals in solar proportions. The derived parameters are  $T_{\text{eff}} = 29\,446 \pm 500$  K,  $\log g = 5.33 \pm 0.10$ , and  $\log N(\text{He})/N(\text{H}) = -2.54 \pm 0.20$ . Using the same grid of LTE models with solar metallicity, Østensen, Telting & Heber (2007) analyzed a series of time-resolved low-resolution spectra obtained subsequently at the Nordic Optical Telescope. In their interesting experiment, they were able to estimate the apparent variations in  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$  during the pulsation cycles of BAL 0901. Their mean spectrum showed a superb  $S/N$  ratio, and the derived values of the time-averaged atmospheric parameters turned out to be fully consistent with those of Oreiro et al. (2004), i.e.,  $T_{\text{eff}} = 28\,883 \pm 1186$  K,  $\log g = 5.416 \pm 0.084$ , and  $\log N(\text{He})/N(\text{H}) = -2.730 \pm 0.003$ <sup>1</sup>. These values from two independent data sets are also consistent with the earlier estimates of Bixler et al. (1991), but are far more accurate. They place BAL 0901 on the cool side of the EC 14026 instability region in the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane, in fact at the common boundary with the PG1716 stars domain, quite a fitting place for a hybrid pulsator.

We also obtained additional spectra of BAL 0901 with the 6.5 m Multiple Mirror Telescope (MMT) and the Steward Observatory 2.3 m telescope on Kitt Peak, Arizona, as part of our global program aimed at the homogeneous determinations

<sup>1</sup> The quoted uncertainties, which appear relatively large for  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$ , may not do full justice to the results of Østensen et al. (2007), but we could not find more appropriate values in their paper.

of surface parameters for sdB stars (Green et al., in preparation). The MMT spectrum covers the  $\sim 4000\text{--}5000$  Å region with a medium wavelength resolution of  $\sim 1$  Å, while the Kitt Peak data cover the  $\sim 3600\text{--}5500$  Å range at a lower resolution of  $\sim 9$  Å. The latter spectrum is characterized by an exquisite value of  $S/N \sim 490$ , whereas the former shows a more modest, but still excellent  $S/N$  ratio of about 200. A simultaneous fit of the available Balmer lines (H $\beta$  to H $\delta$  for the medium-resolution spectrum and H $\beta$  to H9 for the low-resolution spectrum) and helium lines using synthetic spectra culled from a grid of NLTE H/He model atmospheres was performed for each available spectrum. We show in Fig. 1 the best model fit for the 2.3 m (left panel) and the MMT (right panel) spectrum, where the quoted uncertainties on the parameters correspond only to the formal errors of the fit. By adding quadratically to these errors the external uncertainties estimated from multiple observations of the same stars, we obtain  $T_{\text{eff}} = 30\,460 \pm 300$  K,  $\log g = 5.52 \pm 0.06$ , and  $\log N(\text{He})/N(\text{H}) = -2.64 \pm 0.12$  from the 2.3 m spectrum, and  $T_{\text{eff}} = 29\,770 \pm 425$  K,  $\log g = 5.54 \pm 0.06$ , and  $\log N(\text{He})/N(\text{H}) = -2.62 \pm 0.04$  from the MMT spectrum.

Although these two sets of estimates for the atmospheric parameters of BAL 0901 are impressively consistent with each other, there appears to be a slight systematic deviation with respect to the results of Oreiro et al. (2004) and those of Østensen et al. (2007) in the sense that our values for  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$  come out a little larger than those of these authors. Since we fix the effective temperature of the seismic model at the outset from spectroscopy ( $T_{\text{eff}}$  cannot be determined more accurately from asteroseismology because  $p$ -mode periods in sdB stars depend only weakly on it), it seems important to understand these systematic trends between various authors, at least qualitatively. At first sight, this argument comes out much less strongly for the surface gravity because, as is now well known, and contrary to the effective temperature, the pulsation periods are very sensitive

to a variation in  $\log g$ , and asteroseismology does provide much more accurate estimates of that parameter than spectroscopy can. Still, it is generally quite useful to have the best possible independent spectroscopic constraints on the value of  $\log g$  in order to discriminate, as needed, between various possible seismic solutions having different inferred surface gravities.

We recall here that Oreiro et al. (2004) and Østensen et al. (2007) have analyzed their spectra with a set of LTE model atmospheres with solar metallicity, whereas we used full NLTE H/He models, but with no metals. A close examination of our MMT spectrum readily reveals several weak metal lines (see Fig. 1, right panel). In the absence of a detailed abundance analysis, which would be way beyond the scope of this paper, we still attempted to estimate some ion abundances using the measured equivalent widths of features such as C II 4267, N II 4237-4241, O II 4649, Mg II 4481, Si III 4568-4575, S III 4253, and Fe III 4164-4372. Our crude analysis revealed that BAL 0901 is not necessarily exceptional in terms of metal abundances compared to other sdB stars, but it does contain heavy elements. In particular, we find that its atmospheric abundance of iron comes out slightly larger than solar,  $\log N(\text{Fe})/N(\text{H}) = -4.27$  (with some large uncertainty), which is rather the norm for these objects (see, e.g., Edelmann 2003 or Blanchette et al. 2008). In view of this, we conclude that our estimates  $T_{\text{eff}} \approx 30\,100$  K and  $\log g \approx 5.53$  are probably a little skewed by our ignorance of metals in our NLTE model calculations.

To explore that question further, we computed some more models in full NLTE but, this time, we included C, N, O, and Fe in solar proportions along with H and He. It should be pointed out that the role of iron in this is fundamental because it provides most of the extra opacity in the atmospheric layers. This is really the key element in this experiment. It should also be realized that adding only a few extra elements – as we did – slows down considerably the computations of NLTE models, and this largely explains why we do not have a full grid of these, especially in the spirit of this exploratory work. We find that adding metals in the models decreases both our estimates of  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$  for BAL 0901. For instance, a NLTE model spectrum with metals and specified by  $\log g = 5.35$ ,  $T_{\text{eff}} = 28\,000$  K, and  $\log N(\text{He})/N(\text{H}) = -2.60$  is interpreted through our grid of NLTE H/He models with no metals (following our standard procedure for the observed spectra above) as a star with  $\log g = 5.54$ ,  $T_{\text{eff}} = 30\,096$  K, and  $\log N(\text{He})/N(\text{H}) = -2.62$ . Those values fall almost exactly on our derived parameters for BAL 0901. In the absence of a detailed self-consistent abundance analysis for BAL 0901, we therefore adopt “corrections” of  $\Delta T_{\text{eff}} = -2096$  K,  $\Delta \log g = -0.19$  dex, and  $\Delta \log N(\text{He})/N(\text{H}) = +0.02$  dex to be applied to our previous values discussed above. We believe that these revised estimates reflect better the physical state in the atmosphere of BAL 0901 which, in fact, does contain metals. In particular, we suggest that the true effective temperature of BAL 0901 is closer to 28 000 K than 30 100 K found above, and this is the value that we adopt below in our asteroseismological exercises. To reflect the fact that detailed metal abundances are currently lacking, we allow for a generous uncertainty and adopt  $T_{\text{eff}} = 28\,000 \pm 1200$  K as our best estimate of the effective temperature of BAL 0901.

### 3. Asteroseismic analysis

#### 3.1. Numerical tools for asteroseismic analysis

The procedure developed to perform objective asteroseismic analyses of sdB pulsators has been described at length in

Charpinet et al. (2005a). This method is a forward modeling approach based on the specific requirement of *global* optimization, i.e., pulsation spectra computed from sdB models must match *all* the observed periods *simultaneously*. The first step consists in calculating the internal structure of the subdwarf star from four fundamental parameters: the effective temperature  $T_{\text{eff}}$ , the surface gravity  $\log g$ , the total mass of the star  $M_*$ , and the logarithmic fractional mass of the hydrogen-rich envelope  $\log q(\text{H})$  evaluated at the halfway point in the thin H-envelope/He-mantle transition layer<sup>2</sup>. These so-called “second generation” models of subdwarf B stars are static structures made of an inert hard ball nucleus surrounded by a detailed mantle/envelope extending as deep as  $\log q \equiv \log(1-M(r)/M_*) \approx -0.05$ . They incorporate the variable nonuniform abundance profile of iron predicted by microscopic diffusion assuming an equilibrium between gravitational settling and radiative levitation. They are particularly well suited for modeling *p*-modes in pulsating sdB stars. In a second step, pulsations properties of the models are evaluated through the consecutive application of improved versions of the linear adiabatic and nonadiabatic pulsation codes described briefly in Brassard et al. (1992) and Fontaine & Brassard (1994), respectively. For each pulsation mode analyzed, these codes provide the period  $P_{\text{th}} (= 2\pi/\sigma_{\text{R}}$ , where  $\sigma_{\text{R}}$  is the real part of the complex eigenfrequency) and the stability coefficient  $\sigma_I$  (the imaginary part of the eigenfrequency). If  $\sigma_I$  is positive, the mode is stable (damped), while the contrary holds if  $\sigma_I$  is negative: the mode is then excited and may therefore reach an observable amplitude. In an ideal situation, all the pulsation modes detected in a real star should then be associated with unstable theoretical modes. Other quantities that come out of the nonadiabatic code for each pulsation mode are the kinetic energy  $E$  (particularly interesting for theoretical studies such as, e.g., mode trapping), and the dimensionless first-order solid rotation coefficient  $C_{kl}$ . As is standard, the pulsation calculations are performed assuming perfect spherical symmetry (each mode is  $2\ell + 1$  fold-degenerate in eigenfrequency), which is fully justified for slow rotating stars such as BAL 0901. Hence, all multiplet components seen in the pulsation spectrum have to be considered as a single independent mode for the asteroseismic analysis, and the fine structure is interpreted *a posteriori* in terms of slow rotation that lifts the  $2\ell + 1$  fold-degeneracy of the mode periods (see Sect. 3.4). In this context, a pulsation mode is then completely defined in terms of its radial order  $k$  and its degree index  $\ell$ . The spectrum of computed periods is then employed in a double optimization procedure to isolate and quantify the best-fitting models that minimize the merit function,

$$S^2 = \sum_{i=1}^{N_{\text{obs}}} \left( \frac{P_{\text{obs}}^i - P_{\text{th}}^i}{\sigma_i} \right)^2, \quad (1)$$

where  $N_{\text{obs}}$  is the number of independent observed periodicities used in the asteroseismic analysis, ten in the present case, and  $\sigma_i$  is a weight that can be associated to each pair of periods. Following previous studies (see, e.g., Brassard et al. 2001), we usually adopt here a global weight which is the inverse of the theoretical mode density of each model, i.e., we set  $\sigma_i = \sigma_d$ , where  $\sigma_d$  is the ratio of the width of the considered period window (here 700 s; see Sect. 3.2) to the number of modes in that window. This technical choice has no incidence on the position

<sup>2</sup> This parameter is intimately related to the more familiar parameter  $M_{\text{env}}$ , the total mass of the hydrogen-rich envelope, that includes the small extra mass of hydrogen contained in the lower half of the thin H/He transition zone, through the relation  $\log[M_{\text{env}}/M_*] = \log q(\text{H}) + C$ , where  $C$  is a small positive model-dependent term.

**Table 1.** Derived identification of the geometrical degree index  $\ell$  for ten groups of modes observed in BAL 0901, including the rotationally-split components. The underlined period within a multiplet group is that considered as the central  $m = 0$  component used for the asteroseismic analysis. This reproduces the results of the multicolor analysis presented by Charpinet et al. (2008) as given in their Table 1.

Period (s)	Strong $\ell$ constraints	Weak $\ell$ constraints
356.194	0	0
354.205, <u>354.008</u> , 353.809	1	1
350.392, <u>350.171</u> , 349.831	2	2
264.892	0	0, 1
263.819, <u>263.736</u>	4	4
<u>261.444</u> , 261.216	1	1, 2
253.514	2	1, 2
215.454, <u>215.291</u>	1	0, 1
214.610, <u>214.374</u>	2	1, 2
201.430	1	0, 1, 2

of the solutions and, therefore, on the final results. It simply removes, at least partially, possible large scale biases toward unrealistic models (usually found at the low  $\log g$  boundary of the explored parameter space) having higher mode densities than the observed spectrum. This is principally meant to prevent the minimization code (see below) from allocating too much resources (at the cost of a reduced computational efficiency) in regions with denser period spectra (at low  $\log g$ ) in clear conflict with spectroscopy, anyway. For a given model, and using or not external constraints on the  $\ell$  values as may be appropriate, a first optimization step leads to the mode identification ( $k, \ell$ ) corresponding to the best possible simultaneous match of all the ten observed periods with ten periods belonging to the theoretical spectrum of that model. Finally, the second optimization phase is aimed at uncovering the best period-matching models in parameter space by finding minima of the function  $S^2(T_{\text{eff}}, \log g, \log q(H), M_*)$  with a dedicated optimization code based on a hybrid Genetic Algorithm (GA) designed to explore the vast model parameter space. These optimal models therefore constitute the asteroseismological solutions.

In the case of BAL 0901, we took advantage of the availability of the partial mode identification (i.e., the degree index  $\ell$ ) obtained previously through multicolor photometry. Charpinet et al. (2008) presented a preliminary analysis of an outstanding *UBV* data set on BAL 0901 obtained at the Canada-France-Hawaii Telescope, which led to the formal identifications or to useful constraints on the values of  $\ell$  for ten different pulsation modes. Note that the light curve of BAL 0901 contains many more pulsations (see, e.g., Baran et al. 2005, 2006 or Pereira et al. 2008), but only the ten modes retained by Charpinet et al. (2008) – excluding their multiplet components – have amplitudes large enough for useful mode identification to have been achieved through the amplitude ratios method based on multicolor photometry. In order to be able to carry out the test described in the Introduction, we therefore limited ourselves to these ten modes in our asteroseismological investigations.

The results of Charpinet et al. (2008) are summarized in Table 1. Among the ten groups of modes identified, six show a multiplet structure best interpreted as due to rotational splitting. In those cases, only the  $m = 0$  component (the number underlined in each multiplet) has been used in our analysis. Following Randall et al. (2005), a formal identification procedure based on

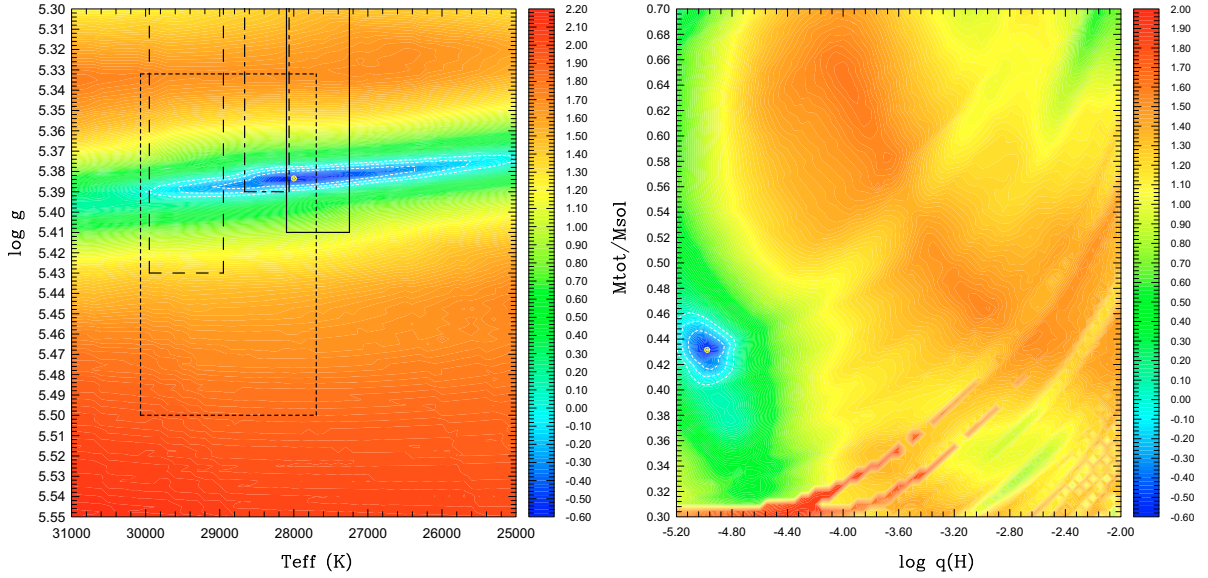
a  $Q$ -probability formalism has been applied in the  $\chi^2$  method followed by Charpinet et al. (2008) to identify the  $\ell$  value of each of the retained pulsation modes in BAL 0901. The  $\chi^2$  approach minimizes the differences between the three observed amplitudes and the predicted ones in the  $U$ ,  $B$ , and  $V$  bandpasses for each mode. A formal identification for the degree index was then achieved if only one of the six values considered ( $\ell = 0-5$ ) led to a value of  $\chi^2$  lower than a statistically significant level as computed by the  $Q$ -probability method. This was achieved for four modes as indicated in Table 1 (third column). In the other six cases, no unique solutions were found, but still quite useful constraints were also derived as two (or three in one instance) values of  $\ell$  led to  $\chi^2$  values that were formally acceptable for a given mode. The third column in Table 1 shows the final results of Charpinet et al. (2008). We use these constraints below to carry out a first asteroseismological analysis, which we consider as our reference one. As a measure of comparison, we also retained the best  $\ell$  solution (that providing the smallest value of  $\chi^2$ ) in those cases where two (or three) values are formally acceptable. This led to the identification summarized in the second column of Table 1. In what follows, we refer to this set of  $\ell$  values as that providing “strong” constraints since all ten modes are identified a priori. The set listed in the third column of the table provides, in comparison, only “weak” constraints (but it is the one that remains formally acceptable).

### 3.2. Search for the optimal model

In the first application of the optimization procedure, the weak constraints are assumed, i.e., the asteroseismic analysis is carried out by constraining the values of the  $\ell$  degree to all formally acceptable values from multicolor photometry. In the second experiment, we redo the analysis by imposing the preferred values of  $\ell$  for each period (the strong constraints). Finally, in the third application of the entire procedure, no a priori constraints on the mode identification are used, except for the general assumption that all ten modes must belong to either degree  $\ell = 0, 1, 2$ , or 4. We explicitly exclude the possibility that the modes with degree indices  $\ell = 3$  and  $\ell \geq 5$  would be present because they are expected to be less visible in the optical domain (see Randall et al. 2005). The comparison between the results obtained under the three assumptions constitutes therefore a crucial test of our general approach to the asteroseismology of sdB stars, at the level of the mode identification of course, but much more importantly in our view, at the level of the reliability and robustness of the stellar model parameters inferred from each optimal solution.

In all three exercises, the asteroseismic analysis is performed in a three-dimensional parameter space defined by the surface gravity  $\log g$ , the envelope thickness  $\log q(H)$ , and the stellar mass  $M_*$ . The effective temperature is set to the value found from spectroscopy (i.e.,  $T_{\text{eff}} = 28\,000$  K) as this approach leads to the best possible estimate as discussed briefly above. The initial boundaries for the search parameter domain were set as follows:  $5.3 \leq \log g \leq 5.6$ ,  $-5.2 \leq \log q(H) \leq -2.0$ ,  $0.3 \leq M_*/M_{\odot} \leq 0.7$ . The limits on the surface gravity cover a generous range about the values suggested by spectroscopy, keeping in mind the problem of metals that also affects this parameter. The constraints on  $\log q(H)$  and  $M_*$  rely on stellar evolution theory and various formation scenarios (Han et al. 2002, 2003). We also mention that the theoretical periods were computed in the range 100–800 s (covering amply the observed range for the periods of BAL 0901).

Within the search domain just specified, the optimization procedure in our first experiment – that relying on the weak



**Fig. 2.** *Left panel:* slice of the  $S^2$  function (in logarithmic units) along the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane at fixed parameters  $M_*$  and  $\log q(\text{H})$  set to their optimal values as obtained in our reference study, that using the weak constraints on the  $\ell$  values of the ten pulsation modes. The solid and dot-dashed rectangles show, respectively, the spectroscopic inferences made from our MMT and 2.3 m telescope spectra. The dashed rectangle illustrates the spectroscopic solution given by Oreiro et al. (2004), while the dotted rectangle shows that provided by Østensen et al. (2007). *Right panel:* slice of the  $S^2$  function (in logarithmic units) along the  $M_* - \log q(\text{H})$  plane at fixed parameters  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$  set to their optimal values as obtained in our reference study. In both panels, the best-fit model is indicated by a yellow mark, and white dashed contours are the 1, 2, and  $3\sigma$  limits.

constraints on  $\ell$  – led to the identification of one clear and very well defined optimal solution, and no significant secondary minima were found. At fixed  $T_{\text{eff}} = 28\,000$  K, this best-fit solution shows a merit function of  $S^2 \approx 0.249$ , and corresponds to a model with  $\log g = 5.383$ ,  $\log q(\text{H}) = -4.98$ , and  $M_* = 0.432 M_{\odot}$ . Figure 2 illustrates the behavior of the  $S^2$  hypersurface in the vicinity of the solution (indicated by a yellow mark). This figure shows slices of the merit function along the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane (at fixed parameters  $M_*$  and  $\log q(\text{H})$  set to their optimal values) in the left panel, and along the  $M_* - \log q(\text{H})$  plane (at fixed parameters  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$  set to their optimal values) in the right panel. The blue areas, corresponding to low values of  $S^2$ , harbor the best-fitting models, while the red areas represent comparatively bad fits, i.e., where theoretical periods computed from models do not fit well the observed periods. Considering the logarithmic scale used to represent the merit function in these figures, the blue regions correspond indeed to very well defined minima. The significance of these minima can be evaluated more quantitatively by linking the merit function,  $S^2$ , to the standard reduced  $\chi^2$  formalism. This was first introduced and discussed in some detail in Sect. 3.5 of Brassard et al. (2001) in order to estimate the uncertainties associated with the derived model parameters. We refer the reader to this work for a complete description of the procedure. We stress, in particular, that the quantity  $\Delta\chi_{\text{std}}^2$  that is added to the minimum value of a standard  $\chi^2$  to define the  $1\sigma$  confidence level must be renormalized to the scale of the  $S^2$ -values. In the present case, this leads to  $\Delta S_{1\sigma}^2 \approx 0.291$  which, when added to the  $S^2$ -value of the optimal solution, provides the  $1\sigma$  confidence level shown in Fig. 2 (the  $2\sigma$  and  $3\sigma$  limits are also given in that figure). This quantity,  $\Delta S_{1\sigma}^2$ , is also used to estimate the errors on the derived stellar parameters of BAL 0901 (see Sect. 3.4).

The boxes in the left hand panel of Fig. 2 indicate the four spectroscopic measurements available, two of which, in our

case, have been shifted by the metal “correction vector” described above. While we did use available spectroscopy to fix the effective temperature and define a search interval in surface gravity that would be consistent with it at the outset, we wish to point out that there is never any a priori guarantee in this kind of exercise that an asteroseismological solution will be found within the search domain. The fact that, once again for this 8th EC 14026 pulsator (see the Introduction), we found one such solution consistent with the available spectroscopic measurements demonstrates that our approach to the asteroseismology of sdB stars must be sound. We also wish to point out that the horizontal band in red in the left hand side panel of Fig. 2 corresponding to values of  $\log g \approx 5.52 - 5.54$  as estimated in our initial analysis using NLTE models *with no metals* indicate very bad fits to the pulsation data. Simply put, the ten observed periods in BAL 0901 rule out a value of the surface gravity as large as those for that star.

It is extremely interesting and instructive to compare the results of this first asteroseismological exercise with those of two other experiments. In the second one, as explained above, we used strong constraints and fixed the value of  $\ell$  for each of the ten modes according to its preferred estimate from multi-color photometry. This led to an optimal merit function of  $S^2 \approx 0.290$  (only marginally degraded compared to the previous one, as the difference is below  $1\sigma$ ), corresponding to a nearly identical seismic model with  $\log g = 5.382$ ,  $\log q(\text{H}) = -5.01$  and  $M_* = 0.430 M_{\odot}$ . In this, the effective temperature is still fixed to  $28\,000$  K via spectroscopic arguments. In the third experiment, we did not impose a priori constraints on the values of  $\ell$ , except for general restrictions related to visibility arguments as discussed above. This situation is representative of what has been done before in the past for other pulsators. As expected, with less constraints, the merit function could only improve, here to a slightly – but not significantly – better value of  $S^2 \approx 0.166$ , i.e.,

**Table 2.** Mode identification obtained for each optimal model derived by imposing strong, weak, and no a priori constraints on the values of  $\ell$ . In all cases, the effective temperature is fixed to 28 000 K.

Frequency ( $\mu\text{Hz}$ )	Period (s)	Strong constraints		Weak constraints		No constraints	
		$\ell$	$k$	$\ell$	$k$	$\ell$	$k$
2807.46	356.194	0	0	0	0	<b>2</b>	0
2824.79	354.008	1	1	1	1	<b>0</b>	<b>0</b>
2855.75	350.171	2	1	2	1	<b>4</b>	<b>0</b>
3775.12	264.892	0	2	0	2	0	2
3791.67	263.736	4	2	4	2	4	2
3824.91	261.444	1	3	1	3	1	3
3944.55	253.514	2	3	2	3	2	3
4644.88	215.291	1	4	1	4	1	4
4664.74	214.374	2	4	2	4	2	4
4964.50	201.430	1	5	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>4</b>
$S^2$		0.290		0.249		0.166	
$\log g$		5.382		5.383		5.385	
$M_*/M_\odot$		0.430		0.432		0.432	
$\log(M_{\text{env}}/M_*)$		-4.92		-4.89		-4.86	

still within  $\Delta S_{1\sigma}^2$  of the solution obtained with the weak constraints. Most remarkably, however, the solution led to a seismic model with  $\log g = 5.385$ ,  $\log q(\text{H}) = -4.96$  and  $M_* = 0.432 M_\odot$ , virtually the same as that inferred in our first experiment! There cannot be more convincing demonstration of the robustness of the inferred seismic solution against uncertainties in mode identification.

Table 2 lists the frequencies and periods of the ten observed modes of interest in BAL 0901 (first two columns), along with the complete mode identifications (i.e., in terms of the degree index  $\ell$  and of the radial order  $k$ ) inferred in each of our three numerical experiments. The primary structural parameters of the optimal model derived in these experiments are also listed in the lower half of the table. By construction, the values of  $\ell$  have been fixed in advance in our exercise involving strong constraints. Only the  $k$  values were thus derived from the optimization procedure, and those are reported in the first group of two columns pertaining to mode identification. In comparison, by imposing looser constraints on  $\ell$  obtained from the formal solution of the multicolor analysis (see Table 1, third column), we obtained the results given in the second group of two columns. It is interesting to point out that the optimization procedure in this case led naturally to the value of  $\ell = 0$  (1, 2, 1, 2) for the mode with a period of 264.892 (261.444, 253.514, 215.291, 214.374) s given the a priori choice between  $\ell = 0$  or 1 (1 or 2, 1 or 2, 0 or 1, 1 or 2). These derived values are exactly the same as those used in the strong constraints experiment. Given the same values of  $\ell$ , it follows that the optimization procedure also leads to the same values of  $k$  in order to match the same set of periods. Only the mode with a period of 201.430 s in our reference experiment is assigned a different  $\ell$  (and  $k$ ) identification compared to the strong constraints exercise as indicated by the boldface characters in the second group of two columns presented in Table 2. In that case, multicolor photometry allowed the possible partial identification  $\ell = 0, 1$ , or 2 for that mode, and the optimization process operating during the weak constraints experiment led to the final identification  $\ell = 0, k = 4$ , as compared to  $\ell = 1, k = 5$  in the strong constraints analysis. It should be pointed out, in this context, that the 201.430 s mode is the smallest amplitude mode for which useful partial mode discrimination could

be carried out on the basis of the multicolor data set described by Charpinet et al. (2008).

The results of the no a priori  $\ell$  identification experiment (the third group of two columns in Table 2) are even more interesting. We first point out that for six modes out of ten, the *derived*  $\ell$  and  $k$  identifications are the *same* as those of the two previous experiments, thus insuring automatically, but after the fact, consistency with the constraints imposed by multicolor photometry. At the same time, the four modes identified by boldface characters are, on the contrary, in clear conflict with the results of multicolor photometry. In particular, the 356.194 s pulsation is the largest amplitude mode observed in BAL 0901, it is a singlet, and it has been formally identified as a radial mode. There can be no doubt as to its  $\ell = 0$  nature (see Charpinet et al. 2008). Likewise, the 354.008 s mode is the central component of a triplet that has also been formally identified as a dipole mode. And the 350.171 s pulsation is the central component of a multiplet formally identified through multicolor photometry as a quadrupole mode. Hence, at face value, the seismic model derived in this asteroseismological exercise should be rejected because it does not pass the test provided by independent multicolor photometric measurements. It is this model that we would have retained in the absence of external constraints provided by the multicolor data, as we did in all our previous analyses of other pulsating EC 14026 stars. Yet, Table 2 also reveals that this model is perfectly acceptable. It is, in fact, practically indistinguishable from our best formal seismic model, that is the one derived in the course of our reference experiment involving weak a priori constraints.

This state of affairs may seem somewhat surprising at first sight, but it finds a logical explanation in how  $p$ -mode pulsation spectra are organized in sdB stars. Indeed,  $p$ -modes of different  $\ell$  indices but with the same values of  $k$  ( $k + 1$  for dipole modes) tend to have comparable periods in sdB star models. For instance, the  $k = 0, \ell = 0, 2$  and  $k = 1, \ell = 1$  modes shown in Table 3 have periods of 353.89, 353.43, and 357.63 s, respectively. These 3 modes of differing  $\ell$ -degrees therefore occupy a narrow interval which half-size,  $\sim 2.1$  s or  $\sim 0.59\%$  is comparable to the actual accuracy of the optimal model at the level of the period fit (see Table 3 and Sect. 3.3). Hence, even if the optimization procedure zooms in on a particular model mode with given  $\ell$  and  $k$ , it is possible, even probable in several cases as our models are far from perfect, that the corresponding mode in the real star with a comparable period (e.g., the observed period at 356.194 s) has a different  $\ell$  value (but the same  $k$  or  $k + 1$  index). This situation has been encountered before and briefly commented on by Brassard & Fontaine (2008) in their study reporting on the first results obtained with their so-called third generation models. Briefly, Brassard & Fontaine (2008) reanalyzed a set of ten observed periods in the EC 14026 pulsator PG 0014+067 with the help of improved models. That star had been the subject of a first study by Brassard et al. (2001). Most interestingly, Brassard & Fontaine (2008) found essentially the same optimal seismic solution found earlier, but the mode identification (the  $\ell$  indices) was only partially recovered. The bunching of the periods of modes with different  $\ell$  indices and with the same values of  $k$  was proposed as an explanation, and we emphasize the same idea here.

The most interesting and significant result coming out of our numerical experiments is that the way we derive our seismic models is a very robust method that has proven to be quite insensitive to a priori partial mode identification. Hence, some misidentifications of the  $\ell$  values of some modes can sometimes occur in our procedure, but this has hardly any practical consequences, at the presently achieved level of accuracy, on the

**Table 3.** Mode identification derived from asteroseismology and details of the fit. This corresponds to the optimal model derived using the weak constraints from multicolor photometry. The average properties of the fit are:  $\overline{\Delta P/P} \approx 0.59\%$ ,  $\overline{\Delta P} \approx 1.47\text{s}$ ,  $\overline{\Delta\nu} \approx 24.2\ \mu\text{Hz}$ .

$\ell$	$k$	$P_{\text{obs}}$ (s)	$P_{\text{th}}$ (s)	$\sigma_I$ (rad/s)	$\log E$ (erg)	$C_{kl}$	$\Delta P/P$ (%)	$\Delta P$ (s)	Constraints
0	5	...	172.8235	$+1.415 \times 10^{-4}$ (S)	39.662	...	...	...	
0	4	201.4300	202.8432	$+2.164 \times 10^{-5}$ (S)	40.078	...	-0.7016	-1.4132	$\ell = 0, \underline{1}, 2$
0	3	...	223.2115	$-3.735 \times 10^{-6}$ (U)	40.473	...	...	...	
0	2	264.8920	265.8604	$-2.179 \times 10^{-5}$ (U)	40.460	...	-0.3656	-0.9684	$\ell = \underline{0}, 1$
0	1	...	301.2893	$-1.008 \times 10^{-6}$ (U)	41.847	...	...	...	
0	0	356.1940	353.8904	$-3.742 \times 10^{-6}$ (U)	41.226	...	+0.6467	+2.3036	$\ell = \underline{0}$
1	5	...	198.4887	$+2.468 \times 10^{-5}$ (S)	40.131	0.01438	...	...	
1	4	215.2910	217.9768	$-8.867 \times 10^{-7}$ (U)	40.279	0.01473	-1.2475	-2.6858	$\ell = 0, \underline{1}$
1	3	261.4440	263.8016	$-2.121 \times 10^{-5}$ (U)	40.459	0.01499	-0.9018	-2.3576	$\ell = \underline{1}, 2$
1	2	...	290.3820	$-2.159 \times 10^{-6}$ (U)	41.500	0.03321	...	...	
1	1	354.0080	353.4284	$-3.767 \times 10^{-6}$ (U)	41.220	0.01991	+0.1637	+0.5796	$\ell = \underline{1}$
2	5	...	189.1489	$+3.295 \times 10^{-5}$ (S)	40.161	0.03841	...	...	
2	4	214.3740	211.8767	$+7.486 \times 10^{-6}$ (S)	40.099	0.02231	+1.1649	+2.4973	$\ell = 1, \underline{2}$
2	3	253.5140	253.0446	$-1.053 \times 10^{-5}$ (U)	40.675	0.08081	+0.1851	+0.4694	$\ell = 1, \underline{2}$
2	2	...	272.3957	$-1.381 \times 10^{-5}$ (U)	40.664	0.05139	...	...	
2	1	350.1710	349.4887	$-2.866 \times 10^{-6}$ (U)	41.321	0.12218	+0.1948	+0.6823	$\ell = \underline{2}$
2	0	...	357.6339	$-1.014 \times 10^{-6}$ (U)	41.717	0.20566	...	...	
4	5	...	172.5637	$+1.359 \times 10^{-4}$ (S)	39.675	0.02963	...	...	
4	4	...	202.2717	$+2.414 \times 10^{-5}$ (S)	40.043	0.03480	...	...	
4	3	...	224.2660	$-3.799 \times 10^{-6}$ (U)	40.524	0.06699	...	...	
4	2	263.7360	264.5251	$-2.110 \times 10^{-5}$ (U)	40.451	0.02194	-0.2992	-0.7891	$\ell = \underline{4}$
4	1	...	313.1030	$-7.663 \times 10^{-7}$ (U)	41.940	0.13641	...	...	
4	0	...	350.8482	$-3.550 \times 10^{-6}$ (U)	41.211	0.02043	...	...	

derived structural parameters of a pulsator, the ultimate results that can come out of asteroseismology in our view. At first sight, this somewhat diminishes the impact and interest of using empirical identification techniques that provide information on the degree  $\ell$ , from multicolor photometry, and possibly  $\ell$  and  $m$ , from time-resolved spectroscopy, while radial orders  $k$  remain unspecified. We can also envision, however, that such misidentifications between modes having close periods will tend to disappear, as our long term efforts to improve the modeling of these stars by seeking more accurate fits of the observed periods progress. At that increased level of accuracy, we expect that constraints derived from independent mode identification techniques will play an important role in guiding our efforts toward the development of more physically accurate models for these stars.

### 3.3. Period fit and mode identification

In what follows, we retain the seismic model derived from our reference experiment, the one based on weak constraints and which is, therefore, fully compatible with the formal results obtained in the multicolor analysis of Charpinet et al. (2008). For this model, we find that the relative mean dispersion  $\overline{\Delta P/P}$  between the ten observed and ten assigned model periods is equal to 0.59%. On an absolute scale, this corresponds to a mean value  $\overline{\Delta P}$  of 1.47 s (or, equivalently, to a value  $\overline{\Delta\nu}$  of 24.2  $\mu\text{Hz}$ ). That sort of quality of the period fit is typical of that achieved in the asteroseismological analyses carried out so far on short-period sdB pulsators. Although quite good by general asteroseismological standards, the period match is far from perfect, and this reflects no doubt some inadequacies in our equilibrium models which could, admittedly, be improved. The work on “third

generation” models reported by Brassard & Fontaine (2008), for instance, is a step in that direction.

Table 3 provides the specific assignment of each of the ten observed periods  $P_{\text{obs}}$  to ten theoretical values  $P_{\text{th}}$  belonging to the model period spectrum. Along with the degree  $\ell$  and radial order  $k$  of the theoretical modes, the table also lists the stability coefficient  $\sigma_I$ , the logarithm of the kinetic energy  $\log E$ , and the dimensionless first-order solid rotation coefficient  $C_{kl}$ . Note that the symbol (S) in the stability coefficient column stands for a stable (damped) pulsation mode, while (U) stands for an unstable (excited) one. The table also gives the relative and absolute differences in period for each pair ( $P_{\text{obs}}, P_{\text{th}}$ ). Finally, the last column recalls the results of the multicolor photometry of Charpinet et al. (2008); the underlined value of  $\ell$  indicates the best  $\chi^2$  solution (strong constraints).

As can be seen from the table, the ten periods that we retained in our analysis are identified with radial ( $\ell = 0$ ) and non-radial ( $\ell = 1 - 4$ )  $p$ -modes of low radial order ( $k = 0 - 4$ ). In this, BAL 0901 is no exception compared to what was found previously in other short-period sdB pulsators. All but two of the observed modes are predicted to be excited (negative values of  $\sigma_I$  in Table 3) by the  $\kappa$ -mechanism produced by the radiative levitation of iron according to our nonadiabatic calculations. The two exceptions, the 201.430 s and 214.374 s pulsations, fall just outside the predicted band of unstable periods for that model. They should not cause great concern because small imperfections in the model, which is very close to the red edge of the theoretical instability strip, could very well be at the origin of this effect. The two modes are indeed only marginally stable, with small positive values of  $\sigma_I$  compared to those of other stable modes. Alternatively, it may be that our estimate of the effective

temperature of BAL 0901 is slightly too low. For instance, an increase of  $T_{\text{eff}}$  by  $\sim 500$  K is sufficient to excite the two recalcitrant modes in the hotter model.

We recall, in this context, the discussion of Charpinet et al. (2005b) concerning the existence of possible degenerate solutions within the framework of our approach, particularly a degenerate relationship in the  $S^2$  hyperspace between the effective temperature and the total mass of sdB models. This is why an independent constraint on  $T_{\text{eff}}$  imposed by spectroscopy can be so useful, as such degeneracy between possible solutions can then be lifted. Given the uncertainties on the spectroscopic solution associated with the presence of metals in its atmosphere, it could very well be the case that the true temperature of BAL 0901 is closer to 28 500 K than the 28 000 K value that we used in our asteroseismological exercises. This would solve the “driving problem” discussed just above for the 201.430 s and 214.374 s modes. Beyond that, we explicitly checked, with the help of test calculations carried out with fixed effective temperatures in the relatively wide interval  $28\,000 \pm 1200$  K, how the inferred seismic solutions would behave. Quite interestingly here, we found that the total mass would increase by some  $0.03 M_{\odot}$  in going from  $T_{\text{eff}} = 26\,800$  K to  $T_{\text{eff}} = 29\,200$  K, a quite modest variation. At the same time, the other primary quantities ( $\log g$ , and  $\log q(\text{H})$ ) were found to be essentially unchanged.

Another point of interest related to the mode identification presented in Table 3 is about the distribution of the observed modes in relation to the model spectrum. As in several other cases analyzed in the past, we find that the observed period distribution in BAL 0901 appears to have “holes” in it. Indeed, one can legitimately raise the question of where are the 223.2 s ( $\ell = 0, k = 3$ ), 301.2 s ( $\ell = 0, k = 1$ ), 290.3 s ( $\ell = 1, k = 2$ ), 272.3 s ( $\ell = 2, k = 2$ ), and the other modes that are predicted to be unstable? We do not know the answer to that question. Again, we emphasize that this phenomenon has been observed in several other EC 14026 stars for which detailed asteroseismological analyses have been conducted. We can only speculate that either 1) the missing modes are excited in the real pulsator, but at amplitude levels below the detection threshold<sup>3</sup>, or 2) some nonlinear effects determine how the available pulsational energy gets actually distributed among the many potentially excited modes.

We finally point out that there are many more modes detected in BAL 0901 than the ten  $m = 0$  components that we used in this work. However, no useful constraints from multicolor photometry were obtained for these low-amplitude modes. A majority of these extra pulsations are nonlinear combinations of the ten dominant modes, but there are also several genuine modes with very long periods corresponding to mid-order  $g$ -modes. We are looking forward to exploit the asteroseismological information contained in these  $g$ -modes, as this will provide a welcome opportunity to refine further our seismic model of BAL 0901. This will have to wait the complete availability of improved models, however, as the current ones are not suitable for precise computations of the periods of  $g$ -modes (see, e.g., Randall et al. 2006a).

### 3.4. Structural parameters of BAL 0901

The three distinct asteroseismological exercises that we carried out led to almost identical sets of derived parameters, with no significant differences between them. In the following, however,

<sup>3</sup> For instance, the multisite campaign reported by Pereira et al. (2008) has revealed, among others, a low amplitude pulsation with a period of 276.102 s [their  $f_{25}$  mode] which, perhaps, could be associated with the 272.3 s theoretical mode with  $\ell = 2$  and  $k = 2$  in Table 3.

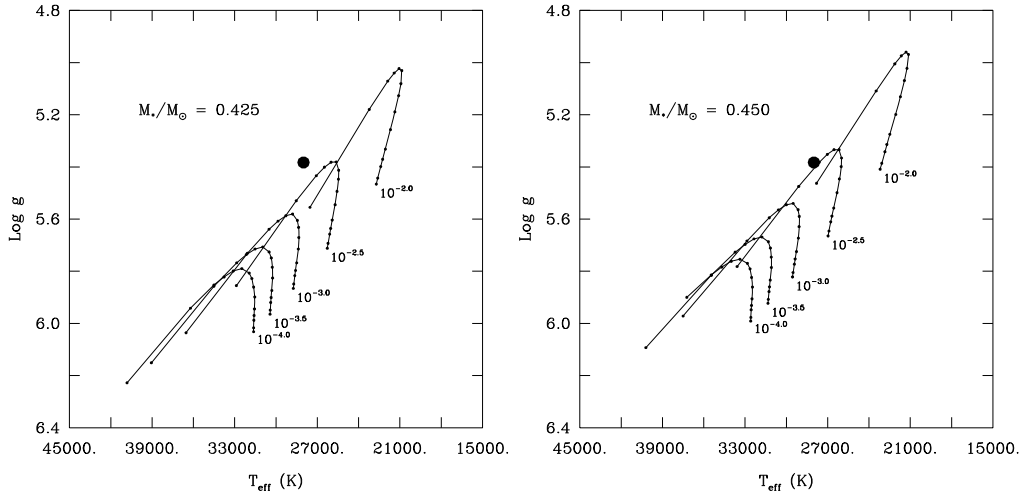
**Table 4.** Inferred properties of BAL 0901 ( $V = 12.1 \pm 0.1$ ).

Quantity	Estimated value
$T_{\text{eff}}$ (K)	$28000 \pm 1200$
$\log g$	$5.383 \pm 0.004$
$M_*/M_{\odot}$	$0.432 \pm 0.015$
$\log(M_{\text{env}}/M_*)$	$-4.89 \pm 0.14$
$R/R_{\odot}(M_*, g)$	$0.221 \pm 0.005$
$L/L_{\odot}(T_{\text{eff}}, R)$	$27.2 \pm 6.5$
$M_V(g, T_{\text{eff}}, M_*)$	$4.02 \pm 0.14$
$d(V, M_V)$ (pc)	$412 \pm 45$
$P_{\text{rot}}$ (d)	$7.02 \pm 0.85$
$V_{\text{eq}}(P_{\text{rot}}, R)$ (km s <sup>-1</sup> )	$1.59 \pm 0.23$

we specifically adopt the formal seismic solution obtained in our reference experiment. This optimal model, identified in Sect. 3.2, leads to the determination of the fundamental parameters that define the structure of BAL 0901 as summarized in Table 4. The three primary quantities that are naturally derived from the asteroseismic procedure are the surface gravity  $\log g$ , the hydrogen-rich envelope mass  $\log(M_{\text{env}}/M_*)$ , and the stellar mass  $M_*$ , whereas the fourth one, the effective temperature  $T_{\text{eff}}$ , is obtained from spectroscopy (see discussion above). A set of secondary parameters then follows from the values obtained for the primary quantities: the stellar radius  $R$  (as a function of  $M_*$  and  $g$ ), the luminosity  $L$  (as a function of  $T_{\text{eff}}$  and  $R$ ), the absolute magnitude  $M_V$  (as a function of  $g$ ,  $T_{\text{eff}}$ , and  $M_*$  in conjunction with the use of a detailed model atmosphere), and the distance from Earth  $d$  (as a function of  $V$  and  $M_V$ ). Estimates of the  $1\sigma$  (internal) errors associated with the primary quantities are calculated following the recipe described in detail by Brassard et al. (2001) and Charpinet et al. (2005a). These errors are represented in Fig. 2 by white dashed contours (1, 2, and  $3\sigma$  limits) around the solution indicated by the yellow mark. The rotation period of BAL 0901 can also be determined from the interpretation of the regular frequency spacings present in its pulsation spectrum (the multiplet structures briefly referred to above), assumed to be caused by rotational splitting. Treated as a first-order perturbation (which is fully justified in the case of a slow rotator like BAL 0901), and assuming solid body behavior, rotation leads to a period given by,

$$P_{\text{rot}} = \frac{1 - C_{kl}}{\Delta\nu_{kl}} \quad (2)$$

where  $\Delta\nu_{kl}$  is the frequency spacing (Hz),  $P_{\text{rot}}$  is the rotation period (s), and  $C_{kl}$  is the dimensionless first-order rotation coefficient (see Table 3). Baran et al. (2005), from observations gathered over a one month timebase, determined a mean frequency spacing of about  $\overline{\Delta\nu} = 1.58 \mu\text{Hz}$  with a standard deviation of  $\sigma(\Delta\nu) \simeq 0.12 \mu\text{Hz}$ . In comparison, the multisite campaign of August 2005 reported on by Pereira et al. (2008) was more limited in frequency resolution and spacings less than  $\sim 2 \mu\text{Hz}$  could not be established with accuracy, although there were obvious numerous close frequencies, preferentially distributed at even multiples of  $\overline{\Delta\nu}$ . For our present needs, we thus adopted the results of Baran et al. (2005). On the theory side, we can compute an average value of the quantity  $\overline{D} \equiv \overline{1 - C_{kl}} = 0.958 \pm 0.042$ . Using these average values in Equation (2), a rotation period of  $P_{\text{rot}} = 7.02 \pm 0.85$  days is derived. Finally, the rotation period combined with the asteroseismic estimate of the star radius leads to the determination of the equatorial rotation velocity  $V_{\text{eq}} = 2\pi R/P_{\text{rot}} = 1.59 \pm 0.23 \text{ km s}^{-1}$ . To our knowledge, there



**Fig. 3.** *Left panel:* location of BAL 0901 (large dot) in the  $\log g - T_{\text{eff}}$  diagram in comparison to the predictions of families of core helium-burning models with the same total mass  $M_*/M_\odot = 0.425$ , but with different values of the outer hydrogen layer mass  $\log(M_{\text{env}}/M_*)$  from  $-2.0$  to  $-4.0$ . *Right panel:* similar, but for families of models with a total mass of  $M_*/M_\odot = 0.450$ .

exists as yet no accurate spectroscopic measurement of  $V_{\text{eq}} \sin i$  that could be used to infer or constrain the inclination of the pulsation/rotation axis of BAL 0901 with respect to the line of sight.

The structural parameters obtained for BAL 0901 are of special interest concerning the total mass and the hydrogen-rich envelope mass, two quantities that can not be derived using other means in this apparently single star. The total mass inferred lies somewhat below the canonical model value of  $\sim 0.47 M_\odot$ , but still well within the various mass distributions expected for sdB stars, either from single star evolution (D’Cruz et al. 1996) or from several scenarios of binary evolution (Han et al. 2002, 2003). We recall here that our search domain for the total mass covered a very wide range of values for sdB stars, from 0.3 to  $0.7 M_\odot$ , following the recommendation of these last authors. We also point out that BAL 0901 does not show any clear evidence of a possible companion: the measured radial velocity variations in the spectra are completely dominated by the main pulsation mode according to Telting & Østensen (2006), and there is no spectroscopic signature of a cooler companion in the optical spectrum. In addition, the data from the 2MASS project reveal a  $J-H$  index in the range from  $-0.103$  to  $-0.163$ , and a  $J-K$  index in the range from  $-0.159$  to  $-0.229$ . Our detailed model atmosphere for BAL 0901 used in the determination of  $M_V$  above reveals, for its part, theoretical color indices of  $J-H = -0.111$  and  $J-K = -0.210$ . Those are perfectly consistent with, and reinforce, the idea of a single star. Of course, if BAL 0901 had a faint white dwarf companion, its optical spectrum and infrared color indices would not be affected by its presence, but one would expect such a system to form a close binary with a relatively short orbital period that would leave a strong radial velocity signature, which has not been observed.

A most interesting result emerges from our seismic solution concerning the evolutionary status of BAL 0901. From its location in the  $\log g - T_{\text{eff}}$  diagram as obtained by spectroscopy, there is already a hint that BAL 0901 is likely to be in a phase beyond the Terminal Age Extreme Horizontal Branch (TAEHB): its surface gravity being relatively small for a typical sdB with  $T_{\text{eff}} = 28\,000$  K. This suggestion is very strongly reinforced in the light of our seismic solution which reveals that the

combination of the four primary parameters derived in our analysis is incompatible with the idea that BAL 0901 is currently burning helium in its center. This is best demonstrated with the help of Fig. 3, which compares the actual location of BAL 0901 in the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane with those of families of core helium-burning models with different assumed hydrogen-rich envelope masses. We picked the values of the total mass  $M_*/M_\odot = 0.425$  and  $0.450$  (left and right panel of Figure TAEHB, respectively) in order to sandwich our asteroseismologically determined value of  $M_*/M_\odot = 0.432$ . The models illustrated belong to the so-called third generation (see Brassard & Fontaine 2008) and cover only the core helium-burning phase, from the ZAEHB to near the TAEHB. These models incorporate a variable and nonuniform iron abundance profile as obtained from the assumption of diffusive equilibrium between radiative levitation and gravitational settling. From the results shown in Fig. 3, it is easily seen that our argument in favor of the idea that BAL 0901 is in a post-TAEHB phase strongly hinges on the fact that our derived value of the hydrogen layer mass,  $\log(M_{\text{env}}/M_*) = -4.89$ , is unusually small. If this estimate is correct, then there is no way to account for BAL 0901 as a core helium-burning object, as can be obviously inferred from the figure.

An additional independent argument further reinforces this conclusion. As part of the ongoing effort to adapt our forward modeling approach to the third generation equilibrium structures, huge grids of stellar models are being computed, and several millions of them are already available. As briefly alluded to above, it should be emphasized that these models currently cover *only* the core helium-burning phase of the evolution of sdB stars; they do not extend to the shell-burning phase and beyond. Using the adiabatic approximation (which is amply sufficient to compute accurate periods in the present context), we pulsated all of the numerous available third generation models in search of the one that would provide the best period match to the set of ten periods observed in BAL 0901 as used in this paper. Of course, only models compatible with the spectroscopic constraints on  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$  were eventually retained, and we used the *a priori* approach with respect to mode identification, thus allowing the observed modes to belong to  $\ell$  index values of 0, 1, 2,



or 4. Contrary to the case of the pulsating EC 14026 star PG 0014+067 for example (and see Brassard & Fontaine 2008), we could not find a single model that would provide a satisfactory fit to the observed periods. In the best case, the merit function  $S^2$  ended up a huge factor of five larger than the value  $S^2 \approx 0.249$  derived previously in our reference study above. We conclude from this, and this conclusion is very strong in our view, that BAL 0901 cannot be currently burning helium in its center. It is then most likely in a post-TAEHB phase.

The set of model parameters that best explains the observed period structure of BAL 0901 remains that given in Table 4, including the low value of the hydrogen envelope mass. How to “make” a sdB star with such a thin envelope given the values of its effective temperature, surface gravity, and total mass, is a question whose answer currently eludes us. At this stage, we can only speculate and hope that our results might stimulate other researchers. We point out, for instance, that Feige 48 at  $\log g = 5.46$  and  $T_{\text{eff}} = 29\,580$  K, is not very far from BAL 0901 in the  $\log g - T_{\text{eff}}$  diagram, near the common boundary between the EC 14026 domain and the domain where long-period pulsators are found (see, e.g., Fig. 2 of Fontaine et al. 2006). However, the asteroseismic analysis of Van Grootel et al. (2008) has revealed that the hydrogen layer mass in Feige 48 is “normal” at a value of  $\log(M_{\text{env}}/M_*) = -2.52$  which, combined to its values of  $\log g$ ,  $T_{\text{eff}}$ , and  $M_*$ , suggests a core helium-burning object. So, could it be that the change of phase, from post-ZAEHB object in the case of Feige 48 to post-TAEHB star for BAL 0901 has something to do with the fact that the latter pulsates in both short- and long-period modes, while the former shows only short-period pulsations? Clearly, detailed asteroseismological studies of the two other known hybrid pulsators, HS 0702+6043 and HS 2201+2610, become particularly justified in this context.

We may also speculate about the effects of a stellar wind on the structure of sdB stars. According to Fontaine & Chayer (1997) (and see also Unglaub & Bues 2001), a wind of order  $10^{-14}$ – $10^{-13} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  is necessary to maintain the helium abundances at their observed levels in the atmospheres of sdB stars. Otherwise, without the competing effect of the wind against gravitational settling, only very small traces of helium, much smaller in fact than those generally observed, could remain in such atmospheres via radiative levitation. If BAL 0901 is really a post-TAEHB as we propose, it must have lived at least  $10^8$  yr as a sdB star in the post-ZAEHB phase. Assuming that a typical wind of  $10^{-14}$ – $10^{-13} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  has operated on the average during this relatively long period in the life of BAL 0901, then only a mass fraction of  $\log \Delta M/M_* \approx -5.6$  to  $-4.6$  could have been lost in the post-ZAEHB phase, much too small to have thinned down significantly a hydrogen layer containing, say,  $\log(M_{\text{env}}/M_*) \approx -2.5$ . So, could it be instead that mass loss becomes much more important immediately following core helium exhaustion, when instabilities associated with shell helium burning set in? In this way, one could envision a post-TAEHB phase during which the outer hydrogen layer rapidly thins down. We suggest that, perhaps, this has been the recent fate of BAL 0901.

#### 4. Summary and conclusion

This paper reported on a detailed asteroseismological analysis of BAL 0901, the brightest of the known pulsating sdB stars, and one that exhibits large amplitudes for its dominant modes. Because of these, BAL 0901 has been extensively studied over the last few years, including a very successful run carried out at the Canada-France-Hawaii Telescope to pin down or constrain

the  $\ell$  index of several pulsation modes through multicolor (*UBV*) photometry (see Charpinet et al. 2008). That study led to the partial identification of some ten independent pulsation modes, a number comparable to those used in previous asteroseismic analyses of other pulsating sdB stars. We took advantage of the availability of these results to test our approach to the asteroseismology of sdB stars through the forward method. This is based on a double optimization search technique that aims at finding the optimal model in parameter space, i.e., the one that best matches the observed periods with a set of computed periods. In our previous efforts, in the absence of constraints on the values of  $\ell$  for the observed modes, the search was carried out with no a priori assumptions as to the degree indices of the modes, except for some general considerations based on visibility arguments. In those cases, mode identification comes out naturally as a *byproduct* of the global fitting procedure. The independent constraints on the  $\ell$  values obtained from the multicolor analysis of Charpinet et al. (2008) opened up, for the first time in the sdB field, the possibility of testing our asteroseismic method at the level of mode identification, but also, and even more importantly from our point of view, at the level of the reliability and robustness of the stellar parameters that we derive in the process. In order to do that, we have repeated the optimization procedure three times, using various assumptions as to the values of the  $\ell$  indices of the ten retained modes in BAL 0901. Our reference experiment is based on what we called weak constraints on the  $\ell$  values, i.e., those corresponding to all the formally acceptable values that came out of the Charpinet et al. (2008) study. A second experiment used strong constraints, i.e., we assigned a priori a single value of  $\ell$  (the one giving the smallest  $\chi^2$  in those cases with multiply acceptable choices) to each of the ten modes under consideration. And finally, in a third experiment, we used no a priori constraints to mimic what has been done in all our previous asteroseismological analyses of pulsating sdB stars.

The results presented in this paper demonstrate beyond any doubt that the approach we have developed for the asteroseismology of sdB stars is sound and reliable. Indeed, the tests carried out are quite conclusive. Our most significant finding is that the asteroseismological solution (the optimal model) stands very robust, whether or not external constraints on the values of the degree  $\ell$  are used. Even though some modes may have been misidentified in  $\ell$  in the no a priori experiment, the optimal models that came out of the calculations turned out to be practically the same in all three exercises. This result, which may seem somewhat surprising at first sight, finds a natural explanation in the very structure of the *p*-mode pulsation spectra of sdB stars. In particular, modes with the same values of *k*, but different  $\ell$ 's, tend to bunch together in period, while they exhibit larger period spacings if they have different radial order indices *k*. Hence, it is easy to imagine that small inadequacies in models may lead the search algorithm – designed to minimize the merit function  $S^2$  – to pick a theoretical mode with, say,  $\ell$  and *k*, while the real mode has a very similar period and the same value of *k*, but another value of the degree index, for example  $\ell'$ . In that instance, the  $\ell$  identification would come out wrong, but the periods of the two modes are so similar that the merit function  $S^2$  would not have been seriously degraded had the algorithm picked the correct mode (with a period slightly worse than the one picked in comparison with the observed period). It therefore follows that the procedure leads to the same optimal model in practice, irrespective of possible small shortcomings in the models. This finding is far-reaching and can be applied retroactively to our previous analyses of pulsating sdB stars. In particular, the after-the-fact mode identifications that came out of these studies might

be wrong in some cases (in the  $\ell$  identification, not in  $k$ ), but the stellar parameters inferred for the various pulsators that were studied should be quite reliable. We conclude from this, that a priori partial mode identification (through multicolor photometry and/or time-series spectroscopy) does not necessarily constitute an indispensable ingredient, at least for the determination of the structural parameters of pulsating sdB stars at the level of accuracy that is currently achieved. These techniques shall not be abandoned, however, since they will still provide precious guidelines when the accuracy of the asteroseismic fits will improve, as we progress in this long term quest dedicated at clarifying further the physical description of sdB models.

A very important byproduct of our study has been the determination of the basic structural properties of Bal 0901 as summarized in our Table 4. These estimates represent the ultimate product of our approach which combines spectroscopy and asteroseismology. They are of very high intrinsic interest. We find, in particular, that BAL 0901 is unusual in that we uncovered strong evidence that it cannot currently be burning helium in its center and, therefore, is most likely a star in a very advanced phase of evolution, a post-TAEHB object. We cannot explain satisfactorily at this stage why BAL 0901 has apparently a rather thin outer hydrogen envelope. We offered a speculation involving a stellar wind, but we hope that other researchers can follow up on this or come up with other viable possibilities. We also wish to point out that BAL 0901 is now the 8th pulsating sdB star for which a detailed asteroseismological analysis has been successfully carried out. Although this is a slow process, the present work constitutes one more step in our quest to determine the empirical mass distribution of sdB stars through this technique. Finally, in concluding this discussion, we want to emphasize the fact that the asteroseismological story of BAL 0901 is far from being completely told. And indeed, it will be very interesting in the future to tap the information contained in the long-period  $g$ -modes that are also observed along with the short-period oscillations that we exploited in this paper. This will require the full availability of our third generation stellar models, further improved to also deal with the highly evolved post-TAEHB H/He shell burning phase.

*Acknowledgements.* This work was supported in part by the NSERC of Canada. G.F. also acknowledges the contribution of the Canada Research Chair Program. This work made extensive use of the computing facilities offered by the Calcul en Midi-Pyrénées (CALMIP) project and by the Centre Informatique National de l'Enseignement Supérieur (CINES), France. Experiments presented in this paper were also carried out using the Grid'5000 experimental testbed, an initiative from the French Ministry of Research through the ACI GRID incentive action, INRIA, CNRS and RENATER and other contributing partners (see <https://www.grid5000.fr>).

## References

- Baran, A., Pigulski, A., Koziel, D., et al. 2005, MNRAS, 360, 737  
 Baran, A., Oreiro, R., Pigulski, A., et al. 2006, Baltic Astron., 15, 227  
 Baran, A., Pigulski, A., & O'Toole, S. J. 2008, MNRAS, 385, 255

- Bixler, J. V., Bowyer, S., & Laget, M. 1991, A&A, 250, 370  
 Blanchette, J.-P., Chayer, P., Wesemael, F., et al. 2008, ApJ, in press  
 Brassard, P., & Fontaine, G. 2008, in Proc. Third Meeting on Hot Subdwarf Stars and related Objects, ASPC, ed. U. Heber, R. Napiwotzki, & C. S. Jeffery, in press  
 Brassard, P., Pelletier, C., Fontaine, G., & Wesemael, F. 1992, ApJS, 80, 725  
 Brassard, P., Fontaine, G., Billères, M., et al. 2001, ApJ, 563, 1013  
 Brown, T. M., Ferguson, H. C., Davidsen, A. F., & Dorman, B. 1997, ApJ, 482, 685  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman B. 1996, ApJ, 471, L103  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 1997, ApJ, 483, L123  
 Charpinet, S., Fontaine, G., & Brassard, P. 2001, PASP, 113, 775  
 Charpinet, S., Fontaine, G., & Brassard, P. 2003, in White Dwarfs, NATO ASIB Proc., 105, 69  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Green, E. M., & Chayer, P. 2005a, A&A, 437, 575  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2005b, A&A, 443, 251  
 Charpinet, S., Silvotti, R., Bonnano, A., et al. 2006, A&A, 459, 565  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2008, in Proc. Third Meeting on Hot Subdwarf Stars and related Objects, ASPC, ed. U. Heber, R. Napiwotzki, & C. S. Jeffery, in press  
 D'Cruz, N., Dorman, B., Rood, R. T., & O'Connell, R. W. 1996, ApJ, 466, 359  
 Dorman, B., Rood, R. T., & O'Connell, R. W. 1993, ApJ, 419, 596  
 Edelmann, H. 2003, Ph.D. thesis, Universität Erlangen-Nürnberg  
 Fontaine, G., & Brassard, P. 1994, in Stellar and Circumstellar Astrophysics, a 70th birthday celebration for K.-H. Böhm, & E. Böhm-Vitense, ASP Conf. Ser., 57, 195  
 Fontaine, G., & Chayer, P. 1997, in Third Conf. on Faint Blue Stars, ed. A. Philip, J. Liebert, & R. Saffer, Schenectady: Davis, 169  
 Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., et al. 2003, ApJ, 597, 518  
 Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., et al. 2006, in ESA SP-624  
 Green, E. M., Fontaine, G., Reed, M. D., et al. 2003, ApJ, 583, L31  
 Han, Z., Podsiadlowski, P., Maxted, P. F. L., Marsh, T. R., & Ivanova, N. 2002, MNRAS, 336, 449  
 Han, Z., Podsiadlowski, P., Maxted, P. F. L., & Marsh, T. R. 2003, MNRAS, 341, 669  
 Heber, U. 1986, A&A, 155, 33  
 Heber, U., Reid, I. N., & Werner, K. 2000, A&A, 363, 198  
 Jeffery, C. S., & Saio, H. 2006, MNRAS, 372, L48  
 Jeffery, C. S., & Saio, H. 2007, MNRAS, 378, 379  
 Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., & Stobie, R. S. 1997, MNRAS, 285, 640  
 Koen, C., O'Donoghue, D., Pollaco, D. L., & Nitta, A. 1998, MNRAS, 300, 1105  
 Lutz, R., Schuh, S., Silvotti, R., et al. 2008, in Proc. Third Meeting on Hot Subdwarf Stars and related Objects, ASPC, ed. U. Heber, R. Napiwotzki, & C. S. Jeffery, in press  
 Oreiro, R., Ulla, A., Pérez Hernández, F., et al. 2004, A&A, 418, 243  
 Oreiro, R., Pérez Hernández, F., Ulla, A., et al. 2005, A&A, 438, 257  
 Østensen, R., Telting, J., & Heber, U. 2007, CoAst, 150, 265  
 Pereira, C., Jeffery, C. S., Fontaine, G., et al. 2008, MNRAS, in prep.  
 Randall, S. K., Fontaine, G., Brassard, P., & Bergeron, P. 2005, ApJS, 161, 456  
 Randall, S. K., Green, E.M., Fontaine, G., et al. 2006a, ApJ, 645, 1464  
 Randall, S. K., Fontaine, G., Charpinet, S., et al. 2006b, ApJ, 648, 637  
 Randall, S. K., Green, E. M., Van Grootel, V., et al. 2007, A&A, 476, 1317  
 Saffer, R. A., Green, E. M., & Browsers, T. 2001, in 12th European Workshop on White Dwarfs, ed. J. L. Provencal, H. L. Shipman, J. MacDonald, & S. Goodchild, Astron. Soc. Pacific Conf. Ser., 226, 408  
 Schuh, S., Huber, J., & Dreizler 2006, A&A, 445, L31  
 Telting, J. H., & Østensen, R. 2006, A&A, 450, 1149  
 Tremblay, P. E., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2006, ApJS, 165, 551  
 Ulla, A., & Thejll, P. 1998, A&AS, 132, 1  
 Unglaub, K., & Bues, I. 2001, A&A, 374, 570  
 Van Grootel, V., Charpinet, S., Fontaine, G., & Brassard, P. 2008, A&A, 483, 875

## 3.2 Test sur les paramètres structuraux : PG 1336–018

### 3.2.1 PG 1336–018, un système binaire à éclipses abritant une étoile sdB pulsante

PG 1336–018, ou encore NY Virginis, est un système binaire à éclipses de la classe peu nombreuse des *HW Vir*, composés d'une étoile sdB et d'un compagnon de type M de la séquence principale en orbite très serrée. Contrairement aux autres membres connus de cette classe, l'étoile sdB de PG 1336–018 présente des pulsations à courtes périodes, découvertes par Kilkenny et al. (1998). L'étoile est devenue rapidement une cible prioritaire pour une campagne d'observation avec le réseau WET (Whole Earth Telescope), menée en avril 1999 pour une collecte totale de  $\sim 172$  h de données, dont un extrait de la courbe de lumière est présenté à la figure 3.4.

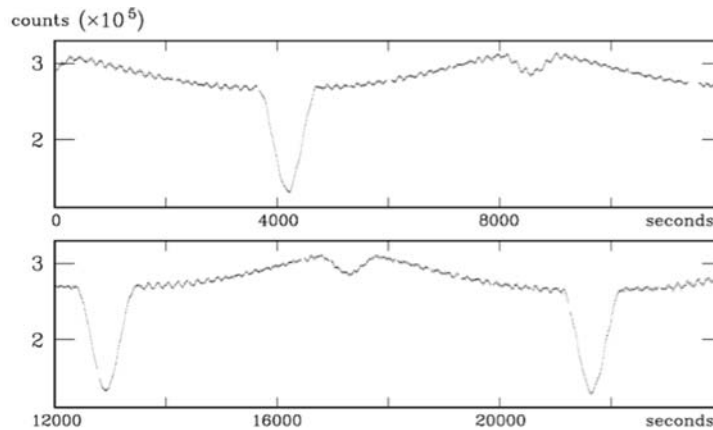


FIG. 3.4: Extrait de la courbe de lumière (campagne WET XCov17) du système PG 1336–018 incluant trois éclipses primaires et deux secondaires. Les pulsations de l'étoile sdB sont bien visibles, y compris durant les éclipses secondaires. Figure tirée de Kilkenny et al. (2003).

L'analyse fréquentielle menée par Kilkenny et al. (2003) révèle un spectre de pulsation relativement riche, où 25 périodes au moins sont identifiées et comprises dans l'intervalle 96 – 205 s. D'autre part, la période orbitale du système a pu être déterminée précisément, et est égale à  $P_{\text{orb}} = 2.42438$  h (Kilkenny et al. 2000). Pour donner une idée, cela correspond à une séparation orbitale d'environ cinq fois le rayon de l'étoile sdB. PG 1336–018 est ainsi un système extrêmement serré, et il est très probable que l'étoile sdB présente une rotation synchrone, c'est-à-dire qu'elle tourne comme un corps solide avec une période de rotation égale à la période orbitale.

### 3.2.2 Résolution du mouvement orbital (Vučković et al. 2007)

Certains paramètres stellaires comme la masse totale et le rayon peuvent être dérivés dans le cas d'un système à éclipses par la résolution du mouvement orbital, qui est une

technique totalement indépendante de l'évaluation par l'astérosismologie. Ce travail a été réalisé pour le système PG 1336–018 par Vučković et al. (2007) à partir de courbes de lumière obtenues en photométrie multi-couleur ( $u'g'r'$ ) avec le détecteur CCD ULTRACAM et de courbes de variations de vitesse radiale mesurées par le spectrographe UVES, les deux instruments étant installés sur les télescopes de 8.2-m du VLT au Chili.

La modélisation de la courbe de lumière à éclipses par Vučković et al. (2007) n'a pas permis de déterminer une solution orbitale unique pour le système PG 1336–018, à cause du nombre élevé de paramètres libres présentant de fortes corrélations. Trois familles de solutions d'égale probabilité reproduisent de façon satisfaisante le mouvement orbital, et indiquent des masses totales pour l'étoile sdB de  $0.389 \pm 0.005 M_{\odot}$ ,  $0.466 \pm 0.006 M_{\odot}$  ou  $0.530 \pm 0.007 M_{\odot}$ . Les rayons de l'étoile sdB sont quant à eux pratiquement identiques pour les trois solutions, avec  $R_{*} = 0.14 \pm 0.01 R_{\odot}$  pour le modèle I et  $R_{*} = 0.15 \pm 0.01 R_{\odot}$  pour les modèles II et III.

### 3.2.3 Synthèse des résultats et publication

Avec au moins 25 périodes observées, PG 1336–018 <sup>2</sup> exhibe un spectre de pulsation relativement riche, qui s'explique naturellement par la rotation rapide de l'étoile levant la dégénérescence des fréquences propres selon l'ordre azimutal  $m$  (voir chapitre 1). Dans un premier temps, l'étoile sdB est supposée en rotation synchrone avec son compagnon par l'action des forces de marée, et présente ainsi une rotation solide de période  $P_{\text{rot}} = 2.42438$  h. D'après l'équation (1.54) et en négligeant le terme  $C_{\text{rot}}$  (typiquement inférieur à  $\lesssim 0.10$  pour les modes p), l'écart en fréquence entre multiplets d'un même mode propre est d'environ  $\sim 114 \mu\text{Hz}$ . Ceci est suffisamment élevé pour que les multiplets des différents modes se "mélangent" dans le domaine fréquentiel, détruisant la signature habituelle et claire de la rotation sur le spectre de pulsation. En considérant l'influence du terme  $C_{\text{rot}}$  et plus grave encore les effets d'ordre supérieur brisant la symétrie en fréquence des multiplets d'un même mode, il devient absolument impossible d'identifier a priori les modes centraux  $m = 0$  par simple examen du spectre de pulsation. La stratégie pour mener l'étude astérosismologique objectivement est alors d'introduire les effets de la rotation sur les pulsations stellaires directement dans la procédure d'optimisation, de manière à obtenir le spectre complet  $(k, l, m)$  des modes théoriques à comparer à l'ensemble des 25 périodes observées dans PG 1336–018. Ceci est désormais possible avec les outils que j'ai développés au début de la thèse (voir section 2.3.2) et sans lesquels il est tout simplement impossible d'étudier une étoile en rotation rapide comme PG 1336–018.

L'analyse astérosismologique en supposant une rotation synchrone est menée dans un espace des paramètres à quatre dimensions – température effective  $T_{\text{eff}}$ , gravité de surface  $\log g$ , épaisseur de l'enveloppe d'hydrogène  $\log q(\text{H})$  et masse totale  $M_{*}$  – dont les frontières comme habituellement encadrent largement les estimations spectroscopiques pour  $T_{\text{eff}}$  et  $\log g$ , et se basent sur des considérations théoriques pour  $\log q(\text{H})$  et  $M_{*}$ . La procé-

---

<sup>2</sup>C'est de l'étoile sdB qu'il s'agit désormais lorsque nous parlons de "PG 1336–018" sans précision supplémentaire.

de dure d'optimisation permet d'identifier plusieurs familles de solutions astérosismologiques potentielles de minima comparables, révélant une topologie complexe de la fonction de mérite  $S^2$ . Il est dès lors nécessaire pour isoler la solution la plus intéressante de faire appel à des contraintes supplémentaires, fournies par les estimations spectroscopiques, ainsi qu'à des considérations statistiques basées sur la visibilité des modes de pulsation (la discussion complète est menée dans la publication). Émerge ainsi une solution astérosismologique présentant une consistance interne complète à tout point de vue, ce qui en fait le modèle préféré pour l'étoile sdB PG 1336–018. Ce modèle, dont la fonction de mérite est  $S^2 \simeq 1.89$ , correspond à un excellent ajustement entre périodes théoriques et observées avec une dispersion moyenne  $\overline{\Delta P/P} \simeq 0.17\%$ .

Les paramètres structuraux de la solution retenue pour l'étoile PG 1336–018 présentent une température effective  $T_{\text{eff}} = 32\,740 \pm 400$  K, une gravité de surface  $\log g = 5.739 \pm 0.002$ , une masse de l'enveloppe  $\log(M_{\text{env}}/M_*) = -4.54 \pm 0.07$  et une masse totale  $M_*/M_\odot = 0.459 \pm 0.005$ . Ces paramètres primaires permettent de dériver, entre autres, le rayon de l'étoile  $R_*/R_\odot = 0.151 \pm 0.001$ . Une très forte convergence apparaît, dans les limites  $1\text{-}\sigma$  respectives, entre la solution astérosismologique et le modèle II de Vučković et al. (2007) obtenu par la résolution du mouvement orbital, présentant une masse totale de  $0.466 \pm 0.006 M_\odot$  et un rayon de  $0.15 \pm 0.01 R_\odot$  pour l'étoile sdB. Rappelons que les deux techniques sont complètement indépendantes, et un calcul statistique simplifié avec l'ordre de grandeur des erreurs montre que, dans l'intervalle de masse considéré, il existe moins de 5% de probabilité que cette convergence soit le fruit du hasard. Le test fondamental fourni par le cas unique de PG 1336–018 démontre ainsi la validité de la méthode directe pour déterminer les paramètres structuraux, en particulier la masse totale, de l'étoile considérée.

L'hypothèse de rotation synchrone posée jusqu'ici, où l'étoile tourne comme un corps solide avec une période de rotation égale à la période orbitale, est ensuite levée et la dynamique interne de PG 1336–018 est sondée avec les outils développés pour l'étude de la rotation stellaire décrits à la section 2.3.2. J'y reviendrai au chapitre 4, après la première démonstration explicite d'une telle rotation synchrone pour l'étoile sdB du système binaire serré Feige 48. Une démonstration similaire est obtenue pour PG 1336–018, où la détermination du profil de rotation de l'étoile en fonction de la profondeur montre que la rotation synchrone est atteinte depuis la surface jusqu'au moins  $\sim 0.55 R_\odot$ , ce qui marque la limite de sensibilité des modes p se propageant essentiellement dans les couches externes de l'étoile.

Enfin, une évaluation des effets perturbatifs d'ordre supérieur pour la rotation ainsi que ceux liés à la déformation de l'étoile sous l'action des forces de marée est proposée pour la première fois pour une étoile sdB grâce au travail et à la collaboration amicale de Daniel Reese, de l'équipe Dynamique des Fluides Astrophysiques du LATT (actuellement en postdoctorat à Sheffield, UK). À partir d'un modèle polytropique d'étoile sdB et d'un traitement complet (non-perturbatif) de la rotation, il est montré que ces effets perturbatifs sont de l'ordre de grandeur de la précision actuelle des modèles sismiques, et ne peuvent ainsi affecter significativement la solution proposée.

# Testing the forward modeling approach in asteroseismology

## II. Structure and internal dynamics of the hot B subdwarf component in the close eclipsing binary system PG 1336-018

S. Charpinet<sup>1</sup>, V. Van Grootel<sup>1,2</sup>, D. Reese<sup>3</sup>, G. Fontaine<sup>2</sup>, E. M. Green<sup>4</sup>, P. Brassard<sup>2</sup>, and P. Chayer<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS, 14 Av. E. Belin, 31400 Toulouse, France  
e-mail: [stephane.charpinet;valerie.vangrootel]@ast.obs-mip.fr

<sup>2</sup> Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. Centre-Ville, Montréal, QC H3C 3J7, Canada  
e-mail: [fontaine;brassard]@astro.umontreal.ca

<sup>3</sup> Department of Applied Mathematics, University of Sheffield, Hounsfield Road, Sheffield, S3 7RH, UK  
e-mail: D.Reese@sheffield.ac.uk

<sup>4</sup> Steward Observatory, University of Arizona, 933 North Cherry avenue, Tucson, AZ 85721, USA  
e-mail: bgreen@as.arizona.edu

<sup>5</sup> Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218, USA  
e-mail: chayer@stsci.edu

Received 4 April 2008 / Accepted 17 July 2008

### ABSTRACT

**Aims.** We present a stringent test on the forward modeling technique in asteroseismology by confronting the predictions of a detailed seismic analysis of the pulsating subdwarf component in the unique close eclipsing binary system PG 1336–018 with those derived independently from modeling the binary light curve of the system. We also take advantage of the observed rotationally-split rich period spectrum to investigate the internal dynamics of the pulsating component in this system expected to be tidally locked.

**Methods.** We carry out numerical exercises based on the double optimization technique that we developed within the framework of the forward modeling approach in asteroseismology. We use a recently updated version that now incorporates the effects of stellar rotation on the pulsation properties. We thus search in parameter space for the optimal model that objectively leads to the best simultaneous match of the 25 periods (including rotationally-split components) observed in PG 1336–018. For the first time, we also attempt to precisely reconstruct the internal rotation profile of the pulsator from its oscillations.

**Results.** Our principal result is that our seismic model, which closely reproduces the observed periods, is remarkably consistent with one of the best-fitting possible solutions uncovered independently from the binary light curve analysis, in effect pointing to the correct one. The latter indicates a mass of  $M_* = 0.466 \pm 0.006 M_\odot$  and a radius of  $R_* = 0.15 \pm 0.01 R_\odot$  for the sdB star. In comparison, our seismic analysis, combined to high-quality time-averaged spectroscopy, leads to the following estimates of the basic structural parameters of the sdB component:  $M_* = 0.459 \pm 0.005 M_\odot$ ,  $R_* = 0.151 \pm 0.001 R_\odot$ ,  $\log g = 5.739 \pm 0.002$ ,  $T_{\text{eff}} = 32\,740 \pm 400$  K, and  $\log(M_{\text{env}}/M_*) = -4.54 \pm 0.07$ . We also find strong evidence that the sdB star has reached spin-orbit synchronism and rotates as a solid body down to at least  $r \sim 0.55 R_*$ . We further estimate that higher-order perturbation effects due to rotation and tidal deformation of the star are insufficient to alter in a significant way the proposed asteroseismic solution itself (i.e., the derived structural parameters and rotation properties). Future efforts to improve further the accuracy of the seismic models will clearly have to incorporate such effects, however.

**Conclusions.** We conclude that our approach to the asteroseismology of sdB stars has passed a fundamental test with this analysis of PG 1336–018. The structural parameters and inferences about the internal dynamics of this star derived in the present paper through this approach should rest on very solid grounds. More generally, our results underline the power and usefulness of the forward modeling method in asteroseismology, despite historical misgivings about it.

**Key words.** stars: binaries: close – stars: subdwarfs – stars: oscillations – stars: interiors – stars: rotation – stars: individual: PG 1336–018

### 1. Introduction

The object PG 1336–018 ( $V = 13.45 \pm 0.09$ ) was discovered in the course of the Palomar-Green survey where it was first classified as a hot B subdwarf (sdB) star (Green et al. 1986). Kilkenny et al. (1998) found out subsequently that PG 1336–018 is, in fact, a double system, one of the very few known *HW Vir*-type sdB + dwarf M close eclipsing binaries, featuring deep eclipses and strong reflection effects. Its official IAU name then became *NY Virginis*. Only three other eclipsing binaries of this kind

are currently known: *HW Vir* (PG 1241–084) itself (Menzies & Marang 1986; Wood et al. 1993), HS 0705+6700 (Drechsel et al. 2001), and HS 2231+2441 (Østensen et al. 2007). One unique feature of PG 1336–018 among this very select class of stars, is that its sdB component, contrary to that of the other members of the class, is also a short-period pulsating star. The presence of pulsations in PG 1336–018 elevates this system to the status of a virtual Rosetta Stone of stellar astrophysics, offering the possibility for carrying out a basic test in stellar structure. Indeed, considering that asteroseismic and orbital

modeling techniques can be used *independently* for accurate and concurrent assessments of important properties of the stellar components, it follows that a comparison of the results of these two approaches constitutes a fundamental consistency check between the two techniques.

Subdwarf B stars are found in the old disk (field sdBs), halo populations (globular cluster members), and in the bulge of our own Galaxy (Busso et al. 2005). In field surveys, they dominate the population of faint blue stars down to  $V \sim 16$  and are now recognized as the most likely source for the UV-upturn phenomenon observed in old elliptical galaxies (Brown et al. 1997). They are hot and compact stars with atmospheric parameters in the ranges  $20\,000\text{ K} \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 40\,000\text{ K}$  and  $5.0 \lesssim \log g \lesssim 6.2$ . The evolutionary status of sdB stars is now well established following their identification with models of Extreme Horizontal Branch (EHB) stars (Heber 1986; Saffer et al. 1994) that burn helium in their core and that have very thin H-rich residual envelopes (Dorman et al. 1993). However, major uncertainties still remain concerning the mechanisms that lead to the formation of such stars. While B subdwarfs undoubtedly evolved from the Red Giant Branch (RGB), they managed, unlike other classical horizontal branch stars, to lose all but a tiny fraction of their H-rich envelope at the tip of the RGB, before or during the helium flash. Single star evolution would require enhanced and tuned mass loss on the RGB (D’Cruz et al. 1996) to produce EHB stars, a possibility that is deemed rather implausible nowadays as a major contributing channel to the whole population of sdB stars. Instead, focus has moved on binary evolution scenarios after recent observational surveys showed that a majority of sdB stars are found in binaries, with a significant fraction of them having nearby white dwarfs or M dwarf companions and showing orbital periods from hours to days (Green et al. 1997; Maxted et al. 2001; Morales-Rueda et al. 2003). The formation channels invoked include: 1) evolution via a common envelope (CE) that is ultimately ejected, leading to the formation of binaries with short orbital periods (between 0.1 and 10 days) and sdB stars with preferentially thin residual H-rich envelopes, 2) evolution through stable Roche lobe overflow (RLOF) resulting in binaries with somewhat longer orbital periods (10 to 100 days) and sdB stars having thicker H-rich envelopes, and 3) mergers of two helium white dwarfs that result in single sdB stars. All these channels are expected to leave specific imprints not only on the binary distribution of hot B subdwarfs, but also on the structural properties of the produced sdB stars. In particular, each channel predicts a mass distribution for sdB stars that is strongly peaked at  $\sim 0.46 M_{\odot}$  (i.e., close to the canonical mass value that is often assumed for these stars) but featuring more or less extended wings. The broader distribution results from the merger channel that could possibly produce sdB stars with masses as low as  $0.3 M_{\odot}$  and as high as  $0.7 M_{\odot}$  (see Han et al. 2002, 2003, and references therein).

Subdwarf B stars host two groups of nonradial pulsators. The first group – known as the *V361 Hya* or EC 14026 stars – was discovered by Kilkenny et al. (1997) and independently predicted by Charpinet et al. (1996) on the basis of theoretical considerations. More than three dozen of these EC 14026 variables are now identified, all characterized by rapid oscillations with periods in the 80–600 s range. These pulsations are observed exclusively – but not systematically (only a minority of them show this behavior) – in the hottest sdB stars having  $T_{\text{eff}} \sim 30\,000\text{--}36\,000\text{ K}$ . The oscillations are caused by low-order, low-degree acoustic waves (or  $p$ -modes) driven by a  $\kappa$ -mechanism powered by local accumulations of iron due to radiative levitation, the latter being particularly efficient in the

envelope of sdB stars (Charpinet et al. 1997, 2001). The second group of pulsators – named the *V1093 Her*, “Betsy stars”, or PG 1716+426 stars – was discovered more recently by Green et al. (2003) and is characterized by much longer oscillation periods in the 2000–9000 s range. These pulsations are observed exclusively – and, this time, almost systematically – in the coolest sdB stars with  $T_{\text{eff}} \lesssim 30\,000\text{ K}$ . In that case, the oscillations correspond to relatively high-order, low-degree gravity waves (or  $g$ -modes) driven by the same mechanism responsible for the pulsations in EC 14026 stars (Fontaine et al. 2003).

The EC 14026 pulsators have attracted particular attention these past few years because of their high potential in terms of probing sdB internal structures using asteroseismic techniques. The long period  $g$ -mode pulsators also hold very good promises for asteroseismology which, however, may be more difficult to exploit with our current modeling tools and ground-based observing facilities (but see the recent attempts conducted by Randall et al. 2005b, 2006b,c). Improvements in the models are currently being developed and observations from space, especially with the French satellite CoRoT, should also allow us to progress on this front in a very near future.

Initiated with the pioneering work of Brassard et al. (2001) on the rapid sdB pulsator PG 0014+067, precise quantitative asteroseismic studies of EC 14026 stars have been carried on seven additional targets so far: PG 1047+003 (Charpinet et al. 2003), PG 1219+534 (Charpinet et al. 2005b), Feige 48 (Charpinet et al. 2005a; Van Grootel et al. 2008a), EC 20117–4014 (Randall et al. 2006a), PG 1325+101 (Charpinet et al. 2006), PG 0911+456 (Randall et al. 2007), and BAL 090100001 (Van Grootel et al. 2008b). In all cases, the analysis succeeded in finding a consistent optimal seismic model that provides the best simultaneous match of all the observed periodicities, thus allowing the derivation of the basic structural parameters of the scrutinized star. Among these parameters, two important quantities are evaluated at interesting levels of accuracy: the total mass ( $M_{\star}$ ) and the mass of the residual H-rich envelope ( $M_{\text{env}}$ ). While the total mass can, in some very rare cases, be estimated by other means (see below), direct measurements of the H-rich envelope thickness is totally out of reach without asteroseismology. With current difficulties for understanding the details of sdB star formation, this approach should be particularly suitable for disentangling the relative importance of various evolutionary channels, notably by providing information on the mass distribution among the pulsators (see, e.g., Fontaine et al. 2006b; Charpinet et al. 2007).

It is possible to estimate the mass of a hot B subdwarf in another way, for instance in the rare occurrence where the star belongs to a short period eclipsing binary system. Indeed, in a recent work, Vučković et al. (2007) modeled the orbital behavior of PG 1336–018 based on high sensitivity multiband ( $u'$ ,  $g'$ ,  $r'$ ) photometry obtained with the camera ULTRACAM mounted on the VLT. These authors found solutions that provide the best possible fit to the orbital light curve, thus estimating important parameters of the system components, including the mass and radius of the sdB primary. Solutions were not unique, however, due in particular to the  $q$ -degeneracy,  $q$  being the mass ratio between the two components of the system. Meanwhile, Vučković et al. (2007) retained two favored solutions corresponding to a mass for the sdB star of either  $0.466 \pm 0.006 M_{\odot}$  or  $0.389 \pm 0.005 M_{\odot}$ .

Beyond the inherent difficulty of finding unique solutions for masses of sdB stars in this way, it is already clear that the application of the light curve technique will be strongly limited if the goal is to build up significant statistics for establishing a mass distribution. Such systems are simply too rare for systematic studies of the sort to be carried out efficiently.

Moreover, the derived mass distribution would likely be biased as sdB stars in close binaries are thought to have evolved from the common envelope (CE) channel only<sup>1</sup>. On the other hand, because the presence of pulsations is independent of the binary nature of the star (hence, a seismic mass distribution will not be biased in this respect), and pulsators are much more common than close eclipsing binaries (thus allowing meaningful statistical studies), asteroseismology obviously remains the diagnostic tool with the highest potential in this domain. The major interest of PG 1336–018 resides in that the sdB primary is also an EC 14026-type pulsator, thus allowing, for the first time, to confront (and eventually calibrate) the two independent techniques. Hence, this system offers the ideal conditions to set up a new stringent test of the asteroseismic technique that we have developed for pulsating sdB stars. We point out here that another important test of our method, comparing the seismic solutions obtained with and without a priori mode identification (as can be obtained, for instance, from independent multicolor photometry or time-resolved spectroscopy), has been presented by Van Grootel et al. (2008b) in the first of this short series of papers.

In this article, we present a detailed asteroseismic analysis of the pulsating sdB star in PG 1336–018. With the help of additional spectroscopy described in Sect. 2, we propose a precise asteroseismic determination of the basic structural parameters of the pulsating sdB star, in particular its mass and radius which can both be compared with the values found by Vučković et al. (2007) from the modeling of the binary light curve (Sect. 3). In that context, we also discuss the mode identification resulting from this analysis and its implication concerning the geometrical configuration of the oscillations in this close binary system. In Sect. 4, we push the seismic analysis of PG 1336–018 into totally new grounds and present, for the first time in asteroseismology (helioseismology being the exception), a detailed inversion of the rotation profile of the pulsating sdB star. We also evaluate the impact on pulsation frequencies of higher-order perturbation effects induced by the fairly rapid rotation rate of the star and its tidal interaction with the companion. Finally, we provide a summary and our conclusions in Sect. 5.

## 2. PG 1336–018 through the prism of spectroscopy

### 2.1. Inferred atmospheric properties from past studies

The first estimates for the atmospheric parameters of the sdB primary in PG 1336–018 must be credited to Kilkenny et al. (1998) as part of their discovery paper. These authors performed a series of dedicated spectroscopic observations on the 1.9 m telescope at the Sutherland site of the SAAO using the Image Tube Spectrograph. These observations were primarily aimed at monitoring the radial velocity variations of the system, but summing up individual spectrograms allowed them to construct two time-averaged spectra suitable for atmospheric analysis. From their  $\sim 1$  Å resolution spectra, fitting the available Balmer line profiles with pure hydrogen LTE model atmospheres led them to derive  $T_{\text{eff}} = 33\,139 \pm 1000$  K and  $\log g = 5.78 \pm 0.10$  from their first spectrum (using the H<sub>7</sub> to H<sub>9</sub> lines) and  $T_{\text{eff}} = 32\,895 \pm 1000$  K and  $\log g = 5.67 \pm 0.10$  from their second spectrum (using the H<sub>5</sub> to H<sub>9</sub> lines). Hence, averaging these values, the atmospheric parameters of PG 1336–018 can be estimated to be

$T_{\text{eff}} = 33\,000 \pm 1000$  K and  $\log g = 5.73 \pm 0.10$ . Kilkenny et al. (1998) also examined ultraviolet spectrophotometric data available for PG 1336–018 in the *IUE* Final Archive. By computing the energy distribution in the 1150–5500 Å range for various effective temperatures (assuming  $\log g = 6.0$  for the star) and interstellar reddening values, they found a best-fit solution to the observed spectrum in that wavelength range for  $T_{\text{eff}} = 33\,000 \pm 3000$  K and  $E(B - V) = 0.05$ . This independent estimate of  $T_{\text{eff}}$ , although less accurate, confirms the value derived from the optical spectra.

More spectroscopy of PG 1336–018 was recently presented by Vučković et al. (2007). In the context of that work, the main goal was to acquire new time-resolved spectroscopy of PG 1336–018 to produce a radial velocity curve with a good phase coverage of the orbital motion. This was done using the high-resolution Ultraviolet Visual Echelle Spectrograph (UVES) during one full night obtained on the VLT at the Paranal Observatory in Chile. By co-adding all Echelle spectra taken during these observations, the authors also produced a very high signal-to-noise ratio, high resolution ( $R \sim 46\,890$ ) spectrum covering the range 3900–5000 Å. However, this high- $S/N$  spectrum is plagued with discontinuities and distortions resulting from imperfect merging of the orders in the Echelle spectrogram. Meanwhile, by attempting to fit H/He, LTE models from Heber et al. (2000) to the available Balmer lines (minus H<sub>7</sub>, obviously polluted by a large discontinuity in its red wing; see their Fig. 5) and He lines in this spectrum, Vučković et al. (2007) obtained the following estimates for the atmospheric parameters of the sdB primary:  $T_{\text{eff}} = 31\,300 \pm 250$  K,  $\log g = 5.60 \pm 0.05$ , and  $\log N(\text{He})/N(\text{H}) = -2.93 \pm 0.05$ . The values for the effective temperature and surface gravity are somewhat lower than those measured by Kilkenny et al. (1998). However, the authors recognize that the Echelle extraction problem encountered with this spectrum is likely to affect the results from the model atmosphere fit, especially for the evaluation of  $\log g$ , a parameter particularly sensitive to the wing shape of the Balmer lines. They also stress that “such a low  $\log g$  is inconsistent with any realistic mass-radius relationship that can be derived from the orbit by at least 0.15 dex”, thus advising caution about the atmospheric parameters they provide.

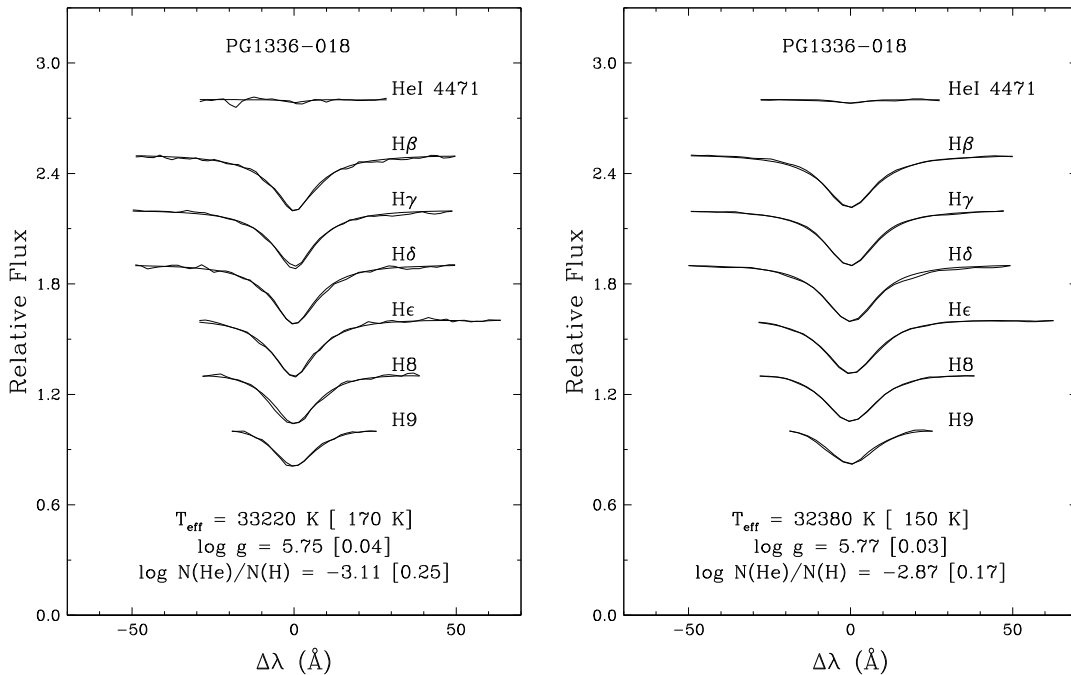
### 2.2. New evaluation from high- $S/N$ , low-resolution spectra

Considering the key role that spectroscopic constraints usually play in discriminating between various possible asteroseismic solutions (see, e.g., Charpinet et al. 2005b,a, for examples of this), we found it necessary, in the situation summarized above, to obtain additional measurements for the atmospheric parameters of the sdB primary. To this end, we first analyzed an optical spectrum of PG 1336–018 with  $\sim 6$  Å-resolution and  $S/N \sim 80$  covering the range from 3060 Å to 5240 Å kindly obtained for us by Pierre Bergeron at the Steward Observatory 2.3 m Telescope. We will refer to this new spectrum as PB6. We also obtained at the same telescope another spectrum, with a lower resolution ( $\sim 9$  Å) but higher sensitivity ( $S/N \sim 175$ ), covering the range from 3620 Å to 6900 Å. We will refer to that one as BG9.

We analyzed these new time-averaged spectra of PG 1336–018 with our grid of NLTE, H/HE model atmospheres specifically designed for subdwarf B stars. These banks of atmosphere models and synthetic spectra were computed recently with the help of the public codes TLUSTY and SYNSPEC (Hubeny & Lanz 1995; Lanz & Hubeny 1995). Some properties of these models are discussed in Charpinet et al. (2005b),

<sup>1</sup> Although we point out that such a suspected bias can also be seen as an interesting opportunity to single out one channel among all others and study the end product of it.





**Fig. 1.** Model fits (*thick curves*) to the hydrogen and helium lines (*thin curves*) available in our time-averaged high signal-to-noise, low-resolution spectra PB6 (*left panel*) and BG9 (*right panel*).

and further details will be provided in Green et al. (2008, in preparation). The best-fit results for these two spectra are shown in Fig. 1. In both cases, the line profiles are very well reproduced for the best model atmospheric parameters given in each panel. Note that the quoted uncertainties are the formal errors of the fit and do not include external errors. These two estimates, evaluated from independent spectra, show a remarkable internal consistency and, moreover, are in close agreement with the evaluation of Kilkenny et al. (1998). In this respect, our spectroscopic determinations confirm the earliest values derived by these authors, as opposed to the more recent measurement provided by Vučković et al. (2007). The clarification of this particular issue constitutes an important step for the success of the detailed asteroseismic study that follows. Note that the value given for the atmospheric He abundance by Vučković et al. (2007) is consistent with ours, as one may expect since the relatively narrow helium lines do not suffer much from the order extraction problem encountered by these authors with their Echelle spectrum.

In summary, combining the results obtained from our two low-resolution spectra, we propose the weighted mean values for the atmospheric parameters of PG 1336–018:  $T_{\text{eff}} = 32780 \pm 200$  K,  $\log g = 5.76 \pm 0.03$ , and  $\log N(\text{He})/N(\text{H}) = -2.94 \pm 0.14$ . These values will be our favored guides in the following attempt to isolate a unique asteroseismic solution for this star.

### 3. PG 1336–018 in the light of asteroseismology

#### 3.1. The pulsation periods

After the discovery of Kilkenny et al. (1998) that established both the pulsating and eclipsing binary nature of PG 1336–018, this system became the target of several follow-up multisite observations, including a fully dedicated Whole Earth Telescope (WET) photometric campaign (codename: Xcov17). Held in

April 1999 for its main part, the Xcov17 campaign resulted in  $\sim 172$  h of observations for a coverage of  $\sim 47\%$ , which still constitutes the most extensive monitoring available to date for PG 1336–018. The detailed analysis of the Xcov17 light curves published by Kilkenny et al. (2003) revealed that the oscillating sdB primary has a rich pulsation spectrum, thus positioning this star as a target of choice for asteroseismology.

The present seismic analysis relies on the pulsation periods uncovered in the above mentioned work. We have selected 25 out of the 28 periodicities listed in Table 4 of Kilkenny et al. (2003). These, for convenience, are reproduced in Table 1, where the identification number ( $f_n$ ) given to each period follows the convention adopted by Kilkenny et al. (2003), who ranked the periods by order of decreasing amplitude. The three periods left aside ( $f_{10}$ ,  $f_{13}$ , and  $f_8$ ) are all very close – i.e., of the order of the campaign frequency resolution – to peaks of higher amplitudes in the Fourier spectrum ( $f_5$ ,  $f_2$ , and  $f_1$ , respectively). Backing up the comments of Kilkenny et al. on this, we agree that these periods could be real pulsation modes, but they may as well originate from apparent amplitude variations due, for instance, to instrumental differences and/or heterogeneous observing conditions that can easily occur in such a large multisite campaign. Hence, we decided to simply ignore these three periods for the present asteroseismic analysis in order to avoid any risk of overly constraining the pulsation models and biasing the solution with possible spurious modes. We stress that the 25 remaining periods easily provide enough modes to tightly constrain the asteroseismic solution. In this context, we also point out that all quantitative asteroseismic studies of EC 14026 pulsators conducted so far relied on significantly less observed periods.

#### 3.2. On the nature of the problem

While well suited at first sight for asteroseismology because of its rich period spectrum, PG 1336–018 has remained a

**Table 1.** Periods and amplitudes of 25 modes found by Kilkenny et al. (2003) and selected for asteroseismology.

Id.	Period (s)	Amplitude (%)	Comments
$f_{18}$	204.70	0.07	
$f_{27}$	195.65	0.05	full campaign only
$f_{21}$	191.61	0.06	
$f_{16}$	186.69	0.08	
$f_3$	186.24	0.37	
$f_4$	185.45	0.25	
$f_{25}$	185.15	0.06	
$f_5$	183.98	0.20	period ( $f_{10}$ ) at 184.05 s ignored
$f_7$	183.68	0.17	
$f_{22}$	182.79	0.06	
$f_{17}$	181.63	0.08	
$f_{12}$	181.27	0.10	
$f_2$	179.03	0.40	period ( $f_{13}$ ) at 178.96 s ignored
$f_6$	178.62	0.17	
$f_{20}$	177.90	0.07	full campaign only
$f_1$	173.69	0.47	period ( $f_8$ ) at 173.59 s ignored
$f_{15}$	169.74	0.09	
$f_{11}$	169.03	0.10	
$f_{28}$	162.25	0.05	full campaign only
$f_9$	141.42	0.13	
$f_{14}$	140.67	0.09	
$f_{23}$	134.90	0.06	full campaign only
$f_{19}$	126.89	0.07	
$f_{24}$	125.81	0.06	
$f_{26}$	96.95	0.50	

challenging object due to its close binary nature. Indeed, tidal interaction in this system is strongly expected to lead to orbit circularization and spin-orbit synchronization between the two stellar components. This hypothesis will be investigated further in the following seismic analysis, but this implies that the sdB pulsator likely rotates as a solid body with a period  $P_{\text{rot}} = 2.42438$  h, identical to the orbital period of PG 1336–018 accurately measured by Kilkenny et al. (2000). This would mean that the pulsating sdB star is a fairly fast rotator, thus generating complications for the asteroseismic analysis that we detail below.

In standard pulsation theory (see, e.g., Unno et al. 1989), oscillation eigenmodes are characterized by three quantum numbers, respectively, the radial order  $k$ , the degree  $\ell$ , and the azimuthal order  $m$ . The two last indices are associated with the spherical harmonics  $Y_{\ell}^m(\theta, \phi)$  that represent the nonradial (angular) geometrical aspect of the oscillation modes, while  $k$  is the number of nodes of the eigenfunction in the radial direction between the surface and the center of the star. The main effect of slow stellar rotation on pulsations is to lift, for nonradial ( $\ell \geq 1$ ) modes, the  $m$  degeneracy that exists on frequencies (or periods) when the star is considered spherically symmetric, i.e., nonrotating<sup>2</sup>. This leads to the splitting of all  $\{\ell, k, m = 0\}$  modes of frequency  $\nu_{k\ell 0}$  into their  $2\ell + 1$  components (differing by their  $m$  values, with  $-\ell \leq m \leq +\ell$ ), each now having a different frequency  $\nu_{k\ell m}$  (here, and from now on, we use by convention  $\nu = 1/P$ , where  $P$  is the period the mode). Generally treated as a perturbation, rotational splitting, at the first order of approximation (valid for a slowly rotating star, see below), creates groups

<sup>2</sup> Of course, all stars must rotate. The assumption of no rotation is a common simplification used in stellar and pulsation modeling, which is well justified as long as rotation does not affect significantly the stellar structure itself. In this situation, rotation can be considered as a small perturbation to the equilibrium structure of a nonrotating star.

of evenly spaced multiplets in the frequency domain<sup>3</sup>. In the case of solid body rotation relevant for a star like PG 1336–018, the multiplet components are separated by

$$\Delta\nu_{k\ell} = V_{\text{rot}}(1 - C_{k\ell}), \quad (1)$$

and their frequencies are given by the relationship

$$\nu_{k\ell m} = \nu_{k\ell 0} - m\Delta\nu_{k\ell}. \quad (2)$$

Here,  $V_{\text{rot}} \equiv \Omega_{\text{rot}}/2\pi = 1/P_{\text{rot}}$  is the rotation rate of the star (in Hz) and  $C_{k\ell}$ , the dimensionless rotation coefficient (also known as the Ledoux coefficient; Ledoux 1951), specific to each mode of radial order  $k$  and degree  $\ell$ , is defined as

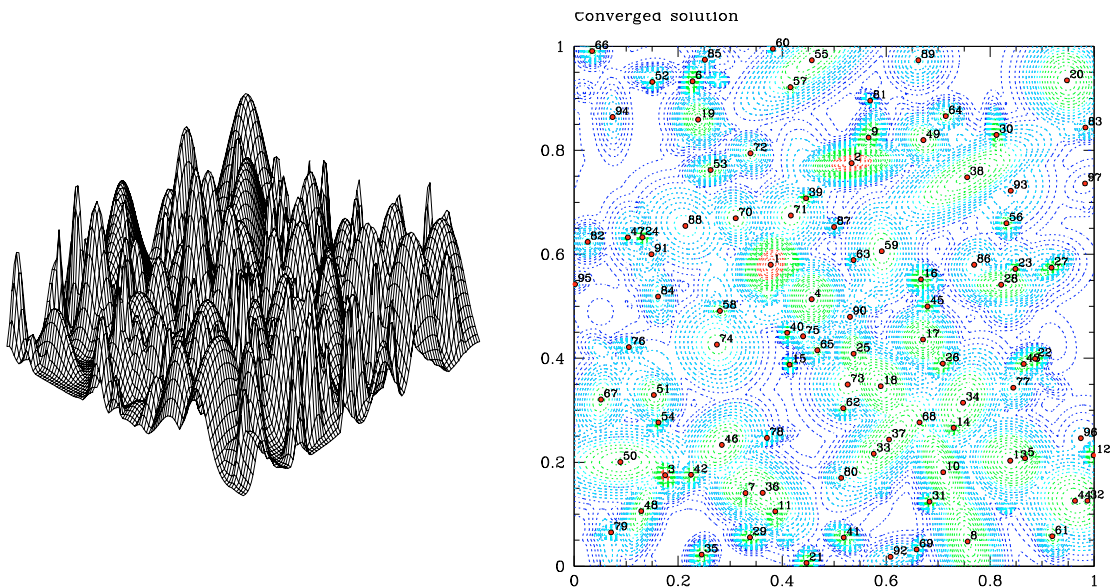
$$C_{k\ell} = \frac{\int_0^R (\xi_h^2 + 2\xi_r\xi_h)\rho r^2 dr}{\int_0^R (\xi_r^2 + \ell(\ell+1)\xi_h^2)\rho r^2 dr}, \quad (3)$$

with  $\xi_r(r)$  and  $\xi_h(r)$  being respectively the zeroth-order (i.e., non-perturbed) radial and horizontal displacement eigenfunctions of the mode.

For PG 1336–018 in which the stellar components are most likely locked tidally to the orbital motion, the expected frequency spacing due to rotational splitting is approximately  $\Delta\nu \sim 1/P_{\text{rot}} \sim 114 \mu\text{Hz}$ . This value, roughly estimated by simply neglecting the  $C_{k\ell}$  coefficients which are typically small ( $\leq 0.10$ ) for  $p$ -modes, is sufficiently large, especially viewed as a factor of the  $m$  index in Eq. (2), compared to the typical frequency spacings between modes of adjacent  $k$  and/or  $\ell$  indices (see, e.g., Table 3) that several multiplets are bound to overlap in the frequency domain. This constitutes a serious difficulty for identifying a priori the central  $m = 0$  components of multiplets. So far, this a priori identification has been a prerequisite in all our previous seismic analyses of slowly rotating pulsators. An eventual misidentification of the  $m = 0$  component for a slowly rotating star where rotational splitting generates multiplets of frequencies separated only by a few  $\mu\text{Hz}$  has, in practice, no significant impact on the determination of the seismic solution (see, e.g., Van Grootel et al. 2008b). Obviously, this cannot be true for a moderate rotator like PG 1336–018, where an error of  $\sim 114 \mu\text{Hz}$  on one or several modes due to such eventual misidentifications would certainly impact considerably the asteroseismic solution. The situation is even worse when we consider the mode dependent  $C_{k\ell}$  contribution to the frequency spacings. Although the values of this coefficient are generally small for  $p$ -modes, they can still contribute to as much as  $\sim 10\%$  of the rotational splitting. Hence, the multiplets are likely to have their own values of  $\Delta\nu$  with differences reaching as much as  $\sim 11 \mu\text{Hz}$  approximately in the 103–114  $\mu\text{Hz}$  range. This complicates significantly the task of identifying multiplet components, as rotational splitting no longer produce the same frequency spacing for all multiplets. To add to the difficulty of making a sensible a priori identification, and basically render the task nearly impossible, higher-order perturbation effects may become significant when stellar rotation reaches moderate rates like the one observed in PG 1336–018 (see Sect. 4.2). These effects add a nonuniform contribution to the frequency for each component in a given multiplet. In other words, the symmetry of each multiplet (i.e., the equal frequency spacings) is no longer preserved and the relatively clear signature of rotation simply disappears.

The only objective approach allowing us to bypass the serious difficulties explained above is to fully integrate stellar rotation and its effects on the pulsation frequencies in the detailed

<sup>3</sup> Note that even frequency spacings only occur if the rotation is spherically symmetric, as we assume in this study.



**Fig. 2.** Capabilities of the multimodal hybrid GA optimization code to find all relevant optima (here maxima) of a complex function. The test function is, for clarity and illustration purposes, a 2-dimensional landscape built with 200 random gaussians, except for the three highest peaks whose respective height and position in parameter space are fixed. *Left (right) panel* is a 3D (contour) representation of the function. In the *right panel*, each numbered filled circle shows where a solution is found by the code. The number corresponds to the rank of the solution, in order of decreasing height. This result was obtained using the GA code with a population of 500 individuals evolved over 100 generations.

asteroseismic analysis. When no longer using purely spherical pulsation models, the need for identifying a priori – and sometimes *subjectively* – the central ( $m = 0$ ) components of multiplets is suppressed. This way, the whole period spectrum generated by the  $\{k, \ell, m\}$  eigenmodes (and not only by the  $\{k, \ell, m = 0\}$  modes, in the purely spherical case) can be used in the seismic fitting procedure. This was done and tested for the first time by Van Grootel et al. (2008a) in a re-analysis of the moderately rotating pulsating sdB star Feige 48. We describe this modified approach adapted to the case of PG 1336–018 in the next subsection.

### 3.3. Strategy and tools for a challenging pulsating star

The method and tools developed to perform objective asteroseismology of sdB pulsators have been described in some details in Charpinet et al. (2005b, and references therein). In a nutshell, the method follows the so-called “forward modeling” strategy that consists of comparing quantitatively computed pulsation periods for large batches of stellar models of varying parameters to the observed period spectrum of the scrutinized star. By optimizing this comparison to find the best possible match (or matches) to the observations, one seeks to determine precisely some of the inner properties and parameters of the star. Two software packages exist to achieve this goal, one developed in Montréal and the other in Toulouse which mainly differ at the level of the numerical codes and algorithms used to explore the model parameter space. Needless to mention that both packages, although using different optimization techniques, have always led to identical results, thus providing an excellent guarantee that the numerical tools themselves are robust and reliable.

In the present analysis of PG 1336–018, the Toulouse package is used. It is designed to efficiently perform a double

optimization procedure as described in Charpinet et al. (2005b), using codes based on Genetic Algorithm (GA) implementations. The double optimization scheme consists of finding simultaneously the best association of observed/computed periods *along with* the best fitting model parameters. In this procedure, the quality of the fit is evaluated quantitatively through a merit function,  $S^2$ , defined as

$$S^2(a_1, a_2, \dots, a_N) = \sum_{i=1}^{N_{\text{obs}}} \left( \frac{P_{\text{obs}}^{(i)} - P_{\text{th}}^{(i)}}{\sigma_i} \right)^2, \quad (4)$$

where  $N_{\text{obs}}$  is the number of observed periods,  $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$  are the model parameters (in the general case), and each  $\{P_{\text{obs}}^{(i)}, P_{\text{th}}^{(i)}\}$  is an associated pair of observed/theoretical periods for that model. Two minimizations are required because, without strict a priori mode identification (which is normally not available), the best possible association between observed and computed periods for a given model (a first minimization of  $S^2$  viewed as a combinatorial optimization problem) must be found at the same time as  $S^2(a_1, a_2, \dots, a_N)$  is minimized in the  $N$ -dimensional model parameter space (i.e., the second optimization). Our numerical tools to achieve this include a GA-based period matching algorithm, for the first combinatorial minimization, and a massively parallel hybrid-GA code for multimodal optimization of functions in  $N$ -dimension to explore efficiently the model parameter space in search of the best-fit solution (the global minimum of the  $S^2$  function) and all relevant secondary solutions (i.e., eventual local minima of  $S^2$  that may also be of interest).

A detailed description of the latter code is beyond the scope of this paper and shall be presented elsewhere, but for illustrative purposes, Fig. 2 demonstrates its capabilities to detect all significant optima (maxima in that case) of a complex test function (see details provided in the figure caption). With this representative example, we simply emphasize the robustness of this

code in finding the best optimum, as well as all relevant secondary optima of a given function, even in difficult situations. Hence, when used in the context of asteroseismology to localize minima of the  $S^2(a_1, a_2, \dots, a_N)$  function, this code ensures with a high level of confidence that the best solution (of lowest  $S^2$  value) is indeed recovered, as well as all potentially interesting secondary solutions (of higher  $S^2$  values). Therefore, the code provides two very important guarantees regarding the objectivity of the method: first, a complete and exhaustive exploration of the entire model parameter space is done and second, feedback on the uniqueness (or not) of the solution is available.

The evaluation of  $S^2$  requires the computation of theoretical period spectra to compare with the observed periods. This procedure involves several steps. First, the structure of a subdwarf B star of given parameters (see below) is computed. As in previous seismic analysis done so far, the structure is obtained with our “second generation” models appropriate for sdB asteroseismology. We recall that these models are static structures expanding as deep as  $\log q \equiv \log(1 - M(r)/M_*) \simeq -0.05$  that incorporate nonuniform abundance profiles of iron derived from detailed microscopic diffusion calculations assuming an equilibrium between gravitational settling and radiative levitation. The latter is a key ingredient to construct reliable models of pulsating sdB stars (see, e.g., Fontaine et al. 2006a). Four fundamental parameters are needed to fully specify the structure of an sdB star with these models: the effective temperature  $T_{\text{eff}}$ , the surface gravity  $\log g$ , the total mass of the star  $M_*$ , and the logarithmic fractional mass of the H-rich envelope  $\log q(H) \equiv \log[M(H)/M_*]$ . The second step is the evaluation of the adiabatic pulsation properties of the model, assumed purely spherical at this stage, using an efficient and robust code based on finite element techniques (Brassard et al. 1992; Brassard & Charpinet 2008). The novelty in the present analysis is to incorporate a third step to account for the effects of stellar rotation on the pulsation spectrum. This is done by computing for each mode the first-order perturbations of the pulsation frequencies caused by rotation according to Eqs. (1)–(3) given in Sect. 3.2. Note that, in this procedure, we explicitly neglect higher-order perturbation effects (but see Sect. 4.2) and we assume solid body rotation, a choice a priori justified by the fact that PG 1336–018 is very likely tidally locked. We later discuss, in light of our best-fit solution, the relevance of this hypothesis and explore possible departures from it (see Sect. 4.1). With this complete rotationally-split theoretical period spectrum available (each mode now being nondegenerate and uniquely identified by its  $k$ ,  $\ell$ , and  $m$  indices), the first optimization step mentioned above is performed by the period matching code.

#### 3.4. Optimal solution in the model parameter space

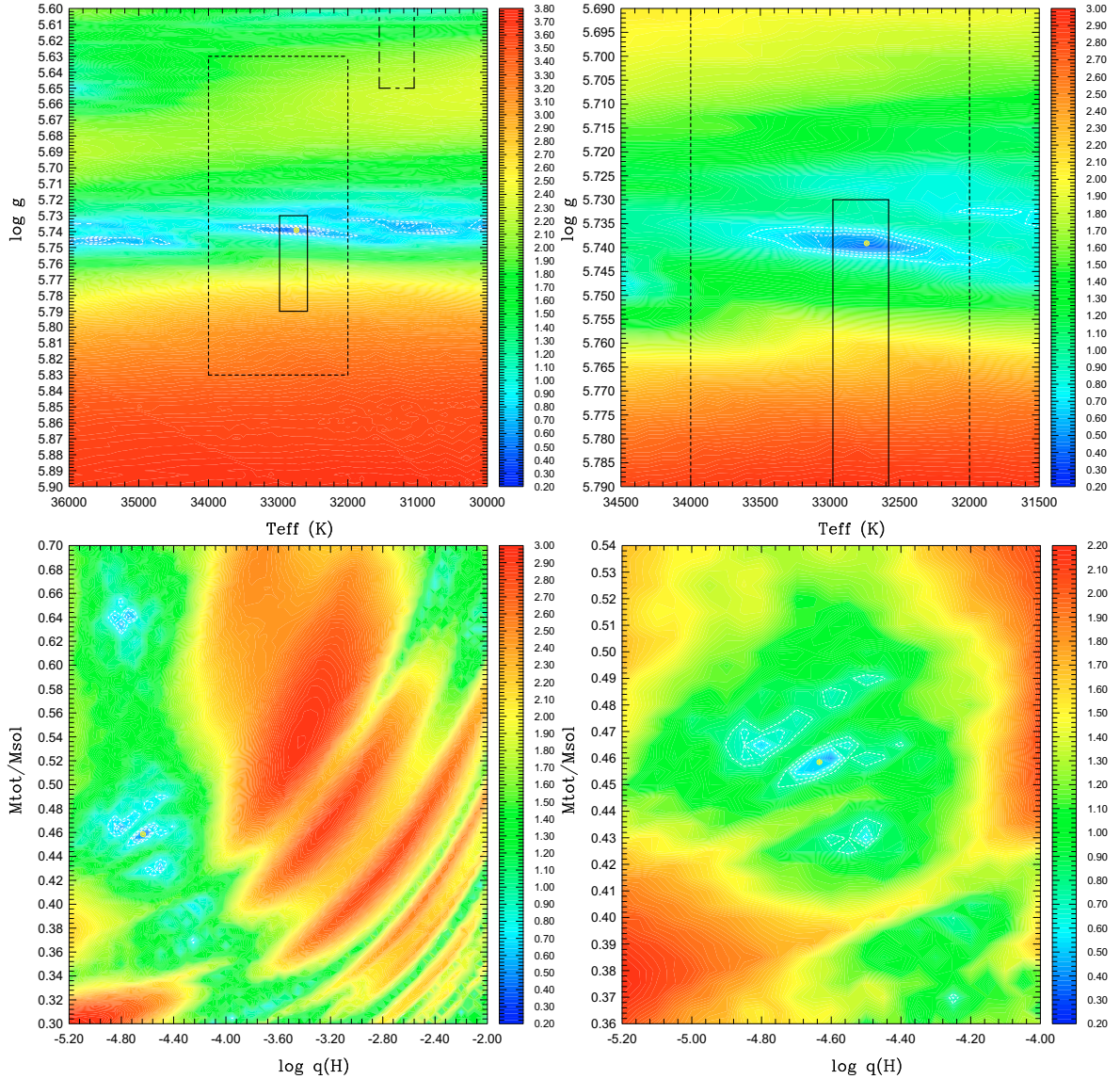
The search for best-fit solutions to the observed periods of PG 1336–018 was launched in a vast parameter space domain defined as follows:  $30\,000 \text{ K} \leq T_{\text{eff}} \leq 36\,000 \text{ K}$ ,  $5.6 \leq \log g \leq 5.9$ ,  $-5.2 \leq \log q(H) \leq -2.0$ , and  $0.3 \leq M_*/M_\odot \leq 0.7$ . These quantities are the four natural parameters that define the sdB star model, as mentioned previously. With the inclusion of rotational splitting in the fitting procedure, there is in the context of the solid body rotation law assumed here, a fifth parameter,  $P_{\text{rot}}$ , which specifies the rotation period of the star and controls the magnitude of the frequency splitting through Eq. (1). While  $P_{\text{rot}}$  could also be considered as a free parameter in our initial search, we chose instead to fix it at the same value as the orbital period of the binary in order to be fully consistent with the initial hypothesis that the system has reached full

spin-orbit synchronism and rotates as a solid body. Hence, we used  $P_{\text{rot}} = P_{\text{orb}} = 2.42438 \text{ h}$  (or 8727.78 s), as measured by Kilkenney et al. (2000). The ranges for the four structural parameters are set according to various constraints: the limits on  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$  are loosely based on the independent spectroscopic estimates of these atmospheric parameters, whereas the ranges of  $\log q(H)$  and  $M_*$  rely on stellar evolution constraints, including various possible formation scenarios (see, Han et al. 2002, 2003).

For the period computation part, we considered all modes of degree  $\ell = 0, 1, 2$ , and 4 in the 50–500 s period range, thus covering amply the range observed in PG 1336–018 (see Table 1). The upper limit for the degree  $\ell$  corresponds to the minimum value that can account for the mode density in the observed period range. Indeed, a limit of  $\ell \leq 2$  – often assumed in asteroseismic studies based on general visibility arguments – does not provide enough theoretical modes to allow reasonable fits to the period distribution observed in PG 1336–018 and, therefore, must clearly be excluded on this basis. This fact, again, constitutes a strong indication that modes of degree  $\ell > 2$  must be observable in EC 14026 stars, and that rotational splitting, which is already included in the present analysis, cannot be an alternative to account for such a mode density. Note that we explicitly excluded the  $\ell = 3$  modes, following recent results indicating that these modes are less visible (in the optical domain) than the  $\ell = 4$  modes in sdB stars, due to cancellation effects (Randall et al. 2005a; Tremblay et al. 2006; Randall et al. 2007). We cannot formally rule out the presence of  $\ell = 3$  (or even  $\ell > 4$ ) modes in the observed period spectrum of PG 1336–018, but our approach explicitly excludes this possibility at this stage. Nevertheless, despite this uncertainty, we stress that with the limitations we impose on the degree  $\ell$  of the modes, the observed period spectrum can fully be explained, as shown below. We interpret this as an indication that our assumptions at this specific level are reasonable. Finally, we mention that, as in previous studies (see, e.g., Brassard et al. 2001), we used the inverse of the theoretical mode density of each model as a global weight in the evaluation of  $S^2$ : in Eq. (4) we set  $\sigma_i = \sigma_d$ , where  $\sigma_d$  is the ratio of the width of the considered period window (here 450 s) to the number of modes in that window. This technical choice does not affect the localisation of the solutions but partly removes eventual biases toward unrealistic models having significantly higher mode densities than the observed spectrum.

Within the four-dimensional search domain specified, the optimization code spotted several regions that provide similarly good matches (i.e., within 1- $\sigma$  of the best-fit solution as measured by the quantity  $S^2$ ) to the 25 periods observed in PG 1336–018. The multiplicity of solutions is typical of sdB asteroseismology and it usually requires the use of additional constraints or considerations to lift the ambiguities. Not surprisingly, a more complex case such as PG 1336–018 does not transgress this rule. Among the possible solutions, however, one in particular has retained our attention for its outstanding internal consistency as compared to the other families of potentially good models. We further discuss below the properties of this optimal solution.

Figure 3 shows maps of the  $S^2$  function (given on a logarithmic scale) around the optimal model solution that has attracted our attention. The location of the optimal model in these maps is indicated by a yellow mark and its structural parameters are  $T_{\text{eff}} = 32\,743 \text{ K}$ ,  $\log g = 5.7391$ ,  $\log q(H) = -4.6336$ , and  $M_* = 0.4585 M_\odot$ . This model solution, with a  $S^2$  value of 1.89 ( $\log S^2 = 0.28$ ), offers an excellent match to the 25 observed periods considered in this asteroseismic analysis. We discuss



**Fig. 3.**  $S^2$  maps (on a logarithmic scale) around the optimal model solution indicated by a yellow mark. *Right panels* are close-up views of the solutions shown in the corresponding *left panels*. The upper plots represent slices of the 4-dimensional  $S^2$  function in the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane, while the lower plots are slices along the  $\log q(H) - M_*$  plane. All slices are centered on the optimal solution. White contours show regions where the period fits have  $S^2$  values within, respectively, the 1- $\sigma$ , 2- $\sigma$ , and 3- $\sigma$  confidence level relative to the best-fit solution. The *solid-line*, *dotted-line*, and *dashed-dotted-line* rectangles show, respectively, the spectroscopic constraints derived from the analysis of our spectra, from Kilkenny et al. (1998), and from Vučković et al. (2007). In the later case, we included these estimates for completeness sake, but, as discussed in Sect. 2.1, there are known problems associated with this measurement.

below, in Sect. 3.6, the details of this match and the corresponding mode identification that is derived. The first striking property of this model solution is its remarkable consistency with the independent measurements of the atmospheric parameters  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$  derived from spectroscopy. These are represented as rectangles in the upper panels of Fig. 3 (see figure caption for details). For completeness, we included the measurements of Vučković et al. (2007) in the plots, but, for the reasons given in Sect. 2 above, we ignore in what follows that outlying spectroscopic box. Apart from that, we find that the agreement is particularly good with our own independent spectroscopic measurements, and that of Kilkenny et al. (1998).

The consistency between the spectroscopic and asteroseismic solutions is one important factor that has contributed to prefer this model over other solutions found to have comparable  $S^2$  values in our exhaustive exploration of the model parameter space. A closer look at the *upper-left* panel of Fig. 3 shows, indeed, that several other regions of good-matching models (i.e., within the 1-, 2-, or 3- $\sigma$  limits relative to the lowest  $S^2$  value represented as white dashed-line contours) do exist. However, most of them (those revealed in Fig. 3 and a few others in regions of the model parameter space not represented here) can be rejected on the basis of our stringent spectroscopic constraints. This proves, once again, that accurate spectroscopy is

**Table 2.** Structural parameters of PG 1336–018 ( $y = 13.450 \pm 0.093$ ; Wesemael et al. 1992) derived from asteroseismology, spectroscopy, and compared with the results from the independent analysis of the orbital light curve proposed by Vučković et al. (2007).

Asteroseismic analysis		Spectroscopy & misc.		Vučković et al. (2007)		
Quantity	Estimated value	This study	Kilkenny et al. (1998)	Model I	Model II	Model III <sup>‡</sup>
$T_{\text{eff}}$ (K)	$32\,740 \pm 400$	$32\,780 \pm 200$	$33\,000 \pm 1000$	...	...	...
$\log g$	$5.739 \pm 0.002$	$5.76 \pm 0.03$	$5.73 \pm 0.1$	$5.74 \pm 0.05$	$5.77 \pm 0.06$	$5.79 \pm 0.07$
$M_*/M_\odot$	$0.459 \pm 0.005$	...	...	$0.389 \pm 0.005$	$0.466 \pm 0.006$	$0.530 \pm 0.007$
$\log(M_{\text{env}}/M_*)$	$-4.54 \pm 0.07$	...	...	...	...	...
$R_*/R_\odot (M_*, g)$	$0.151 \pm 0.001$	...	...	$0.14 \pm 0.01$	$0.15 \pm 0.01$	$0.15 \pm 0.01$
$L_*/L_\odot (T_{\text{eff}}, R)$	$23.3 \pm 1.5$	...	...	...	...	...
$M_V (g, T_{\text{eff}}, M_*)$	$4.49 \pm 0.04$	...	$4.1 \pm 0.2$	...	...	...
$d (V, M_V)$ (pc)	$619 \pm 38$	...	$710 \pm 50$	...	...	...
$\log N(\text{He})/N(\text{H})$	...	$-2.94 \pm 0.14$	...	...	...	...
$P_{\text{rot}}$ (h) <sup>†</sup>	$2.42438$	...	...	...	...	...
$V_{\text{eq}} (P_{\text{rot}}, R)$ ( $\text{km s}^{-1}$ )	$75.9 \pm 0.6^*$	...	...	...	...	...

<sup>†</sup> Assumed identical to the orbital period (value taken from the ephemeris of Kilkenny et al. 2000). <sup>‡</sup> Deemed unlikely and, thus, rejected by Vučković et al. (2007) due to the high mass of the primary. \* Hence, we predict that  $V \sin i = 74.9 \pm 0.6 \text{ km s}^{-1}$  for the rotating sdB star ( $i \sim 81^\circ$ ), a value that can be tested from spectroscopy.

often essential in the process of finding unique asteroseismic solutions. This is particularly important in the present analysis since the shape of  $S^2$  function turns out to be significantly more complex than it was in our previous asteroseismic studies. The latter is a consequence of the introduction of rotationally-split period spectra in the optimization procedure. With 25 periods to work with, a number significantly larger than in our previous experiments, the number of combinations available to match theoretical modes with the observed periods largely increases. Further problems linked to this increased complexity are illustrated in the lower panels of Fig. 3. These represent the  $\log q(H) - M_*$  plane at fixed  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$  values (set to the values of the optimal model). The region of lowest  $S^2$  values in which our preferred solution lies, near  $M \sim 0.46 M_\odot$  and  $\log q(H) \sim -4.6$ , clearly appears in these maps, but several areas with  $S^2$  values within the 3-, 2-, and sometimes 1- $\sigma$  contours are also present, notably near  $M \sim 0.64, 0.47, 0.43$ , and  $0.36 M_\odot$ . These models cannot be rejected on the basis of spectroscopy alone because they remain consistent with it and, furthermore, they cannot be segregated either on the basis of their (comparable) values of  $S^2$ . However, a closer look at the respective solutions spotted in these areas reveals that none of these alternative models is fully satisfactory at the level of the mode identification itself, a domain where our optimal solution also features remarkable internal consistency, as we will discuss in detail below (Sect. 3.6).

### 3.5. Derived structural parameters

The optimal solution that we uncovered leads to the determination of important structural properties of PG 1336–018, following naturally from the fundamental parameters of the corresponding stellar model. These parameters are the surface gravity  $\log g$ , the effective temperature  $T_{\text{eff}}$ , the stellar mass  $M_*$ , and the mass of the H-rich envelope through the quantity  $\log(M_{\text{env}}/M_*) \simeq \log q(H)$ . Secondary quantities can be derived from these parameters, such as the stellar radius  $R_*$  (as a function of  $M_*$  and  $g$ ), the luminosity  $L_*$  (as a function of  $T_{\text{eff}}$  and  $R_*$ ), the absolute magnitude  $M_V$  (as a function of  $g$ ,  $T_{\text{eff}}$  and  $M_*$  in conjunction with the use of detailed model atmospheres), and the distance from Earth  $d$  (as a function of apparent magnitude

$V$  and  $M_V$ ). Moreover, with the rotation period,  $P_{\text{rot}}$ , equal to the orbital period in this assumed synchronized system, we can estimate the equatorial velocity  $V_{\text{eq}}$  (as a function of  $P_{\text{rot}}$  and  $R_*$ ). The derived asteroseismic values for all these quantities are listed on the left-hand side of Table 2. The quoted 1- $\sigma$  uncertainties for the asteroseismic quantities are derived following the method described in Charpinet et al. (2005b).

Table 2 also provides the values derived for some of these parameters using *independent* techniques. We have already emphasized the excellent agreement that can be achieved between the spectroscopic and asteroseismic determinations of the effective temperature and surface gravity of the sdB star. This result is rather typical in the field of sdB asteroseismology, but is not fully satisfactory, however, in the sense that spectroscopy has to be used to guide the selection of the asteroseismic solution in the vast model parameter space. More interesting is the comparison that becomes possible with the parameters inferred from the totally independent analysis of the binary light curve performed by Vučković et al. (2007). From their analysis, these authors could not formally discriminate between three models that best reproduce the binary light curve of PG 1336–018, and therefore proposed three favored solutions for the system parameters. The relevant parameters of these models are reproduced on the right-hand side of Table 2. These are the measured surface gravity, mass, and radius of the sdB primary allowing direct comparison with our asteroseismic results.

Table 2 immediately reveals that a very strong consistency exists between Model II of Vučković et al. (2007) and our optimal asteroseismic model of PG 1336–018. The determinations of the surface gravity  $\log g$ , and, more importantly, the stellar mass  $M_*$ , and the stellar radius  $R_*$  all agree within their respective 1- $\sigma$  uncertainties, a most remarkable convergence between two completely different methods for evaluating the stellar parameters of the primary star. Indeed, such a close agreement is particularly outstanding as both the mass and radius of the star are determined very accurately with each method. This makes it highly unlikely that this remarkable agreement has occurred by chance. Considering also that there could have been at the outset possible important systematic difference in both approaches, the results presented here are almost overwhelming. At this stage, we point out that none of the alternative seismic models that

we found (those providing similarly good matches to the observed periods of PG 1336–018 as measured by the merit function  $S^2$ ) can be associated with any of the models of Vučković et al. (2007). This constitutes, a posteriori, another consistency argument in favor of the optimal seismic model that we isolated.

It seems particularly clear, from this exceptional convergence with our asteroseismic result, that Model II proposed by Vučković et al. (2007) is the correct solution and Models I and III must be rejected. We point out that these authors already suggested that Model III is rather unlikely due to the relatively high mass inferred for the primary. According to them, such a high mass would be difficult to explain in a common envelope evolutionary scenario, the formation channel that PG 1336–018 is expected to have evolved through. Instead, both Model II and our asteroseismic solution point toward a mass of  $\sim 0.46 M_{\odot}$ , i.e., very close to the peak of the mass distribution for sdB stars (see, Han et al. 2002, 2003). We also point out that the inferred value for  $\log(M_{\text{env}}/M_*)$  indicates a rather thin H-rich envelope as one would expect, according to stellar evolution theory, for this relatively hot and compact sdB star.

### 3.6. Period fit and mode identification

The optimal seismic model selected for PG 1336–018 offers an excellent match to the 25 periods identified in this star. The resulting identification of the modes involved is given in Table 3. This table provides the derived distribution of the observed periods  $P_{\text{obs}}$  (or frequencies  $\nu_{\text{obs}}$ ) as they were matched to the computed modes with periods  $P_{\text{th}}$  (or frequency  $\nu_{\text{th}}$ ), radial order  $k$ , degree  $\ell$ , and azimuthal order  $m$ . The relative and absolute differences in period and frequency,  $\Delta X/X$  (where  $X$  is either  $P$  or  $\nu$ ; in %),  $\Delta P$  (in seconds), and  $\Delta \nu$  (in  $\mu\text{Hz}$ ) for each pair ( $P_{\text{obs}}$ ,  $P_{\text{th}}$ ) is also provided.

The average relative dispersion between the fitted periods (frequencies) is  $\overline{\Delta X/X} \approx 0.17\%$ . On an absolute scale, this represents an average period dispersion of  $\overline{\Delta P} \approx 0.27$  s (with a standard deviation around this mean of  $\sim 0.20$  s) or an average frequency dispersion of  $\overline{\Delta \nu} \approx 10.5$   $\mu\text{Hz}$  (with a standard deviation of  $\sim 9.4$   $\mu\text{Hz}$ ) with, for the worst cases, a difference of  $\Delta P \sim 0.55$  s and  $\Delta \nu \sim 37.8$   $\mu\text{Hz}$ . The quality of this simultaneous fit is well within the standards that can currently be achieved in sdB asteroseismology. This is remarkable, considering that 25 periods had to be reproduced simultaneously, a number significantly larger than those involved in all analyses carried out so far. This result, not guaranteed at the outset, is a strong indication that our initial choice of imposing synchronous rigid rotation is correct. With 15 periods (out of 25) being identified as components of multiplets (see Table 3), and therefore having a very significant weight in the determination of the best fit solution, it is highly unlikely that a wrong hypothesis for the rotation law would lead to a period fit at this level of accuracy (for an optimal model with parameters consistent with the orbital solution, moreover). This fact strongly suggests that the sdB star in PG 1336–018 is indeed tidally synchronised and in rigid rotation, as it will be illustrated and discussed further, later on, in Sect. 4.1. We still point out, however, that the accuracy at which the frequencies are reproduced ( $\sim 10.5$   $\mu\text{Hz}$  on average) is still approximately one order of magnitude larger than the accuracy at which these periods are measured ( $\sim 1$   $\mu\text{Hz}$ , the resolution in the Fourier domain resulting from the length of the observational campaign). Hence, there is clearly room for further improvements in the physics of the stellar structures used to model the interiors of sdB stars. This was already noted in our

previous studies. Such improvements are among the goals to be sought in future asteroseismic studies of sdB pulsators.

Focusing now on the details of the mode identification, we note that the observed periods are identified with radial ( $\ell = 0$ ) and nonradial  $\ell = 1, 2$ , and 4 acoustic modes with radial orders  $k$  in the range 0–3 (except for one low-amplitude period identified with a  $k = 5$  mode). This is typical of EC 14026-type pulsators. Complementary nonadiabatic pulsation calculation for this model also indicates that these modes are indeed predicted to be unstable due to the usual  $\kappa$ -mechanism that involves the Z-bump enhanced by local diffusive accumulations of iron. This optimal solution is therefore fully consistent at the nonadiabatic level as well, a consistency that has *always* been verified in *all* our previous asteroseismic studies performed to date. We also point out that, according to this mode identification, the observed periods are found in the low-radial order part of the theoretical band of unstable  $p$ -modes that, in this particular model, extends up to  $k \sim 7$ . This trend was already noticed in previous analyses and points toward a general property of rapid sdB pulsators that seems to preferentially excite the lowest-order modes within their unstable period range. The fact that our proposed mode identification for PG 1336–018 also conforms to this rule is another element accrediting the validity of the chosen optimal seismic model.

Another interesting property of this mode identification is that a consistent hierarchy in terms of apparent mode amplitudes is fairly well established. Due to spatial averaging effects occurring when the observed stellar disk is not resolved (which is always the case, except for the Sun), the visibility of modes tend to decrease when the number of nodal lines at the surface (i.e., the degree  $\ell$ ) increases. For sdB stars, the apparent mode amplitudes should be maximum for the unaffected  $\ell = 0$  modes and should decrease for  $\ell = 1, 2$  and 4 in that order, the  $\ell = 4$  modes, in particular, being much more affected. This simple argument should not be blindly applied to all individual modes, however, as their intrinsic amplitudes are not known a priori and possibly (likely?) differ very significantly from one mode to the other. For this reason, modes of higher degree  $\ell$  excited with high intrinsic amplitudes can possibly show higher apparent amplitudes than modes of lower degrees but carrying less energy, thus having lower intrinsic amplitudes. In spite of this, one may expect that, *on average*, modes of higher  $\ell$  would tend to have lower apparent amplitudes. PG 1336–018 turns out to be interesting at this level too, since the relatively high number of available periods (25) provide, for the first time in the field, a relatively meaningful basis for such statistical arguments. We note, in particular, that the measured amplitudes for the fitted periods given in Table 3 show the expected qualitative trend: according to the inferred mode identification, the observed average amplitudes,  $\overline{A}_{\ell}$ , are:  $\overline{A}_0 = 0.200\%$  (for  $\ell = 0$  modes),  $\overline{A}_1 = 0.196\%$  (for  $\ell = 1$  modes),  $\overline{A}_2 = 0.166\%$  (for  $\ell = 2$  modes), and  $\overline{A}_4 = 0.096\%$  (for  $\ell = 4$  modes). The significant drop of average amplitude for the periods identified as  $\ell = 4$  modes is particularly striking and corresponds well, at least qualitatively, to the theoretical expectation that there is, indeed, a stronger visibility penalty for modes with  $\ell = 4$  compared to modes having  $\ell \leq 2$  (see, Randall et al. 2005a, 2007).

The fair consistency achieved by our optimal model at the level of the mode amplitude hierarchy is another argument contributing to the overall credibility of this seismic solution for PG 1336–018. As a matter of comparison, we mentioned in Sect. 3.4 (see also Fig. 3) that a few regions of the model parameter space could provide acceptable models in terms strictly

**Table 3.** Period fit and derived mode identification for the optimal model of PG 1336–018. Only the relevant theoretical modes are shown in this table, due to space limitations.

$l$	$k$	$m$	$\nu_{\text{obs}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_{\text{th}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$P_{\text{obs}}$ (s)	$P_{\text{th}}$ (s)	$\Delta X/X$ (%)	$\Delta P$ (s)	$\Delta\nu$ ( $\mu\text{Hz}$ )	Ampl. (%)	Comments
0	1	0	...	5827.935	...	171.5874	...	...	...	...	
0	0	0	5435.373	5439.147	183.9800	183.8524	+0.0694	+0.1276	-3.773	0.20	$f_5$
1	2	-1	6163.328	6143.287	162.2500	162.7793	-0.3262	-0.5293	+20.041	0.05	$f_{28}$
1	2	0	...	6032.043	...	165.7813	...	...	...	...	
1	2	+1	5916.110	5920.798	169.0300	168.8961	+0.0792	+0.1339	-4.689	0.10	$f_{11}$
1	1	-1	5585.656	5586.476	179.0300	179.0037	+0.0147	+0.0263	-0.820	0.40	$f_2$
1	1	0	5470.759	5474.019	182.7900	182.6811	+0.0596	+0.1089	-3.260	0.06	$f_{22}$
1	1	+1	5369.416	5361.562	186.2400	186.5128	-0.1465	-0.2728	+7.854	0.37	$f_3$
2	3	-2	...	7401.844	...	135.1015	...	...	...	...	
2	3	-1	...	7290.492	...	137.1649	...	...	...	...	
2	3	0	...	7179.141	...	139.2924	...	...	...	...	
2	3	+1	7071.136	7067.789	141.4200	141.4870	-0.0474	-0.0670	+3.347	0.13	$f_6$
2	3	+2	...	6956.437	...	143.7518	...	...	...	...	
2	2	-2	...	6677.528	...	149.7560	...	...	...	...	
2	2	-1	...	6570.556	...	152.1941	...	...	...	...	
2	2	0	...	6463.583	...	154.7129	...	...	...	...	
2	2	+1	...	6356.611	...	157.3165	...	...	...	...	
2	2	+2	...	6249.639	...	160.0092	...	...	...	...	
2	1	-2	5757.384	5742.918	173.6900	174.1275	-0.2519	-0.4375	+14.466	0.47	$f_1$
2	1	-1	5621.135	5630.979	177.9000	177.5890	+0.1748	+0.3110	-9.844	0.07	$f_{20}$
2	1	0	5516.633	5519.041	181.2700	181.1909	+0.0436	+0.0791	-2.409	0.10	$f_{12}$
2	1	+1	5401.026	5407.103	185.1500	184.9419	+0.1124	+0.2081	-6.077	0.06	$f_{25}$
2	1	+2	...	5295.165	...	188.8515	...	...	...	...	
4	5	0	...	10387.173	...	96.2726	...	...	...	...	
4	5	+1	10314.595	10276.775	96.9500	97.3068	-0.3680	-0.3568	+37.820	0.05	$f_{26}$
4	5	+2	...	10166.377	...	98.3635	...	...	...	...	
4	3	-2	...	8178.214	...	122.2761	...	...	...	...	
4	3	-1	...	8071.613	...	123.8910	...	...	...	...	
4	3	0	7948.494	7965.012	125.8100	125.5491	+0.2074	+0.2609	-16.518	0.06	$f_{24}$
4	3	+1	7880.842	7858.411	126.8900	127.2522	-0.2854	-0.3622	+22.431	0.07	$f_{19}$
4	3	+2	...	7751.810	...	129.0021	...	...	...	...	
4	2	-4	7412.898	7414.010	134.9000	134.8798	+0.0150	+0.0202	-1.111	0.06	$f_{23}$
4	2	-3	...	7303.060	...	136.9289	...	...	...	...	
4	2	-2	...	7192.111	...	139.0412	...	...	...	...	
4	2	-1	7108.836	7081.161	140.6700	141.2198	-0.3908	-0.5498	+27.675	0.09	$f_{14}$
4	2	0	...	6970.211	...	143.4677	...	...	...	...	
4	2	+1	...	6859.262	...	145.7883	...	...	...	...	
4	2	+2	...	6748.312	...	148.1852	...	...	...	...	
4	1	-4	...	6104.366	...	163.8172	...	...	...	...	
4	1	-3	...	5997.193	...	166.7447	...	...	...	...	
4	1	-2	5891.363	5890.020	169.7400	169.7787	-0.0228	-0.0387	+1.343	0.09	$f_{15}$
4	1	-1	...	5782.847	...	172.9252	...	...	...	...	[close to $f_8$ ]
4	1	0	...	5675.674	...	176.1905	...	...	...	...	
4	1	+1	...	5568.500	...	179.5816	...	...	...	...	[close to $f_{13}$ ]
4	1	+2	5444.251	5461.327	183.6800	183.1057	+0.3127	+0.5743	-17.076	0.17	$f_7$
4	1	+3	5356.473	5354.154	186.6900	186.7709	-0.0433	-0.0809	+2.319	0.08	$f_{16}$
4	1	+4	...	5246.981	...	190.5858	...	...	...	...	
4	0	-4	...	5706.791	...	175.2298	...	...	...	...	
4	0	-3	5598.477	5606.049	178.6200	178.3787	+0.1351	+0.2413	-7.572	0.17	$f_6$
4	0	-2	5505.698	5505.307	181.6300	181.6429	-0.0071	-0.0129	+0.391	0.08	$f_{17}$
4	0	-1	5392.289	5404.565	185.4500	185.0288	+0.2271	+0.4212	-12.276	0.25	$f_4$
4	0	0	...	5303.823	...	188.5432	...	...	...	...	
4	0	+1	5218.934	5203.081	191.6100	192.1938	-0.3047	-0.5838	+15.853	0.06	$f_{21}$
4	0	+2	5111.168	5102.340	195.6500	195.9885	-0.1730	-0.3385	+8.828	0.05	$f_{27}$
4	0	+3	...	5001.598	...	199.9361	...	...	...	...	
4	0	+4	4885.198	4900.856	204.7000	204.0460	+0.3195	+0.6540	-15.658	0.07	$f_{18}$



of the quality of fit to the observed periods (i.e., within  $3\text{-}\sigma$  in  $S^2$  value relative to the best-fit model), while being also consistent with the spectroscopic constraints. However, for all these regions, the resulting mode identifications are much less convincing regarding the hierarchy of apparent mode amplitudes. The region near  $M \sim 0.64 M_\odot$  provides a seismic model candidate with an inconsistent distribution for the average amplitude values:  $\bar{A}_\ell = \{0.065, 0.073, 0.209, 0.115\%$  (for  $\ell = \{0, 1, 2, 4\}$ , respectively). The  $M \sim 0.36 M_\odot$  solution results in values  $\bar{A}_\ell = \{0.170, 0.167, 0.190, 0.082\%$  and is less convincing (since  $\bar{A}_2 > \bar{A}_0, \bar{A}_1$ ), despite the fact that the periods identified as  $\ell = 4$  modes have clearly lower amplitudes. The family of models near  $M \sim 0.43 M_\odot$  provides a period fit with  $\bar{A}_\ell = \{0.170, 0.220, 0.120, 0.114\%$  which, again, is not very satisfactory in terms of amplitude hierarchy. Finally, the  $M \sim 0.47 M_\odot$  solution is in fact very close to our optimal solution parameter-wise, but provides a significantly different distribution of the  $(P_{\text{obs}}, P_{\text{th}})$  pairs in the resulting period fit. The average amplitude distribution in that case is  $\bar{A}_\ell = \{0.215, 0.082, 0.216, 0.111\%$ , i.e., less credible. Hence, based on these specific arguments, we find that our optimal model solution is also the one that provides the most consistent mode identification in terms of preserving statistically the expected hierarchy of apparent mode amplitudes. This consideration adds up to the other elements mentioned previously that conducted us to favor this model as the best asteroseismic solution for PG 1336–018.

Finally, it is interesting to look back at the three uncertain periods from the original set of Kilkenny et al. (2003) that were not considered for the search of a best-fit asteroseismic model (see Sect. 3.1 and Table 1), and check if these have counterparts in our optimal seismic model of PG 1336–018. These periods are 184.04 s ( $f_{10}$ ), 178.96 s ( $f_{13}$ ), and 173.59 s ( $f_8$ ). We find that  $f_{10}$  has no acceptable counterpart in the proposed model, but both  $f_{13}$  and  $f_8$  can be associated with unassigned theoretical periods. Indeed,  $f_{13}$  can be associated with the mode  $\ell = 4, k = 1, m = +1$  that has a period of  $\sim 179.58$  s (see Table 3). This match has a relative dispersion of  $\Delta P/P = -0.35\%$  ( $\Delta P = -0.62$  s, on an absolute scale). For its part,  $f_8$  can be associated with the mode  $\ell = 4, k = 1, m = -1$  that has a period of  $\sim 172.92$  s. This match has a relative dispersion of  $\Delta P/P = +0.39\%$  ( $\Delta P = +0.67$  s, on an absolute scale). Hence, these two a posteriori period matches show dispersions comparable to the other fitted periods and do not affect significantly the overall quality of the fit if included. This suggests that  $f_{13}$  and  $f_8$  may well be real oscillation modes of the star, a proposition that would require additional observations, however, to be confirmed.

### 3.7. On the orientation of the pulsation axis

An interesting and unexpected byproduct of the present asteroseismic analysis is related to the derived mode identification for the 25 periods observed in PG 1336–018. Table 3 shows that 5 observed periods have been identified as components of two  $\ell = 1$  triplets of radial order  $k = 1$  and 2. In these triplets, it turns out that the periods with the highest observed amplitudes are associated with the  $m = \pm 1$  components. This is particularly striking for the  $\ell = 1, k = 1$  triplet where the  $m = +1, -1$  components have amplitudes of 0.37 and 0.40% respectively, while the central  $m = 0$  component has an amplitude of 0.06%, only. In the same vein, the  $\ell = 1, k = 2$  triplet has only the two  $m = -1$  and  $+1$  components associated with observed periods of rather low amplitudes (0.05 and 0.10% respectively), while the central

$m = 0$  mode is not seen in that case (its amplitude could very well be below the detection limit of the current data).

It is well known from stellar pulsation theory that the visibility of modes of azimuthal order  $m$  for unresolved stellar disks is modulated by the orientation of the pulsation axis relative to the observer. For instance, an  $\ell = 1, m = 0$  mode, whose geometry imposes an equatorial node between two hemispheres in opposition of phase during a pulsation cycle, will be severely attenuated by disk-averaging effects if the pulsations are seen nearly equator on. Conversely, such a mode would suffer only weak attenuation if the pulsations are seen pole on by the observer. The situation is reversed for the  $\ell = 1$  modes having  $m = \pm 1$  azimuthal orders, whose geometry imposes, this time, a longitudinal node between regions of opposite phase.

In the present situation, the amplitude configuration observed for the dipole ( $\ell = 1$ ) modes is favored if the pulsations are seen nearly equator on (i.e., at a high inclination angle). In that case, strong attenuation of the central  $m = 0$  components are likely to lower significantly their observable amplitudes relative to the  $m = \pm 1$  components, as it is apparently the case according to Table 3. The case for a high inclination angle is further strengthened by invoking the relative amplitudes of the four components of the multiplet corresponding to the modes with  $\ell = 2$  and  $k = 1$ . Indeed, a quadrupole observed nearly equator on and split by rotation will tend to show  $|m| = 2$  components with higher amplitudes than the central  $m = 0$  component, while the  $|m| = 1$  components tend to be invisible (see, e.g., Fig. 1 of Brassard et al. 1995). This is exactly what is suggested in Table 3, although the  $m = +2$  component is not seen for some reason in that quintuplet. The interesting point about this discussion of the inclination angle is that we already *know* that the eclipsing binary system PG 1336–018 is seen nearly equator on, with an inclination angle of  $\sim 81^\circ$  well constrained from the binary light curve analysis of Vučković et al. (2007). Hence, this very strongly suggests that the pulsation axis is aligned with the rotation axis of the sdB star in PG 1336–018, the latter being most likely perpendicular to the orbital plane as must be the case in such a close binary system.

This result is enlightening in view of recent claims to the effect that the pulsation axis could be tipped toward the companion star in close binary systems such as PG 1336–018 (Reed et al. 2006, and references therein). It was indeed argued, although there was no credible theoretical foundations for this proposition to be made, that tidal effects could tip the pulsation axis of the sdB star toward the companion and into the orbital plane. Such a tipped axis would then precess with the rotation of the star and produce all sorts of complications that would render an asteroseismic interpretation of the light curve nearly impossible. Our results show, on the contrary, that PG 1336–018 is amenable to detailed studies. In particular, they demonstrate that the pulsation axis of that star is not tipped as argued by some authors.

## 4. Expanding the limits of asteroseismology

### 4.1. Relaxing the spin-orbit synchronism hypothesis

One underlying hypothesis imposed in the previous asteroseismic analysis of PG 1336–018 is that the rotation of the sdB star is fully synchronized with its orbital motion, i.e., from the stellar surface down to the central region. The star was therefore assumed to rotate as a solid body with a period,  $P_{\text{rot}}$ , equal to  $\sim 8728$  s, i.e., identical to the measured orbital period of the system. The properties of the asteroseismic solution presented previously and inferred within the framework of this assumption

strongly suggest at this stage that the star is indeed fully synchronized. As an additional independent check and in the spirit of relaxing this hypothesis, we also operated a search in the entire model parameter space still assuming rigid rotation, but leaving this time  $P_{\text{rot}}$  as a free parameter. Not surprisingly, the same families of model solutions which were found in Sect. 3 emerged from this exploration, all with values for the period  $P_{\text{rot}}$  very close (i.e., within  $1-\sigma$ ) to the orbital period of the system. This further strengthens the fact that PG 1336–018 is very likely in synchronous rigid rotation. However, the idea of complete spin-orbit synchronism deserves more attention in our view, and we further investigate it in what follows.

The theoretical framework describing tidal frictions in close binaries has been developed essentially by Zahn (1977) and Tassoul & Tassoul (1992a,b). These studies show that synchronization times depend notably on the orbital period, but can differ by orders of magnitude depending on the physical mechanism invoked to insure synchronism. This is particularly true for hot stars with radiative envelopes (such as sdB stars), where tidal forces are believed to be less efficient for synchronization. While the mechanism of Zahn is not dissipative enough to explain the observed levels of synchronization, the validity of the mechanism proposed by Tassoul & Tassoul is still under debate, given its free parameter dependence (see, Claret et al. 1995; Claret & Cunha 1997). Independently of these theoretical uncertainties, observational evidence already exists in favor of the idea that very close systems such as the sdB+WD binaries KPD 0422+5421 (Orosz & Wade 1999) and KPD 1930+2752 (Billères et al. 2000), with orbital periods of  $\sim 2.16$  h and  $\sim 2.28$  h, respectively, have achieved spin-orbit synchronism, at least superficially, over the typical lifetime of a sdB star ( $\sim 10^8$  yrs), since both systems show ellipsoidal luminosity variations with a period of exactly half the orbital period, as expected for tidally locked binaries. The hypothesis of spin-orbit synchronism was indeed used recently by Geier et al. (2007) to constrain the binary parameters of KPD 1930+2752 and, in a more recent work, Geier et al. (2008) also presented a study of a third sdB+WD system, PG 0101+039, for which they were able to show that the tiny ellipsoidal variation has a period that is, again, equal to half the orbital period of 13.68 h. These results suggest that tidal synchronization, at least for the outermost stellar layers, is achieved in sdB+WD systems with orbital periods of less than  $\sim 14$  h. Remarkably, asteroseismology has recently taken hold of these questions too, by providing very strong evidence that another sdB+WD system, Feige 48 having an orbital period of  $\sim 9.02$  h, is tidally locked but also rotates most likely as a solid body (Van Grootel et al. 2008a). This pioneering work is the first explicit demonstration of spin-orbit synchronism in a binary star by asteroseismic means.

On the basis of this evidence, there is little doubt that the outermost layers (the surface at the very least) of the sdB primary in PG 1336–018 should be tidally locked in this close system. However, our knowledge of the dynamical status of the inner layers of the star is a lot more uncertain. In this context, it appears highly legitimate to challenge, if possible, the hypothesis that a star can really rotate as a solid body. There is, indeed, a more general and highly interesting question linked to this situation: how deep can tidal spin-orbit synchronization migrate inside stars within their lifetime? It turns out that PG 1336–018 is also a particularly interesting laboratory for addressing that specific issue, as we shall see below.

In order to explore this particular question, we relaxed the strict spin-orbit synchronism hypothesis adopted in the preceding analysis. Specifically, we gave up the simple solid-body

rotation law that was used in the computation of the rotationally split pulsation frequencies and replaced it with a spherically symmetric differential rotation law (we do not consider axisymmetric differential rotation here). In this more general context, Eqs. (1) and (3) are no longer valid and must be replaced by the general relations

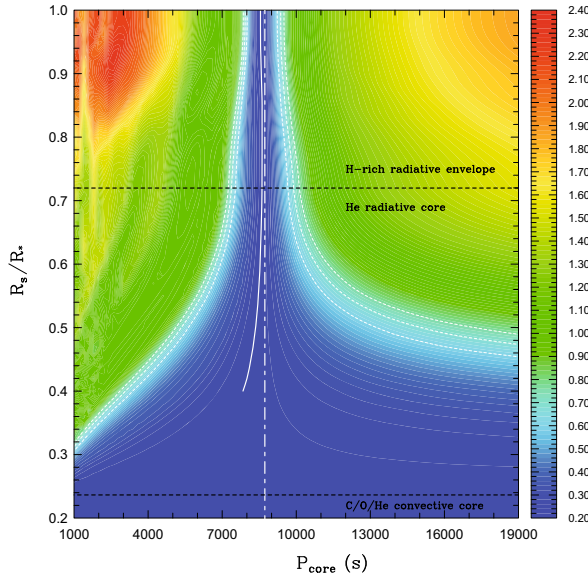
$$\Delta\nu_{k\ell} = \int_0^R V_{\text{rot}}(r)K_{k\ell}(r)dr, \quad (5)$$

where  $V_{\text{rot}}(r) \equiv \Omega_{\text{rot}}(r)/2\pi = 1/P_{\text{rot}}(r)$  is the rotation rate of the star (in Hz), now a function of the radius  $r$ , and  $K_{k\ell}(r)$  is the first-order rotation kernel computed from the mode eigenfunctions  $\xi_r(r)$  and  $\xi_h(r)$ :

$$K_{k\ell}(r) = \frac{\xi_r^2 - [\ell(\ell+1) - 1]\xi_h^2 - 2\xi_r\xi_h}{\int_0^R \{\xi_r^2 + \ell(\ell+1)\xi_h^2\} \rho r^2 dr} \rho r^2. \quad (6)$$

Equation (2) then applies to derive the first-order corrections to the eigenfrequencies. In this exploration, we considered a simple differential rotation law characterized by two regions – the “core” and the “envelope” – rotating each as independent solid structures. The position of the transition (or sheer) layer between the “core” and the “envelope” is specified by the parameter  $R_s/R_*$  (i.e., the radius expressed as a fraction of the total radius of the star,  $R_*$ ). Two other parameters are needed to specify fully this rotation law. These are the rotation period for the envelope,  $P_{\text{env}}$  (in seconds), and the rotation period for the core,  $P_{\text{core}}$  (also in seconds). For PG 1336–018, we further assumed that the “envelope” is tidally synchronized and therefore the parameter  $P_{\text{env}}$  was fixed to the value of the orbital period, i.e., 8727.78 s. The two other parameters were varied, in the ranges 1000–19000 s (by steps of 200 s) and 0.2–1.0 (by steps of 0.01) for  $P_{\text{core}}$  and  $R_s/R_*$ , respectively. Since  $R_s/R_*$  is a free parameter, we stress that what we call the “envelope” in this context is the region between the surface ( $r/R_* = 1.0$ ) and this “sheer layer” placed at the position  $R_s/R_*$ . The so-called “core” is therefore the region below this transition. We also note that the particular case  $R_s/R_* = 1.0$ , considered in our grid exploration, is equivalent to a solid body rotation law of period  $P = P_{\text{core}}$ , where this time  $P$  is a free parameter contrary to the analysis of Sect. 3. Finally, in this exercise, we kept all other structural parameters of the star ( $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ ,  $\log q(H)$ , and  $M_*$ ) constant, set to the firmly established values derived formerly from our optimal seismic model solution. Indeed, we consider from that point that these parameters have been well secured owing to the fact that both the asteroseismic and the orbital solutions independently point toward these values. Figure 4 shows the resulting  $S^2$  map in the 2-dimensional ( $P_{\text{core}}$ ,  $R_s/R_*$ ) parameter space explored.

At high values of  $R_s/R_*$  ( $\geq 0.55$ ), we find a very well defined valley of low  $S^2$  values corresponding to the models that best fit the 25 periods of PG 1336–018. Interestingly, we find that this valley is centered around a rotation period  $P_{\text{core}}$  corresponding to the orbital period of the system (the dot-dashed vertical line in Fig. 4). This means that, even with the additional freedom offered by the new rotation law considered, best-fit models spontaneously converge toward tidally synchronized solid body rotation, at least down to  $\sim 0.55 R_*$  inside the star. Indeed, the fact that the bottom of the valley, indicated by the white solid-curve in Fig. 4, matches almost exactly the dot-dashed vertical line in that radius range is particularly suggestive. In addition, we note that this solution is unique, as the quality of the fit rapidly degrades for models that differ significantly from that rotation



**Fig. 4.** Seismic inversion of the internal rotation profile of the sdB star in PG 1336–018. This  $S^2$  map (on a logarithmic scale) shows the quality of fit to the observed pulsation periods as a function of the parameters  $P_{\text{core}}$  and  $R_s/R_*$  that define the differential rotation law explored (see text for details). The white dot-dashed vertical line indicates the rotation period of PG 1336–018 assuming a fully synchronized star and, therefore, pure solid body rotation with a period of  $\sim 8728$  s. The white solid curve represents the line of minimum  $S^2$  in this map for  $R_s/R_*$  in the range 0.4–1.0. White dotted-line contours show regions where the period fits have  $S^2$  values within, respectively, the 1- $\sigma$ , 2- $\sigma$ , and 3- $\sigma$  confidence level relative to the best-fit solution. Finally, the black horizontal dotted-lines show, respectively, the location of the transition between the H-rich envelope and the helium core in our optimal stellar model (at  $R/R \sim 0.72$ ) and the typical location of the boundary of the inner, convective He-burning core according to standard evolutionary models (see, e.g., Dorman et al. 1993).

profile. Hence, alternative rotation periods for the sdB primary star in PG 1336–018 can clearly be excluded, at least in the explored period range. This finding is quite consistent with the fact that our optimal solution identified in Sect. 3 already matches the 25 observed periods with an accuracy comparable, from our past experience, to the best that can be achieved in sdB asteroseismology with current models. Consequently, there should be practically no room left for further improvements at that level based on such models.

For values of  $R_s/R_* \lesssim 0.55$ , the valley enlarges significantly, as the 1-, 2-, and 3- $\sigma$  confidence levels represented by the white dotted-curves in Fig. 4 diverge to both shorter and longer periods. This means that, as we move the “sheer layer” deeper and deeper inside the star, models with  $P_{\text{core}}$  values increasingly different from the orbital period can no longer be formally distinguished from the pure solid body rotation solution. This behavior is easily understood by recalling that acoustic modes in hot B subdwarfs are envelope modes, propagating mostly in the outer stellar regions (see, e.g., Charpinet et al. 2000). These modes have amplitudes that decrease significantly in the core to the extent of becoming unaffected by the innermost regions. Hence, the shape of the valley observed in Fig. 4 is simply the signature of the  $p$ -modes observed in PG 1336–018 losing progressively their sensitivity to the stellar innermost layers. The bottom line is that it becomes formally impossible, at this stage,

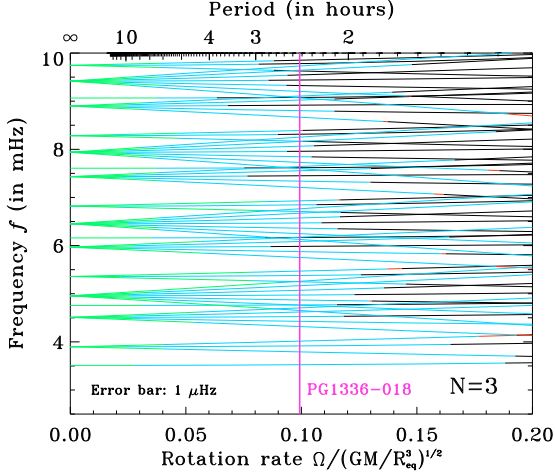
to state whether PG 1336–018 is in synchronized solid body rotation in its deepest regions or not. Nonetheless, we point out that near  $R_s/R_* \sim 0.6$  and deeper, the bottom of the valley shows a slight inflection toward shorter periods. Such a trend, if real, would indicate that the star is no longer synchronized and rotating as a solid body in these regions and below. But, again, this cannot be formally established, as the differences of  $S^2$  values are not significant.

To summarize the results of this experiment, we found a very clear asteroseismic evidence that the sdB primary in PG 1336–018 has a solid-body rotation profile with a period equal to the orbital period of the system from its surface down to  $\sim 0.5$ – $0.6 R_*$ , at least. This means that spin-orbit synchronization mechanisms have been effective for tidally locking this star over approximately half its radius, at least. This range includes the whole H-rich outer envelope of the star – its inner boundary being located near  $\sim 0.72 R_*$  according to our optimal seismic model of PG 1336–018 – and the outermost layers of the He radiative core (see Fig. 4). The dynamical status of the deeper layers is more uncertain, however, due to the fact that  $p$ -modes probe mainly the outer layers of sdB stars and loose their sensitivity to the innermost regions. Synchronized solid body rotation extending to deeper regions (and even down to the center of the star) remains a valid option but cannot be verified. Alternatively, a very slight trend indicates that solid body rotation and tidal synchronization might break down below  $\sim 0.55 R_*$ , the rotation rate slowly increasing downward, but this also cannot be formally proved and should be taken with great caution.

Finally, we mention that, to our knowledge, this is the first time that such an explicit seismic inversion of the inner rotation profile of a star other than the Sun has been successfully carried out. Approximate inferences of internal rotation properties of some pulsating stars already exist in the literature, most notably for a few  $\beta$ -Cephei stars showing rotationally-split components for both a “shallow”  $p$ -mode probing mostly the envelope and a “deep”  $g$ -mode probing the core region (Pamyatnykh et al. 2004; Dupret et al. 2004; Briquet et al. 2007). These were limited, however, by the small number of frequencies available (arguably compensated by the fact that partial independent mode identification of  $\ell$  and  $m$  was available in those cases). At the outset, PG 1336–018, with up to 15 modes constraining the rotation (while 10 modes determine the internal structure itself; see, again, Table 3), demonstrated a remarkable potential in that respect. This potential can possibly be exploited further when sdB stellar models become more realistic, and when our ability to fit the pulsation periods at an even higher level of accuracy still improves. We might then be able to constrain more tightly the rotation profile and extract useful information on the dynamics of even deeper regions. On a more general note, this new result is a clear demonstration that asteroseismology is indeed a very powerful tool to probe stellar structures and internal dynamics. This has very often been claimed in the past, but we offer here an explicit example of such realization.

#### 4.2. Higher-order effects due to rotation and tidal distortion

For PG 1336–018 which rotates fairly rapidly and has a close companion, questions related to the importance of higher-order effects due to rotation and tidal distortions are legitimate. However, this is not a trivial problem since, unlike first-order corrections used in the present analysis, there is currently no simple formulation that would allow us to compute precisely second-order (and above) effects for moderately rotating sdB pulsators. In the present context, the goal is first to evaluate the



**Fig. 5.** Modes of degree  $\ell = 0 - 3$  in the frequency range 3–10 mHz are shown as a function of the rotation rate of the star (in units of the breakup rotation rate  $\Omega_K \equiv \sqrt{GM/R_{\text{eq}}^3}$ ). Parameters relevant to PG 1336–018 were used in this calculation ( $M = 0.459 M_{\odot}$  and  $R = 0.15 R_{\odot}$ ). The range of validity for each level of approximation, defined as the range where the difference with the exact frequency (i.e., computed in a nonperturbative way) is less than the precision of the observed frequencies (fixed to  $1 \mu\text{Hz}$  in this case), is indicated by the color segments: green, cyan, and red represent the first-order, second-order, and third-order approximations, respectively. The black portions indicate regions where effects of higher-order show-up above the  $1 \mu\text{Hz}$  limit. PG 1336–018, assuming a rotation period of 2.4244 h, lies near  $\Omega/\Omega_K \sim 0.1$  in this diagram.

eventual significance of these corrections and determine if this lack would gain to be filled in the future.

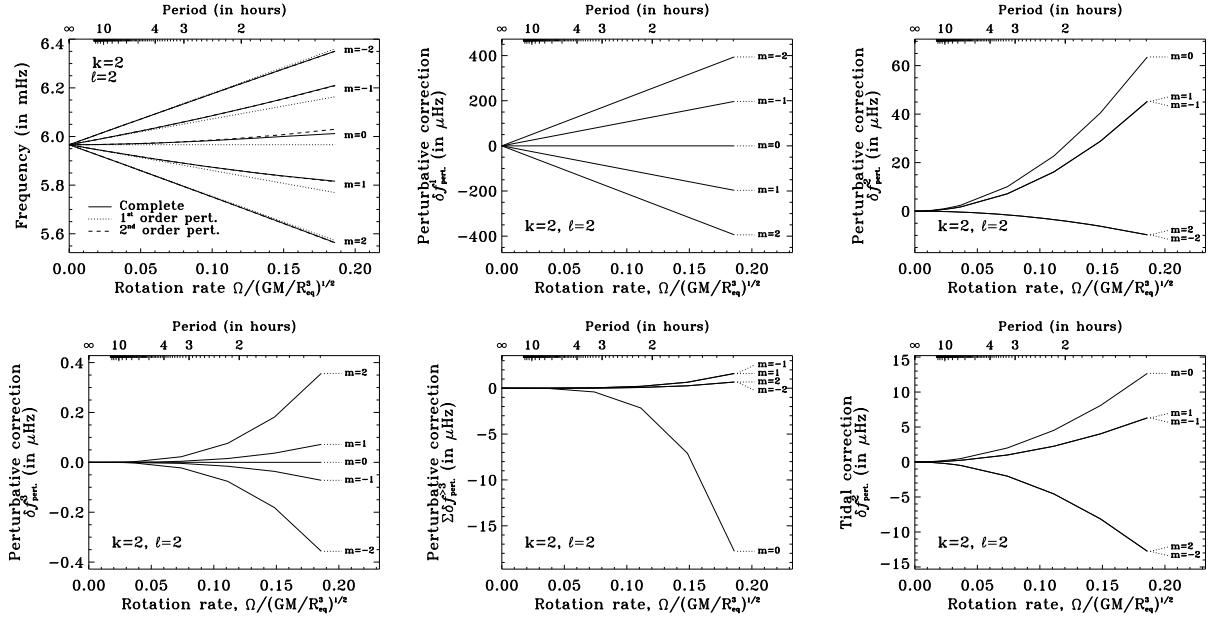
To progress in this area, we exploited the tools recently developed, in part, by one of us (D. R.) to study the behavior of oscillation modes in rapidly rotating stars. This original approach, described in detail in Lignières et al. (2006) and Reese et al. (2006), relies on a nonperturbative treatment of stellar rotation that provides “exact” solutions for the frequencies of the modes. By “exact”, we mean that the full set of equations describing this problem is solved and no approximate development of the solution is made, contrary to the perturbative approach. The projection of these “exact” solutions on the  $\{\Omega^1, \Omega^2, \dots, \Omega^n\}$ -basis leads, after truncation at the  $n$ th power of  $\Omega$ , to the solution approximated at the  $n$ th-order whose precision can then be estimated. However, the current trade-off in these exact calculations is that the method has not yet been applied to realistic stellar structures and relies instead on approximate representations of stars based on polytropes. Nonetheless, although precise numerical evaluations of the rotation effects very likely remain impaired by this limitation, interesting insight on the importance of such effects in the context of PG 1336–018 can still be gained, at least at the level of providing orders of magnitudes for the various effects.

Figure 5 shows the expected behavior of the relevant  $p$ -mode frequencies in a star like PG 1336–018 (i.e., in the 3–10 mHz range) using this nonperturbative method to evaluate the effects of rotation. It also indicates the range of validity of various orders of approximation related to the standard perturbative approach (see the figure caption for details). In this calculation, the sdB star structure was approximated by a polytrope of index  $N = 3$  roughly representative of the outermost layers of this type

of stars where acoustic waves predominantly exist. A mass of  $0.459 M_{\odot}$  and an equatorial radius of  $0.151 R_{\odot}$  corresponding to the values derived in Sect. 3 from our asteroseismic analysis were assumed in that context. Figure 5 immediately indicates that in PG 1336–018, a rotation period of 2.4244 h produces higher-order and most notably second-order corrections to the frequencies that are larger than the precision of the observations (approximately  $1 \mu\text{Hz}$ ). Hence, these are expected to be significant in this star. Interestingly, the calculation indicates that the first-order perturbation is valid, strictly speaking, down to periods of  $\sim 10$  h (the green segments shown in Fig. 5), while second-order corrections (blue segments) remain accurate at the level of the precision of the observations down to periods of 2.0–2.7 h, depending on the modes. PG 1336–018, with typical frequencies between 5 and 8 mHz, lies well within the limits of validity of the second-order corrections but relatively far above the first-order limit, thus suggesting that second-order corrections may be large enough to produce significant distortions relative to calculations limited to first-order.

In order to assess that latter point, we provide in Fig. 6 a close-up view showing the behavior of a representative nonradial mode (with  $\ell = 2, k = 2$ ) as a function of the rotation rate of the star. For this mode, a comparison between the exact solution and the first- and second-order truncated calculations is shown in upper-left panel of Fig. 6. The separated contributions from the various levels of perturbative corrections, respectively  $\delta f_{\text{pert}}^1, \delta f_{\text{pert}}^2, \delta f_{\text{pert}}^3$ , and  $\sum \delta f_{\text{pert}}^{\geq 3}$  (given in  $\mu\text{Hz}$ ) for the first-, second-, third-, and the sum of all remaining perturbations, are also illustrated in the other panels of this figure. As expected, the first-order correction ( $\delta f_{\text{pert}}^1$ ) largely dominates the rotational splitting, producing an equidistant (in frequency) quintuplet with the prograde ( $m < 0$ ) modes having their frequencies increased and the retrograde ( $m > 0$ ) modes having their frequency decreased compared to the central  $m = 0$  component. As discussed already, this correction leads, for PG 1336–018 rotating with  $P_{\text{rot}} = 2.4244$  h ( $\Omega/\Omega_K \sim 0.1$ ), to a splitting between  $|\Delta m| = 1$  modes of  $\sim 114 \mu\text{Hz}$ . The frequency of the axisymmetric ( $m = 0$ ) mode is unaffected at this level of approximation. The second-order corrections ( $\delta f_{\text{pert}}^2$ ) are all very small (i.e., irrelevant) for rotation periods beyond  $\sim 10$  h, but start to significantly affect the frequencies at higher rotation rates. Figure 6 shows that these corrections, in a star rotating at the rate of PG 1336–018, could reach a magnitude of 10–15  $\mu\text{Hz}$  and affect unevenly the components of a multiplet. For the sample mode represented, the  $m = \pm 2$  sectoral modes experience a decrease in their frequency relative to their first-order truncated frequency, while the  $m = \pm 1$  modes have their frequency increased, as well as the axisymmetric ( $m = 0$ ) mode which is now affected by the rotation of the star. Higher-order corrections remain marginal in the context of PG 1336–018. The third-order perturbations ( $\delta f_{\text{pert}}^3$ ) are well below the frequency resolution of the observations, and corrections of higher-orders all summed-up ( $\sum \delta f_{\text{pert}}^{\geq 3}$ ) are not significant, except maybe for the  $m = 0$  component for a modest contribution of  $\sim 2 \mu\text{Hz}$ . Finally, the lower right panel of Fig. 6 illustrates the impact on mode frequencies induced by the tidal deformation of the sdB star generated by the dwarf-M companion. This effect was estimated using the second-order perturbative formalism and coefficients of Saio (1981) and, as expected, is similar (even slightly inferior), with corrections of  $\lesssim 5 \mu\text{Hz}$ , to the second-order corrections caused by rotation.

If Fig. 6 only illustrates the particular case of one rotationally split non radial mode – other modes will have their own specific behavior –, we stress nonetheless that the inferred



**Fig. 6.** In top left panel, frequencies (in mHz) of a representative quintuplet (of degree  $\ell = 2$  and radial order  $n = 2$ ) vs. the rotation rate (or period) of the star are shown. The frequencies of the  $m$ -components are given for the exact computation (i.e., using the nonperturbative approach; solid curves), as well as in the first-order (dotted curves) and second-order (dashed curves) perturbative approximations. The individual contributions of the perturbative orders (in  $\mu\text{Hz}$ ) as functions of the rotation rate (or period) of the star are detailed in other panels. Top middle and right panels show the first-order ( $\delta f_{\text{pert}}^1$ ) and second-order ( $\delta f_{\text{pert}}^2$ ) contributions to the rotational splitting, while bottom left and middle panels illustrate the contributions of the third-order ( $\delta f_{\text{pert}}^3$ ), and the sum of all remaining ( $\sum \delta f_{\text{pert}}^3$ ) perturbations to the frequency of the quintuplet components due to rotation. Bottom right panel shows the second-order tidal correction as a function of the rotation rate (assumed synchronized with the orbital period) induced by a dwarf-M companion of  $0.122 M_{\odot}$  similar to the companion of PG 1336–018.

orders-of-magnitude for the higher-order corrections provided by this example are representative (see again Fig. 5) and constitute a valuable estimate of the importance of such effects induced by the moderate rotation rate and tidal distortion of the sdB star in PG 1336–018. In this respect, we find that these effects are, strictly speaking, significant mostly up to second-order with a typical impact of  $\sim 10\text{--}15 \mu\text{Hz}$  or less on the mode frequencies. Compared to the accuracy of our best fit model ( $\sim 10.5 \mu\text{Hz}$  on average) limited to the first-order rotation approximation, we do not expect that higher order effects will have a strong impact on the derived structural and dynamical properties of this star at the present level of accuracy. However, studies aimed at improving the seismic fit of PG 1336–018 in the future will need to accurately incorporate at least the second-order corrections.

## 5. Summary and conclusion

We presented the first detailed asteroseismic analysis performed on the primary component of the close sdB+dM eclipsing binary system PG 1336–018 (*NY Virginis*). This star, a hot B subdwarf member of the EC 14026 class of nonradial pulsators, oscillates in numerous modes with periods in the 96–205 s range. As such, it has stood out as a target of choice for asteroseismic studies. The close eclipsing binary nature of PG 1336–018 also offers the opportunity to measure independently several important properties of the stars forming the system. This was exploited recently by Vučković et al. (2007) who proposed three preferred families of models that can best match the binary light curve properties. The three solutions, that the authors could not formally separate,

are characterized by different masses for the sdB primary star:  $M \simeq 0.389, 0.466,$  and  $0.530 M_{\odot}$  (see Table 2).

We based our seismic analysis on 25 secured pulsation periods identified from a dedicated Whole Earth Telescope photometric campaign piloted by Kilkeny et al. (2003). To date, this campaign has provided the most accurate seismic data available for that star. An important component of our analysis has also been to acquire and analyze new high-quality spectra of PG 1336–018 in order to derive precise constraints for the atmospheric parameters of the pulsating sdB star. The seismic analysis was performed using the forward modeling approach that we have implemented for pulsating subdwarf B star asteroseismology and used quite successfully in past studies (see, e.g., Charpinet et al. 2006, and references therein). This was done using efficient optimization tools and methods developed for that purpose these past few years. This approach guarantees exhaustive searches in the explored model parameter space and objective identification of potential best-fit solutions with some information about their uniqueness. For PG 1336–018, it was necessary to incorporate the effects of rotational splitting directly in the period matching procedure, as the star is very likely tidally locked with the orbital motion in this close system, leading to a fairly rapid rotation rate. This is a recent addition to our fitting procedure that was first tested by Van Grootel et al. (2008a) in a reanalysis of the rapid pulsator Feige 48, and which now allows us to explore the dynamical properties of pulsating sdB stars. In the present study, this was done, in a first step, by considering all rotationally-split multiplet components assuming first-order perturbations induced by a solid body rotation law with a period equal to the orbital period ( $P = 8727.78$  s). In view of the

properties of our optimal solution obtained within this hypothesis, this approach proved to be very conclusive, pointing effectively to the fact that the star is indeed most likely a synchronized rigid rotator. Nonetheless, in a second step, this hypothesis of solid body rotation was relaxed, leading us to propose the first explicit seismic inversion of the internal rotation profile of a star other than the Sun. Finally, we explored, for the very first time in the field of sdB asteroseismology, the possible impact of higher-order rotation and tidal distortions effects on the pulsation frequencies for this fairly rapidly rotating pulsator with a very close companion. Our main results are summarized as follows:

1. Our additional high-sensitivity time-averaged spectroscopy led us to estimate that the sdB star in PG 1336–018 has  $T_{\text{eff}} = 32\,780 \pm 200$  K,  $\log g = 5.76 \pm 0.03$ , and  $\log N(\text{He})/N(\text{H}) = -2.94 \pm 0.14$ , in excellent agreement with the former, but less accurate, estimation derived by [Kilkenny et al. \(1998\)](#) (see Table 2). These values disagree, except for  $\log N(\text{He})/N(\text{H})$ , with the measurement provided by [Vučković et al. \(2007\)](#) whose Echelle spectrum is known to have order-matching problems, however.
2. The seismic search in the vast model parameter space, guided by the above spectroscopic constraints and further considerations on the model properties and the derived mode identification, led us to isolate one optimal model that best matches simultaneously the 25 periods observed in PG 1336–018 and provides a particularly strong internal consistency. This optimal model allowed us to estimate the structural parameters for the sdB star as given in Table 2. In particular, we found an outstanding agreement with the second model proposed by [Vučković et al. \(2007\)](#) characterized by a mass  $M = 0.466 \pm 0.006 M_{\odot}$  and a radius  $R = 0.15 \pm 0.01 R_{\odot}$ , while our totally independent asteroseismic solution leads to  $M = 0.459 \pm 0.005 M_{\odot}$  and  $R = 0.151 \pm 0.001 R_{\odot}$ . Such an agreement obtained at this high level of accuracy between two completely independent ways of measuring the mass and radius of that star is quite outstanding and obviously constitutes a crucial test for the validity of both the asteroseismic and the binary light curve modeling methods.
3. The period match for our optimal model solution is excellent, as the observed periods are fitted with an average relative dispersion of  $\sim 0.17\%$  to their associated theoretical periods. On an absolute scale, this represents an average dispersion of 0.27 s or 10.5  $\mu\text{Hz}$  only. Of course, this is still about one order of magnitude larger than the actual precision of the observations, indicating that there is still room for improvements in the modeling of the internal structure of these stars, which is one of our long term goals for sdB asteroseismology.
4. Our derived mode identification indicates that low-order acoustic modes of degrees  $\ell = 0, 1, 2, 4$  and radial-orders  $k = 0-3$  are observed in PG 1336–018. Several groups of periods clearly form multiplets of modes induced by rotational splitting. A follow-up nonadiabatic pulsation calculation applied to this optimal model shows that all the modes associated with the observed periods are indeed expected to be excited through the  $\kappa$ -mechanism at work in EC 14026 stars ([Charpinet et al. 1997](#)). Hence, PG 1336–018 conforms to that requirement as all other EC 14026 pulsators studied in detail thus far and adds another confirmation – if need be – that the mechanism generating the oscillations is correctly identified. We note also that our derived mode identification preserves the apparent amplitude trends expected for modes of increasing degree  $\ell$ : on average, the identified  $\ell = 4$  modes are found to have significantly lower amplitudes than the  $\ell = 0, 1,$  and  $2$  modes, the latter decreasing with increasing  $\ell$ , as expected. All these elements indicate that a strong internal consistency has been achieved also at the level of the mode identification with the seismic optimal model uncovered for PG 1336–018. We note that independent techniques such as multicolor photometry and time-series spectroscopy could provide interesting independent checks to this proposed mode identification and an additional test on the robustness of the structural parameters and rotation properties inferred from our seismic solution.
5. A remarkable implication of the above mentioned mode identification is that it carries strong indication, from the amplitude of the fitted  $\ell = 1$  modes distributed among the  $m$ -components, that the pulsation axis is aligned with the rotation axis of the sdB star. This is the first element of proof ever gathered concerning this geometrical aspect of pulsations and it goes against the idea that the pulsation axis may be tipped toward the companion star due to tidal interactions as proposed by [Reed et al. \(2006\)](#).
6. By relaxing, for the identified model solution (in terms of stellar parameters), the originally imposed solid body rotation law, we further demonstrated that the pulsation spectrum of PG 1336–018 indeed bears the signature of an internal rotation profile that corresponds to a spin-orbit-synchronized star rotating solidly from the surface down to approximately half its stellar radius, at least. We found that the seismic inversion of the rotation profile loses rapidly its accuracy below  $r \sim 0.55 R_{\odot}$ , as the  $p$ -mode sensitivity to the deeper regions greatly diminishes. Complete solid rotation cannot be formally confirmed or ruled out, but we provide a strong asteroseismic evidence that the star is indeed most likely tidally locked to its close companion down to  $\sim 0.55 R_{\odot}$ , which encloses completely the H-rich envelope and the upper part of the He radiative core of the star. This result may be particularly useful to help clarifying the persistent problems related to spin-orbit synchronism through tidal dissipation processes in hot radiative stars ([Claret et al. 1995](#); [Claret & Cunha 1997](#), and references therein). We also note that if  $p$ -modes mainly probe the outermost layers of the star,  $g$ -modes on the contrary are sensitive to the structure and dynamics of much deeper regions and may allow much deeper inversions. In this context, the potential of the long period sdB pulsators is very high and observations from space, using for instance the French satellite CoRoT and possibly the NASA mission KEPLER, may provide wonderful opportunities in this area.
7. Finally, we demonstrated that higher-order perturbation effects due to rotation and tidal distortion on a pulsating star like PG 1336–018 are, strictly speaking, significant mostly up to second-order with a typical impact of  $\sim 10-15 \mu\text{Hz}$  on the mode frequencies. Compared to the achieved accuracy of our best fit model ( $\sim 10.5 \mu\text{Hz}$  on average with a standard deviation around that mean of  $\sim 9.4 \mu\text{Hz}$ ) limited to first-order rotation corrections, higher-order effects are unlikely, at the outset, to have any significant impact on the determination of the structural and dynamical properties derived for this star at the present level of accuracy. We point out, however, that future studies aimed at improving the physical modeling of PG 1336–018 in order to tighten further the seismic constraints will absolutely need to incorporate accurately the second-order corrections, at the very least.

We conclude by pointing out that the seismic analysis of PG 1336–018 has led us much farther than anticipated in the early stages of this study. The list of results summarized just above constitutes, in our view, a strong demonstration of the validity and relevance of the forward modeling approach that we have been developing, these past few years, in the specific context of pulsating subdwarf B stars. This approach can, in principle, be generalized to other pulsating stars as well. In this context, our results go against misgivings about the forward approach that developed historically at an epoch when computing resources were still limited. Of utmost interest here, our forward modeling approach has passed a fundamental consistency test through the comparison with the results of the independent analysis of the binary light curve of PG 1336–018. We suggest, through this example, that asteroseismology can truly live up to its potential. It is the tool of choice for studying in greater detail the internal dynamics and structure of various types of stars.

*Acknowledgements.* This work made extensive use of the computing facilities offered by the Calcul en Midi-Pyrénées (CALMIP) project and by the Centre Informatique National de l'Enseignement Supérieur (CINES), France. Numerical experiments presented in this paper were also carried out using the Grid'5000 experimental testbed, an initiative from the French Ministry of Research through the ACI GRID incentive action, INRIA, CNRS and RENATER, and other contributing partners (see <http://www.grid5000.fr>). This work was also supported in part by the NSERC of Canada. G.F. gratefully acknowledges the contribution of the Canada Research Chair Program.

## References

- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2000, *ApJ*, 530, 441  
 Brassard, P., & Charpinet, S. 2008, *Ap&SS*, 6  
 Brassard, P., Pelletier, C., Fontaine, G., & Wesemael, F. 1992, *ApJS*, 80, 725  
 Brassard, P., Fontaine, G., & Wesemael, F. 1995, *ApJS*, 95, 545  
 Brassard, P., Fontaine, G., Billères, M., et al. 2001, *ApJ*, 563, 1013  
 Briquet, M., Morel, T., Thoul, A., et al. 2007, *MNRAS*, 381, 1482  
 Brown, T. M., Ferguson, H. C., Davidsen, A. F., & Dorman, B. 1997, *ApJ*, 482, 685  
 Busso, G., Moehler, S., Zoccali, M., Heber, U., & Yi, S. K. 2005, *ApJ*, 633, L29  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 1996, *ApJ*, 471, L103  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 1997, *ApJ*, 483, L123  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 2000, *ApJS*, 131, 223  
 Charpinet, S., Fontaine, G., & Brassard, P. 2001, *PASP*, 113, 775  
 Charpinet, S., Fontaine, G., & Brassard, P. 2003, in *NATO ASIB Proc. 105: White Dwarfs*, ed. D. de Martino, R. Silvotti, J.-E. Solheim, & R. Kalytis, 69  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2005a, *A&A*, 443, 251  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Green, E. M., & Chayer, P. 2005b, *A&A*, 437, 575  
 Charpinet, S., Silvotti, R., Bonanno, A., et al. 2006, *A&A*, 459, 565  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2007, *Commun. Asteroseism.*, 150, 241  
 Claret, A., & Cunha, N. C. S. 1997, *A&A*, 318, 187  
 Claret, A., Gimenez, A., & Cunha, N. C. S. 1995, *A&A*, 299, 724  
 D'Cruz, N. L., Dorman, B., Rood, R. T., & O'Connell, R. W. 1996, *ApJ*, 466, 359  
 Dorman, B., Rood, R. T., & O'Connell, R. W. 1993, *ApJ*, 419, 596  
 Drechsel, H., Heber, U., Napiwotzki, R., et al. 2001, *A&A*, 379, 893  
 Dupret, M.-A., Thoul, A., Scuflaire, R., et al. 2004, *A&A*, 415, 251  
 Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., et al. 2003, *ApJ*, 597, 518  
 Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., & Chayer, P. 2006a, *Mem. Soc. Astron. It.*, 77, 49  
 Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., et al. 2006b, in *ESA SP, 624, Proceedings of SOHO 18/GONG 2006/HELAS I, Beyond the spherical Sun*  
 Geier, S., Nesslinger, S., Heber, U., et al. 2007, *A&A*, 464, 299  
 Geier, S., Nesslinger, S., Heber, U., et al. 2008, *A&A*, 477, L13  
 Green, R. F., Schmidt, M., & Liebert, J. 1986, *ApJS*, 61, 305  
 Green, E. M., Liebert, J. W., & Saffer, R. A. 1997, in *The Third Conference on Faint Blue Stars*, 417  
 Green, E. M., Fontaine, G., Reed, M. D., et al. 2003, *ApJ*, 583, L31  
 Han, Z., Podsiadlowski, P., Maxted, P. F. L., Marsh, T. R., & Ivanova, N. 2002, *MNRAS*, 336, 449  
 Han, Z., Podsiadlowski, P., Maxted, P. F. L., & Marsh, T. R. 2003, *MNRAS*, 341, 669  
 Heber, U. 1986, *A&A*, 155, 33  
 Heber, U., Reid, I. N., & Werner, K. 2000, *A&A*, 363, 198  
 Hubeny, I., & Lanz, T. 1995, *ApJ*, 439, 875  
 Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., & Stobie, R. S. 1997, *MNRAS*, 285, 640  
 Kilkenny, D., O'Donoghue, D., Koen, C., Lynas-Gray, A. E., & van Wyk, F. 1998, *MNRAS*, 296, 329  
 Kilkenny, D., Keuris, S., Marang, F., et al. 2000, *The Observatory*, 120, 48  
 Kilkenny, D., Reed, M. D., O'Donoghue, D., et al. 2003, *MNRAS*, 345, 834  
 Lanz, T., & Hubeny, I. 1995, *ApJ*, 439, 905  
 Ledoux, P. 1951, *ApJ*, 114, 373  
 Lignières, F., Rieutord, M., & Reese, D. 2006, *A&A*, 455, 607  
 Maxted, P. F. L., Heber, U., Marsh, T. R., & North, R. C. 2001, *MNRAS*, 326, 1391  
 Menzies, J. W. & Marang, F. 1986, in *Instrumentation and Research Programmes for Small Telescopes*, ed. J. B. Hearnshaw, & P. L. Cottrell, *IAU Symp.*, 118, 305  
 Morales-Rueda, L., Maxted, P. F. L., Marsh, T. R., North, R. C., & Heber, U. 2003, *MNRAS*, 338, 752  
 Orosz, J. A. & Wade, R. A. 1999, *MNRAS*, 310, 773  
 Østensen, R., Oreiro, R., Drechsel, H., et al. 2007, in *15th European Workshop on White Dwarfs*, ed. R. Napiwotzki, & M. R. Burleigh, *ASP Conf. Ser.*, 372, 483  
 Pamyatnykh, A. A., Handler, G., & Dziembowski, W. A. 2004, *MNRAS*, 350, 1022  
 Randall, S. K., Fontaine, G., Brassard, P., & Bergeron, P. 2005a, *ApJS*, 161, 456  
 Randall, S. K., Matthews, J. M., Fontaine, G., et al. 2005b, *ApJ*, 633, 460  
 Randall, S. K., Fontaine, G., Charpinet, S., et al. 2006a, *ApJ*, 648, 637  
 Randall, S. K., Fontaine, G., Green, E. M., et al. 2006b, *ApJ*, 643, 1198  
 Randall, S. K., Green, E. M., Fontaine, G., et al. 2006c, *ApJ*, 645, 1464  
 Randall, S. K., Green, E. M., Van Grootel, V., et al. 2007, *A&A*, 476, 1317  
 Reed, M. D., & the Whole Earth Telescope XCov21 and 23 collaborations 2006, *Baltic Astron.*, 15, 269  
 Reese, D., Lignières, F., & Rieutord, M. 2006, *A&A*, 455, 621  
 Saffer, R. A., Bergeron, P., Koester, D., & Liebert, J. 1994, *ApJ*, 432, 351  
 Saio, H. 1981, *ApJ*, 244, 299  
 Tassoul, J.-L., & Tassoul, M. 1992a, *ApJ*, 395, 259  
 Tassoul, M., & Tassoul, J.-L. 1992b, *ApJ*, 395, 604  
 Tremblay, P.-E., Fontaine, G., Brassard, P., Bergeron, P., & Randall, S. K. 2006, *ApJS*, 165, 551  
 Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., & Shibahashi, H. 1989, *Non Radial Oscillation of Stars*, 2nd edn. (University of Tokyo Press)  
 Van Grootel, V., Charpinet, S., Fontaine, G., & Brassard, P. 2008a, *A&A*, 483, 875  
 Van Grootel, V., Charpinet, S., Fontaine, G., et al. 2008b, *A&A*, 488, 685  
 Vučković, M., Aerts, C., Østensen, R., et al. 2007, *A&A*, 471, 605  
 Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., Lamontagne, R., & Green, R. F. 1992, *AJ*, 104, 203  
 Wood, J. H., Zhang, E.-H., & Robinson, E. L. 1993, *MNRAS*, 261, 103  
 Zahn, J.-P. 1977, *A&A*, 57, 383





## Chapitre 4

# Dynamique interne d'étoiles sdB résidant en couple serré

La méthode directe, dont les résultats concernant la géométrie des modes de pulsation et les paramètres structuraux ont été validés au chapitre précédent, permet également de déterminer les caractéristiques de la rotation de l'étoile considérée. Lorsque le spectre de pulsation affiche des multiplets rotationnels relativement proches en fréquence et identifiables sans ambiguïté (c'était le cas de Balloon 090100001), la période de rotation de l'étoile est estimée a posteriori, dans l'hypothèse d'une rotation de corps solide, par l'équation (1.54) où les coefficients  $C_{\text{rot}}$  sont obtenus par le modèle stellaire retenu. Lorsque l'étoile est en rotation suffisamment rapide pour détruire la signature claire des multiplets dans le spectre de pulsation (c'était le cas de PG 1336–018), la procédure d'optimisation est menée en incorporant le calcul des effets de la rotation stellaire sur les pulsations (voir section 2.3.2). Les espacements en fréquence des multiplets rotationnels, supérieurs à la précision des analyses astérosismologiques, constituent alors des contraintes exploitables pour déterminer le *profil* de rotation de l'étoile selon la profondeur, en levant l'hypothèse d'une rotation de corps solide.

L'étude de la dynamique interne est particulièrement intéressante dans le contexte des étoiles sdB appartenant à des systèmes binaires serrés, où les forces de marée sont habituellement considérées comme suffisamment importantes pour assurer une rotation synchrone, caractérisée par l'égalité entre la période orbitale et la période de rotation, et ce depuis la surface jusqu'au centre de l'étoile. Ce chapitre s'organise autour de l'étude de la validité d'une telle hypothèse par l'astérosismologie. La section 4.1 fait brièvement le point sur les théories en vigueur concernant les conditions de synchronisation dans les systèmes binaires. La section 4.2 est consacrée à l'étoile sdB pulsante du système Feige 48, où il est démontré que la synchronisation est atteinte dans la majeure partie de l'étoile. Ceci a fait l'objet d'une publication parue dans le journal *Astronomy & Astrophysics*, ainsi que d'une communication lors d'une conférence internationale. La section 4.3 revient brièvement sur le système PG 1336–018, avant une discussion des perspectives pour l'étude de la dynamique interne des étoiles par l'astérosismologie présentée à la section 4.4.

## 4.1 Le problème de la synchronisation dans les systèmes binaires

La rotation synchrone ou synchronisation spin-orbite ("spin-orbit synchronism") dans un système binaire est un cas particulier du phénomène de résonance mécanique, où l'attraction gravitationnelle entraîne l'apparition de forces de marée agissant sur chacun des deux corps. Les couples de torsion qui en résultent vont agir de sorte à supprimer la perturbation, en adaptant les moments angulaires rotationnels et orbitaux. Dans un système où l'action des forces de marée est complète, les deux corps présentent un mouvement orbital parfaitement circulaire perpendiculaire aux axes de rotation, où les périodes de rotation sont égales à la période orbitale du système, et ce depuis la surface jusqu'au centre des objets considérés. Tous les types de corps liés gravitationnellement sont concernés par l'action des forces de marée, depuis les satellites naturels autour de leur planète (la Lune est en rotation synchrone avec la Terre), les exoplanètes géantes gazeuses détectées à proximité de leur étoile-hôte, jusqu'aux systèmes composés d'étoiles orbitant autour d'un centre de gravité commun. Les étoiles sdB se rapportent à ce dernier cas, puisque le plus souvent elles appartiennent à des systèmes binaires généralement en orbite proche ( $P_{\text{orb}} \lesssim 10$  d, section 2.1.3).

La théorie des forces de marée dans les couples stellaires a été développée au cours des dernières décennies, essentiellement par Jean-Paul Zahn en France (e.g. Zahn 1975, 1977) et par Monique et Jean-Louis Tassoul de l'Université de Montréal (e.g. Tassoul & Tassoul 1992). Les deux formalismes proposent des mécanismes physiques radicalement différents pour l'action dissipative du couple de torsion (Tassoul & Tassoul invoquent des courants hydrodynamiques à grande échelle, tandis que Zahn fait appel à des processus de dissipation turbulente et d'amortissement radiatif). En résultat, les temps de synchronisation et de circularisation dans les systèmes binaires peuvent différer de plusieurs ordres de grandeur selon le formalisme. Ceci est particulièrement vrai pour les étoiles chaudes présentant des enveloppes radiatives comme les sdB, où l'action dissipative des forces de marée est plus ou moins efficace selon le mécanisme physique invoqué.

Les prédictions des deux théories ont été confrontées aux niveaux de synchronisation observés pour plusieurs systèmes binaires à éclipses (Claret, Gimenez, & Cunha 1995; Claret & Cunha 1997), où la mesure par spectroscopie de la projection  $V_{\text{eq}} \sin i$  autorise l'accès à la vitesse équatoriale de l'étoile puisque l'inclinaison est proche de  $90^\circ$  ( $\sin i \sim 1$ ). Il ressort que le mécanisme de Zahn ne semble pas suffisamment efficace pour expliquer la synchronisation observée dans les systèmes les plus jeunes; tandis la théorie de Tassoul & Tassoul présente un grand nombre de paramètres libres adaptables de manière "ad hoc", ce qui rend difficile l'évaluation de sa validité.

Quoiqu'il en soit, les mesures par spectroscopie ne concernent que la vitesse de rotation *en surface* de l'étoile, comme souligné très justement par Claret et al. (1995; "*These results, however, should be taken with some caution since the rotation of the stellar interior may be decoupled from that of the surface layers*"). Le niveau de synchronisation atteint dans les couches internes de l'étoile, où l'on imagine une propagation progressive à partir

de la surface par transport du moment angulaire (Goldreich & Nicholson 1989), est complètement inaccessible par les techniques d'observation traditionnelles. L'astérosismologie constitue à l'heure actuelle l'*unique* moyen d'étudier avec la profondeur les conditions de synchronisation dans les couples stellaires, dont plusieurs abritent des sdB pulsantes comme le système Feige 48 présenté à la section suivante.

## 4.2 Feige 48, un système en rotation synchrone

### 4.2.1 Propriétés générales du système Feige 48

Feige 48, ou V\* KL UMa de la constellation de la Grande Ourse, a longtemps été considérée comme une étoile solitaire, identifiée dès 1958 comme une étoile sous-lumineuse présentant un excès de flux ultraviolet (Feige 1958). La présence d'un compagnon invisible, très probablement une naine blanche, a été découverte très récemment par la détection spectroscopique des variations de vitesse radiale de l'étoile sdB, ce qui a permis de mesurer une période orbitale de  $9.024 \pm 0.072$  h (O'Toole et al. 2004). Feige 48<sup>1</sup> figure parmi les premières étoiles sdB pulsantes à courtes périodes identifiées (Koen et al. 1998b). Elle a été de nouveau observée en juin 1998 comme cible secondaire d'une campagne de six nuits d'observation au CFHT, récoltant  $\sim 16$  h de données photométriques en lumière blanche d'excellente qualité illustrées à la figure 4.1.

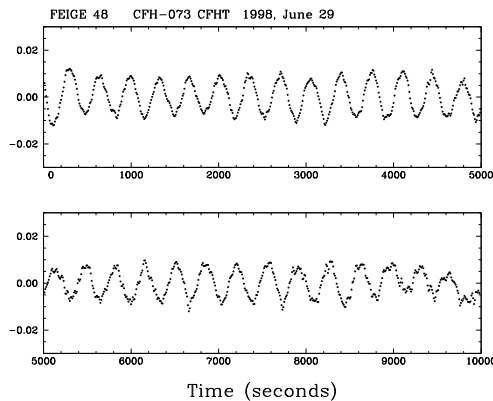


FIG. 4.1: Courbe de lumière de l'étoile sdB pulsante Feige 48 de la nuit du 29 juin 1998, obtenue avec le photomètre LAPOUNE installé au télescope CFHT. Figure 2 de Charpinet et al. (2005a).

L'analyse fréquentielle révèle un spectre relativement simple, où 9 périodes de pulsation sont identifiées et reprises dans le tableau 4.1 (principalement une reproduction du tableau 2 de Charpinet et al. 2005a). Elles s'organisent naturellement en trois groupes de multiplets autour de  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_4$  présentant un espacement en fréquence moyen de

<sup>1</sup>Comme au chapitre précédent, c'est l'étoile sdB qui est désignée lorsque "Feige 48" est mentionné sans précision supplémentaire.

$\overline{\Delta\nu} = 28 \mu\text{Hz}$  (dernière colonne), associés à la rotation de l'étoile par la levée de la dégénérescence sur l'ordre  $m$ . Une ambiguïté existe pour la fréquence  $f_3$  qui, située à  $52.9 \mu\text{Hz}$  de la fréquence  $f_1$ , peut être considérée soit comme un membre de ce groupe avec  $\Delta m = 2$ , soit comme une période de pulsation indépendante.

ID	Fréquence (mHz)	Période (s)	Amplitude (%)	Espacement ( $\mu\text{Hz}$ )
$f_1^-$	2.91522	343.027	0.071	+25.0
$f_1$	2.89020	345.997	0.111	...
$f_2^-$	2.90640	344.068	0.411	+28.9
$f_2$	2.87745	347.530	0.640	...
$f_2^+$	2.85107	350.746	0.165	-26.4
$f_3$ ou $f_1^+$	2.83728	352.450	0.116	-52.9
$f_4^-$	2.67180	374.280	0.039	+29.5
$f_4$	2.64228	378.461	0.131	...
$f_4^+$	2.61105	382.988	0.043	-31.2

TAB. 4.1: Oscillations détectées dans la courbe de lumière de Feige 48.

C'est la dernière hypothèse de pulsation  $f_3$  indépendante qui avait été utilisée lors de la première analyse astérosismologique sans rotation de Charpinet et al. (2005a), où les seules quatre fréquences  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$  et  $f_4$  pouvaient être comparées aux fréquences propres théoriques  $\sigma_{kl,m=0}$  dans la procédure d'optimisation. Cette identification *subjective* des modes centraux  $m = 0$ , où une erreur potentielle de  $\sim 28 \mu\text{Hz}$  au moins peut avoir une influence significative sur la solution, est évitée en incorporant dans la procédure les effets de la rotation stellaire pour le calcul complet des fréquences  $\sigma_{klm}$  théoriques, à optimiser cette fois pour l'ensemble des 9 périodes observées dans le spectre fréquentiel de Feige 48. Une telle approche permet également d'étudier la dynamique interne de Feige 48, comme résumé à la section suivante avant l'intégration de la publication correspondante.

## 4.2.2 Synthèse des résultats et publication

La première étude astérosismologique fait l'hypothèse d'une loi de rotation de corps solide, caractérisée par une période  $P_{\text{rot}} = 2\pi/\Omega$  considérée comme un paramètre libre (une rotation synchrone n'est donc pas supposée), à optimiser dans l'intervalle 20 000 – 60 000 s. Ces limites encadrent largement l'estimation grossière de la période de rotation en prenant l'inverse de l'espacement moyen observé  $\overline{\Delta\nu} = 28 \mu\text{Hz}$ , soit  $P_{\text{rot}} \sim 35\,700$  s (en négligeant les coefficients  $C_{\text{rot}}$ ). Les trois autres paramètres de l'espace d'optimisation sont la gravité de surface  $\log g$ , l'épaisseur de l'enveloppe d'hydrogène  $\log q(\text{H})$  et la masse totale  $M_*$ . La température effective est fixée à son estimation spectroscopique, soit  $T_{\text{eff}} = 29\,580 \pm 370$  K, en raison de l'existence de dégénérescences analysées dans la

publication. Enfin, l'étude est menée en considérant les modes théoriques de degrés  $l \leq 2$ , qui permettent pleinement de reproduire la densité des modes observée dans Feige 48.

La procédure d'optimisation révèle, à l'instar de l'étoile PG 1336–018, une topologie de la fonction de mérite assez compliquée où plusieurs solutions de  $S^2$  similaires sont présentes dans l'espace des paramètres considéré. Il est néanmoins possible d'éliminer assez facilement les solutions peu intéressantes, en se basant sur les contraintes spectroscopiques et la reproduction cohérente des multiplets observés. La solution astérosismologique ainsi isolée correspond à une étoile de gravité de surface  $\log g = 5.462 \pm 0.006$ , de masse de l'enveloppe  $\log(M_{\text{env}}/M_*) = -2.52 \pm 0.06$  et d'une masse totale  $M_*/M_\odot = 0.519 \pm 0.009$ . La période de rotation solide est égale à  $9.028 \pm 0.480$  h, ce qui présente un accord exceptionnel avec la période orbitale de  $9.024 \pm 0.072$  h mesurée par spectroscopie (O'Toole et al. 2004).

Un tel résultat suggère très fortement que l'étoile sdB est en rotation synchrone. Cette hypothèse est étudiée de plus près avec les outils développés pour la rotation stellaire, en particulier en testant l'idée d'une rotation différentielle entre deux couches arbitraires de l'étoile. Pour Feige 48, la période de rotation de la couche externe est fixée à la valeur de 32 500 s (9.028 h), tandis que celle de la couche interne varie de 4 500 à 40 000 s (habituellement par pas de 1 000 s). La transition entre les deux couches est fixée à  $0.3 R_*$ , en relation avec les modèles de Kawaler & Hostler (2005) suggérant que les étoiles sdB préservent un cœur en rotation rapide par l'évolution du moment angulaire depuis la séquence principale. Pour chaque configuration, la procédure d'optimisation est menée sur les trois paramètres gravité de surface  $\log g$ , épaisseur de l'enveloppe d'hydrogène  $q(\text{H})$  et masse totale  $M_*$ . Le résultat (qui a nécessité ainsi de répéter 34 fois la procédure, soit plusieurs semaines de calcul) est présenté à la figure 4.2.

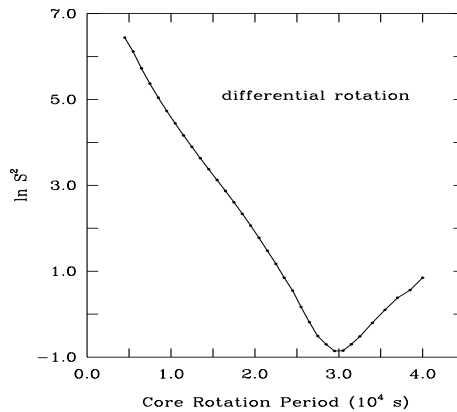


FIG. 4.2: Fonction de mérite  $S^2$  (en unités logarithmiques) obtenue pour une rotation différentielle, où la période du cœur varie de 4 500 à 40 000 s (habituellement par pas de 1 000 s) tandis que celle de la surface est fixée à 32 500 s. La transition entre les deux couches est fixée à  $0.3 R_*$ .

La figure 4.2 écarte formellement la possibilité d'un cœur en rotation rapide pour l'étoile sdB (comme suggéré par Kawaler & Hostler 2005), tandis que la fonction de mérite optimale se dégrade de nouveau pour une couche interne en rotation plus lente que la couche externe. Le minimum observé vers  $\sim 30\,000$  s ne diffère pas significativement, dans les limites  $1\text{-}\sigma$  des erreurs associées, d'une rotation de corps solide.

Une autre approche possible pour étudier l'hypothèse de rotation synchrone est d'optimiser la période de rotation de la couche interne, dont cette fois la transition  $R_s/R_*$  varie entre  $0.1$  et  $1.0 R_*$ . La couche externe est fixée à une rotation de  $32\,500$  s, tandis que les paramètres structuraux de l'étoile sont imposés à leur valeur optimale : il s'agit ici d'une optimisation sur le seul paramètre  $P_{\text{core}}$ . Cette approche permet de visualiser le *profil* de rotation de l'étoile Feige 48 en fonction de la profondeur, qui est montré à la figure 4.3. Ce résultat s'apparente à l'*inversion* du profil de rotation en astérosismologie.

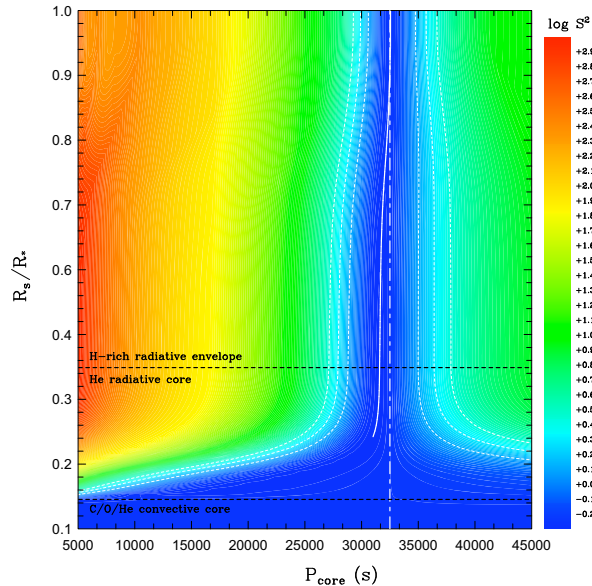


FIG. 4.3: Profil de rotation de l'étoile sdB pulsante Feige 48 (ligne blanche), représenté en termes du logarithme de la fonction de mérite  $S^2$  (échelle de droite), dont les limites  $1\text{-}\sigma$ ,  $2\text{-}\sigma$  et  $3\text{-}\sigma$  de la solution optimale sont indiquées par les contours en pointillés. Les paramètres structuraux sont fixés à leur valeur optimale. La ligne blanche s'écarte peu du trait vertical tiret-pointé correspondant à la période orbitale du système, soit  $32\,486$  s. Sont également indiquées, en tirets horizontaux, les transitions entre l'enveloppe d'hydrogène et le cœur d'hélium, ainsi qu'entre ce dernier et le cœur convectif riche en carbone et oxygène.

Les figures 4.2 et 4.3 démontrent clairement que l'étoile sdB a atteint une rotation synchrone dans la plus grande partie de son rayon, depuis la surface jusque  $\sim 0.22 R_*$  au moins. Les modes de pulsation présents dans Feige 48 ne sont pas sensibles aux régions plus profondes, en particulier celles où prennent place les réactions nucléaires, et par conséquent ne peuvent être utilisés pour sonder leur dynamique. Ce résultat constitue la première démonstration explicite, selon la profondeur et à ce niveau de précision, d'une rotation synchrone pour une étoile appartenant à un couple serré.

# Asteroseismology in action: a test of spin-orbit synchronism in the close binary system Feige 48

V. Van Grootel<sup>1,2</sup>, S. Charpinet<sup>1</sup>, G. Fontaine<sup>2</sup>, and P. Brassard<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d’Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS, 14 av. E. Belin, 31400 Toulouse, France  
e-mail: [valerie.vangrootel;stephane.charpinet]@ast.obs-mip.fr

<sup>2</sup> Département de Physique, Université de Montréal, CP 6128, Succursale Centre-Ville, Montréal, QC H3C 3J7, Canada  
e-mail: [fontaine;brassard]@astro.umontreal.ca

Received 11 February 2008 / Accepted 18 March 2008

## ABSTRACT

**Aims.** In this paper, we provide a test of spin-orbit synchronism in the close binary system Feige 48. This system is made of a rapidly pulsating subdwarf B (sdB) star with an unseen companion, most likely a white dwarf. The presence of nonradial oscillations offers the opportunity to infer the inner profile and period of rotation of the primary star through asteroseismology. This constitutes the key element for testing spin-orbit synchronism in depth, since stellar internal layers are inaccessible to traditional techniques.

**Methods.** We carried out a new asteroseismic analysis of Feige 48 following the so-called “forward modeling” approach. This is done with our latest optimization algorithms, which have been updated to incorporate the effect of stellar rotation on pulsations, assuming various internal rotation laws. In this analysis, the simultaneous match of all the frequencies observed in Feige 48 leads objectively to the full identification of the pulsation modes through the determination of the indices  $k$ ,  $\ell$ ,  $m$ . It also leads to determining the structural and rotational parameters of Feige 48.

**Results.** Our optimal model, obtained with a solid-body rotation law, is characterized by a spin period of  $9.028 \pm 0.480$  h. This value is remarkably similar to the system’s orbital period of  $9.024 \pm 0.072$  h, measured independently from radial velocity variations. We further demonstrate that the hypothesis of differential rotation of the core – including a fast rotating core – must be eliminated for Feige 48.

**Conclusions.** These results strongly imply that Feige 48 rotates as a solid body in a tidally locked system. This constitutes the first explicit demonstration of spin-orbit synchronism in a binary star by asteroseismic means.

**Key words.** stars: binaries: close – stars: oscillations – stars: rotation – stars: subdwarfs – stars: individual: Feige 48

## 1. Introduction

Close binary stars have always played a crucial role in astrophysics. They not only represent at least half of all stars, they also provide stringent tests of stellar evolution models (see, e.g., Hilditch 2001). In the light of asteroseismology (i.e., the study of the structure of stars through the interpretation of their oscillation modes), pulsating stars in close binary systems become laboratories where binary evolution scenarios can be tested in terms, for example, of energy loss or angular momentum transport through internal rotation. Considering that our current knowledge of stars relies almost exclusively on what is seen from their surface, the promise of extracting direct information on their internal structure through asteroseismology has tremendous implications.

Among all known classes of pulsating stars spread over the Hertzsprung-Russell diagram, the group of rapidly pulsating hot subdwarf B (sdB) stars (or EC 14026 stars) has proved its potential for performing objective asteroseismic analyses (see, e.g., Fontaine et al. 2006a, for a recent review of this). The sdB stars are core-helium burning objects with masses around  $0.5 M_{\odot}$  surrounded by very thin hydrogen-rich envelopes ( $M_{\text{env}} < 0.02 M_{\odot}$ ). With effective temperatures between 20 000 and 40 000 K and surface gravities  $\log g$  in the range 5.0–6.2, they form the very hot end of the horizontal branch, the so-called extreme horizontal branch (EHB; Heber 1986). Seldom known

to many astronomers, subdwarf B stars dominate the population of faint blue objects down to  $V \sim 16$ , and are found both in the old disk (field stars) and halo population (globular cluster members) of our Galaxy. They are believed to be the main source of the UV excess (the so-called UV-upturn phenomenon) observed in elliptical galaxies (Brown et al. 1997), and might well hold the key to a secure age estimate for some of the oldest structures in the Universe.

Understanding the formation of sdB stars is one of the remaining challenges related to stellar evolution theory. While it is generally accepted that they descend from the Red Giant Branch (RGB), the difficulties lie in understanding in detail how they are formed. One important clue, however, is the fact that the fraction of sdB stars in short period binaries (with orbital periods  $\leq 10$  days) is found to be high. Indeed, Green et al. (1997) found a fraction of more than 50% in their sample of bright field subdwarfs observed at the MMT. For their part, Maxted et al. (2001) found that  $\sim 65\%$  of their sample from the Palomar-Green survey were such binaries, whereas somewhat lower fractions of  $\sim 40\%$  were found recently for the SPY (Supernova Ia Progenitor Survey) sample (Napiwotzki et al. 2004) and  $\sim 48\%$  for yet another sample drawn from the Edinburgh-Cape catalog (Morales-Rueda et al. 2006). Another non-negligible fraction of sdB stars resides in long period binaries (with periods of hundreds to thousands of days) having main sequence companions (Saffer et al. 2001). In this context, several channels

for the formation of sdB stars were considered by [Han et al. \(2002, 2003\)](#) to build synthetic binary population simulations. These include evolution through a common envelope (CE), stable Roche lobe overflow (RLOF), and the merger of two helium white dwarfs. These distinct scenarios give different mass and hydrogen-envelope thickness distributions for the resulting sdB stars. In a nutshell, CE evolution would produce sdB's in close binary systems, while longer period binaries would result from RLOF, and the merger channel could explain a fraction of the population of single stars. The latter ones could also result from single star evolution, by enhanced and tuned mass loss at the tip of the RGB ([D'Cruz et al. 1996](#)). After core-helium exhaustion, sdB stars evolve directly toward the white dwarf cooling sequence, without experiencing the ascend of the Asymptotic Giant Branch (AGB) and Planetary Nebulae (PN) phase of usual stellar evolution ([Dorman et al. 1993](#)).

Interest in sdB stars has increased spectacularly in recent years following the discovery of rapid oscillations in some of them ([Kilkenny et al. 1997](#); and see also [Charpinet et al. 1996, 1997](#)). A small fraction ( $\sim 5\%$ ) of the known sdB stars exhibit rapid, multi-periodic luminosity variations over a few hundreds of seconds, thus giving the opportunity of using asteroseismology to determine their structural parameters and test stellar formation and evolution theory. The presence of excited pulsation modes, usually low-degree, low-order  $p$ -modes, is well understood by the action of a classic  $\kappa$ -effect associated with an opacity bump due to partial ionization of heavy metals – especially iron – locally enhanced by radiative levitation at work in the envelope of these stars ([Charpinet et al. 2001](#)). Beyond iron, the importance of nickel on the opacity profile, as well as the opacity sources themselves, have been recently underlined by [Jeffery & Saio \(2006, 2007\)](#). The potential of sdB stars for asteroseismology has been exploited over several years now, and has so far resulted in the asteroseismic determination of the structural parameters for seven EC 14026 pulsators: PG 0014+067 ([Brassard et al. 2001](#)), PG 1047+003 ([Charpinet et al. 2003](#)), PG 1219+534 ([Charpinet et al. 2005b](#)), Feige 48 ([Charpinet et al. 2005a](#)), EC 20117-4014 ([Randall et al. 2006](#)), PG 1325+101 ([Charpinet et al. 2006](#)), and PG 0911+546 ([Randall et al. 2007](#)). These first asteroseismic results have shown promising trends such as matching the expected mass and hydrogen-envelope mass distributions (see, e.g., [Fontaine et al. 2006a](#)).

In parallel, we have pursued the improvement of our codes and models. For instance, the effects of stellar rotation on pulsation modes was recently incorporated in the procedure used for performing asteroseismic analyses. This improvement was deemed necessary in those few cases where rotation bears an obvious and important signature on the observed frequency spectrum through rotational splitting. As a first application of this improved modeling approach, we present, in this paper, a new asteroseismic analysis of the moderately rotating pulsator Feige 48 (V\* KL UMa), one of the best-studied sdB stars. It belongs to a fairly close binary system with a faint unseen companion (most likely a white dwarf). The system has a measured orbital period of  $9.024 \pm 0.072$  h ([O'Toole et al. 2004](#)). As a pulsating star showing rotational splitting, we singled out Feige 48 as an ideal target to test the concept of spin-orbit synchronism in a close binary system.

Theoretical frameworks on tidal friction in close binaries have been developed essentially by Zahn and Tassoul & Tassoul ([Zahn 1977](#); [Tassoul & Tassoul 1992](#), and references therein). These studies show that synchronization times depend notably on the orbital period, but can differ by orders of magnitude depending on the physical mechanism invoked to explain

synchronism. This is particularly true in the case of hot stars with radiative envelopes (such as sdB stars), where tidal forces are believed to be less efficient for synchronization. While the mechanism of Zahn is not dissipative enough to explain the observed levels of synchronization, the question of the validity of the mechanism proposed by Tassoul & Tassoul is still under debate, given its free parameter dependence ([Claret et al. 1995](#); [Claret & Cunha 1997](#), and references therein). Nevertheless, it is expected that very close sdB + white dwarf binaries such as KPD 0422+5421 ([Orosz & Wade 1999](#)) and KPD 1930+2752 ([Billères et al. 2000](#); [Maxted et al. 2000](#)) with an orbital period of, respectively, 2.16 h and 2.28 h, should have achieved spin-orbit synchronism over the typical lifetime of a sdB star ( $\sim 10^8$  yrs). And indeed, both systems show an ellipsoidal luminosity variation with a period equal to exactly half of the orbital period, as expected in tidally locked systems. The hypothesis of spin-orbit synchronism was indeed used by [Geier et al. \(2007\)](#) to constrain the binary parameters of KPD 1930+2752. In a recent interesting development, [Geier et al. \(2008\)](#) presented another study of a third sdB + white dwarf binary system, PG 0101+039. By combining accurate spectroscopic measurements with ellipsoidal light curve modeling, they were able to show that the tiny ellipsoidal variation observed in PG 0101+039 has a period that is, once again, equal to half the orbital period of 13.68 h. These results suggest rather strongly that tidal synchronization is likely achieved in sdB + white dwarf binaries with orbital periods of less than  $\sim 14$  h in general. We point out, however, that observations and modeling of the ellipsoidal variation deal only with the atmospheric layers, and that a much more stringent test of spin-orbit synchronism would involve the internal rotation profile of the star. The latter is a fundamental component in the theory of spin-orbit synchronism, but cannot be inferred through traditional techniques. The fact that the primary component of the Feige 48 system is a rapidly oscillating star offers the exciting possibility of using asteroseismology to test the idea of synchronous rotation in the system.

In Sect. 2, we propose a short review of the known properties of Feige 48, including results from a former asteroseismic study carried out by [Charpinet et al. \(2005a\)](#) that did not incorporate the effects of rotation on the pulsation periods of the sdB star in the fitting procedure. Our new asteroseismic analysis including, this time, the effects of rotation is reported in Sect. 3. As we implemented various internal rotation laws, it was possible to test several hypotheses, such as solid body and differential core rotation for the sdB star. A comparison with the previous seismic work on Feige 48 is then presented in Sect. 4, followed by a discussion on the implications of our results in Sect. 5. A summary and conclusions are finally provided in Sect. 6.

## 2. Known properties of Feige 48

### 2.1. From spectroscopy

The first spectroscopic estimates for the atmospheric parameters of Feige 48 were given by [Koen et al. \(1998\)](#) using a spectrum obtained with the intermediate-dispersion spectrograph at the 2.5-m Isaac Newton telescope. Using grids of LTE model atmospheres with zero helium abundance (since no He I line was visible in their spectrum), they derived  $T_{\text{eff}} = 28\,900 \pm 300$  K and  $\log g = 5.45 \pm 0.05$ .

Subsequently, [Heber et al. \(2000\)](#) obtained and analyzed a high S/N ratio Keck HIRES spectrum of Feige 48, and determined  $T_{\text{eff}} = 29\,500 \pm 300$  K,  $\log g = 5.50 \pm 0.05$  and  $\log N(\text{He})/N(\text{H}) = -2.93 \pm 0.05$ , using line-blanketed LTE



and NLTE model atmospheres. It was also possible, from the very sharp metal lines seen in that spectrum, to constrain the projected rotational velocity of Feige 48 by setting a limit of  $V \sin i \lesssim 5 \text{ km s}^{-1}$ . This upper bound has later on been confirmed by O’Toole et al. (2004) from three Fe III lines seen in HST/STIS and archival FUSE spectra. It is also by using these UV/FUV spectra that the authors discovered the binary nature of Feige 48. They were able to measure a velocity semi-amplitude  $K = 28.0 \pm 0.2 \text{ km s}^{-1}$  for the sdB component and estimate the orbital period,  $P_{\text{orb}} = 9.024 \pm 0.072 \text{ h}$ , for the system. They also showed, under the assumption of a tidally locked system and using a representative radius for the sdB star, that the orbital inclination must be  $\lesssim 11.4^\circ$  (implying that the sdB star is seen nearly pole-on). This result, combined with the rather small velocity semi-amplitude observed, indicates that the unseen companion is most likely a white dwarf with a mass  $\geq 0.46 M_{\odot}$ , as derived from the computed mass function  $f(M_{\text{sdB}}, M_{\text{comp}})$ .

In order to obtain further estimates for the atmospheric parameters of Feige 48, additional spectra were obtained by E.M. Green with the blue spectrograph at the 6.5-m MMT and the Steward Observatory 2.3-m telescope. This is part of a large ongoing program aimed at homogeneously determine the surface parameters of sdB stars (further details on this will be provided in Green et al., in preparation). The analysis of these spectra using NLTE H/He model atmospheres is reported in Charpinet et al. (2005a), and the values derived in that case are  $T_{\text{eff}} = 29580 \pm 370 \text{ K}$ ,  $\log g = 5.480 \pm 0.046$ , and  $\log N(\text{He})/N(\text{H}) = -2.95 \pm 0.08$ . These estimates from three independent sources using different spectra and atmospheric models are remarkably consistent with each other and give us confidence in their reliability. They place Feige 48 close to the red edge of the EC 14026 instability region in the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane.

Finally, for completeness we mention that the abundances of iron-group elements in the atmosphere of Feige 48 have been accurately determined from UV/FUV spectroscopy obtained with FUSE (Chayer et al. 2004) and HST/STIS (O’Toole & Heber 2006).

## 2.2. From time-series photometry

Rapid oscillations in the sdB star Feige 48 were first discovered by Koen et al. (1998). On the basis of  $\sim 30 \text{ h}$  of white light photometry gathered at the McDonald Observatory 0.9-m telescope, five periods were uncovered in the range 342–380 s. These periods are somewhat longer than in most of the other known EC 14026 stars, but are fully compatible with the position of the star near the red edge of the instability strip. In a follow-up study, Reed et al. (2004) observed Feige 48 over 5 years with small telescopes and confirmed the periods measured by Koen et al. (1998), as summarized in the last column of Table 1.

The present analysis is based on the same observations presented in Charpinet et al. (2005a), namely,  $\sim 15.7 \text{ h}$  of high signal-to-noise ratio white light photometry obtained at the Canada-France-Hawaii Telescope (CFHT) during a six-night run scheduled in June 1998 using LAPOUNE, the Montréal portable three-channel photometer. This campaign resulted in a frequency resolution in the Fourier domain of  $2.17 \mu\text{Hz}$  and a relatively modest duty cycle of 12.8%. However, its superb sensitivity allowed us to detect extra pulsation frequencies from the light curve of Feige 48 that were not seen previously. The five pulsations detected by Koen et al. (1998) were indeed recovered, and four additional periods could be identified in the CFHT data (see Charpinet et al. 2005a, for details). Table 1 lists the properties of the nine harmonic oscillations detected in Feige 48.

**Table 1.** Harmonic oscillations detected in the light curve of Feige 48.

ID	Frequency (mHz)	Period (s)	Amplitude (%)	Spacing ( $\mu\text{Hz}$ )	Period (s)
$f_1^-$	2.91522	343.027	0.071	+25.0	...
$f_1$	2.89020	345.997	0.111	...	...
$f_2^-$	2.90640	344.068	0.411	+28.9	344.08
$f_2$	2.87745	347.530	0.640	...	347.56
$f_2^+$	2.85107	350.746	0.165	-26.4	350.75
$f_3$ or $f_1^+$	2.83728	352.450	0.116	-52.9	352.40
$f_4^-$	2.67180	374.280	0.039	+29.5	...
$f_4$	2.64228	378.461	0.131	...	378.50
$f_4^+$	2.61105	382.988	0.043	-31.2	...

Four groups of modes can naturally be constructed from the nine periods uncovered: two triplets ( $f_2^-, f_2, f_2^+$ ) and ( $f_4^-, f_4, f_4^+$ ), a doublet ( $f_1^-, f_1$ ), and a singlet ( $f_3$ ). The components of the multiplets are approximately evenly distributed in frequency with a mean spacing of about  $\sim 28 \mu\text{Hz}$ , as shown in the fifth column of Table 1. Such nearly symmetric structures can be interpreted as the components of modes with the same  $k$  and  $\ell$  values, but different  $m$  indices bearing the signature of the rotation of the star. This is well known in pulsation theory: rotation lifts the  $(2\ell + 1)$ -fold mode degeneracy of a spherical star in frequency space. We note that the 352.45 s period, considered as an independent mode (with the ID  $f_3$ ) by Charpinet et al. (2005a), is separated from  $f_1$  by only  $52.9 \mu\text{Hz}$ . Within the resolution of the data set, this is consistent with twice the mean spacing and, therefore, this period *could* alternatively be interpreted as a component of the  $f_1$  complex with  $|m| = 2$ . This ambiguity is one of the reasons that pushed us to carry out a new asteroseismic analysis of this star using our improved codes incorporating rotational splitting. In this way, a simultaneous fit of all nine frequencies can be carried out without a priori assumptions, contrary to the previous analysis based on four assumed  $m = 0$  components.

## 2.3. Results from the first asteroseismic analysis

In the asteroseismic analysis without rotation presented by Charpinet et al. (2005a), four periods were selected as the central components of the multiplets. Only those *independent* modes ( $f_1, f_2, f_3$ , and  $f_4$  in Table 1) could be used in the comparison with degenerate frequency spectra computed from purely spherical models. This analysis led to the identification of the  $(k, \ell)$  indices of the four periods and to the determination of the structural parameters of Feige 48. The periods of Feige 48 correspond to low-order modes with adjacent values of  $k$  and with  $\ell = 0, 1$ , and 2. The relative dispersion between the observed and computed periods for the best model approaches a mere  $\sim 0.005\%$  on average, i.e., close to the actual accuracy of the observations. The structural parameters of Feige 48 obtained from that study are  $T_{\text{eff}} = 29580 \text{ K} \pm 370 \text{ K}$  (fixed to its spectroscopic value),  $\log g = 5.437 \pm 0.006$ ,  $\log M_{\text{env}}/M_{\odot} = -2.97 \pm 0.09$ , and  $M_{\star} = 0.460 \pm 0.008 M_{\odot}$ . Interpreting a posteriori the presence of multiplet components as an effect of solid-body rotation, a rotation period of  $P = \overline{1 - C_{kl}}/\overline{\Delta\nu} = 9.44 \pm 1.18 \text{ h}$  was derived. Within the quoted uncertainties, this is compatible with the idea of spin-orbit synchronism in the system. Furthermore, this value of the spin period leads to an estimate of the equatorial velocity of  $V_{\text{eq}} = 27.6 \pm 3.9 \text{ km s}^{-1}$ . With the limit of  $V \sin i \lesssim 5 \text{ km s}^{-1}$  fixed by Heber et al. (2000), this suggests an inclination angle  $i \lesssim 10.4 \pm 1.7^\circ$ .

Following these results and recent improvements in our diagnostic tools for asteroseismology, we felt that it would be potentially rewarding to test the robustness of these findings by treating rotation at the outset and performing again the seismic analysis on the basis, this time, of *all* available observed periods. We note that a similar approach will be necessary to analyze rapidly pulsating sdB stars in which rotation plays an obvious role, such as PG 1605+072 (Heber et al. 1999) or KPD 1930+2752 (Billères et al. 2000).

### 3. New asteroseismic analysis

#### 3.1. Numerical Tools

The method developed to perform objective asteroseismic studies of sdB pulsators has been described in some detail in Charpinet et al. (2005b). It implements the so-called forward modeling method, which consists of comparing quantitatively computed pulsation periods for large batches of stellar models to the observed periods of the star under interest. This approach is built on the specific requirement of *global* optimization, i.e., pulsation spectra computed from sdB models *must* match *all* the observed periods *simultaneously*. For the present analysis, we used the “package” developed in the past few years by the Toulouse group (see again Charpinet et al. 2005b), modified to incorporate the effect of rotational splitting. The seismic analysis follows a multi-step procedure. The first step consists of calculating the internal structure of the subdwarf B star given four fundamental parameters: the effective temperature  $T_{\text{eff}}$ , the surface gravity  $\log g$ , the total mass of the star  $M_*$ , and the logarithmic fractional mass of the hydrogen-rich envelope  $\log q(\text{H}) \equiv \log[M(\text{H})/M_*]$ . These are the natural parameters needed to fully define the so-called “second generation” models appropriate for sdB asteroseismology. We recall that these models are static structures expanding as deep as  $\log q \equiv \log(1 - M(r)/M_*) \simeq -0.05$  that incorporate nonuniform abundance profiles of iron derived from detailed microscopic diffusion calculations assuming an equilibrium between gravitational settling and radiative levitation, a key ingredient to construct reliable models of pulsating sdB stars (see, e.g., Fontaine et al. 2006b). In a second step, we compute the adiabatic pulsation properties of the model using an efficient and robust code based on finite element techniques (see Brassard et al. 1992). Next, for each eigenfrequency, the associated multiplets assuming a spherically symmetric internal rotation law  $\Omega(r)$  (we do not consider axisymmetric differential rotation here) are calculated with the perturbative method to first order:

$$\begin{aligned} \delta\omega_{klm} &= \omega_{klm} - \omega_{kl} \\ &= -m \frac{\int_0^R \Omega(r) (\xi_r^2 + L^2 \xi_h^2 - 2\xi_r \xi_h - \xi_h^2) \rho r^2 dr}{\int_0^R (\xi_r^2 + L^2 \xi_h^2) \rho r^2 dr} \end{aligned} \quad (1)$$

where the unperturbed eigenfunctions  $\xi_r$  and  $\xi_h$  are given by the adiabatic pulsation code, and  $L^2 \equiv \ell(\ell + 1)$ . The frequencies produced this way, each mode now being identified by its  $k$ ,  $\ell$  and  $m$  indices, are then employed in a double-optimization procedure aimed at determining the optimal solutions that minimize a merit function defined as

$$S^2 = \sum_{i=1}^{N_{\text{obs}}} (P_{\text{obs}}^i - P_{\text{th}}^i)^2 \quad (2)$$

where  $N_{\text{obs}}$  is the number of observed periodicities, nine in the case of Feige 48. The first optimization finds, for a given equilibrium model, the mode identification leading to the best possible

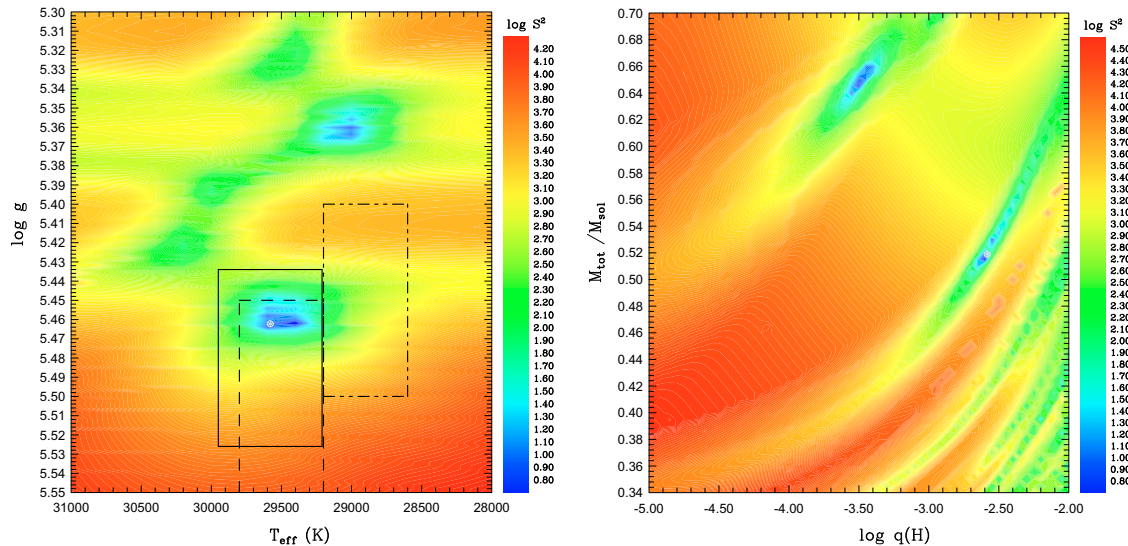
simultaneous match of all the observed periods to the computed periods. The latter,  $P_{\text{th}}^i$ , are found among the available period spectrum ( $2\pi/\omega_{klm}$ ) computed for that model. Then, the optimal model solutions are searched by finding minima of the quantity  $S^2(T_{\text{eff}}, \log g, \log q(\text{H}), M_*, P_{\text{rot}})$  with a dedicated optimization code based on a Genetic Algorithm (GA) designed to explore the vast model parameter space. With this method, the mode identification (here the indices  $k$ ,  $\ell$ ,  $m$ ) for each observed period is obtained as a byproduct of the optimization procedure. We point out that this mode identification can be, in principle, partially tested by independent techniques such as multicolor photometry or time resolved spectroscopy.

The introduction of the effects of stellar rotation on pulsations avoids us the need for making a priori identifications of the central  $m = 0$  component of an observed multiplet. Hence, quite importantly, *all* observed periods can now be used for the asteroseismic analysis in an objective way. At this stage, to make it perfectly clear, we note that the equilibrium models that we use are still spherical (non-rotating) structures, but we do introduce rotational splitting at the level of first-order perturbation.

#### 3.2. Search for the optimal model assuming solid-body rotation

Among the rotation laws implemented in our codes, our first experiment was to assume that Feige 48 is a solid-body rotator (i.e.,  $\Omega(r) = \Omega = \text{constant}$ ). In that case, only one parameter is needed to characterize the rotation of the star, and that is  $P_{\text{rot}} = 2\pi/\Omega$ , the rotation period of the star. Following the previous work of Charpinet et al. (2005a), the effective temperature derived from the spectroscopic measurement,  $T_{\text{eff}} = 29\,580$  K, is adopted as the best estimate of this parameter. This is because this parameter is much more accurately determined from spectroscopy (given the weak temperature dependence of the pulsation periods, see below). Thus, the optimization is performed in a four-dimensional parameter space defined by the remaining free parameters  $\log g$ ,  $\log q(\text{H})$ ,  $M_*$ , and  $P_{\text{rot}}$ . Initial boundaries of the search domain were defined as follows:  $5.35 \leq \log g \leq 5.60$ ,  $-5.20 \leq \log q(\text{H}) \leq -2.00$ , and  $0.30 \leq M_*/M_{\odot} \leq 0.70$  for the structural parameters. The range for  $P_{\text{rot}}$  is taken from 20 000 s to 60 000 s, thus bracketing the rough period determination obtained by taking the inverse of the mean frequency spacing seen in the data ( $1/[28 \mu\text{Hz}] \sim 35\,700$  s). The limits on the surface gravity are loosely set according to the spectroscopic estimates, whereas the ranges for  $\log q(\text{H})$  and  $M_*$  rely on considerations derived from stellar evolution constraints including various possible formation scenarios (see Han et al. 2002, 2003). All modes of degree  $\ell = 0$  to 2 are considered. This upper limit for the degree  $\ell$  corresponds to the minimum value that can account for the mode density in the observed period range. The presence of modes with higher  $\ell$  values cannot formally be ruled out, but our approach explicitly excludes this possibility. We stress however that, in the specific case of Feige 48, modes of degree  $\ell \leq 2$  can fully explain the observed pulsation spectrum, as shown below.

Within the search domain specified, the optimization code identified several families of models that present potentially good matches of the observed periods. Most of them, however, can be discarded upon closer inspection, either on the basis of obvious inconsistency with spectroscopy in terms of surface gravity, or because the inferred multiplets in the mode identification do not reproduce satisfactorily the nearly equal frequency spacings seen in the pulsation spectrum of Feige 48. These unsatisfactory solutions filtered out, only one of the best-fit models turns out to be fully consistent with the spectroscopic estimates



**Fig. 1.** *Left panel:* slice of the  $S^2$  function (in log units) along the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane at fixed parameters  $M_*$  and  $\log q(\text{H})$  set to their optimal values. The solid-line rectangle materializes our spectroscopic estimate (Charpinet et al. 2005a) with its uncertainties for the atmospheric parameters of Feige 48, while the dashed-line and dot-dashed-line rectangles represent the Heber et al. (2000) and Koen et al. (1998) spectroscopic measurements, respectively. *Right panel:* slice of the  $S^2$  function (in log units) along the  $M_* - \log q(\text{H})$  plane at fixed parameters  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$  set to their optimal values. In both panels, the best-fit model is indicated by a yellow mark, and the rotation period is fixed to 32 500 s with the hypothesis of a solid-body rotator.

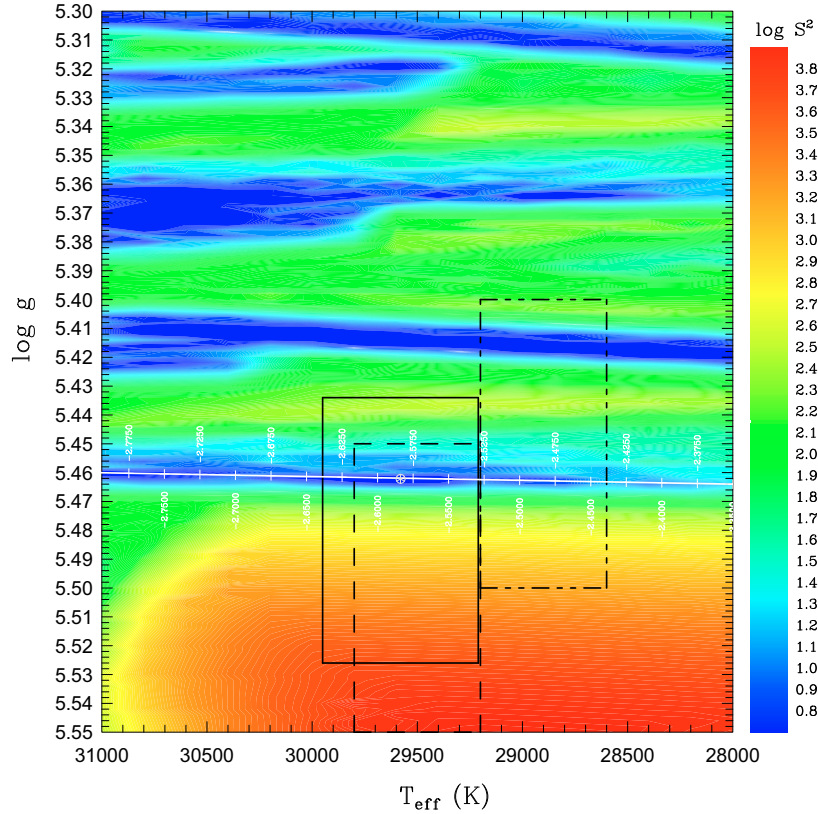
of  $\log g$  while offering a meaningful identification of multiplets relative to the observed frequency spacings. This preferred solution is found at  $\log g = 5.462$ ,  $\log q(\text{H}) = -2.58$ ,  $M_* = 0.519 M_{\odot}$  and  $P_{\text{rot}} = 32\,500$  s. With a  $S^2$  value of 0.59, this model provides an excellent simultaneous match to the nine periods observed in the pulsating sdB star Feige 48 (see below).

The maps shown in Fig. 1 illustrate the behavior of the  $S^2$  function in the vicinity of our preferred solution (see figure caption for details), with a star rotation fixed to its optimal value of 32 500 s in both panels. These maps show slices of the  $S^2$  function, respectively along the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane (with the mass and envelope thickness fixed to their optimal values) for the left panel, and along the  $M_* - \log q(\text{H})$  plane (with the effective temperature and the surface gravity fixed to their optimal values) for the right panel. Best fitting models (corresponding to low values of  $S^2$ ) appear as blue regions, while red areas represent comparatively bad fits. Considering the logarithmic scale used to represent the merit function on these plots, we stress that the blue regions correspond to very well-defined minima. The left panel shows two deep “pits”, one centered around  $\log g \sim 5.46$  and the other located near  $\log g \sim 5.36$ . The last one is in obvious conflict with *all* spectroscopic estimates of  $\log g$  and was indeed immediately rejected on this basis. In the right panel, one elongated oblique “valley” is centered around the solution at  $\sim 0.52 M_{\odot}$  and  $\log q(\text{H}) \sim -2.5$ . A second blue valley indicates the presence of another potential family of solutions at very high mass ( $\sim 0.65 M_{\odot}$ ). However, a closer inspection of this model has revealed that the inferred mode identification does not match the nearly regular frequency spacings observed in Feige 48. In this case, the optimal mode identification, although not bad at the strict level of average dispersion between the observed and computed periods, produce modeled multiplets resulting in very irregular frequency spacings, at odds with the clear rotational splitting patterns observed in this star. To account for these, one would have to invoke strong higher-order perturbative effects caused by rotation, which are highly improbable for a

moderate rotator like Feige 48<sup>1</sup>. Hence, on that basis, this high-mass model can be confidently rejected.

A more subtle type of degeneracy of the asteroseismic solution among the chosen family of model exists. These degeneracies appear when a change in one of the model parameters can be almost exactly compensated by a change in another parameter, leaving the computed periods practically unchanged. Such degeneracies were encountered in all studies of EC 14026 pulsators led so far, and occur in a similar way in the present analysis of Feige 48. They were already noted and described at length in the first asteroseismic analysis without rotation of Feige 48 (Charpinet et al. 2005a). First, there is a correlation between the thickness of the envelope  $\log q(\text{H})$  and the effective temperature  $T_{\text{eff}}$ : a change of  $\log q(\text{H})$  while keeping the parameter  $M_*$  fixed to its optimal value produces a shift of the position of the local minimum, essentially along the temperature axis. This trend is illustrated in the map shown in Fig. 2, which represents the projection of the  $\log q(\text{H})$  axis onto the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane. More precisely, the logarithm of the  $S^2$  value associated with each grid point shown on the map is the minimum value found among all the values of the merit function obtained at the specific grid point of  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$ , and with the stellar mass  $M_*$  set to its optimal value ( $0.519 M_{\odot}$ ), but with the parameter  $\log q(\text{H})$  varying between  $-5.20$  and  $-2.00$ . The labelled axis positioned along the valley associated with the preferred solution (at  $\log g \sim 5.46$ ) indicates the position of the local minimum of the merit function  $S^2$  as a function of  $\log q(\text{H})$  near the optimal solution. There is a clear monotonic trend showing that the minimum shifts from higher to lower  $T_{\text{eff}}$  as the envelope mass of the star increases. Again, note that spectroscopy is essential

<sup>1</sup> Indeed, we think that second-order perturbative effects due to rotation already manifest themselves in the non-strictly regular frequency spacing observed within a given multiplet, as observed in Table 1. Such small variations would be consistent with expectations for the magnitude of such higher-order effects in a star rotating like Feige 48.



**Fig. 2.** Slice of the “projected”  $S^2$  function (in log units) along the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane at fixed parameter  $M_*$ , set to its optimal value from the best-fit model solution ( $M_* = 0.519 M_\odot$ ). The rotation period is fixed to 32 500 s, with the hypothesis of a solid-body rotator. The projected  $\log q(\text{H})$  parameter was varied between  $-2.00$  and  $-5.20$ , in steps of  $0.025$ . The labelled axis positioned along the valley of minimum  $S^2$  for the given values of  $\log q(\text{H})$ . The solid-line, dashed-line and dot-dashed line rectangles represent, with their uncertainties, the spectroscopic estimates for the atmospheric parameters of Feige 48 from Charpinet et al. (2005a), Heber et al. (2000) and Koen et al. (1998), respectively.

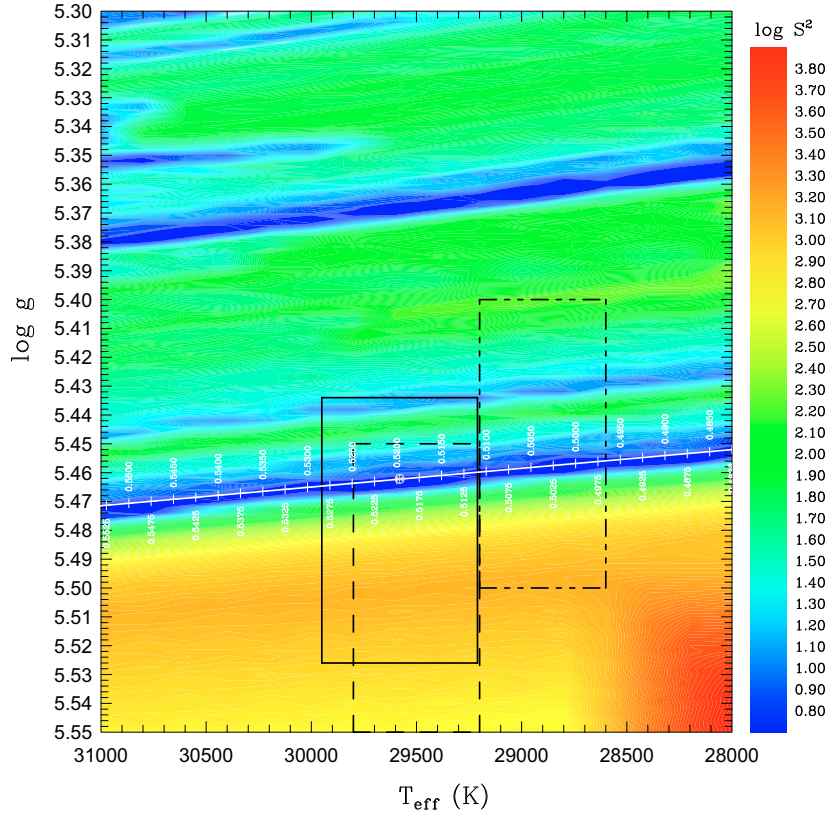
to choose among the valleys regularly repeated at lower surface gravities. These are linked with the duplicities of the asteroseismic solution caused by the “mode jumping” phenomenon, i.e., models with the same  $(\ell, m)$  identification, but with a shift of  $\Delta k = 1$  (see Randall et al. 2007). Such valleys also occur when we explore changes applied to the total mass of the star. This time, Fig. 3 represents the projection of the  $M_*$ -axis onto the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane. The parameter  $\log q(\text{H})$  was set to its optimal value, and the total mass was varied between  $0.30$  and  $0.70 M_\odot$ . The map clearly shows that a correlation exists between the parameters  $M_*$ ,  $T_{\text{eff}}$  and, to a much lesser extent,  $\log g$ . A change in  $M_*$  generates a shift in  $T_{\text{eff}}$  (and slightly in  $\log g$ ) of the position of the  $S^2$  minimum, as indicated by the labelled axis along the region of best-fit models. This leads to line-degeneracies, clearly apparent in Fig. 3 as long and flat valleys of minimum  $S^2$ . Again, the additional constraints brought by spectroscopy are crucial, not only for choosing the right valley along the  $\log g$  axis, but also for selecting the appropriate section along the line of degeneracy which corresponds to the “correct” solution. This kind of degeneracy justifies a posteriori the strategy of setting the  $T_{\text{eff}}$  value according to spectroscopic estimates for the search of the optimal models with the GA-code.

Finally, the optimal value for the rotation period of Feige 48 obtained under the assumption of solid-body rotation is of utmost interest here. Indeed, our inferred value for the spin period of the sdB component,  $P_{\text{rot}} = 32\,500$  s (i.e.,  $9.028$  h), is

remarkably consistent with the orbital period of the system,  $P_{\text{orb}} = 9.024 \pm 0.072$  h, as determined from the radial velocity measurements of O’Toole et al. (2004). In this context, Fig. 4 illustrates the behavior of the merit function  $S^2$  as a function of the rotation period (keeping all other parameters fixed at their optimal values). There exists a very well defined minimum corresponding, indeed, to the orbital period of the system. From the shape of the  $S^2$  curve, and assuming quite conservatively that all the uncertainty in  $S^2$  is due exclusively to a variation in  $P_{\text{rot}}$  alone, we have evaluated a generous  $1-\sigma$  uncertainty of  $\sim 0.48$  h for the rotation period. Hence, unless a very improbable accidental coincidence between the inferred values of  $P_{\text{rot}}$  and  $P_{\text{orb}}$  occurs in this star, this result strongly suggests that the Feige 48 binary system is tidally locked.

### 3.3. Period fit and mode identification

Details on the period fit and mode identification resulting from the optimal model isolated in the previous subsection are given in Table 2. The identification (or  $\ell, k, m$  indices of each observed period) is given, as well as the relative difference  $\Delta P/P$  for each pair  $(P_{\text{obs}}, P_{\text{th}})$  of associated modes. Table 2 also provides a comparison between calculated (according to Eq. (1)) and observed frequency spacings. On average, the relative dispersion of the period fit is  $\overline{\Delta P/P} \sim 0.06\%$  (or  $\overline{\Delta P} = 0.22$  s on an absolute scale). It is inferior to the best model from the first analysis, but

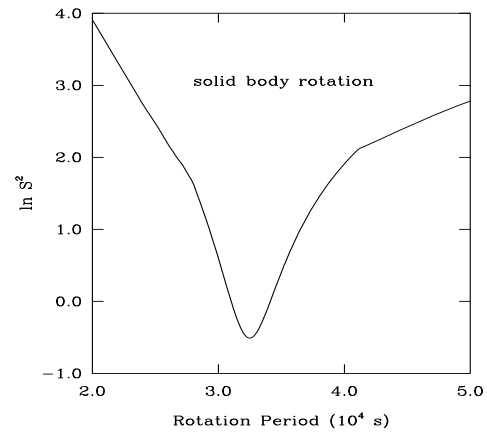


**Fig. 3.** Slice of the “projected”  $S^2$  function (in log units) along the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane at fixed parameter  $\log q(\text{H})$ , set to its optimal value from the best-fit model solution ( $\log q(\text{H}) = -2.52$ ). The rotation period is fixed to 32 500 s, with the hypothesis of a solid-body rotator. The projected  $M_*$  parameter was varied between  $0.40 M_{\odot}$  and  $0.60 M_{\odot}$ , in steps of  $0.0025 M_{\odot}$ . The labelled axis positioned along the valley of minimum  $S^2$  for the given values of  $M_*$ . The solid-line, dashed-line and dot-dashed line rectangles represent, with their uncertainties, the spectroscopic estimates for the atmospheric parameters of Feige 48 from Charpinet et al. (2005a), Heber et al. (2000) and Koen et al. (1998), respectively.

the latter was based on the simultaneous fit of four periods only, instead of nine in the present analysis. Hence this overall degradation of the best-fit solution was to be expected. We point out on that matter that the present model still provides an excellent fit of the periods by current standards in sdB asteroseismology.

Looking into the details of the mode identification, we note that the period  $f_3$  is identified with the fundamental radial mode, as in the former analysis of Charpinet et al. (2005a). This eliminates the possibility alluded to above that it could have been the  $f_1^+$  component of the  $f_1$  multiplet. The dominant (in amplitude) period  $f_2$  and its group are found to be the three  $m$  members of the  $l = 1, k = 1$   $p$ -mode. The doublet  $f_1$  is the  $l = 2$   $f$ -mode, with the identification  $m = +1$  and  $+2$  for its two components. A similar behavior is observed in the  $f_4$  group, identified with the  $\ell = 2, k = 1$   $g$ -mode, with  $m = 0, +1$  and  $+2$  for its components. Quite interestingly, the  $(k, \ell)$  identification remain the same as in the optimal model proposed by Charpinet et al. (2005a), but the central components ( $m = 0$ ) of the  $f_1$  and  $f_4$  multiplets are different. We come back to that point below.

In the absence of a practical nonlinear theory, it is not possible to explain here why modes with positive values of  $m$  would show higher amplitudes in the  $f_1$  and  $f_4$  multiplets. This is particularly puzzling in view of the fact that the Feige 48 system is believed to be seen at low inclination, a geometry unfavorable a priori for the detection of  $|m| = 2$  modes. Perhaps, as a speculation, the binary nature of the system has an influence on the



**Fig. 4.** Merit function  $S^2$  (in logarithmic units) versus rotation period (in seconds) in the hypothesis of a solid-body rotator. All other structural parameters are fixed to their optimal values.

stability of sectorial modes with  $l = 2$  via the tidal forces. It remains to be seen if time-resolved spectroscopy of Feige 48 could confirm (or infirm) the  $m$  identifications proposed here.

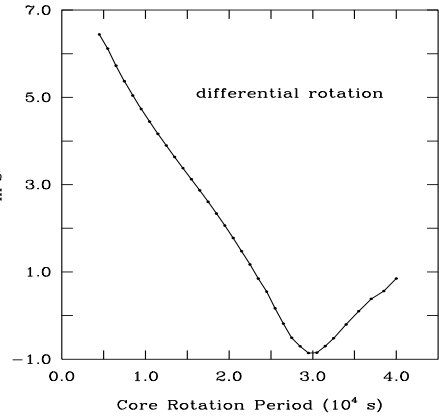
**Table 2.** Period fit and derived mode identification for the optimal model of Feige 48.

$\ell$	$k$	$m$	$P_{\text{obs}}$ (s)	$P_{\text{th}}$ (s)	$\Delta P/P$ (%)	$\Delta f_{\text{calc}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\Delta f_{\text{obs}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	Comments
0	2	0	...	237.539	...	...	...	
0	1	0	...	292.924	...	...	...	
0	0	0	352.450	352.072	0.107	...	...	$f_3$ singlet
1	2	-1	...	288.066	...	30.36	...	
1	2	0	...	290.608	...	30.36	...	
1	2	+1	...	293.194	...	30.36	...	
1	1	-1	344.068	344.116	-0.0141	28.62	28.90	
1	1	0	347.530	347.540	-0.0028	28.62	...	$f_2$ triplet
1	1	+1	350.746	351.032	-0.0815	28.62	26.40	
2	1	-2	...	280.775	...	30.59	...	
2	1	-1	...	283.208	...	30.59	...	
2	1	0	...	285.683	...	30.59	...	
2	1	+1	...	288.202	...	30.59	...	
2	1	+2	...	290.766	...	30.59	...	
2	0	-2	...	332.382	...	30.32	...	
2	0	-1	...	335.766	...	30.32	...	
2	0	0	...	339.219	...	30.32	...	
2	0	+1	343.027	342.744	+0.0824	30.32	25.02	$f_1$ doublet
2	0	+2	345.997	346.343	-0.1001	30.32	...	
2	1	-2	...	366.704	...	28.40	...	
2	1	-1	...	370.563	...	28.40	...	
2	1	0	374.280	374.504	-0.0598	28.40	29.5	
2	1	+1	378.461	378.529	-0.0181	28.40	...	$f_4$ triplet, $g$ -mode
2	1	+2	382.988	382.643	+0.0902	28.40	31.2	

### 3.4. Hypothesis of differential core rotation

The idea of differential core rotation (and, in particular, rapidly rotating core remnants) for sdB stars was proposed recently by Kawaler & Hostler (2005). These authors suggested that sdB stars in general should retain fast rotating cores as a relic of their past evolution on the RGB. Since differential rotation, with a high-enough contrast, can leave a signature on the period spectrum of a pulsating star, we found it interesting to investigate this possibility on the basis of the nine periods observed in Feige 48. Following the properties of the models investigated in Kawaler & Hostler (2005), we constructed a differential rotation law characterized by two regions (the core and the envelope) rotating each as solid structures, with a shear layer between the core and the envelope located at  $0.3 R_*$ . With this prescription, the rotation profile of the star closely mimics the rotation structure of the Kawaler & Hostler (2005) models. In our experiment, the envelope rotation period was fixed at the optimal value of 32 500 s found for solid-body rotation, and the core rotation was varied from a period of 4500 s to 40 000 s, usually in steps of 1000 s. The merit function  $S^2$  was then minimized over the remaining free model parameters for each fixed core period. The result is shown in Fig. 5, which we find exceptionally suggestive.

From that figure, a very fast core rotation can immediately be rejected as it leads to much poorer values of the merit function (note the logarithmic scale used for the ordinate axis in Fig. 5). Fast core rotation produces a period spectrum increasingly deviant from the observed period spectrum of Feige 48. We find that the best  $S^2$  is obtained for a core rotation period of  $\sim 30\,000$  s, which, taken at face value, would suggest a slight differential rotation for Feige 48. However, from a statistical point of view, this model with  $S^2 = 0.42$  is not significantly different, within the  $1\text{-}\sigma$  uncertainties, from the solution corresponding to pure solid-body rotation having  $S^2 = 0.59$ . It is clear, however, that the hypothesis of a fast rotating core such



**Fig. 5.** Merit function  $S^2$  (in logarithmic units) as a function of the rotation period of the core (in s). The surface rotation is fixed at the optimal value of 32 500 s found for solid-body rotation.

as that envisioned by Kawaler & Hostler (2005) must be completely excluded for Feige 48. Moreover, we also find that a core rotating more slowly than the envelope is not an option, as the merit function  $S^2$  increases again for longer core rotation periods. This behavior results again in a very well defined minimum in the  $S^2$  function. Hence, taking into account the uncertainties, Fig. 5 provides a very strong indication that Feige 48 rotates as a solid body from its surface down to its center. This is the test that we were seeking.

## 4. Comparison with previous work

The first attempt to match the periods observed in Feige 48 was realized by Reed et al. (2004), using standard evolutionary models of the extreme horizontal branch with uniform solar

**Table 3.** Comparison of merit functions, structural parameters, rotation period, and mode identification for three models with the same  $(k, \ell)$  values, but different  $m$  values (see text for details).

ID	$P_{\text{obs}}$ (s)	$\ell$	$k$	$m$	$\ell$	$k$	$m$	$\ell$	$k$	$m$
$f_1$ doublet	343.027	2	0	+1	2	0	0	2	0	+1
	345.997	2	0	+2	2	0	+1	2	0	0
$f_2$ triplet	344.068	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1
	347.530	1	1	0	1	1	0	1	1	0
	350.746	1	1	+1	1	1	+1	1	1	+1
$f_3$	352.450	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$f_4$ triplet	374.280	2	1	0	2	1	0	2	1	-1
	378.461	2	1	+1	2	1	+1	2	1	0
	382.988	2	1	+2	2	1	+2	2	1	+1
Merit function		$S^2 \approx 0.6$			$S^2 \approx 0.9$			$S^2 \approx 2.6$		
$\log g$		5.462			5.450			5.437		
$M_*/M_\odot$		0.519			0.488			0.460		
$\log(M_{\text{env}}/M_\odot)$		-2.52			-2.72			-2.97		
Rotation period		$P_{\text{rot}} \approx 32\,500$ s			$P_{\text{rot}} \approx 30\,500$ s			$P_{\text{rot}} \approx 29\,500$ s		

( $Z = 0.02$ ) metallicity. On the basis of the five periods determined from their campaign (see last column of Table 1), they proposed a model with structural parameters of  $T_{\text{eff}} = 29\,635$  K,  $\log g = 5.518$ ,  $M_{\text{env}} = 0.0025 M_\odot$  and  $M_* = 0.4725 M_\odot$ . However, this model suffers from a serious inconsistency, in the sense that it failed to match *simultaneously* the five periods observed. This concerns particularly the 378.5 s period, which is not satisfactorily reproduced by this model even when invoking high  $\ell$  degree modes. As demonstrated by Charpinet et al. (2005a), this situation is due to the absence, in their standard models, of a key ingredient : microscopic diffusion processes that produce nonuniform chemical profiles (especially for iron) in the envelope of these stars, which *must* be taken into account for accurate quantitative asteroseismological studies of sdB stars.

It is more instructive to compare our results with those of Charpinet et al. (2005a). As indicated above, the  $(k, \ell)$  identification obtained in our optimal model is the same as that found by these authors in their best-fit model. However, there are significant differences – 10 to 15% – between the inferred structural properties of Feige 48 in the two studies. These differences can be traced back to the fact that our assigned  $m = 0$  components of the  $f_1$  and  $f_4$  multiplets differ in period by, respectively,  $\sim 6.8$  s and  $\sim 4.2$  s from the *assumed* central components in that previous study. Such period differences are sufficiently large to lead to different optimal physical models.

In a numerical experiment, we redid our asteroseismic analysis using all nine available periods, but we imposed at the outset the  $m = 0$  identifications assumed by Charpinet et al. (2005a). Specifically, as was done in that paper, we assigned a priori the value  $m = 0$  to the  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ , and  $f_4$  modes listed in Table 1. The difference with the investigation of Charpinet et al. (2005a) is that the search for the optimal model was carried out in a 4D instead of a space with the addition of  $P_{\text{rot}}$  to the other three usual parameters ( $\log g$ ,  $\log q(\text{H})$ , and  $M_*$ ) after having fixed the effective temperature to its spectroscopic value. Moreover, the aim of our new search was to fit simultaneously all nine observed periods as opposed to only the four assumed  $m = 0$  components as done in Charpinet et al. (2005a).

The results of this additional exercise are summarized in the RHS column of Table 3. For comparison, our previous results are reported in the LHS column of the table. Not surprisingly,

we recover exactly the same four primary parameters found by Charpinet et al. (2005a), i.e.,  $T_{\text{eff}} = 29\,580$  K,  $\log g = 5.437$ ,  $M_* = 0.460 M_\odot$ , and  $\log(M_{\text{env}}/M_\odot) = -2.97$ . However, by fitting an extra five periods in the present case, the global match has significantly worsened and we now find a merit function  $S^2 \approx 2.6$ . This is about four times worse than for our own optimal model giving  $S^2 \approx 0.6$ . In addition, the inferred rotation period (assuming a solid body) is now about equal to 29 500 s, which is slightly but significantly shorter than the orbital period of 32 486 s. Hence, rotational splitting in Feige 48 appears sufficiently important that the specific  $m = 0$  assignments make a difference in the derived structural parameters.

Inspired by these results showing that the two sets of mode identification discussed so far differ only through their  $m$  values, we felt that another model with “intermediate” values of its merit function, structural parameters, rotation period and  $m$  values could possibly exist. And indeed, another search led to a third possibility: a model whose characteristics are summarized in the middle column of Table 3. In that case, the value ( $S^2 \approx 0.9$ ) of the merit function does not significantly differ from that of our initial optimal model, although the latter remains the best formal solution that we found. The inferred value of the rotation period of the intermediate model,  $P_{\text{rot}} \approx 30\,500$  s, is formally shorter than the orbital period but remains consistent with the idea of spin-orbit synchronism within the uncertainties. We note that the inferred total mass of this intermediate model is closer to the canonical value generally expected for a sdB star. It remains to be seen from time-resolved spectroscopy if  $m$  mode discrimination is possible in Feige 48.

## 5. Feige 48, a solid-body rotator in a tidally locked binary system

The present asteroseismic analysis, exploiting our new asteroseismic tools that incorporate the effects of star rotation, strongly suggests that Feige 48 is most likely a solid body rotator in synchronous rotation with its orbital companion. Our optimal model has a rotation period of 9.028 h ( $\pm 0.480$  h), which is essentially the same as the orbital period of the system 9.024 h ( $\pm 0.072$  h) determined independently by radial velocity variations (O’Toole et al. 2004). This is the first time that spin-orbit synchronism in a close binary system is demonstrated on the basis of

**Table 4.** Inferred properties of Feige 48 ( $V = 13.46 \pm 0.02$ ).

Quantity	Estimated Value
$T_{\text{eff}}$ (K)	$29\,580 \pm 370$ (spectroscopy)
$\log g$	$5.462 \pm 0.006$
$M_*/M_{\odot}$	$0.519 \pm 0.009$
$\log(M_{\text{env}}/M_*)$	$-2.52 \pm 0.06$
$P_{\text{rot}}$ (h)	$9.028 \pm 0.480$
$R/R_{\odot}(M_*, g)$	$0.221 \pm 0.003$
$L/L_{\odot}(T_{\text{eff}}, R)$	$33.8 \pm 2.7$
$M_V(g, T_{\text{eff}}, M_*)$	$3.89 \pm 0.06$
$d(V, M_V)$ (pc)	$820 \pm 31$
$V_{\text{eq}}(R, P_{\text{rot}})$ ( $\text{km s}^{-1}$ )	$29.8 \pm 2.0$
$i$ ( $^{\circ}$ )	$\lesssim 9.7 \pm 0.7$

asteroseismic determinations of the rotation period and inner profile of the star. Unfortunately, the age of the sdB star cannot be inferred from our static models. According to the evolutionary tracks in a  $\log g - T_{\text{eff}}$  diagram, Feige 48 is near the terminal-age EHB (TAEHB), which corresponds to a typical time span of  $\sim 100$  Myr since the zero-age EHB (ZAEHB). Hence, this appears to be sufficiently long for the complete synchronizing action of the tidal forces to have occurred in the sdB star. Such a result could provide new elements to the puzzling problem of tidal dissipation in radiative stellar envelopes of hot stars (see Zahn 1977 vs. Tassoul & Tassoul 1992). It has to be said that little is known about the unseen white dwarf companion, and a fortiori about its level of synchronization. Theoretical investigations of Campbell (1983, 1984) have shown that white dwarfs have very long synchronization timescales (significantly longer than those in hot stars with radiative envelopes), except in the presence of strong magnetic fields. There is no hint of such fields in the system Feige 48, and the white dwarf component is probably not yet synchronized to its companion.

Along with the rotation properties, our analysis also leads to an updated determination of the structural parameters of the sdB star Feige 48, as summarized in Table 4. The primary parameters, i.e., those naturally derived from the optimization procedure, are  $\log g$ ,  $\log(M_{\text{env}}/M_*)$ ,  $M_*$ , and  $P_{\text{rot}}$ , whereas  $T_{\text{eff}}$  is determined from spectroscopy. The spectroscopic estimate of the surface gravity also helps to identify the appropriate asteroseismic solution among the duplicities, but once done, the  $\log g$  parameter is derived with a much higher precision from asteroseismology. For its part, the hydrogen-rich envelope (a pure product of asteroseismology) is found to be rather thick, a result which is fully consistent with the correlation  $T_{\text{eff}} - \log g(\text{H})$  as a function of total mass expected from stellar evolution theory. We note that our estimated value for the mass is somewhat higher than the canonical value of  $\sim 0.48 M_{\odot}$  for subdwarf B stars. It also resides in the very upper range of allowable masses according to Han et al. (2002, 2003) for common envelope evolution, the most natural formation scenario in the case of a close binary system sdB + white dwarf such as Feige 48.

On the basis of these primary parameters, a set of secondary quantities can be derived: the stellar radius  $R$  (as a function of  $M_*$  and  $g$ ), the luminosity  $L$  (as a function of  $T_{\text{eff}}$  and  $R$ ), the absolute magnitude  $M_V$  (as a function of  $g$ ,  $T_{\text{eff}}$  and  $M_*$  in conjunction with the use of detailed model atmospheres) and the distance from Earth  $d$  (as a function of  $V$  and  $M_V$ ). The equatorial rotation velocity  $V_{\text{eq}}$  can also be calculated (as a function of  $R$  and  $P_{\text{rot}}$ ), and an upper limit on the inclination angle  $i$  can be derived from the upper bound  $V \sin i \lesssim 5 \text{ km s}^{-1}$  measured in sharp metal lines seen in the spectrum. The evaluation of the internal

$1-\sigma$  errors follows the prescription of Charpinet et al. (2005a), a method used in the case where the number of modes in the pulsation spectra is of the same order as the number of free parameters necessary to specify the models. The uncertainties on secondary quantities are derived from the values obtained for the primary quantities. All these errors are statistical ones, with the understanding that the true uncertainties due to systematic effects are probably larger than the formal errors quoted here. Finally, we derive a revised estimate for the lower limit for the mass of the invisible companion to Feige 48, using the mass function

$$f(M_{\text{sdb}}, M_{\text{comp}}) = \frac{M_{\text{comp}}^3 (\sin i)^3}{(M_{\text{sdb}} + M_{\text{comp}})^2} = \frac{K_{\text{sdb}}^3 P}{2\pi G} \quad (3)$$

equal to  $f(M_{\text{sdb}}, M_{\text{comp}}) = 0.000856 \pm 0.000019 M_{\odot}$  (O'Toole et al. 2004). Using the limit to the inclination angle  $i$ , it gives a minimum mass for the companion of  $0.61 M_{\odot}$ , a very typical value for a white dwarf.

## 6. Conclusion

We have presented a new asteroseismological analysis of the rapidly pulsating subdwarf B star Feige 48 using our latest period-matching codes that now incorporate the effects of stellar rotation on pulsation modes. This updated approach to sdB asteroseismology permits, when appropriate, the simultaneous fit of all the rotationally-split frequency components (a total of nine modes in the case of Feige 48). This constitutes a significant progress over the previous analysis of this star which was based only on the central  $m = 0$  components (four periods that had to be identified a priori). These new tools also allowed us to explore the impact of various internal rotation profiles on the pulsation period fits. Our most significant result is that Feige 48 most likely rotates as a solid body – ruling out in the process the idea of differential (and especially fast) core rotation – and that its rotation period ( $9.028 \pm 0.480$  h) is virtually the same as the orbital period ( $P_{\text{orb}} = 9.024 \pm 0.072$  h) measured through independent means by O'Toole et al. (2004). This provides an eloquent demonstration that a relatively close binary system such as Feige 48 has reached complete spin-orbit synchronism within its lifetime. This is the first time that asteroseismology has ever been used for such a demonstration.

Our approach has also led us to revise the asteroseismological estimates of the surface gravity  $\log g$ , the hydrogen-rich envelope thickness  $\log(M_{\text{env}}/M_*)$ , and the total stellar mass  $M_*$  of Feige 48. We offer two possible new solutions as given in Table 3. In both cases, the inferred surface gravity value is entirely consistent by construction with spectroscopic estimates available from at least three independent sources and atmosphere modelings. The H-rich envelope is found to be rather massive, which is quite consistent with expectations from stellar evolution theory for a sdB star with such effective temperature and mass. The stellar mass itself for the best formal solution is found in the upper range allowed by Han et al. (2002, 2003) for the common envelope evolutionary channel, the most likely scenario to explain the formation of close sdB+WD systems like Feige 48. The mode identification inferred with this model – where positive  $m$  values seems to be favored in two groups of multiplets – has to be checked by independent means such as time-resolved spectroscopy. Another obvious follow-up study for Feige 48 is to test the values of the degree  $\ell$  obtained in this study with either time-resolved spectroscopy or multicolor photometry, as was done successfully for other sdB pulsators (see, e.g., Randall et al. 2005; Tremblay et al. 2006 and; more recently,



Charpinet et al. 2007). Finally, we note that future improvements in our abilities at building ever more realistic models of sdB stars may change somewhat the inferred values of the structural parameters of Feige 48. At the same time, however, we do not see how such improvements could seriously affect the main conclusion of this work regarding spin-orbit synchronism.

*Acknowledgements.* We thank the referee for his constructive comments. This work was supported in part by the NSERC of Canada. G.F. also acknowledges the contribution of the Canada Research Chair Program. This work made extensive use of the computing facilities offered by the Calcul en Midi-Pyrénées (CALMIP) project, France. Experiments presented in this paper were also carried out using the Grid'5000 experimental testbed, an initiative from the French Ministry of Research through the ACI GRID incentive action, INRIA, CNRS and RENATER and other contributing partners (see <https://www.grid5000.fr>).

## References

- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2000, *ApJ*, 530, 441  
 Brassard, P., Pelletier, C., Fontaine, G., & Wesemael, F. 1992, *ApJS*, 80, 725  
 Brassard, P., Fontaine, G., Billères, M., et al. 2001, *ApJ*, 563, 1013  
 Brown, T. M., Ferguson, H. C., Davidsen, A. F., & Dorman, B. 1997, *ApJ*, 482, 685  
 Campbell, C. G. 1983, *MNRAS*, 205, 1031  
 Campbell, C. G. 1984, *MNRAS*, 207, 433  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman B. 1996, *ApJ*, 471, L103  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 1997, *ApJ*, 483, L123  
 Charpinet, S., Fontaine, G., & Brassard, P. 2001, *PASP*, 113, 775  
 Charpinet, S., Fontaine, G., & Brassard, P. 2003, in *White Dwarfs, NATO ASIB Proc.*, 105, 69  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2005a, *A&A*, 443, 251  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Green, E. M., & Chayer, P. 2005b, *A&A*, 437, 575  
 Charpinet, S., Silvotti, R., Bonnano, A., et al. 2006, *A&A*, 459, 565  
 Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2007, in *Proc. Third Meet. on Subdwarf O and B stars*, ASPC, ed. U. Heber, R. Napiwotzki, & C. S. Jeffery, in press  
 Chayer, P., Fontaine, G., Fontaine, M., et al. 2004, *Ap&SS*, 291, 359  
 Claret, A., & Cunha, N. C. S. 1997, *A&A*, 318, 187  
 Claret, A., Gimenez, A., & Cunha, N. C. S. 1995, *A&A*, 299, 724  
 D'Cruz, N., Dorman, B., Rood, R. T., & O'Connell, R. W. 1996, *ApJ*, 466, 359  
 Dorman, B., Rood, R. T., & O'Connell, R. W. 1993, *ApJ*, 419, 596  
 Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., et al. 2006a, *ESA SP-624*  
 Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., & Chayer, P. 2006b, *MmSAI*, 77, 49  
 Geier, S., Nesslinger, S., Heber, U., et al. 2007, *A&A*, 464, 299  
 Geier, S., Nesslinger, S., Heber, U., et al. 2008, *A&A*, 477, L13  
 Green, E. M., Liebert, J. W., & Saffer, R. A. 1997, in *The Third Conf. on Faint Blue Stars*, ed. A. G. D. Philip, J. Liebert, R. Saffer, & D. S. Hayes, 417  
 Han, Z., Podsiadlowski, P., Maxted, P. F. L., Marsh, T. R., & Ivanova, N. 2002, *MNRAS*, 336, 449  
 Han, Z., Podsiadlowski, P., Maxted, P. F. L., & Marsh, T. R. 2003, *MNRAS*, 341, 669  
 Heber, U. 1986, *A&A*, 155, 33  
 Heber, U., Reid, I. N., & Werner, K. 1999, *A&A*, 348, L25  
 Heber, U., Reid, I. N., & Werner, K. 2000, *A&A*, 363, 198  
 Hilditch, R. W. 2001, *An introduction to Close Binary Stars*, The Observatory, 121, 389  
 Jeffery, C. S., & Saio, H. 2006, *MNRAS*, 372, L48  
 Jeffery, C. S., & Saio, H. 2007, *MNRAS*, 378, 379  
 Kawaler, S. D., & Hostler, S. R. 2005, *ApJ*, 621, 432  
 Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., & Stobie, R.S. 1997, *MNRAS*, 285, 640  
 Koen, C., O'Donoghue, D., Pollaco, D. L., & Nitta, A. 1998, *MNRAS*, 300, 1105  
 Maxted, P. F. L., Marsh, T. R., & North, R. C. 2000, *MNRAS*, 317, L41  
 Maxted, P. F. L., Heber, U., Marsh, T. R., & North, R. C. 2001, *MNRAS*, 326, 1391  
 Morales-Rueda, L., Maxted, P. F. L., Marsh, T. R., Kilkenny, D., & O'Donoghue, D. 2006, *Baltic Astron.*, 15, 187  
 Napiwotzki, R., Karl, C. A., Lisker, T., et al. 2004, *Ap&SS*, 291, 321  
 Orosz, J.-A., & Wade, R. A. 1999, *MNRAS*, 310, 773  
 O'Toole, S. J., & Heber, U. 2006, *A&A*, 452, 579  
 O'Toole, S. J., Heber, U., & Benjamin, R. A. 2004, *A&A*, 422, 1053  
 Randall, S. K., Fontaine, G., Brassard, P., & Bergeron, P. 2005, *ApJS*, 161, 456  
 Randall, S. K., Fontaine, G., Charpinet, S., et al. 2006, *ApJ*, 648, 637  
 Randall, S. K., Green, E. M., Van Grootel, V., et al. 2007, *A&A*, 476, 1317  
 Reed, M. D., Kawaler, S. D., Zola, S., et al. 2004, *MNRAS*, 348, 1164  
 Saffer, R. A., Green, E. M. & Browsers, T. 2001, in *12th European Workshop on White Dwarfs*, ed. J. L. Provencal, H. L. Shipman, J. MacDonald, & S. Goodchild, ASP Conf. Ser., 226, 408  
 Tassoul, J.-L., & Tassoul, M. 1992, *ApJ*, 395, 259  
 Tremblay, P. E., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2006, *ApJS*, 165, 551  
 Zahn, J.-P. 1977, *A&A*, 57, 383

### 4.3 Profil de rotation interne de PG 1336–018

PG 1336–018 est, avec une période orbitale de 2.42438 h soit 8 728 s (Kilkenny et al. 2000), un système binaire beaucoup plus serré que Feige 48. Selon les formalismes de Zahn et Tassoul & Tassoul et conformément à l'intuition, la période orbitale  $P_{\text{orb}}$  est un paramètre fondamental pour déterminer le temps de synchronisation dans un système binaire. Il faut néanmoins tenir compte de l'âge du système dans sa configuration actuelle (une étoile sdB a une durée de vie de l'ordre de  $10^8$  ans), qui ne peut pas être évalué par les modèles statiques que nous utilisons. L'hypothèse de rotation synchrone n'est donc pas superflue à vérifier, ce qui est effectué en cherchant le minimum de la fonction de mérite selon le paramètre  $P_{\text{core}}$  dont la transition varie de 0.2 à 1.0  $R_*$  (l'approche par optimisation complète à trois paramètres structuraux dans plusieurs configurations de rotation différentielle n'a pas été reproduite en raison de son temps de calcul excessif). Le résultat obtenu est présenté à la figure 4.4. La détermination du profil de rotation de l'étoile en fonction de la profondeur montre que la rotation synchrone est atteinte depuis la surface jusque  $\sim 0.55 R_*$  au moins. La dynamique des régions plus profondes, en dessous de l'enveloppe radiative beaucoup plus fine que celle de Feige 48, ne peut être déterminée, ce qui traduit la limite de sensibilité des modes p se propageant essentiellement dans les couches externes de l'étoile.

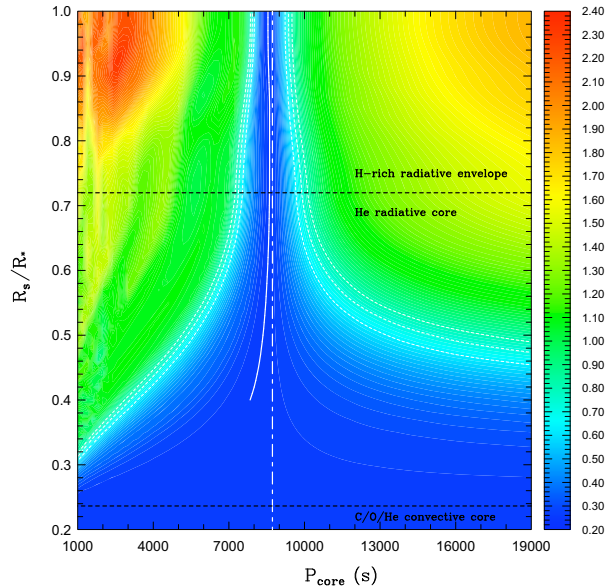


FIG. 4.4: Idem à la figure 4.3, mais pour l'étoile sdB pulsante PG 1336–018 qui appartient à un système dont la période orbitale est de 8 728 s (Kilkenny et al. 2000).

## 4.4 Perspectives

Les résultats présentés dans ce chapitre démontrent le potentiel de l'astérosismologie pour étudier les conditions de synchronisation dans les systèmes binaires. Au niveau de précision atteint par notre approche, la détermination du profil de rotation d'une étoile avait pu être obtenue seulement pour le cas particulier du Soleil. En ce sens, les démonstrations de rotation synchrone sur Feige 48 et PG 1336–018 constituent une avancée significative du domaine de l'astérosismologie, qui n'est plus un objectif en soi mais qui devient un *moyen* pour fournir de nouveaux éléments à la question ouverte de l'action des forces de marée dans les systèmes binaires.

Les résultats obtenus encouragent à la poursuite du développement des outils pour étudier la dynamique interne des étoiles sdB. Il pourrait être intéressant d'implémenter d'autres types de loi de rotation, comme la rotation cylindrique  $\Omega(z) = c_1 z + c_2$  (avec  $z = r \cos \theta$  et  $c_1, c_2$  deux constantes), qui est stable d'un point de vue dynamique. L'idée de diviser l'étoile en un nombre de couches supérieur à 2 (et éventuellement en les faisant correspondre aux couches physiques) pourrait aussi être exploitée. Par ailleurs, l'approche perturbative au premier ordre utilisée n'est strictement valide que lorsque la rotation est suffisamment lente pour ne pas déformer la structure de l'étoile. Les termes d'ordre supérieur et les déformations liées aux forces de marée par la présence d'un compagnon proche peu massif n'influencent pas significativement la solution astérosismologique au niveau de précision actuel, ce qui a été démontré dans la publication sur PG 1336–018 (section 3.2). Ces effets seront à prendre en considération pour les rotateurs les plus rapides et/ou en cas de compagnons serrés massifs, et lorsque la qualité de nos ajustements entre périodes théoriques et observées sera améliorée. Le perfectionnement des modèles stellaires, en y incorporant par exemple les derniers progrès en physique constitutive, permettra également d'étudier le profil de rotation des étoiles tournant lentement sur elles-mêmes, notamment pour tester davantage l'idée de cœur rapide suggérée par Kawaler & Hostler (2005).

Enfin, la nature même des modes de pulsation dans les étoiles sdB à courtes périodes limite la profondeur atteinte dans la détermination du profil de rotation interne (depuis la surface jusque  $\sim 0.22 R_*$  et  $\sim 0.55 R_*$  pour Feige 48 et PG 1336–018 respectivement). Cet obstacle pourrait en principe être contourné par l'astérosismologie des sdB pulsantes à longues périodes, dont les modes g de pulsation se propagent dans des régions beaucoup plus profondes. Ceci constitue un prochain objectif avec l'arrivée des nouveaux modèles "de troisième génération", qui incluent une description détaillée du noyau convectif nécessaire à l'évaluation précise des périodes de pulsation des modes g. Plusieurs de ces étoiles sdB pulsantes à longues périodes appartiennent à des couples serrés, ce qui devrait permettre d'apporter des contraintes supplémentaires pour l'étude des conditions de synchronisation par l'action des forces de marée dans les systèmes stellaires.



# Chapitre 5

## Etude astérosismologique de l'étoile sdB pulsante PG 0911+456

Ce chapitre présente les résultats d'une étude complète de l'étoile PG 0911+456 par l'astérosismologie, depuis les observations au télescope de 1.6-m du Mont Bigelow (Arizona) et l'extraction des fréquences par analyse de Fourier jusqu'à la procédure d'optimisation pour isoler le meilleur modèle stellaire. Ce travail a donné lieu à une publication dans le journal *Astronomy & Astrophysics*, pilotée par Suzanna Randall et à laquelle j'ai contribué en effectuant l'analyse astérosismologique pour cette étoile. Il s'agit du premier résultat scientifique obtenu par le nouveau détecteur CCD LAPOUNE-II, financé par l'Université de Montréal et dont le développement et la construction ont été supervisés par Betsy Green, du Steward Observatory de l'Université d'Arizona. Contrairement à son prédécesseur LAPOUNE qui est un photomètre portable, LAPOUNE-II est installé de façon permanente au télescope du Mont Bigelow, où notre groupe effectue désormais de longues campagnes d'observation d'étoiles sdB pulsantes auxquelles j'ai pu prendre part à trois reprises au cours de ma thèse de doctorat. La section 5.1 présente les propriétés générales de l'étoile PG 0911+456, tandis que la section 5.2 est consacrée à une discussion sur la visibilité des modes de pulsation dans les étoiles sdB. Enfin, la section 5.3 constitue une synthèse des résultats de l'étude astérosismologique, avant l'intégration de la publication parue en décembre 2007 dans *Astronomy & Astrophysics*.

### 5.1 Présentation générale de l'étoile PG 0911+456

PG 0911+456, cataloguée parmi les étoiles chaudes de l'échantillon Palomar-Green (Green et al. 1986), a été identifiée comme un membre de la classe des sdB pulsantes à courtes périodes par Koen et al. (1999). Avec trois modes de pulsation détectés dans l'intervalle 155 – 165 s et des paramètres atmosphériques typiques des étoiles EC 14026 ( $T_{\text{eff}} = 31\,900 \pm 200$  K et  $\log g = 5.82 \pm 0.02$ ; Koen et al. 1999), elle ne présente pas de caractéristiques particulières, tombant pendant quelques années dans un anonymat relatif. Sa position dans le ciel d'Arizona en a fait une cible idéale pour la première campagne

d'observation avec l'instrument LAPOUNE-II, et PG 0911+456 a ainsi été observée durant huit nuits entre le 20 décembre 2006 et le 25 février 2007, dont trois consécutives sous des conditions de très bonne transparence atmosphérique. Un exemple de la courbe de lumière de PG 0911+456 est montrée à la figure 5.1 pour la nuit du 16 janvier 2007. Le niveau de qualité atteint pour cette étoile relativement faible ( $V \sim 14.6$ ), avec un télescope de 1.6-m seulement et depuis un site distant d'une trentaine de kilomètres à peine de la ville de Tucson, est particulièrement impressionnant.

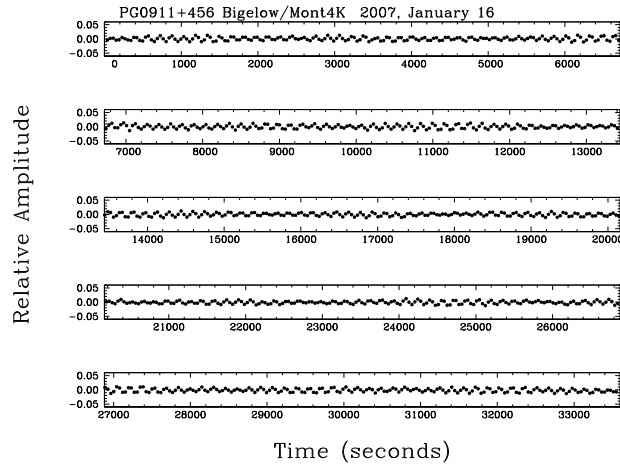


FIG. 5.1: Courbe de lumière de l'étoile sdB pulsante PG 0911+456 de la nuit du 16 janvier 2007, obtenue avec le détecteur CCD LAPOUNE-II installé au télescope 1.6-m Mont Bigelow.

L'analyse fréquentielle mène à l'identification de 7 périodes de pulsation fiables dans le spectre de PG 0911+456, dont les propriétés sont reprises au tableau 5.1 (voir détails dans la publication). Aucune structure fine n'est détectée dans ces données réparties sur une base de temps supérieure à deux mois, ce qui semblerait indiquer une étoile en rotation très lente dont les multiplets ne sont pas résolus. Par ailleurs, il n'existe aucun indice, photométrique ou spectroscopique, trahissant la présence d'un compagnon.

Rang	Période (s)	Fréquence ( $\mu\text{Hz}$ )	Amplitude (%)	$f_{\text{Koen}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$A_{\text{Koen}}$ (%)
4	192.551	5193.42	0.082		
6	168.784	5924.73	0.054		
2	165.687	6035.49	0.223	6036.2	0.44
3	161.554	6189.89	0.098	6190.9	0.24
5	157.581	6345.92	0.080		
1	155.767	6419.85	0.755	6419.3	0.61
7	149.027	6710.20	0.050		

TAB. 5.1: Oscillations détectées dans la courbe de lumière de PG 0911+456. Les fréquences et amplitudes de Koen et al. (1999) sont également indiquées à titre de comparaison.

## 5.2 Visibilité des modes de pulsation dans les étoiles sdB

La publication sur PG 0911+456 présente une discussion générale sur la visibilité des modes de pulsation dans les étoiles sdB, en démontrant que la hiérarchie habituelle où les amplitudes apparentes décroissent strictement avec le degré  $l$  par effet d'annulation géométrique sur le disque stellaire intégré n'est pas toujours valide. Randall et al. (2005) avaient déjà établi par une modélisation détaillée du flux émergent au cours d'un cycle de pulsation que, pour les étoiles sdB observées dans le domaine optique, les modes de degré  $l = 4$  sont davantage visibles que les modes de degré  $l = 3$ . La visibilité des modes selon l'angle d'inclinaison  $i$  est cette fois étudiée, toujours en supposant une amplitude intrinsèque identique pour tous les degrés de  $l = 0$  à 4 et une étoile sans rotation (ordres azimutaux  $m = 0$ ). Le résultat est présenté à la figure 5.2, où les amplitudes sont normalisées par rapport à celle du mode  $l = 0$ .

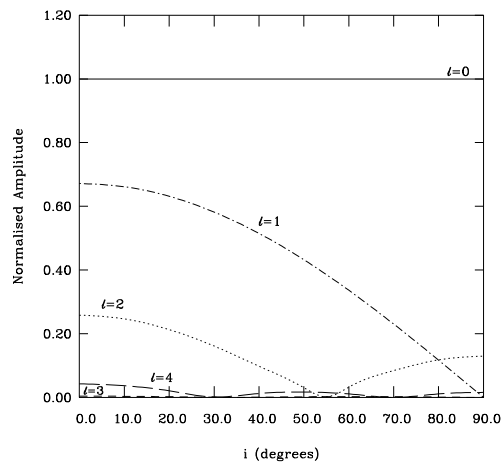


FIG. 5.2: Amplitudes apparentes théoriques des modes de pulsation, normalisées par rapport à  $l = 0$ , en fonction de l'inclinaison. Les amplitudes intrinsèques sont identiques.

L'amplitude apparente théorique des modes de degré  $l = 1$  décroît de façon monotone avec l'inclinaison, pour devenir virtuellement inobservables à  $i \sim 90^\circ$  (rappelons que seul le mode  $m = 0$  est considéré ici). Les visibilités des modes  $l = 2$  et  $l = 4$  dépendent également de l'inclinaison, mais de manière plus complexe avec un ou plusieurs minima selon  $i$ . Enfin, les amplitudes théoriques des modes  $l = 3$  sont toujours extrêmement faibles quelle que soit l'inclinaison.

Par ailleurs, l'analyse de données en photométrie multi-couleur n'a jamais formellement identifié une période de pulsation d'une étoile sdB à un mode de degré  $l = 3$  (Jeffery et al. 2004, 2005; Tremblay et al. 2006; Charpinet et al. 2008). Au contraire, cette possibilité est clairement exclue dans la grande majorité des cas, les modes  $l = 3$  présentant une dépendance en amplitude-longueur d'onde très différente des modes  $l = 0, 1, 2$  et  $l = 4$

qui permet de les distinguer facilement le cas échéant (Randall et al. 2005). En revanche, la présence de modes de degré  $l = 4$  est attestée pour quelques étoiles sdB, comme KPD 2109+4401, HS 0039+4302 (Jeffery et al. 2004) et Balloon 090100001 (Charpinet et al. 2008). Ainsi, les résultats de la photométrie multi-couleur semblent confirmer la modélisation théorique des amplitudes apparentes qui montre que, de façon très générale, les modes de degré  $l = 3$  sont moins visibles que ceux à  $l = 4$  dans les étoiles sdB observées dans le domaine optique. C'est pourquoi les modes de degré  $l = 3$  sont désormais explicitement exclus, lorsque la densité du spectre de pulsation de l'étoile considérée le permet, dans la procédure d'optimisation pour l'analyse astérosismologique.

### 5.3 Synthèse des résultats et publication

L'analyse astérosismologique est menée à partir des 7 fréquences observées du tableau 5.1, comparées dans la procédure d'optimisation aux fréquences théoriques  $\sigma_{kl,m=0}$ . En raison des dégénérescences habituellement observées dans les étoiles sdB (voir par exemple la publication sur Feige 48 au chapitre 4), la température effective est fixée à la moyenne pondérée des estimations spectroscopiques, soit  $T_{\text{eff}} = 31\,940 \pm 220$  K. L'espace des paramètres est défini comme suit :  $5.50 \leq \log g \leq 5.80$ ,  $-5.20 \leq \log q(\text{H}) \leq -2.00$  et  $0.30 \leq M_*/M_\odot \leq 0.70$ . Tous les modes théoriques de degrés  $l = 0$  à 4 sont dans un premier temps considérés pour la procédure d'optimisation. A titre de comparaison, une deuxième procédure est ensuite menée en excluant les modes de degré  $l = 3$ .

La première procédure d'optimisation mène à l'identification de deux solutions astérosismologiques, appelées "modèle 1" et "modèle 2", qui présentent respectivement une fonction de mérite de  $S^2 \sim 0.63$  et 1.64. Le modèle 1 correspond à une étoile de  $\log g = 5.686$ ,  $\log q(\text{H}) = -4.11$  et  $M_* = 0.40 M_\odot$ , tandis que le modèle 2 affiche  $\log g = 5.777$ ,  $\log q(\text{H}) = -4.78$  et  $M_* = 0.39 M_\odot$ . Ce dernier modèle constitue également la solution optimale ( $S^2$  minimum) obtenue par la deuxième analyse astérosismologique, où les degrés  $l = 3$  sont exclus. Les identifications des modèles 1 et 2 sont indiquées au tableau 5.2, où les périodes observées sont classées par ordre décroissant d'amplitude.

Rang	$P_{\text{obs}}$ (s)	Modèle 1		Modèle 2	
		$\ell$	$k$	$\ell$	$k$
1	155.767	0	2	0	1
2	165.687	2	2	0	0
3	161.554	3	2	2	1
4	192.551	2	1	2	0
5	157.581	4	2	4	1
6	168.784	1	2	4	0
7	149.027	1	3	1	2

TAB. 5.2: Identification des périodes observées, modèle 1 et modèle 2.

Le modèle 1 présente un mode de degré  $l = 3$  pour la période à 161.554 s correspondant à la troisième amplitude la plus élevée, tandis que l'identification du modèle 2 respecte



mieux la hiérarchie des périodes observées et indiquerait une étoile vue à inclinaison élevée (voir la discussion dans la publication). En réalité, il est démontré que les modèles 1 et 2 constituent une même famille de solutions astérosismologiques, qui se répètent à intervalles réguliers en  $\log g$  alors que la masse totale et l'épaisseur de l'enveloppe varient peu. Ce phénomène, déjà observé dans certaines études précédentes (e.g. Charpinet et al. 2005a,c), est baptisé "mode jumping" et tient au fait que les mêmes fréquences propres sont retrouvées à différentes gravités de surface, mais avec un décalage de  $\Delta k = 1$  dans le spectre de pulsation théorique. Pour illustrer ce phénomène dans le cas de PG 0911+456, une expérience artificielle est menée en fixant l'identification des degrés  $l$  à celle du modèle 1, et en forçant une solution dans le régime de gravité de surface du modèle 2. Une solution aux paramètres structuraux analogues à ceux du modèle 2 est bien retrouvée (avec une fonction de mérite  $S^2 \sim 8.7$  légèrement dégradée), mais avec une identification des ordres  $k$  décalée de  $-1$  par rapport au modèle 1. L'expérience inverse conduit au même résultat, cette fois avec un décalage de  $\Delta k = +1$  ( $S^2 \sim 4.2$ ). Les estimations de la gravité de surface fournies par la spectroscopie sont alors cruciales pour sélectionner la bonne solution astérosismologique. C'est ainsi que le modèle 2, dont la gravité de surface est remarquablement cohérente avec la moyenne pondérée des estimations spectroscopiques, est adopté comme "meilleur modèle" pour l'étoile PG 0911+456. Cette dernière est alors une étoile sdB de faible masse dont les estimations des paramètres structuraux sont reprises au tableau 5.3.

Paramètre structural	Estimation			
$T_{\text{eff}}$ (K) (spectroscopie)	31 940	$\pm$	220	(0.69%)
$\log g$	5.777	$\pm$	0.002	(0.03%)
$M_*/M_\odot$	0.39	$\pm$	0.01	(1.55%)
$\log(M_{\text{env}}/M_*)$	-4.69	$\pm$	0.07	(1.49%)
$R/R_\odot$ ( $M_*, g$ )	0.134	$\pm$	0.002	(1.00%)
$L/L_\odot$ ( $T_{\text{eff}}, R$ )	16.8	$\pm$	1.0	(4.76%)
$M_V$ ( $g, T_{\text{eff}}, M_*$ )	4.82	$\pm$	0.04	(0.83%)
$d$ ( $V, M_V$ ) (pc)	930.3	$\pm$	27.4	(2.9%)
$P_{\text{rot}}$ (jour)		$\geq$	68	...
$V_{\text{eq}}$ ( $P_{\text{rot}}, R$ ) ( $\text{km s}^{-1}$ )		$\leq$	0.1	...

TAB. 5.3: Paramètres structuraux de PG 0911+456 ( $V = 14.66 \pm 0.05$ ).

Pour finir, soulignons que les expériences artificielles menées ci-dessus illustrent une nouvelle fois le caractère secondaire de l'identification précise des degrés  $l$  des modes pour la détermination des paramètres structuraux : en forçant des degrés  $l$  différents, on parvient à retrouver des modèles similaires, dont les fonctions de mérite ne sont que légèrement dégradées ! Ceci n'avait pas été pleinement réalisé au moment de la publication sur PG 0911+456. Ce n'est que plus tard, avec l'étude de Balloon 090100001 (section 3.1) sous différentes contraintes au niveau des degrés  $l$  fournies par la photométrie multi-couleur, que la conclusion relative à l'importance secondaire de l'identification précise des modes est apparue clairement.

## Observations and asteroseismic analysis of the rapidly pulsating hot B subdwarf PG 0911+456<sup>★</sup>

S. K. Randall<sup>1</sup>, E. M. Green<sup>2</sup>, V. Van Grootel<sup>3,4</sup>, G. Fontaine<sup>3</sup>, S. Charpinet<sup>4</sup>, M. Lesser<sup>2</sup>, P. Brassard<sup>3</sup>, T. Sugimoto<sup>2</sup>, P. Chayer<sup>5,6</sup>, A. Fay<sup>2</sup>, P. Wroblewski<sup>2</sup>, M. Daniel<sup>2</sup>, S. Story<sup>2</sup>, and T. Fitzgerald<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ESO, Karl-Schwarzschild-Str. 2, 85748 Garching bei München, Germany  
e-mail: srandall@eso.org

<sup>2</sup> Steward Observatory, University of Arizona, 933 North Cherry Avenue, Tucson, AZ 85721, USA

<sup>3</sup> Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. Centre-Ville, Montréal, QC H3C 3J7, Canada

<sup>4</sup> UMR 5572, Université Paul Sabatier et CNRS, Observatoire Midi-Pyrénées, 14 Av. E. Belin, 31400 Toulouse, France

<sup>5</sup> Department of Physics and Astronomy, John Hopkins University, 3400 North Charles Street, Baltimore, MD 21218-2686, USA

<sup>6</sup> Primary affiliation: Department of Physics and Astronomy, University of Victoria, PO Box 3055, Victoria, BC V8W 3P6, Canada

Received 7 August 2007 / Accepted 16 October 2007

### ABSTRACT

**Aims.** The principal aim of this project is to determine the structural parameters of the rapidly pulsating subdwarf B star PG 0911+456 from asteroseismology. Our work forms part of an ongoing programme to constrain the internal characteristics of hot B subdwarfs with the long-term goal of differentiating between the various formation scenarios proposed for these objects. So far, a detailed asteroseismic interpretation has been carried out for 6 such pulsators, with apparent success. First comparisons with evolutionary theory look promising, however it is clear that more targets are needed for meaningful statistics to be derived.

**Methods.** The observational pulsation periods of PG 0911+456 were extracted from rapid time-series photometry using standard Fourier analysis techniques. Supplemented by spectroscopic estimates of the star's mean atmospheric parameters, they were used as a basis for the “forward modelling” approach in asteroseismology. The latter culminates in the identification of one or more “optimal” models that can accurately reproduce the observed period spectrum. This naturally leads to an identification of the oscillations detected in terms of degree  $\ell$  and radial order  $k$ , and infers the structural parameters of the target.

**Results.** The high S/N low- and medium resolution spectroscopy obtained led to a refinement of the atmospheric parameters for PG 0911+456, the derived values being  $T_{\text{eff}} = 31\,940 \pm 220$  K,  $\log g = 5.767 \pm 0.029$ , and  $\log \text{He}/\text{H} = -2.548 \pm 0.058$ . From the photometry it was possible to extract 7 independent pulsation periods in the 150–200 s range with amplitudes between 0.05 and 0.8% of the star's mean brightness. There was no indication of fine frequency splitting over the ~68-day time baseline, suggesting a very slow rotation rate. An asteroseismic search of parameter space identified several models that matched the observed properties of PG 0911+456 well, one of which was isolated as the “optimal” model on the basis of spectroscopic and mode identification considerations. All the observed pulsations are identified with low-order acoustic modes with degree indices  $\ell = 0, 1, 2$  and 4, and match the computed periods with a dispersion of only ~0.26%, typical of the asteroseismological studies carried out to date for this type of star. The inferred structural parameters of PG 0911+456 are  $T_{\text{eff}} = 31\,940 \pm 220$  K (from spectroscopy),  $\log g = 5.777 \pm 0.002$ ,  $M_*/M_{\odot} = 0.39 \pm 0.01$ ,  $\log M_{\text{env}}/M_* = -4.69 \pm 0.07$ ,  $R/R_{\odot} = 0.133 \pm 0.001$  and  $L/L_{\odot} = 16.4 \pm 0.8$ . We also derive the absolute magnitude  $M_V = 4.82 \pm 0.04$  and a distance  $d = 930.3 \pm 27.4$  pc.

**Key words.** stars: individual: PG 0911+456 – stars: interiors – stars: horizontal-branch – stars: oscillations

### 1. Introduction

Subdwarf B (sdB) stars are evolved extreme horizontal branch stars with atmospheric parameters in the  $20\,000 \text{ K} \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 40\,000 \text{ K}$  and  $5.0 \lesssim \log g \lesssim 6.2$  range (Heber 1986). They are believed to be composed of helium-burning cores surrounded by thin hydrogen-rich envelopes and are characterised by a narrow mass distribution strongly peaked at  $\sim 0.48 M_{\odot}$  (Dorman et al. 1993). While it is generally accepted that they evolved from the red giant branch (RGB) and constitute the immediate progenitors of low-mass white dwarfs (Bergeron et al. 1994),

the details of their formation are not yet understood. It does however seem clear that sdB progenitors lost a significant fraction of their envelope mass near the tip of the first RGB, leaving them with insufficient fuel to ascend the asymptotic giant branch (AGB) after core helium exhaustion. Plausible formation channels were modelled in detail by, e.g., Han et al. (2002, 2003) and include binary evolution via a common envelope (CE) phase, stable Roche lobe overflow (RLOF), and the merger of two helium white dwarfs. These distinct evolutionary scenarios should leave a clear imprint not only on the binary distribution of sdB stars (CE evolution will produce sdB's in very close binary systems, RLOF gives rise to much longer period binaries, and the white dwarf merger results in single sdB stars), but also on their mass and hydrogen-envelope thickness distribution. Observational surveys focusing on radial velocity variations and the spectroscopic detection of companions have recently established that at least half of the sdB population reside in binaries

<sup>★</sup> This study made extensive use of the computing facilities offered by the Calcul en Midi-Pyrénées (CALMIP) project and the Centre Informatique National de l'Enseignement Supérieur (CINES), France. Some of the spectroscopic observations reported here were obtained at the MMT Observatory, a joint facility of the University of Arizona and the Smithsonian Institution.

(e.g. Allard et al. 1994; Ulla & Thejll 1998), a significant fraction of them having short orbital periods from hours to days (Green et al. 1997; Maxted et al. 2001). Accurate determinations of the stars' internal parameters on the other hand are harder to come by using traditional techniques; the mass has so far been measured only for the very rare case of an eclipsing binary (Wood & Saffer 1999), while the envelope thickness eludes direct study.

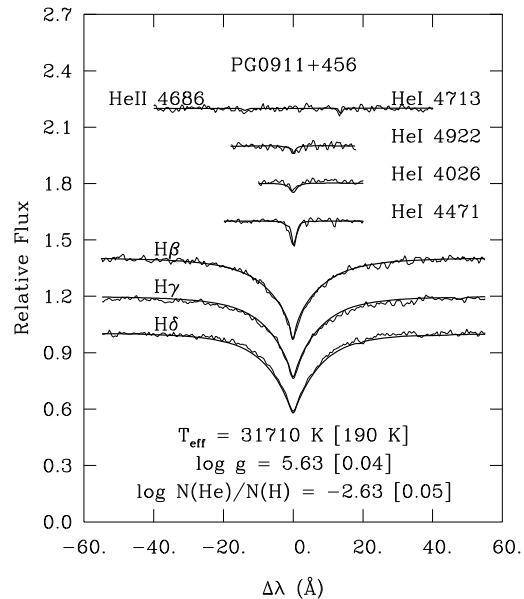
Fortunately, a small fraction ( $\sim 5\%$ ) of sdB stars have been discovered to exhibit rapid, multi-periodic luminosity variations on a time-scale of hundreds of seconds, thus opening up the possibility of using asteroseismology to constrain their internal parameters. Since the near-simultaneous theoretical prediction (Charpinet et al. 1996, 1997) and observational discovery (Kilkenny et al. 1997) of the so-called EC 14026 stars, both the modelling and measurement of their pulsational properties have come a long way (see Fontaine et al. 2006, for a review). Simulating the pulsation spectra of a large grid of sdB models in terms of low-degree, low-order  $p$ -modes and numerically determining the "optimal" model that best fits a series of observed periodicities has so far resulted in the asteroseismological determination of the internal parameters for six EC 14026 pulsators: PG 0014+067 (Brassard et al. 2001), PG 1047+003 (Charpinet et al. 2003), PG 1219+534 (Charpinet et al. 2005b), Feige 48 (Charpinet et al. 2005a), EC 20117-4014 (Randall et al. 2006a), and PG 1325+101 (Charpinet et al. 2006). These first asteroseismic results show promising trends as far as matching the expected mass and hydrogen shell thickness distribution is concerned, however more targets are needed to start assessing the importance and accuracy of the proposed formation channels. Here we present an asteroseismological analysis of the subdwarf B star PG 0911+456 based on photometry obtained with the new Mont4kccd at Mt. Bigelow, Arizona. In the next sections we describe the observations and frequency analysis, followed by the asteroseismic exploitation of the target and a discussion of the internal parameters inferred.

## 2. Observations

### 2.1. Spectroscopy and atmospheric analysis

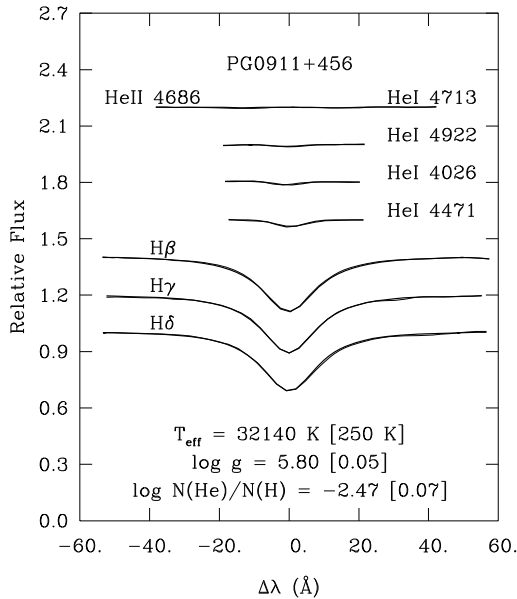
PG 0911+456 was first identified as a hot star in the Palomar-Green survey (Green et al. 1986), and analysed in more detail by Koen et al. (1999) using a medium-resolution ( $\sim 0.8 \text{ \AA}/\text{pix}$ ) spectrum obtained on the 4.2-m William Herschel telescope on La Palma, Spain. Fitting a pure hydrogen line profile grid to the data suggested atmospheric parameters of  $T_{\text{eff}} = 31\,900 \pm 200 \text{ K}$  and  $\log g = 5.82 \pm 0.02$ , while an independent analysis carried out by Rex Saffer produced consistent values of  $T_{\text{eff}} = 31\,400 \text{ K}$  and  $\log g = 5.80$ . This is typical for an EC 14026 star, and places PG 0911+456 in the central part of the theoretical instability strip (Charpinet et al. 2001). The authors also noted that the helium lines were weak for this object, and that there was no obvious spectroscopic signature of a companion.

We obtained additional spectra with Steward Observatory's 2.3-m telescope on Kitt Peak, Arizona, as well as the 6.5-m MMT as part of an ongoing program to determine the atmospheric characteristics of a large sample of both pulsating and non-pulsating sdB stars in a homogeneous way (for details see Green, Fontaine, & Chayer, in preparation). The Kitt Peak data cover the  $\sim 3600\text{--}5240 \text{ \AA}$  range at low wavelength resolution ( $\sim 9 \text{ \AA}$ ), while the MMT spectrum concentrates on the  $\sim 4000\text{--}4950 \text{ \AA}$  region at a higher resolution of  $\sim 1 \text{ \AA}$ . Both data sets were analysed with the help of a detailed grid of non-LTE



**Fig. 1.** Model fit (solid curve) to the hydrogen Balmer lines and helium lines available in our time averaged high S/N ratio, medium-resolution optical spectrum of PG 0911+456.

model atmospheres and synthetic spectra designed especially for subdwarf B stars. These were computed using the public codes TLUSTY and SYNSPEC (Hubeny & Lanz 1995; Lanz & Hubeny 1995), and in contrast to the models employed by Koen et al. (1999) incorporate helium but no metals. We show the best model fit to the available Balmer and neutral helium lines for the MMT and the 2.3-m spectra in Figs. 1 and 2 respectively, and also indicate the atmospheric parameters inferred. Note that the values in brackets refer to the formal fitting errors. While both the effective temperature and surface gravity derived from the low-resolution spectrum agree well with those reported by Koen et al. (1999), the value of  $\log g$  from the higher resolution data is significantly lower. This is somewhat surprising, since in our experience the atmospheric parameters computed from both types of spectra are compatible as long as the S/N of the data is high enough. Examining the figures, we find the fits to both spectra to be satisfactory, however it is apparent that the MMT data are far noisier than those from Kitt Peak. Indeed, comparing the quality of the single medium-resolution spectrum obtained for PG 0911+456 to equivalent data for previously analysed subdwarf B stars such as PG 1325+101 (Charpinet et al. 2006) or PG 1219+534 (Charpinet et al. 2005b) reveals a significantly lower S/N ( $\sim 78$  compared to typically 200+) for the case of our target. In contrast, our combined low-resolution spectrum of PG 0911+456 is of outstanding quality ( $S/N \sim 350$ ). Given that the atmospheric parameters derived from the latter are also in excellent agreement with those reported by Koen et al. (1999), we believe them to be more accurate than those obtained from the MMT spectra. This was also the conclusion reached by the referee (U. Heber), who kindly re-analysed our Kitt Peak spectrum for PG 0911+456 using independent models that incorporate metals at both solar and sub-solar abundances, and derived atmospheric parameters consistent with our low-resolution estimates. He also noted that, in his analysis of MMT medium-resolution spectra of about a dozen sdB stars, consistently lower surface gravities and temperatures were found than from their



**Fig. 2.** Model fit (solid curve) to the hydrogen Balmer lines and helium lines available in our time averaged high S/N ratio, low-resolution optical spectrum of PG 0911+456.

low-resolution counterparts, the latter being more reliable due to the wider wavelength coverage and higher number of Balmer lines sampled.

Using the available estimates of the atmospheric parameters for PG 0911+456 we compute a weighted mean of  $T_{\text{eff}} = 31\,940 \pm 220$  K and  $\log g = 5.767 \pm 0.029$ . As already noted by Koen et al. (1999), the atmospheric helium abundance is low even for a subdwarf B star at  $\log \text{He}/\text{H} = -2.548 \pm 0.058$ .

## 2.2. Time-series photometry and frequency analysis

PG 0911+456 was first identified as a member of the (then) newly discovered class of rapidly pulsating EC 14026 stars by Koen et al. (1999). On the basis of  $\sim 17$  h of Strömgen *b* band time-series photometry gathered at the 0.9-m McDonald Observatory on Mt. Locke, Texas, the authors were able to extract 3 convincing periodicities between 150 s and 170 s (see Table 2 below) and estimate an approximate mean Strömgen *b* magnitude of  $\sim 14.6$ .

Our follow-up photometry was obtained with the new Mont4kccd (also known as La Pounce II) on Steward Observatory's 1.55-m Mt. Bigelow telescope in Arizona. Since this constitutes the first published science data obtained with the instrument, we give a brief overview of its characteristics and the observing strategy developed for fast time-series photometry. The  $4\text{k} \times 4\text{k}$  CCD is a Fairchild CCD 486 detector with  $4096 \times 4097$  15 micron pixels that has been processed for backside illumination at the University of Arizona Imaging Technology Laboratory (ITL). Treatment with the ITL Chemiabsorption Charging and antireflection coating results in a good sensitivity between  $\sim 3000$  and  $8000$  Å, with a quantum efficiency peak of about 95% at 4500 Å. The read noise of the detector is  $5.0 e^-$  (at a readout rate of about 50 kHz per channel), the dark current is  $16.6 e^-/\text{pixel}/\text{hour}$  at  $-130^\circ\text{C}$ , the unbinned full well capacity is  $131\,000 e^-$  and the device is operated at a gain of approximately  $3.1 e^-/\text{DN}$ . It is packaged in a Kovar

**Table 1.** Photometry obtained for PG 0911+456 (2006–2007).

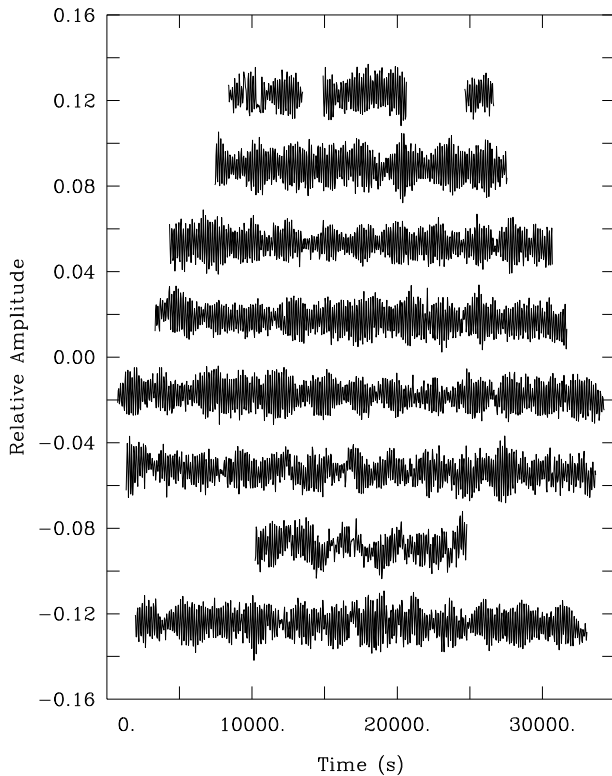
Date (UT)	Start time (UT)	Length (h)
20 Dec.	08:10	05:07
21 Dec.	07:40	05:37
15 Jan.	06:04	07:21
16 Jan.	05:30	07:54
17 Jan.	04:08	09:19
05 Feb.	02:55	09:01
10 Feb.	06:11	04:05
25 Feb.	02:37	08:40

tub and is steered with an Astronomical Research Cameras, Inc. Gen2 controller using two video channels. Target acquisition is performed with the help of the AzCam software developed by ITL and Steward Observatory. The Mont4kccd is equipped with a suite of filters (Bessell U, Harris BVR, Arizona I, as well as the broadband WFPC2 F555W and F814 and the Schott 8612 filters, among others<sup>1</sup>). Mounted at the Cassegrain focus of the Mt. Bigelow telescope, the pixel scale is  $0.14''/\text{pixel}$ , yielding a field of view of  $9.7' \times 9.7'$ .

The instrument was designed with differential photometry in mind, however the variety of filters available coupled with the excellent sensitivity of the chip and the large field of view make it ideal for many imaging projects. For the purpose of our observations, the main challenge was to reduce the dead-time between exposures to an acceptable level. On-chip binning, normally  $3 \times 3$  pixels but occasionally  $2 \times 2$ , is ordinarily used to optimise the pixel size on the sky, improve readout speed, and save disk space. However, even  $3 \times 3$  binning results in an overhead time of 18.2 s, rather long when aiming to temporally resolve the multiple  $\sim 150$ – $200$  s periodicities expected for an EC 14026 pulsator such as PG 0911+456. Our solution was to use  $4 \times 4$  pixel binning ( $0.6''/\text{pixel}$ ) and read out only the middle 60% of the rows, reducing the overhead time to just under 10 s. For isolated stars we have in the past been able to obtain relative photometry accurate to 0.001–0.002 mags from aperture photometry of images with FWHM's as small as 1.75 pixels. Given that the seeing was never better than  $\sim 1''$  during our observations of PG 0911+456, this worked quite well for the observations presented here. The most difficult aspect of using a slightly degraded spatial resolution with the Mont4kccd is maintaining the same effective focus throughout the night, as the latter is mainly determined by instrumental flexure related to the pointing position rather than dome temperature. Since keeping the focus constant is necessary to avoid variations in the light curve, we developed a script to monitor the focus of the incoming images.

We obtained a total of 57 h of time-series photometry for PG 0911+456 on 8 nights spread over a time baseline of 68 days (see Table 1 for details). Owing to the relative faintness of the target, the exposure time was set to 30 s throughout the campaign, and we employed the wide-band Schott 8612 filter to maximise throughput. The data were reduced using standard IRAF reduction aperture photometry routines, except that we set the photometric aperture size separately for each frame to 2.5 times the FWHM in that image. We computed differential light curves of PG 0911+456 on the basis of 6 suitable comparison stars distributed as symmetrically as possible around the target. Figure 3 shows all the nightly light curves obtained;

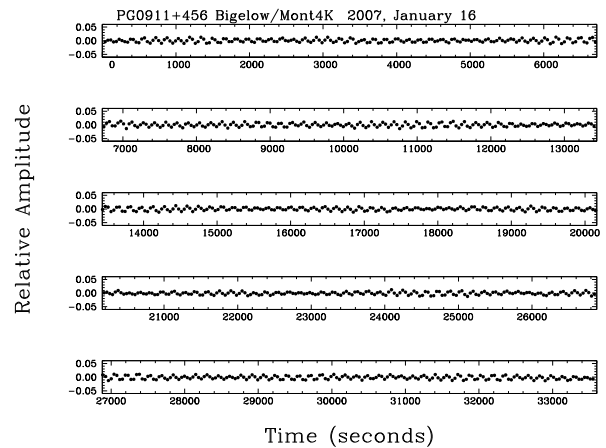
<sup>1</sup> The Mont4kccd QE curve as well as the filter transmission curves can be found on the following webpage:  
<http://james.as.arizona.edu/~psmith/61inch/instruments.html>



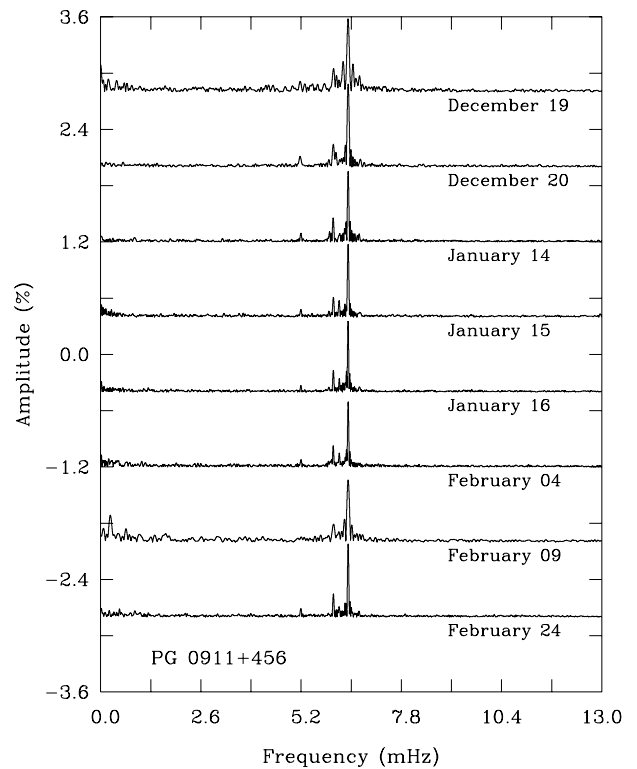
**Fig. 3.** All light curves obtained for PG 0911+456 on the Mt. Bigelow 1.55-m telescope. The data have been shifted arbitrarily along the  $x$  and  $y$  axes for visualisation purposes. From top to bottom, the curves refer to the nights of 20 Dec., 21 Dec. (2006), 15 Jan., 16 Jan., 17 Jan., 05 Feb., 10 Feb. and 25 Feb. (2007). For details see Table 1.

the beating between different modes is clearly visible. However, the remarkable quality of the photometry is better appreciated from the expanded view of a single night's light curve as displayed in Fig. 4. The relative noise level is reminiscent of that achieved on much larger telescopes, such as the 3.6-m CFHT or the 3.5-m NTT (see, e.g. Fig. 2 of Brassard et al. 2001; Fig. 4 of Charpinet et al. 2005b; and Fig. 2 of Billères & Fontaine 2005) when taking into account the differences in target brightness. We attribute this partly to the excellent sensitivity of the CCD and our optimised data pipeline, but even more importantly to the relatively high S/N achieved in each exposure and to the excellent spatial distribution of comparison stars around the target. Note that a high data quality can be achieved under less than perfect atmospheric conditions including transparency variations, thin cirrus and a bright Moon, rendering this technique very robust.

The time-series photometry gathered for PG 0911+456 was analysed in a standard way using a combination of Fourier analysis, least-square fits to the light curve, and pre-whitening techniques (see e.g. Billères et al. (2000) for more details). Figure 5 shows the Fourier spectra of the individual nightly light curves, which all clearly show a dominant peak at  $\sim 6.4$  mHz as well as a few lower amplitude frequencies in the 6–7 mHz range and an apparently isolated weak oscillation at  $\sim 5.2$  mHz. The power spectrum beyond 13 mHz out to the Nyquist frequency of 26 mHz is entirely consistent with noise and hence not illustrated. Given the poor duty cycle of the data over the long time baseline (3.5%), it was not obvious that combining all the light curves to give a total Fourier transform would be fruitful

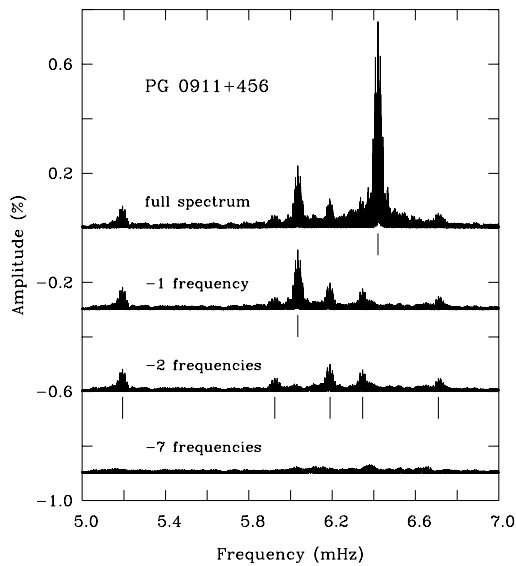


**Fig. 4.** Expanded view of the longest light curve obtained on 16 Jan. 2007 in units of fractional brightness intensity and seconds.



**Fig. 5.** Montage of the nightly Fourier transforms, shifted arbitrarily along the  $y$ -axis for visualisation purposes.

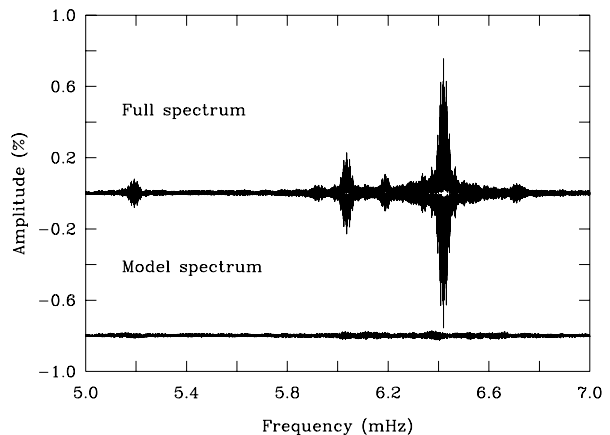
and produce reliable peaks (rather than windowing artefacts). We therefore performed a Fourier analysis for both the full dataset and a subset of three consecutive nights (14–16 January) and compared the results. Somewhat gratifyingly, the frequencies and amplitudes extracted were the same within the measurement uncertainties and the noise level decreased slightly when adding extra data sets. This has not always been the case for past observational campaigns of EC 14026 stars, where combining light curves well separated in time or of inhomogeneous quality significantly degraded the pulsation spectrum



**Fig. 6.** Fourier transform of the entire data set in the 5–7 mHz range (the spectrum outside this range is consistent with noise). The lower transforms show the successive steps of pre-whitening by the dominant, the two strongest and finally all 7 frequencies detected above  $4\sigma$ .

or produced incoherent oscillation peaks (see, e.g. Stobie et al. 1997; Charpinet et al. 2005b,a). The successful merging of different light curves for PG 0911+456 was most likely possible due to the high S/N of the individual light curves as well as a relative homogeneity between the data sets. In what follows, we will focus on the results obtained from all the data, since they correspond to the highest frequency resolution.

The Fourier transform of the combined light curve is displayed at the top of Fig. 6, followed by successively pre-whitened spectra in the lower part of the plot. In each case, the number of periodicities extracted is indicated above the spectrum. We detected a total of 7 oscillations down to a threshold of 4 times the noise level in the frequency range plotted (0.01%). The quality of the pre-whitening can be assessed from Fig. 7, which shows the original Fourier transform together with a noise-less spectrum reconstructed on the basis of the 7 extracted periodicities and the point-by-point difference between the two. While the latter indicates the possible presence of additional, unidentified frequencies, we feel that we have reached the detection limit for convincing oscillations. The periods, frequencies, and amplitudes of the pulsations extracted from the data are listed in Table 2. It is striking how well the three dominant peaks correspond to the oscillations detected by Koen et al. (1999) ( $f_{\text{Koen}}$ ) some 9 years previously. Even the amplitude rank order has remained the same, although the two weaker pulsations seem to have diminished somewhat with respect to the main peak (note that the absolute values of the amplitudes cannot be readily compared since the bandpass and frequency resolution of the Koen et al. (1999) data are different to our own). Such amplitude variations are by no means uncommon in EC 14026 stars, and can be interpreted either in terms of the beating of unresolved modes (e.g. very closely spaced components of a rotationally split multiplet) or significant changes in the intrinsic amplitudes of the modes. In this case, we lean towards the latter explanation since it is likely that at least one of the dominant peaks is associated with a radial mode and therefore not subject to unresolved rotational splitting. And indeed, the two highest amplitude



**Fig. 7.** Comparison between the Fourier transform of the entire data set (Full spectrum), and that reconstructed on the basis of the 7 periods, amplitudes and phases derived from least-squares fitting to the light curves (Model spectrum). The lower curve shows the point-by-point difference between the actual FT and the model FT.

**Table 2.** Oscillations extracted from the combined light curve of PG 0911+456. The uncertainty on the frequencies is estimated to be about 1/10th of the frequency resolution, i.e. around  $0.02 \mu\text{Hz}$ , while the error on the amplitude is derived from the least-squares fit to the light curve. The frequencies and amplitudes detected by Koen et al. (1999) are also listed.

Rank	Period (s)	Frequency ( $\mu\text{Hz}$ )	Amplitude (%)	$f_{\text{Koen}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$A_{\text{Koen}}$ (%)
4	192.551	5193.42	$0.082 \pm 0.005$		
6	168.784	5924.73	$0.054 \pm 0.005$		
2	165.687	6035.49	$0.223 \pm 0.005$	6036.2	0.44
3	161.554	6189.89	$0.098 \pm 0.005$	6190.9	0.24
5	157.581	6345.92	$0.080 \pm 0.005$		
1	155.767	6419.85	$0.755 \pm 0.005$	6419.3	0.61
7	149.027	6710.20	$0.050 \pm 0.005$		

pulsations are identified with  $\ell = 0$  modes in the asteroseismological analysis presented below.

The absence of frequency splitting over the campaign baseline of over two months implies that PG 0911+456 is a slow rotator with a rotation period  $P_{\text{rot}} \gtrsim 68$  d. It is of course also possible that the components of any multiplets have amplitudes below the detection limit, however this seems unlikely given the low noise level of the data. The inferred long rotation period coupled with no sign of a companion being detected from either the time-averaged spectroscopy or the 2MASS  $J-H$  colour suggests that our target is a single star. This hypothesis is supported by radial velocity measurements obtained at Steward Observatory's 2.3-m Bok telescope on Kitt Peak as part of an ongoing spectroscopic survey of sdB stars (Green et al., in preparation). No detectable velocity variation was found from ten spectra of PG 0911+456 taken at irregular intervals over a period of three years (2002–2005). While at least half of all subdwarf B stars appear to reside in binary systems, these are thought to mostly have short orbital periods (hours to days) and white dwarf secondaries (Green et al. 1997; Maxted et al. 2001) or rather long periods (hundreds to thousands of days) and main sequence companions (Saffer et al. 2001). Assuming tidally locked rotation, the low noise level of our photometry should reveal rotational frequency splitting in the former case, and a spectroscopic

signature of a cooler companion in the latter. Depending on the inclination of the system, the binary motion of the subdwarf may also manifest itself in a Doppler shift of the pulsation frequencies on the time-scale of the orbital period (as detected for the long-period binary EC 20117-4014, see Randall et al. 2006a), of which a comparison of our data with those obtained by Koen et al. (1999) show no indication.

### 3. Asteroseismic analysis

Our asteroseismological study of PG 0911+456 was carried out using the well-known forward method, described in detail by e.g. Brassard et al. (2001); Charpinet et al. (2005b). It consists of a double-optimisation procedure that first determines and quantifies the best match between the set of observed periodicities and those calculated for a given model, and subsequently searches parameter space for the model (or models) that can reproduce the data most accurately. The solution is referred to as the “optimal model”, and corresponds to the region of parameter space where the goodness-of-fit merit function  $S^2$  reaches a minimum. Note that  $S^2$  is not a standard  $\chi^2$  since no weighting is applied, and is given by

$$S^2 = \sum_{i=1}^n (P_{\text{obs}}^i - P_{\text{theo}}^i)^2 \quad (1)$$

where  $P_{\text{obs}}^i$  is one of the  $n$  periodicities observed and  $P_{\text{theo}}^i$  is the theoretical period that matches it best.

Over the years we have developed various sets of numerical tools that allow us to apply this scheme to isolate best period fitting models of subdwarf B stars for asteroseismology. Two independent packages, fortunately leading to the same results, are now operational, one in Montréal and the other in Toulouse. Both are built on the simple requirement of *global* optimisation, i.e. models aiming to provide a good asteroseismological fit must be able to match all the observed periods simultaneously. Mode identification is normally not assumed a priori, but instead appears naturally as the solution of the global fitting procedure. This provides a convenient cross-check of the “optimal” model’s robustness in the case where independent constraints on mode identification are available, e.g. from rotational splitting or multi-colour photometry (see e.g. Charpinet et al. 2005a; Brassard et al. 2007, in preparation).

The theoretical period spectra are computed on the basis of our so-called “second-generation” models (see Charpinet et al. 1997, 2001). These models are static envelope structures incorporating microscopic diffusion under the assumption of an equilibrium having been established between gravitational settling and radiative levitation. Since it is diffusion that creates the iron reservoir responsible – through the  $\kappa$ -mechanism – for pulsational instabilities in sdB stars, its detailed treatment is essential when predicting the excitation of modes. Moreover, microscopic diffusion changes the stellar structure sufficiently to modify the pulsation periods themselves, and is therefore a necessary ingredient even for the calculation of adiabatic periods. The internal structure of the models is specified by four fundamental input parameters: the effective temperature  $T_{\text{eff}}$ , the surface gravity  $\log g$ , the total stellar mass  $M_*$  and the fractional thickness of the hydrogen-rich envelope  $\log q(\text{H}) = \log [M(\text{H})/M_*]$ . The latter parameter is intimately related to the more commonly used quantity  $M_{\text{env}}$ , which corresponds to the total mass of the H-rich envelope<sup>2</sup>. Both adiabatic and non-adiabatic oscillation

modes are computed for each model using two efficient codes based on finite element techniques. The first solves the four adiabatic oscillation equations and constitutes an intermediate but necessary step to derive estimates for the periods and eigenfunctions that are then used as first guesses for the solution of the full, non-adiabatic set of oscillation equations. The latter computes a number of quantities for each mode with given degree  $\ell$  and radial order  $k$ , most importantly those that can be directly compared with observed quantities, such as the period  $P_{\text{th}}$  and the stability coefficient  $\sigma_I$ . If  $\sigma_I$  is negative, the mode is stable, while if it is positive the mode is excited, and may therefore be observable if its amplitude is large enough. This can be used as a cross-check for the reliability of the optimal model inferred: obviously, all the periodicities detected should be associated with unstable theoretical modes. Other quantities output by the non-adiabatic code include the kinetic energy  $E$  and the rotation coefficient  $C_{kl}$  (see Table 4). The former is of interest mainly for theoretical studies, e.g. when investigating mode trapping, and the latter becomes important only when rotational splitting is detected; therefore they are of secondary interest for our purposes.

The observations of PG 0911+456 provide us with 7 harmonic oscillations to compare with theoretical predictions. This seems a reasonable number for attempting an asteroseismological analysis, since similar studies have been carried out on the basis of anywhere between 3 (EC 20117-4014, Randall et al. 2006a) and 13 (PG 0014+067, Brassard et al. 2001) periodicities. Nevertheless, the model finding algorithm uncovers several families of models that can account for the detected period spectrum similarly well, complicating the identification of a convincing “optimal” model. By carefully exploring parameter space under different assumptions as to the allowed degree indices of the modes observed we nevertheless isolate a promising solution.

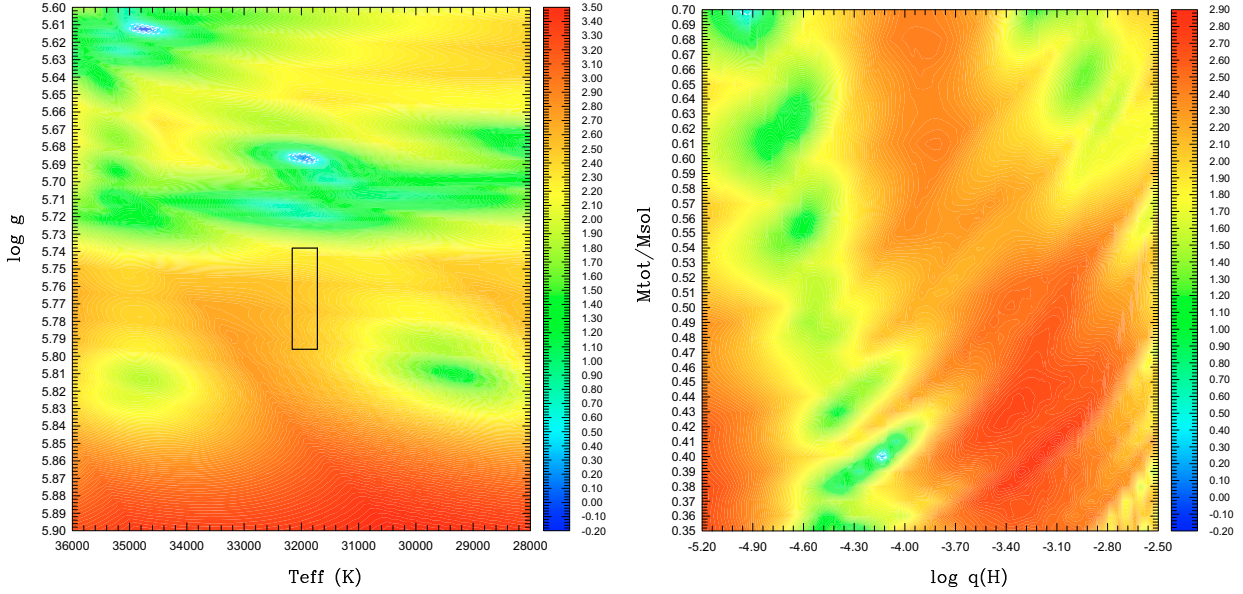
#### 3.1. Search for the optimal model for PG 0911+456

We started the search for the optimal model by keeping any a priori assumptions to a minimum. As usual, the pulsation calculations were effectuated for all modes with degree indices  $0 \leq \ell \leq 4$  in a period range amply covering the observed oscillations (100–300 s). Higher degree modes are thought to have amplitudes too small for them to be detectable due to cancellation effects when integrating over the visible disk of the star. Indeed, the observability of modes with degrees higher than 2 was long debated, but the period density and distribution uncovered in certain EC 14026 stars (e.g. KPD 1930+2752, Billères et al. 2000, or PG 1325+101, Charpinet et al. 2006) forced the inclusion of higher degree modes. In the case of PG 0911+456 this is not strictly necessary as the pulsation periods observed *can* be accounted for solely in terms of modes with  $l \leq 2$  (see below). However, we feel that it would be counterproductive to exclude potentially interesting models from the outset.

Throughout the exploration of parameter space, we fixed the effective temperature to the mean spectroscopic value of 31 940 K, thereby decreasing the number of free parameters from 4 to 3. In our experience, this facilitates and speeds up the identification of potential “optimal” models. Given the weak temperature dependence of the pulsation periods,  $T_{\text{eff}}$  is in any

the thin He/H transition zone, whereas the parameter  $M(\text{H})$  used in our envelope models does not. They can be related with  $\log [M_{\text{env}}/M_*] = \log [M(\text{H})/M_*] + C$ , where  $C$  is a small positive term slightly dependent on the model parameters that can be computed from the converged model using the mass of hydrogen present in the transition zone itself.

<sup>2</sup> Note that the parameter  $M_{\text{env}}$  commonly used in extreme horizontal branch stellar evolution includes the mass of hydrogen contained in



**Fig. 8.** *Left panel:* slice of the  $S^2$  function (in logarithmic units) along the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane at fixed parameters  $M_*$  and  $\log q(H)$  set to their optimal values found for the best-fit solution Model 1 ( $M_* = 0.40 M_\odot$  and  $\log q(H) = -4.11$ ). The solid line rectangle represents our mean spectroscopic estimate of the atmospheric parameters with their uncertainties. Also indicated are the 1, 2 and  $3\sigma$  limits on the  $S^2$  minimum (white dashed contours). The errors on the asteroseismologically derived parameters are estimated from the semi-axes of the  $1\sigma$  contour. *Right panel:* slice of the  $S^2$  function (in logarithmic units) along the  $M_* - \log q(H)$  plane at fixed parameters  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$  set to their optimal values found for the best-fit solution Model 1 ( $\log g = 5.686 M_\odot$  and  $T_{\text{eff}} = 31\,940$  K). The 1, 2 and  $3\sigma$  limits on the  $S^2$  minimum are once again indicated.

case determined more accurately on the basis of spectroscopy than asteroseismology (the inverse holds true for  $\log g$ , which can be constrained far more tightly from asteroseismology by virtue of its strong impact on the period spectrum). And indeed, test calculations carried out at fixed temperatures at the limits of the spectroscopic uncertainties (employing  $T_{\text{eff}} = 32\,200$  K and  $T_{\text{eff}} = 31\,800$  K) produced the same families of optimal models, albeit with a slight ( $\sim 0.01 M_\odot$ ) shift in mass in each case. The compensation of an increase in temperature with an increase in mass is well understood in terms of parameter degeneracy and has been observed in the asteroseismic exploration of most other EC 14026 stars (e.g. PG 1219+534, Charpinet et al. 2005b). It implies that the two parameters cannot be optimised independently, obliging us to fix or at least constrain the temperature if the mass is to be determined to any accuracy. As for the remaining model input parameters, we sandwich the value suggested from spectroscopy for the surface gravity, searching the range  $5.50 \leq \log g \leq 5.80$ , while possible values of the stellar mass and the hydrogen envelope thickness are constrained from evolutionary models to  $0.30 \leq M_*/M_\odot \leq 0.70$  and  $-5.20 \leq \log q(H) \leq -2.00$  (see Charpinet et al. 2005b, for more details).

Within the search domain specified, our algorithm identified several families of models that present good period matches. The majority of these were discarded upon closer inspection, either because of obvious inconsistencies with the spectroscopic values of  $\log g$ , or because the mode identification inferred was deemed inappropriate (e.g. the dominant pulsation was assigned  $\ell = 3$ ). However, two of the best-fit models (i.e. those that matched the observed periods with the lowest values of  $S^2$ ) retained our attention as potential “optimal” models and are discussed in more detail in what follows.

The first minimum in the goodness-of-fit merit function (at  $S^2 \sim 0.63$ ) corresponds to a model with  $T_{\text{eff}} = 31\,940$  K (fixed from spectroscopy),  $\log g = 5.686$ ,  $M_* = 0.40 M_\odot$  and  $\log q(H) = -4.11$  (hereafter referred to as Model 1). Figure 8 illustrates the complex behaviour of the  $S^2$  hyper-surface in the vicinity of this solution: the left hand panel shows a slice along the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane with the mass and envelope thickness set to their optimum values, whereas the right hand panel displays a cut through  $M_* - \log q(H)$  space with the temperature and surface gravity fixed to the Model 1 solution. As indicated on the scale to the right of the main plots, areas shaded in dark blue correspond to a relatively good match between the observed and theoretical periods, while those coloured in red represent comparatively bad fits. From the left hand panel we can see that the good-fit models are concentrated in two elongated  $S^2$  “valleys”, one centred around  $\log g \sim 5.68$  (Model 1), and the other around  $\log g \sim 5.61$ . The second of these is quite clearly inconsistent with the mean spectroscopic estimate (indicated by the black rectangle) and can be rejected immediately. Model 1 on the other hand may lie well outside the spectroscopic box shown, however a closer look reveals that the surface gravity inferred is quite close to that derived from our MMT spectrum. Despite our conclusion that the latter is less accurate than the higher  $\log g$  value suggested by both the Kitt Peak data and Koen et al. (1999, see Sect. 2.1), it seems foolhardy to reject this solution immediately.

The second possible family of optimal models (with  $S^2 \sim 1.64$ ) is centred at  $T_{\text{eff}} = 31\,940$  K (fixed from spectroscopy),  $\log g = 5.777$ ,  $M_* = 0.39$  and  $\log q(H) = -4.78$  (hereafter referred to as Model 2). Although the value of  $S^2$  is more than a factor of 2 higher than that for Model 1, the period match is nevertheless perfectly acceptable at  $\langle \Delta P/P \rangle \sim 0.26\%$  or, equivalently, an absolute dispersion of 0.41 s, and quite typical of the precision achieved in asteroseismological studies to



**Table 3.** Mode identification inferred from Model 1 and Model 2.

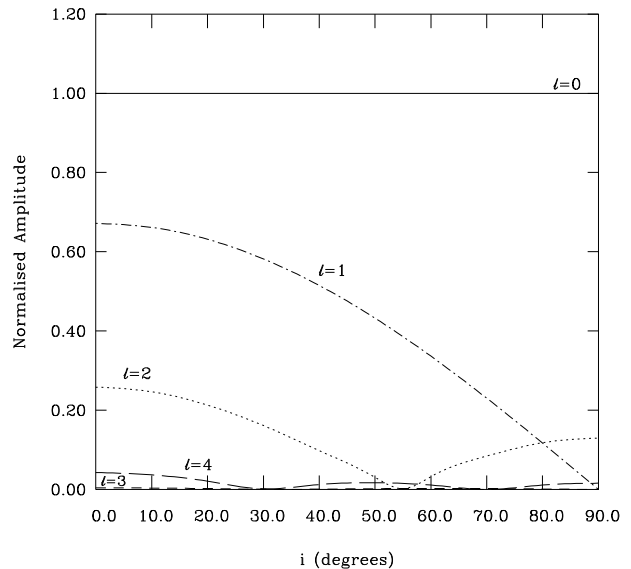
Rank	$P_{\text{obs}}$ (s)	Model 1		Model 2	
		$\ell$	$k$	$\ell$	$k$
1	155.767	0	2	0	1
2	165.687	2	2	0	0
3	161.554	3	2	2	1
4	192.551	2	1	2	0
5	157.581	4	2	4	1
6	168.784	1	2	4	0
7	149.027	1	3	1	2

date. Moreover, the value of the surface gravity determined is nearly identical to our most reliable spectroscopic estimate. Seeing as though both Model 1 and Model 2 predict all the theoretical modes matched with observed pulsations to be unstable, non-adiabatic theory does not further discrimination between the two. Instead, we turn to the mode identification inferred.

Table 3 lists the observed pulsations in order of decreasing amplitude rank, together with the resulting mode identification in terms of degree  $\ell$  and radial order  $k$  for the two solutions. In the case of Model 1, the degree indices assigned to the observed oscillations are not entirely convincing. While the dominant pulsation is associated with a radial mode as would be expected, both on the basis of visibility arguments and partial mode identification from multi-colour photometry for other EC 14026 stars (the main pulsations in both KPD 2109+4401 and Balloon 090100001 were shown to be radial, see Randall et al. 2005; and Fontaine et al. 2006, respectively), the amplitude rank 3 oscillation is identified with an  $\ell = 3$  mode. Detailed model atmosphere calculations have recently shown that such modes have negligible amplitudes and are in fact geometrically less visible than those with  $\ell = 4$  (Randall et al. 2005; see also Fig. 9). Moreover, multi-colour photometry of pulsating subdwarf B stars has *never* indicated the presence of  $\ell = 3$  modes at detectable amplitudes, and specifically excluded this possibility for some 27 oscillations observed in 7 different stars (see Tremblay et al. 2006; Jeffery et al. 2005). Note that these pulsations show a very different amplitude-wavelength behaviour to modes with  $\ell = 0, 1, 2, 4$  and should therefore be readily identifiable if they are found. Modes with  $\ell = 4$  on the other hand have been inferred in a few cases, e.g. for KPD 2109+4401, HS 0039+4302 (Jeffery et al. 2004) and Balloon 090100001 (Brassard et al. 2007, in preparation).

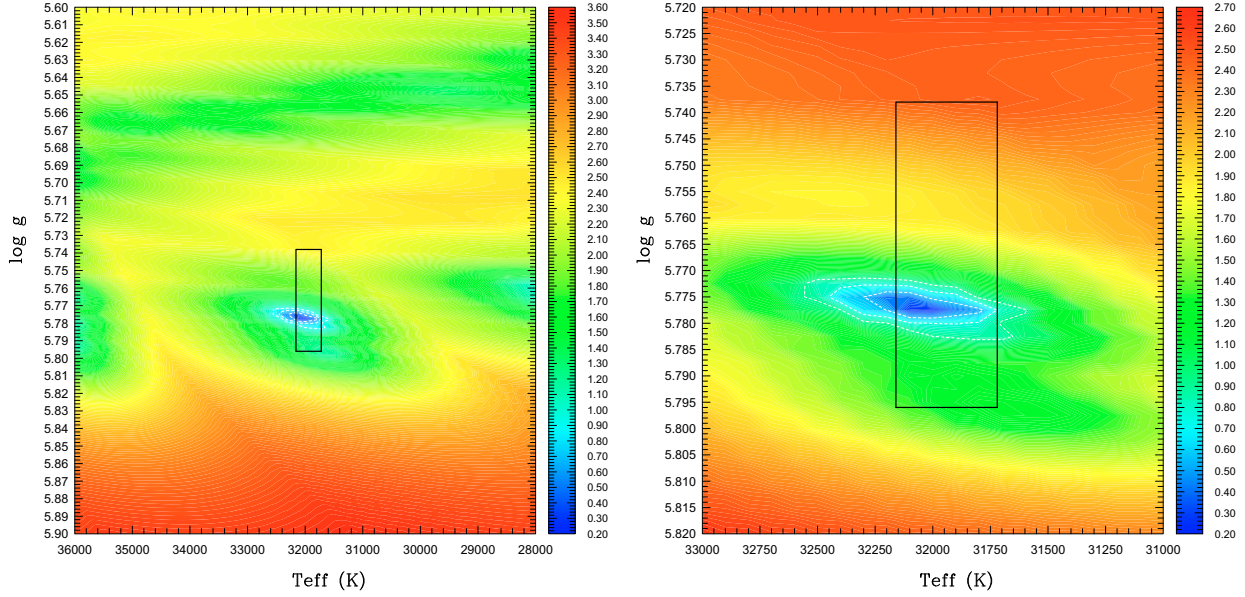
Model 2 seems rather more convincing in terms of the degree and radial orders inferred. For one, the amplitude hierarchy goes strictly with  $\ell$ : the dominant two modes are found to be radial, followed by two quadrupole modes, two pulsations with  $\ell = 4$  and, finally, a lone dipole mode. Secondly, with the exception of the weakest oscillation, the modes observed for each degree correspond to the fundamental mode and the first overtone, indicating *bands* of instability rather than isolated frequencies excited to observable amplitudes. Although our pulsation calculations rely on linear theory and consequently cannot predict the amplitudes of modes, it is more intuitive to imagine that within a certain frequency range all modes should be excited to a comparable intrinsic amplitude. And, indeed, asteroseismological studies of other EC 14026 pulsators find that the majority of observed modes, particularly those with relatively high amplitudes, lie at the low-frequency end of the  $p$ -mode branch.

One potential shortcoming of both Model 1 and Model 2 is the conspicuous absence of dipole modes among the higher amplitude oscillations listed in Table 3. According to canonical wisdom, the amplitude at which a mode is observed should decrease rapidly with increasing degree index due to cancellation effects

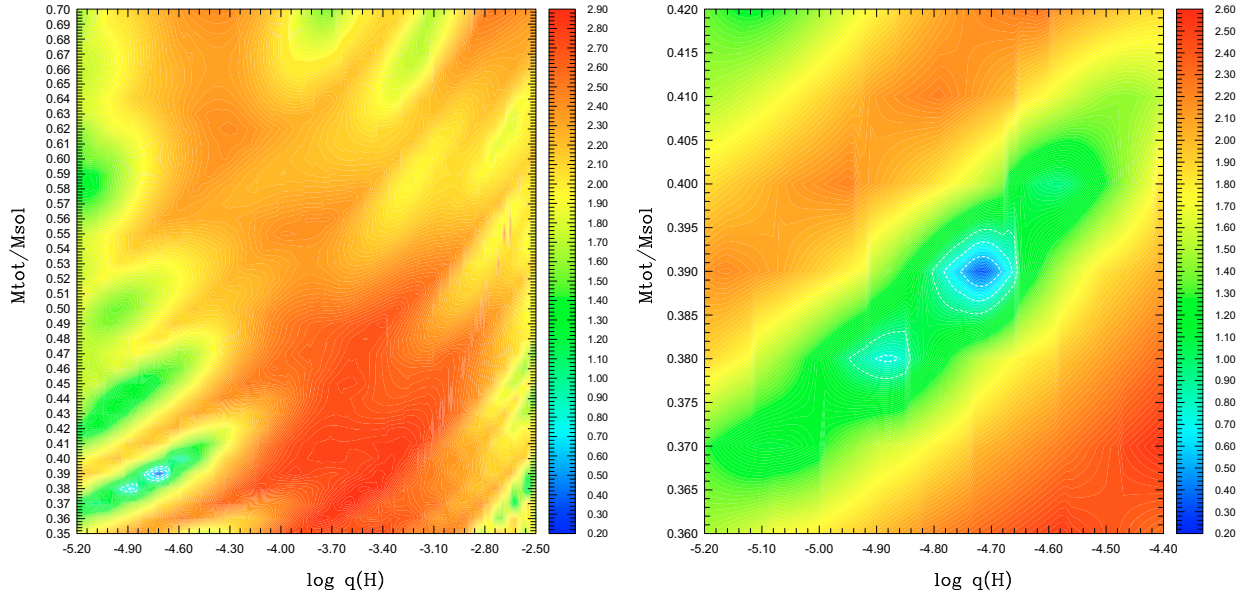


**Fig. 9.** Variation of the disk-integrated pulsational amplitudes with inclination angle  $i$  for  $m = 0$  modes with  $\ell = 0$  (continuous line),  $\ell = 1$  (dot-dashed),  $\ell = 2$  (dotted),  $\ell = 3$  (dashed - hardly visible due to the extremely low amplitudes) and  $\ell = 4$  (long-dashed) for an atmospheric model of PG 0911+456. The amplitudes were normalised with respect to the radial mode. Note that the *intrinsic* amplitudes were assumed to be the same for all modes.

when integrating over the visible disk of the star. However, detailed calculations employing full model atmospheres (taking into account limb darkening, as well as radial, surface gravity and temperature variations over a pulsation cycle) show that this is not necessarily true. It was already shown by Randall et al. (2005) that  $\ell = 4$  modes are more visible than those with  $\ell = 3$ . Here, we go one step further and investigate the relative amplitude of modes with different degree indices as a function of the inclination angle  $i$  (defined as the angle between the line-of-sight and the pulsation axis) employing the modified model atmosphere code for subdwarf B stars developed in Montréal. This code incorporates several programs utilising the same bank of full model atmospheres and was used and described extensively by Randall et al. (2005). Given values for  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$  as well as an inclination angle  $i$ , the wavelength bandpass of interest, and the characteristics of the oscillation mode, it outputs the emergent perturbed Eddington flux at user-specified points in time, and consequently enables the determination of relative pulsational amplitudes. In our calculations, we fixed the atmospheric parameters to those derived for PG 0911+456 from spectroscopy, set the bandpass to white light received at a representative observing site (in this case Kitt Peak National Observatory), and calculated the integrated amplitudes expected for low-degree ( $0 \leq \ell \leq 4$ ) modes for inclination angles from 0 to 90° assuming they have the same *intrinsic* amplitudes. Note that the azimuthal order  $m$  was set to 0 as appropriate for a slow rotator. The results are illustrated in Fig. 9, which shows the observable amplitudes expected for  $\ell = 1, 2, 3$  and 4 modes normalised relative to the radial mode (the amplitude of which is of course independent of the inclination) as a function of inclination  $i$ . It is quite striking that the canonical  $\ell = 0, 1, 2, \dots$  amplitude hierarchy does not always hold true: in particular, dipole modes experience a rapid decrease in visibility with increasing inclination, and quadrupole modes have



**Fig. 10.** *Left panel:* slice of the  $S^2$  function (in logarithmic units) along the  $\log g - T_{\text{eff}}$  plane at fixed parameters  $M_*$  and  $\log q(\text{H})$  set to their optimal values found for the best-fit solution ( $M_* = 0.39 M_\odot$  and  $\log q(\text{H}) = -4.78$ ). The solid line rectangle represents our mean spectroscopic estimate of the atmospheric parameters with their uncertainties. Also indicated are the 1, 2 and  $3\sigma$  limits on the  $S^2$  minimum (white dashed contours). The errors on the asteroseismologically derived parameters are estimated from the semi-axes of the  $1\sigma$  contour. *Right panel:* slice of the  $S^2$  function zoomed in on the minimum.



**Fig. 11.** *Left panel:* slice of the  $S^2$  function (in logarithmic units) along the  $M_* - \log q(\text{H})$  plane at fixed parameters  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$  set to their optimal values found for the best-fit solution ( $\log g = 5.777 M_\odot$  and  $T_{\text{eff}} = 31\,940$  K). Also indicated are the 1, 2 and  $3\sigma$  limits on the  $S^2$  minimum (white dashed contours). *Right panel:* slice of the  $S^2$  function zoomed in on the minimum.

a higher integrated amplitude above  $\sim 80^\circ$ , while being virtually undetectable at  $\sim 55^\circ$ . As expected,  $\ell = 3$  modes have very low visibility regardless of the inclination angle.

Returning to the mode identification inferred from our two models, we find that the absence of high-amplitude dipole modes could be explained by a very large inclination angle ( $i \gtrsim 80^\circ$ ). Moreover, the amplitude-degree index hierarchy inferred for

Model 2 then fits in very nicely with the plot, that for Model 1 less so due to the high-amplitude  $\ell = 3$  mode identified. Of course, we are working under the assumption that the intrinsic oscillation amplitudes of the modes are similar, which in the absence of non-linear pulsation theory we have no means of verifying. Nevertheless, we believe Fig. 9 carries the important message that the canonical simplified  $\ell = 0, 1, 2, \dots$  amplitude

hierarchy is not always valid, and that the visibility of a mode is strongly dependent on the inclination at which it is observed.

Having established that modes with  $\ell = 4$  are more likely to be visible than those with  $\ell = 3$ , we conducted a second search for an optimal model specifically excluding the latter. The ranges considered for the input parameters were kept the same as during the first search. Perhaps unsurprisingly considering the quality of the fit, the global minimum was found to be identical with the Model 2 isolated during the first sweep of parameter space. Figures 10 and 11 show the corresponding slices of the  $S^2$  function along the  $\log g - T_{\text{eff}}$  and the  $M_* - \log q(\text{H})$  plane respectively, with the remaining parameters fixed to their optimal values. As already pointed out above, the value of  $\log g$  inferred is in excellent agreement with the mean spectroscopic estimate. It is also apparent that there are *two* shallow  $S^2$  valleys along the effective temperature axis, one centered on Model 2, and the other around  $\log g \sim 5.66$ , close to Model 1. This is not a coincidence; in fact, we demonstrate below that Model 1 and 2 represent analogous solutions, with a mode identification shifted by  $k = -1$  from the lower to the higher gravity  $S^2$  valley. Note that in an extension of this “mode jumping” phenomenon the third  $S^2$  minimum at  $\log g \sim 5.61$  in Fig. 8 is associated with a  $k = +1$  shift from Model 1. This behaviour can be understood in terms of a relative uniformity of the period distribution for a given  $\ell$  value and the strong period dependence on  $\log g$ . When the surface gravity of a model is slowly moved away from that of the optimal model, the theoretical period spectrum shifts compared to that observed, and the quality of the fit degrades at first. Once the change in  $\log g$  becomes large enough, the  $S^2$  function slowly decreases, converging towards the next solution, with a mode identification shifted by 1 in radial order. Luckily for asteroseismology, the low-order  $p$ -modes detected in EC 14026 stars are quite sensitive to the internal composition of the star, and the modes are normally not spaced too uniformly in  $k$ , enabling a discrimination between different solutions on the basis of  $S^2$  in conjunction with the spectroscopic constraints on  $\log g$  and  $T_{\text{eff}}$  (see Fig. 12). In the high-order asymptotic regime the story is very different, and this is in fact one of the main problems when quantitatively interpreting slowly pulsating subdwarf B stars (see Randall et al. 2006b).

In order to assess the significance and relative importance of Model 2, we carried out several additional searches in 3-dimensional parameter space under artificially imposed constraints. First, we limited the acceptable degree indices to  $\ell \leq 2$  to determine whether the observed period distribution could be recreated solely in terms of the traditionally expected modes. While we found a physically viable model, the quality of the fit ( $S^2 \sim 38$ ) was so severely degraded compared to the previous models that it could not be seriously considered as an optimal model. Next, we forced the degree index identification inferred from Model 1 and 2 onto the higher and lower gravity valleys respectively, and were able to recover local minima very close to the other model, albeit at a much degraded quality-of-fit. In both cases, the mode identification was shifted in  $k$ , Model 2 starting at  $k = 0$  and Model 1 at  $k = 1$  in a convincing illustration of “mode jumping”. Finally, we imposed the canonically expected amplitude-degree hierarchy on mode identification during the optimal model search, limiting the higher amplitude modes to  $\ell \leq 2$ , while additionally allowing  $\ell = 4$  for the two lowest amplitude modes. From this we found a model very similar to Model 2, at a degraded but still acceptable quality-of-fit ( $S^2 \sim 9.8$ ). We believe that this confirms the fundamental robustness of Model 2, and thus adopt it as the optimal model for PG 0911+456.

### 3.2. Period fit for the optimal model

The optimal model isolated for PG 0911+456 provides an excellent match to the 7 independent periods clearly identified in this star. Details on the period fit and mode identification are given in Table 4 and are graphically represented in Fig. 12. As briefly mentioned earlier, the quality of the period fit at  $\Delta P/P \sim 0.26\%$  is typical of that achieved for asteroseismological analyses of other EC 14026 stars; the dispersion is however still an order of magnitude higher than the accuracy to which the observed periods can be measured. This has been the case for most EC 14026 stars analysed to date and is attributed to remaining imperfections in the equilibrium models. It is of course one of the goals of our asteroseismic studies to fine-tune these models, a quest that we are currently actively working on. Nevertheless, we believe that the fact that we were able to isolate an optimal model that a) is in accordance with spectroscopy, b) can accurately reproduce the observed period spectrum and c) predicts all observed modes to be unstable confirms the basic validity of our sdB star models.

From Fig. 12 it is apparent that the observed periods are exclusively identified with modes clustered at the high-period end of the theoretical  $p$ -mode branch. This behaviour is reminiscent of that uncovered for other EC 14026 pulsators such as PG 0014+067 (Brassard et al. 2001) and PG 1219+534 (Charpinet et al. 2005b), and seems to support the idea that energy powering up the pulsations may be preferentially distributed among the modes of low radial order. These modes would then reach observable amplitudes more easily (depending of course on the geometric mode visibility) and would therefore be detected in the light curves more readily. It should be noted however, that some EC 14026 pulsators (e.g. PG 1325+101, Charpinet et al. 2006) also show isolated modes at lower periods, with apparent gaps in the radial order distribution. These cannot be fully understood without non-linear pulsation theory, but it seems probable that some of the “missing” modes will eventually be detected. In the past, observations at higher S/N have *always* revealed extra oscillations compared to noisier data, supporting the hypothesis that sdB stars often excite many more modes than are uncovered, albeit at lower observable amplitudes. Apart from geometric visibility, the observability of oscillations also depends on the intrinsic amplitudes, which depend on the exact physical conditions inside the star integrated over the propagation region of each mode. There is also some evidence of oscillation power being shifted between modes over time, measurable from the relative amplitude changes of the observed pulsation periods (insofar as beating between closely spaced modes can be excluded). PG 0911+456 is an example of this: in the 9 years between the observations of Koen et al. (1999) and our own, the amplitude of the dominant peak compared to the second and third periodicity has increased by a factor of nearly 3, suggesting a transfer of power into the preferential driving of the highest amplitude mode. It remains to be investigated whether this is a long-term trend and, indeed, whether the amplitude variations reported for other sdB pulsators follow any discernable pattern. This will be an interesting incentive for future observational projects.

### 3.3. Structural parameters of PG 0911+456

The optimal model identified leads to a natural determination of the three variable input parameters for PG 0911+456, these being the surface gravity  $\log g$ , the stellar mass  $M_*$ , and the mass of the hydrogen-rich envelope through the quantity  $\log q(\text{H})$ .

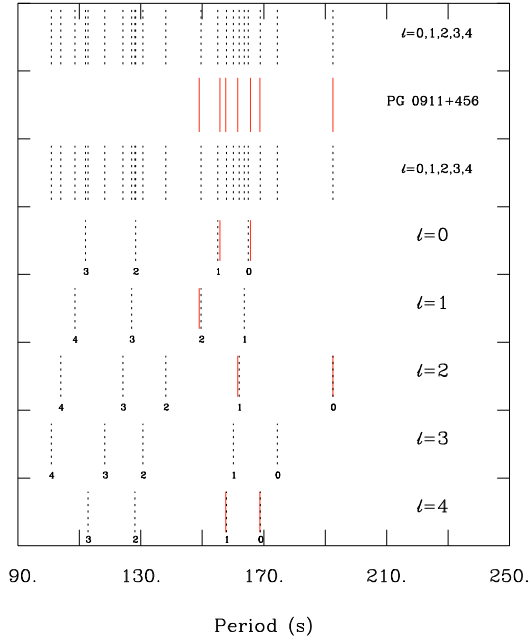
**Table 4.** Period fit for the optimal model. We list the mode identification of the observed periods together with the theoretical periods, the stability coefficient  $\sigma_I$ , the kinetic energy  $\log E$  and the rotation coefficient  $C_{kl}$ . Also indicated are the relative dispersion of the period fit and the amplitude rank of the observed periodicity.

$l$	$k$	$P_{\text{obs}}$ (s)	$P_{\text{th}}$ (s)	$\sigma_I$ (rad/s)	$\log E$ (erg)	$C_{kl}$	$\Delta P/P$ (%)	Comments
0	3	...	112.010	$-1.070 \times 10^{-5}$	40.781	...	...	
0	2	...	128.259	$-1.233 \times 10^{-5}$	40.751	...	...	
0	1	155.767	155.053	$-1.048 \times 10^{-6}$	41.651	...	+0.4585	#1
0	0	165.687	164.995	$-7.363 \times 10^{-7}$	41.741	...	+0.4175	#2
1	4	...	108.498	$-1.404 \times 10^{-5}$	40.632	0.01728	...	
1	3	...	127.004	$-1.357 \times 10^{-5}$	40.710	0.01367	...	
1	2	149.027	149.644	$-9.475 \times 10^{-7}$	41.720	0.03214	-0.4140	#7
1	1	...	163.618	$-1.080 \times 10^{-6}$	41.588	0.01923	...	
2	4	...	103.956	$-2.518 \times 10^{-5}$	40.323	0.02767	...	
2	3	...	124.148	$-1.408 \times 10^{-5}$	40.690	0.03422	...	
2	2	...	138.108	$-2.249 \times 10^{-6}$	41.409	0.08731	...	
2	1	161.554	161.986	$-1.390 \times 10^{-6}$	41.487	0.02621	-0.2673	#3
2	0	192.551	192.519	$-8.212 \times 10^{-10}$	44.354	0.36050	+0.0168	#4
3	4	...	100.866	$-3.466 \times 10^{-5}$	40.130	0.02603	...	
3	3	...	118.293	$-1.096 \times 10^{-5}$	40.785	0.07479	...	
3	2	...	130.678	$-7.973 \times 10^{-6}$	40.913	0.05462	...	
3	1	...	160.138	$-1.538 \times 10^{-6}$	41.445	0.04046	...	
3	0	...	174.449	$-3.289 \times 10^{-8}$	42.952	0.17867	...	
4	3	...	112.770	$-1.088 \times 10^{-5}$	40.767	0.06969	...	
4	2	...	128.086	$-1.149 \times 10^{-5}$	40.764	0.03321	...	
4	1	157.581	157.851	$-1.542 \times 10^{-6}$	41.444	0.05935	-0.1715	#5
4	0	168.784	168.916	$-1.644 \times 10^{-7}$	42.302	0.11349	-0.0780	#6
4	1	...	238.583	$-3.504 \times 10^{-12}$	46.073	-0.01391	...	

In addition, we have the effective temperature  $T_{\text{eff}}$  from spectroscopy. On the basis of these quantities we can derive a set of secondary parameters: the stellar radius  $R$  (as a function of  $M_*$  and  $g$ ), the luminosity  $L$  (as a function of  $T_{\text{eff}}$  and  $R$ ), the absolute magnitude  $M_V$  (as a function of  $g$ ,  $T_{\text{eff}}$  and  $M_*$  in conjunction with the use of detailed model atmospheres) and the distance from Earth  $d$  (as a function of apparent magnitude and  $M_V$ ). Given that the Strömgen magnitude of  $b \sim 14.6$  estimated by Koen et al. (1999) is associated with large and not readily quantifiable errors, we followed the suggestion of the referee and employed the SDSS values instead, these being  $u' = 14.073 \pm 0.005$ ,  $g' = 14.458 \pm 0.006$  and  $r' = 14.885 \pm 0.005$  (accessible through Vizier@CDS). Using the calibration equations given in Smith et al. (2002) we derive a Johnson magnitude of  $V = 14.663$ , associated with a formal error of 0.007 mag. However, the latter is likely to be severely underestimated as the transformation from the SDSS to the Johnson-Cousins colour system introduces additional uncertainties. Comparing the  $V$  and  $B - V$  values of 4 sdB stars calibrated on the basis of the SDSS values to those given by Allard et al. (1994) reveals typical differences in the magnitudes on the order of 0.03–0.05 mag. For the relatively faint PG 0911+456 we therefore adopt  $V = 14.663 \pm 0.050$ , and use this in the computation of the distance. Tentative limits could also be set on the rotation period  $P_{\text{rot}}$  and the equatorial rotation velocity  $V_{\text{eq}}$  (as a function of  $R$  and  $P_{\text{rot}}$ ) due to the absence of fine frequency structure in the observed period

spectrum, assuming that any multiplet components would have amplitudes above the detection limit. The values and limits for the parameters derived are summarised in Table 5. Uncertainties on the three primary asteroseismological quantities  $\log g$ ,  $M_*$  and  $\log q(\text{H})$  were estimated from the semi-axes of the  $1\sigma$  contours shown in Figs. 10 and 11. These were calculated according to the recipe described in detail by Brassard et al. (2001) and Charpinet et al. (2005b).

Comparing the structural parameters inferred for PG 0911+456 to those determined for other EC 14026 stars from previous asteroseismological analyses, we find that both the total mass and the envelope mass are lower than average (see Fig. 13). In fact, the total mass is the smallest ever measured for an sdB star and lies well below the canonical model value of  $\sim 0.47 M_{\odot}$ , while still falling into the low-mass tail of the distribution expected (Dorman et al. 1993; Han et al. 2002, 2003). Assuming that PG 0911+456 is indeed a single star, the mass derived lies just below the expected range predicted from the white dwarf merger scenario proposed by Han et al. (2002); however, the authors specifically state that their values constitute upper limits since they assume that *all* the mass contained in the two merged helium white dwarfs goes into the subdwarf. In this context, the authors suggested searching for circumstellar matter around sdB's thought to be single stars. A positive detection would lower the minimum mass expected for products of the WD channel and perhaps explain the small mass determined



**Fig. 12.** Comparison of the observed period spectrum of PG 0911+456 (continuous line segments) with the theoretical pulsation spectrum of the optimal model (dotted line segments) in the 100–200 s period range for degree indices  $\ell = 0, 1, 2, 3, 4$ . Note that all the theoretical modes plotted are predicted to be excited and correspond to low-order  $p$ -modes. The radial order  $k$  is indicated below each segment.

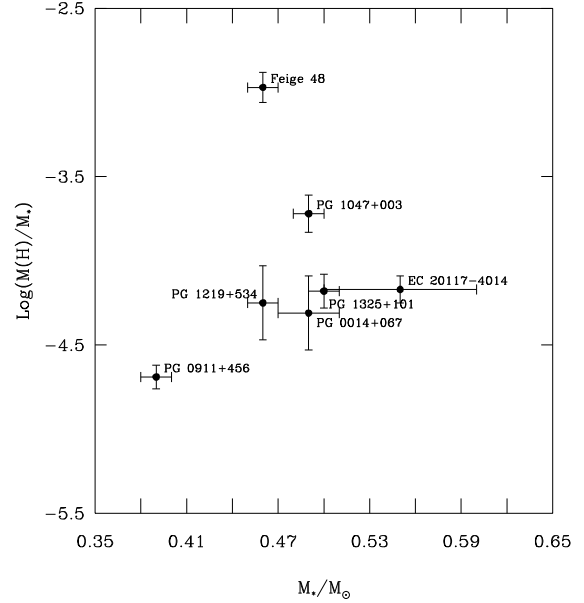
**Table 5.** Structural parameters of PG 0911+456.

Quantity	Estimated value		
$T_{\text{eff}} \text{ (K)}^\dagger$	31940	$\pm$ 220	(0.69%)
$\log g$	5.777	$\pm$ 0.002	(0.03%)
$M_*/M_\odot$	0.39	$\pm$ 0.01	(1.55%)
$\log(M_{\text{env}}/M_*)$	-4.69	$\pm$ 0.07	(1.49%)
$R/R_\odot (M_*, g)$	0.134	$\pm$ 0.002	(1.00%)
$L/L_\odot (T_{\text{eff}}, R)$	16.8	$\pm$ 1.0	(4.76%)
$M_V (g, T_{\text{eff}}, M_*)$	4.82	$\pm$ 0.04	(0.83%)
$d (V, M_V) \text{ (pc)}$	930.3	$\pm$ 27.4	(2.9%)
$P_{\text{rot}} \text{ (days)}$	$\geq 68$		...
$V_{\text{eq}} (P_{\text{rot}}, R) \text{ (km/s)}$	$\leq 0.1$		...

$^\dagger$  From spectroscopy.

for PG 0911+456<sup>3</sup>. As for the hydrogen shell mass, our results indicate that it is slightly smaller than that of most EC 14026 stars, even when considered relative to the low total stellar mass (see Fig. 13). This is precisely what would be expected if this star did indeed form via the WD merger scenario.

<sup>3</sup> Note that the asteroseismic mass determination is robust. We carried out additional searches in parameter space forcing the mass to the canonical value of  $0.47 M_\odot$  and found that the resulting best fit solution presented an unacceptably bad period match with a dispersion of  $\langle \Delta P/P \rangle = 1.5\%$  or  $\Delta P = 2.5$  s (compared to  $\langle \Delta P/P \rangle = 0.26\%$  for the optimal model). Moreover, the mode identification inferred was less than convincing, the only radial mode being assigned to one of the lowest amplitude pulsations. The period fit was improved only marginally by varying the mass in the  $0.46\text{--}0.48 M_\odot$  range.



**Fig. 13.** A graphical illustration of the total masses and relative hydrogen envelope masses determined for the 7 rapidly pulsating subdwarf B stars so far submitted to asteroseismology (for references see the Introduction).

#### 4. Conclusion

We obtained 57 h of broad-band time-series photometry as well as high S/N low- and medium resolution time-averaged spectroscopy for the EC 14026 pulsator PG 0911+456. Our observations led to refined estimates of the star's atmospheric parameters and the detection of 7 independent harmonic oscillations, 4 more than were known previously. There was no sign of frequency splitting over the 68-day period during which the photometry was obtained, indicating a slow rotation rate. Fixing the effective temperature to the spectroscopic value and conducting an asteroseismic search in 3-dimensional  $\log g - M_* - \log q(H)$  parameter space enabled the identification of several families of models that could reproduce the observed periods to within less than 1%. While some of these were rejected from the outset due to obvious inconsistencies with the spectroscopic estimate of  $\log g$  or implausible associated mode identifications, we retained two promising solutions for closer inspection. Unlike in some previous asteroseismological studies, it was not immediately obvious which model was to be preferred on the basis of the structural parameters alone; instead we used the inferred mode identification, in particular the degree index  $\ell$ , to discriminate between the two. The main difference between the solutions was that one identified a relatively high amplitude peak with an  $\ell = 3$  mode, while the other required only modes with  $\ell = 0, 1, 2$  and 4. Since detailed computations reveal  $\ell = 3$  modes to have extremely small disk-integrated amplitudes that would most likely not be detectable, we favoured the latter and adopted it as the optimal model.

The inferred structural parameters for PG 0911+456 include the total stellar mass and the thickness of the hydrogen-rich shell, two quantities that can normally not be derived using other means but are invaluable for a detailed understanding of

subdwarf B stars' evolutionary history. The total mass determined is smaller than that found for any EC 14026 star to date and places our target at the low-mass end of the predicted distribution. Similarly, the hydrogen envelope is measured to be thinner than that of most sdB's studied so far. If PG 0911+456 is confirmed to be a single star, as is suspected from its slow rotation, negligible radial velocity variation, and absence of a companion's spectroscopic or near-IR photometric signature, it may be the product of a WD merger according to the evolutionary channels proposed by Han et al. (2002, 2003). In this case, we would indeed expect the hydrogen envelope mass to be smaller than for an sdB having undergone a CE or RLOF phase. The low total mass derived would tend to support a non-canonical evolutionary history, even if it lies slightly below the mass distribution predicted from a WD merger.

An obvious follow-up study for PG 0911+456 is to verify the asteroseismological solution found on the basis of additional observations. These could aim for a higher S/N level, thus enabling the detection of further pulsations and strengthening the constraints on the asteroseismic model. One of the main challenges we faced in the search of parameter space was the relatively large number of models that could account for the oscillations observed quite accurately; it would be very instructive to see whether any newly found periods can also be fit by the optimal model isolated. Observations containing wavelength-dependent information from which modes may be partially identified are another option. Following recent theoretical investigations into the amplitude-wavelength dependence of a mode on its degree  $\ell$  (Ramachandran et al. 2004; Randall et al. 2005), there has been a surge in observational efforts to obtain multi-colour photometry of EC 14026 stars, most notably using the 3-channel CCD ULTRACAM (e.g. Jeffery et al. 2005) and the Mont4kccd predecessor, La Poutre I (e.g. Fontaine et al. 2006). While discriminating between low-degree modes with  $\ell = 0, 1, 2$  has proved extremely challenging,  $\ell = 4$  modes exhibit a more clearly distinguishable amplitude-wavelength behaviour (see e.g. Fig. 26 of Randall et al. 2005). Given the necessary data, it should therefore be possible to confirm the identification of the two  $\ell = 4$  modes inferred for PG 0911+456 and thus verify the structural parameters computed.

The work presented here constitutes the 7th detailed asteroseismological analysis of a rapidly pulsating subdwarf B star. While we estimate that the structural parameters of around 20 targets are required to start detailed comparisons with evolutionary theory, first tentative efforts in this direction look promising. Nevertheless, it is clear that there is still ample room for improvement on the modelling front. Firstly, the fact that the dispersion between the observed and theoretical periods of the optimal model is generally an order of magnitude higher than the measurement accuracy indicates remaining shortcomings in the models. We are currently working on full evolutionary (rather than envelope) "third-generation" models to address this problem. The reliability of the "optimal" models identified during the search of parameter space is another issue. Although we do apply cross-checks such as compatibility with non-adiabatic theory and spectroscopic values of the atmospheric parameters, the latter (especially  $T_{\text{eff}}$ ) must often be used to discriminate between, or constrain, regions of minimum  $S^2$  and can no longer be employed as independent estimates. Moreover, the period ranges of unstable oscillations computed from our non-adiabatic pulsation code are sensitive mostly to  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$  and are largely independent of the model mass and envelope thickness. It is therefore vital that additional checks are carried out with regard to the robustness of the "forward" approach if the structural parameters

inferred from asteroseismology are to be compared with evolutionary predictions in a quantitative manner. The most obvious way of doing this is by detecting more frequencies from higher S/N observations or constraining the identification of the degree  $\ell$  of individual modes from multi-wavelength time-series data. Such efforts are ongoing, and will likely prove invaluable for the future of sdB star asteroseismology.

*Acknowledgements.* We would like to acknowledge Steward Observatory and the ITL for all their efforts in designing and building the Mont4k/La Poutre II instrument. E. M. Green especially thanks Bill Peters for his usual invaluable assistance with scripting, and all the Mt. Bigelow staff for everything they do to make the observations better. We are also grateful to the Canada Foundation for Innovation equipment grant allocated to G. Fontaine through the Canada Research Chair. Finally, we are indebted to the referee Uli Heber, whose detailed comments and suggestions helped us to improve the work presented here.

## References

- Allard, F., Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., & Lamontagne, R. 1994, *AJ*, 107, 1565
- Bergeron, P., Wesemael, F., Beauchamp, A., et al. 1994, *ApJ*, 432, 305
- Billères, M. & Fontaine, G. 2005, in 14th European Workshop on White Dwarfs, ed. D. Koester & S. Moehler, ASP Conf. Ser., 334, 635
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2000, *ApJ*, 530, 441
- Brassard, P., Fontaine, G., Billères, M., et al. 2001, *ApJ*, 563, 1013
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 1996, *ApJ*, 471, L103
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 1997, *ApJ*, 483, L123
- Charpinet, S., Fontaine, G., & Brassard, P. 2001, *PASP*, 113, 775
- Charpinet, S., Fontaine, G., & Brassard, P. 2003, in White Dwarfs, ed. D. de Martino, R. Silvotti, J.-E. Solheim, & R. Kalytis, NATO ASIS Proc., 105, 69
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2005a, *A&A*, 443, 251
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Green, E. M., & Chayer, P. 2005b, *A&A*, 437, 575
- Charpinet, S., Silvotti, R., Bonanno, A., et al. 2006, *A&A*, 459, 565
- Dorman, B., Rood, R. T., & O'Connell, R. W. 1993, *ApJ*, 419, 596
- Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., et al. 2006, in ESA Special Publication, 624
- Green, E. M., Liebert, J. W., & Saffer, R. A. 1997, in The Third Conference on Faint Blue Stars, ed. A. G. D. Philip, J. Liebert, R. Saffer, & D. S. Hayes, 417
- Green, R. F., Schmidt, M., & Liebert, J. 1986, *ApJS*, 61, 305
- Han, Z., Podsiadlowski, P., Maxted, P. F. L., Marsh, T. R., & Ivanova, N. 2002, *MNRAS*, 336, 449
- Han, Z., Podsiadlowski, P., Maxted, P. F. L., & Marsh, T. R. 2003, *MNRAS*, 341, 669
- Heber, U. 1986, *A&A*, 155, 33
- Hubeny, I., & Lanz, T. 1995, *ApJ*, 439, 875
- Jeffery, C. S., Dhillon, V. S., Marsh, T. R., & Ramachandran, B. 2004, *MNRAS*, 352, 699
- Jeffery, C. S., Aerts, C., Dhillon, V. S., Marsh, T. R., & Gänsicke, B. T. 2005, *MNRAS*, 362, 66
- Kilkenny, D., Koen, C., O'Donoghue, D., & Stobie, R. S. 1997, *MNRAS*, 285, 640
- Koen, C., O'Donoghue, D., Pollacco, D. L., & Charpinet, S. 1999, *MNRAS*, 305, 28
- Lanz, T., & Hubeny, I. 1995, *ApJ*, 439, 905
- Maxted, P. F. L., Heber, U., Marsh, T. R., & North, R. C. 2001, *MNRAS*, 326, 1391
- Ramachandran, B., Jeffery, C. S., & Townsend, R. H. D. 2004, *A&A*, 428, 209
- Randall, S. K., Fontaine, G., Brassard, P., & Bergeron, P. 2005, *ApJS*, 161, 456
- Randall, S. K., Fontaine, G., Charpinet, S., et al. 2006a, *ApJ*, 648, 637
- Randall, S. K., Green, E. M., Fontaine, G., et al. 2006b, *ApJ*, 645, 1464
- Saffer, R. A., Green, E. M., & Bowers, T. 2001, in 12th European Workshop on White Dwarfs, ed. J. L. Provencal, H. L. Shipman, J. MacDonald, & S. Goodchild, ASP Conf. Ser., 226, 408
- Smith, J. A., Tucker, D. L., Kent, S., et al. 2002, *AJ*, 123, 2121
- Stobie, R. S., Kawaler, S. D., Kilkenny, D., O'Donoghue, D., & Koen, C. 1997, *MNRAS*, 285, 651
- Tremblay, P.-E., Fontaine, G., Brassard, P., Bergeron, P., & Randall, S. K. 2006, *ApJS*, 165, 551
- Ulla, A., & Thejll, P. 1998, *A&AS*, 132, 1
- Wood, J. H., & Saffer, R. 1999, *MNRAS*, 305, 820

## Chapitre 6

# L'étoile sdB pulsante PG 1605+072, un défi à relever

Ce chapitre est consacré à PG 1605+072, un membre de la classe des étoiles sdB pulsantes à courtes périodes affichant des propriétés remarquables auxquelles se sont intéressés de nombreux astronomes. PG 1605+072 est ainsi l'une des étoiles sdB observées de manière la plus complète, mais qui reste également l'une des plus énigmatiques. Les sections 6.1 et 6.2 présentent une vue générale de ces caractéristiques très particulières à partir des observations photométriques et spectroscopiques. Plusieurs hypothèses ont été avancées pour tenter d'expliquer son étonnant spectre de pulsation, qui peut s'interpréter soit dans le contexte d'une étoile en rotation rapide soit dans celui d'une étoile en rotation lente, les deux approches reposant chacune sur des arguments intéressants. Je propose dans ce chapitre de tester par l'astérosismologie ces différentes hypothèses au niveau du taux de rotation de PG 1605+072, ce qui est présenté aux sections 6.3 (rotation lente) et 6.4 (rotation modérée et rapide). Un résumé des résultats préliminaires et la conclusion de ces expériences sont donnés à la section 6.5.

### 6.1 Observations photométriques

La variabilité de PG 1605+072 a été découverte par le groupe d'astronomes d'Afrique du Sud (Koen et al. 1998a), à partir de  $\sim 50$  h d'observations au télescope de 0.5-m du SAAO réparties de fin avril à début septembre 1996. La richesse du spectre de pulsation de PG 1605+072 apparaît immédiatement malgré la couverture limitée de ces données, où peuvent être aisément identifiées plus de 30 périodes (incluant des harmoniques et combinaisons linéaires des modes dominants). Cette complexité tranche avec la relative simplicité des spectres fréquentiels des étoiles sdB pulsantes découvertes jusque-là (voir Koen et al. 1998a). Les pulsations de PG 1605+072 présentent également la particularité de montrer des périodes considérablement plus longues – la plupart d'entre elles dépassant 300 s – que les autres étoiles EC 14026, tandis que l'intervalle entre les extrêmes atteint presque 400 s, ce qui est là aussi très inhabituel. Le mode dominant à  $\sim 481$  s présente

l'amplitude la plus importante (64 mmags) détectée dans une étoile sdB – record partagé avec le mode dominant de Balloon 090100001 –, et plusieurs modes supplémentaires affichent des amplitudes supérieures à 1%. Enfin, notons que des observations en infrarouge ont également été effectuées au cours de ces nuits, à la recherche de traces d'un éventuel compagnon. Les courbes de lumière suggèrent que PG 1605+072 est une étoile solitaire, bien que la présence d'un compagnon de type spectral M0 ou plus tardif<sup>1</sup> ne puisse être complètement éliminée.

Au vu de ces caractéristiques exceptionnelles, PG 1605+072 a rapidement été désignée comme une cible prioritaire pour une campagne d'observation multi-site, entreprise dès avril 1997 avec cinq télescopes répartis à travers le monde (Kilkenny et al. 1999). Environ 180 h de données pour une couverture de  $\sim 43\%$  ont été collectées sur 15 jours consécutifs, et constituent toujours à l'heure actuelle le meilleur ensemble d'observations photométriques pour l'étoile PG 1605+072. L'analyse fréquentielle permet d'identifier 55 périodes de pulsation, dont 11 sont des harmoniques et combinaisons linéaires de modes dominants. Le tableau 6.1 reproduit les périodes utilisables pour l'analyse astérosismologique, avec leur identification  $f_n$  classée par amplitude décroissante suivant la convention adoptée par Kilkenny et al. (1999; à noter que les amplitudes sont indiquées par ces auteurs en mmi, soit 1000 mmi, où 1 mmi correspond à 0.1 %). Les lignes entre parenthèses correspondent aux périodes de pulsation qui ne sont pas retrouvées en analysant séparément les deux moitiés de la campagne, et dont l'existence doit alors être mise en doute d'après Kilkenny et al. (1999). Nous gardons à l'esprit cette division entre périodes de pulsation considérées comme fiables et celles incertaines. Il est à noter que des écarts en fréquence faibles et approximativement constants (comme ceux associés à une rotation lente de l'étoile) ne sont pas observés dans ces données.

ID	Période	Amplitude	ID	Période	Amplitude	ID	Période	Amplitude
$f_n$	(s)	(%)	$f_n$	(s)	(%)	$f_n$	(s)	(%)
$f_{19}$	573.26	0.17	$f_{14}$	461.48	0.21	( $f_{36}$ )	364.53	0.09
$f_{38}$	545.86	0.08	$f_{30}$	454.15	0.11	$f_{17}$	362.15	0.18
$f_5$	528.70	1.39	$f_{28}$	440.79	0.12	( $f_{21}$ )	361.63	0.14
$f_{11}$	505.75	0.23	( $f_{35}$ )	440.61	0.09	$f_{15}$	361.49	0.20
( $f_{42}$ )	503.83	0.08	$f_6$	440.51	0.52	$f_{46}$	357.30	0.07
$f_8$	503.70	0.33	$f_{16}$	440.28	0.18	( $f_{50}$ )	353.26	0.07
( $f_{13}$ )	503.50	0.22	$f_{23}$	439.42	0.13	$f_{37}$	351.86	0.09
( $f_{40}$ )	485.81	0.08	$f_{31}$	433.56	0.10	( $f_{41}$ )	351.58	0.08
$f_1$	481.75	2.74	$f_{12}$	418.06	0.22	$f_7$	351.46	0.37
( $f_{48}$ )	481.61	0.07	$f_{25}$	391.25	0.13	$f_{18}$	351.31	0.18
$f_9$	479.42	0.31	$f_{33}$	387.38	0.10	$f_{29}$	339.82	0.11
( $f_{49}$ )	476.10	0.07	$f_{52}$	368.01	0.06	( $f_{55}$ )	296.11	0.06
$f_3$	475.82	1.54	( $f_{43}$ )	365.22	0.08	( $f_{44}$ )	295.43	0.08
( $f_{32}$ )	475.64	0.10	( $f_{51}$ )	364.71	0.06	( $f_{45}$ )	218.24	0.07
$f_2$	475.45	1.59	$f_4$	364.60	1.51			

TAB. 6.1: Périodes (s) et amplitudes (%) des modes de pulsation présents dans le spectre de PG 1605+072 (Kilkenny et al. 1999).

<sup>1</sup>Cela correspond à une étoile de la séquence principale de température effective de 3750 K ou moins.



PG 1605+072 a également été observée avec le photomètre LAPOUNE installé au télescope de 3.6-m CFHT comme cible principale durant quatre nuits consécutives en juin 1997. La figure 6.1 illustre la très bonne qualité de ces données, ici pour la nuit du 12 juin 1997, dont la réduction et l'analyse fréquentielle sont rapportées dans van Spaandonk, Fontaine, Brassard, & Aerts (2008).

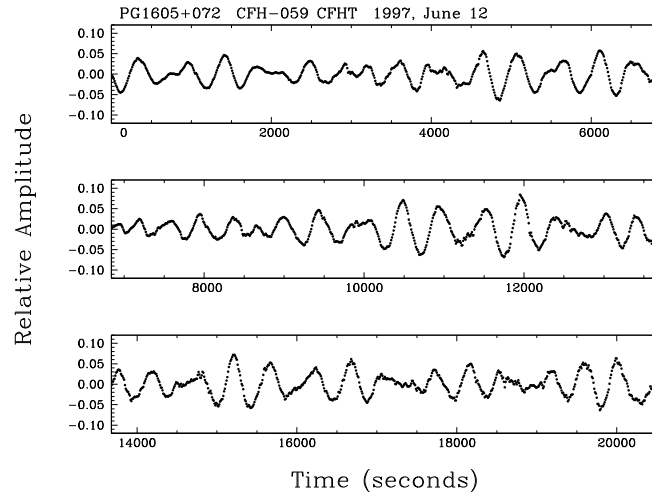


FIG. 6.1: Courbe de lumière représentative de l'étoile sdB pulsante PG 1605+072, obtenue avec le photomètre LAPOUNE installé au télescope CFHT (nuit du 12 juin 1997).

L'extraction des fréquences est compliquée par la faible résolution obtenue ( $\sim 4 \mu\text{Hz}$ ) et par la présence d'alias journaliers typiques d'observations depuis un site unique, rendant nécessaire l'utilisation des données de Kilkenny et al. (1999) comme guide afin de minimiser le risque d'erreur. Au final, ce travail soigneux a permis d'identifier 65 périodes de pulsation, y compris 19 harmoniques et combinaisons linéaires, qui sont reprises dans le tableau C.1 en annexe. Trente-huit périodes peuvent être considérées comme communes à celles identifiées par Kilkenny et al. (1999), y compris quelques périodes considérées comme incertaines par ces auteurs. Les dix modes principaux sont identiques dans les deux ensembles de données bien que la hiérarchie des amplitudes ne soit pas strictement la même (le mode dominant à 481.7 s est néanmoins identique dans les deux cas). Cette situation est couramment rencontrée dans les observations à différentes époques des étoiles EC 14026, et est attribuée soit à du battement entre modes proches non résolus, soit à un changement intrinsèque dans l'amplitude des pulsations. Quoiqu'il en soit, je me baserai essentiellement sur les fréquences de Kilkenny (tableau 6.1) pour l'analyse astérosismologique, mais il sera également proposé une comparaison avec des modèles à partir des fréquences CFHT de van Spaandonk et al. (2008; tableau C.1).

## 6.2 Observations spectroscopiques

### 6.2.1 Paramètres atmosphériques

Les premières estimations des paramètres atmosphériques de PG 1605+072 sont données par Koen et al. (1998a), à partir de spectres basse et moyenne résolution obtenus au 1.9-m du SAAO. Le fit des raies de Balmer avec des modèles atmosphériques LTE d'hydrogène pur (vu la détection marginale de raies d'hélium dans leurs spectres) permet de déterminer une température effective  $T_{\text{eff}} = 32\,100 \pm 1000$  K et une gravité de surface  $\log g = 5.25 \pm 0.1$ . A noter qu'aucun indice spectroscopique en faveur d'un compagnon (raies parasites comme le calcium, rougissement par contamination, etc.) n'est détecté, ceci tendant à confirmer le statut solitaire de PG 1605+072.

Un spectre à haute résolution ( $\sim 0.1\text{\AA}$ ) de PG 1605+072 a également été obtenu avec le spectrographe HIRES installé au télescope 10.0-m Keck I (Heber, Reid, & Werner 1999). Analysés avec plusieurs types de modèles LTE et NLTE, par une procédure de fit des raies de Balmer et de l'hélium He I et He II, les auteurs adoptent une valeur moyenne de  $T_{\text{eff}} = 32\,300 \pm 300$  K,  $\log g = 5.25 \pm 0.05$  et  $\log N(\text{He})/N(\text{H}) = -2.53 \pm 0.1$ .

Enfin, dans le cadre de notre programme de détermination homogène des caractéristiques atmosphériques des étoiles sdB (Green et al., en préparation), des spectres ont été obtenus au télescope de 2.3-m de Kitt Peak à basse résolution ( $\sim 9\text{\AA}$ ), et au 6.5-m MMT à résolution moyenne ( $\sim 1\text{\AA}$ ). La modélisation de ces spectres avec les procédures de G. Fontaine, présentée à la figure 6.2, donne respectivement  $T_{\text{eff}} = 32\,940 \pm 450$  K et  $\log g = 5.31 \pm 0.08$  pour le 2.3-m,  $T_{\text{eff}} = 32\,660 \pm 390$  K et  $\log g = 5.26 \pm 0.05$  pour le MMT. Il est à noter que les erreurs mentionnées ici correspondent à une estimation des erreurs réelles, tandis que celles de la figure 6.2 sont les erreurs formelles du fit.

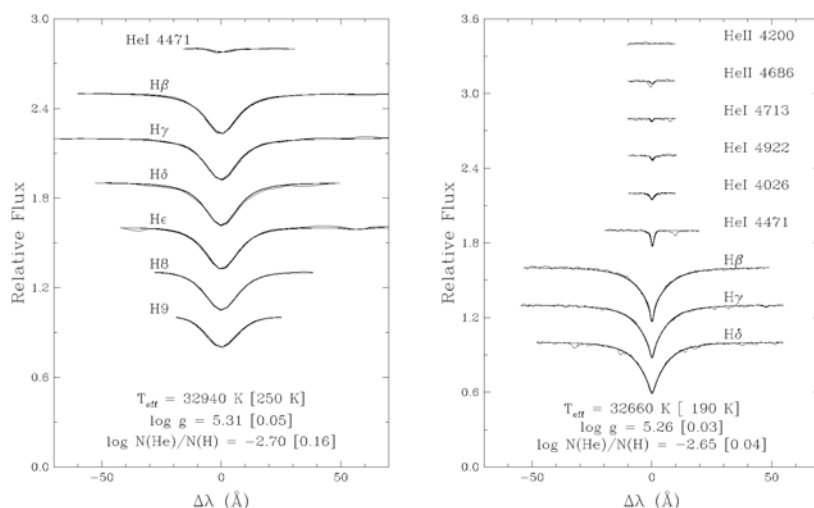


FIG. 6.2: Modélisation (trait plein) des raies de Balmer de l'hydrogène et des raies de l'hélium pour les spectres optiques à haut S/N de l'étoile PG 1605+072 obtenus au 2.3-m de Kitt Peak (basse résolution, panneau gauche) et au 6.5-m MMT (résolution moyenne, panneau droit).

Toutes ces estimations, obtenues à partir de spectrographes différents et des modèles atmosphériques indépendants, confirment la particularité de PG 1605+072 : une faible gravité de surface, largement inférieure à celles de toutes les étoiles sdB pulsantes à courtes périodes connues. Cette caractéristique peut s'expliquer par le fait que PG 1605+072 serait significativement plus âgée que les autres étoiles EC 14026, et aurait déjà achevé la combustion centrale de l'hélium qui marque la fin de la vie sur la branche horizontale extrême. Si tel est le cas, PG 1605+072 devrait maintenant évoluer très rapidement vers la séquence de refroidissement des naines blanches (Dorman et al. 1993), ce qui est cohérent avec le fait qu'elle soit pour l'instant un objet aux caractéristiques uniques parmi la classe des étoiles sdB pulsantes à courtes périodes.

### 6.2.2 PG 1605+072, un rotateur rapide ?

L'analyse des mesures spectroscopiques de PG 1605+072 révèle d'autres surprises. Un élargissement des raies spectrales ("line broadening") est visible sur les raies métalliques des spectres de résolution suffisante, et sa valeur de  $39 \text{ km s}^{-1}$  a été mesurée pour la première fois par Heber et al. (1999). Leur spectre Keck/HIRES d'un temps d'intégration de 600 s, supérieur à la plus longue période de pulsation, combiné à l'absence de mesure des variations de vitesse radiale ne permet pas de déterminer formellement l'origine de cet élargissement de raies. L'explication "naturelle" est celle d'une rotation rapide de l'étoile, la valeur de  $39 \text{ km s}^{-1}$  correspondant alors à la vitesse de rotation projetée  $V_{\text{eq}} \sin i$  ("rotational broadening"). Ceci contraint naturellement la période de rotation à  $P_{\text{rot}} < 8.7 \text{ h}$  en l'absence d'indication concernant l'inclinaison. Cette rotation rapide supposée permet alors d'expliquer la richesse du spectre de pulsation de PG 1605+072, par la levée de dégénérescence des fréquences propres selon l'indice angulaire  $m$  (voir section 1.3.4). L'idée d'une rotation rapide avait été émise la même année par Kawaler (1999), à partir d'un modèle évolutif reproduisant cinq fréquences de grandes amplitudes observées par Kilkenny et al. (1999). Une vitesse de rotation équatoriale de  $130 \text{ km s}^{-1}$  est suggérée à partir de l'identification d'un triplet  $l = 1$ , et en supposant  $V_{\text{eq}} \sin i = 39 \text{ km s}^{-1}$ , une inclinaison de  $i \sim 17^\circ$  environ peut être estimée pour PG 1605+072.

À partir de spectroscopie résolue temporellement dans l'ultraviolet lointain avec le satellite FUSE, Kuassivi, Bonanno, & Ferlet (2005) proposent l'idée alternative que l'élargissement des raies est attribuable, au moins en partie, aux pulsations de PG 1605+072 ("pulsational broadening"). En effet, le décalage Doppler observé sur les raies spectrales est d'une amplitude de  $17 \text{ km s}^{-1}$ , bien que la résolution de FUSE ( $\sim 15 \text{ km s}^{-1}$ ) ne permette pas d'identifier les contributions respectives des différents modes de pulsation. Or, si le temps d'intégration avait été beaucoup plus long de manière à obtenir de la spectroscopie moyennée dans le temps, l'élargissement de raies observé aurait atteint  $34 \text{ km s}^{-1}$  (deux fois  $17 \text{ km s}^{-1}$ ), proche donc de la valeur mesurée de  $39 \text{ km s}^{-1}$  !

Le projet MSST (MultiSite Spectroscopic Telescope) mené en mai/juin 2002 a pour ambition d'obtenir des spectres résolus temporellement dans le domaine visible, à partir de quatre télescopes de la classe des deux mètres (Heber et al. 2003). Vingt modes de

pulsation, correspondant pour la plupart à un équivalent "photométrique", ont ainsi été détectés par la méthode des variations de vitesse radiale avec des amplitudes entre 0.8 et 15.4 km s<sup>-1</sup> (O'Toole et al. 2005). Ceci est cohérent avec les mesures en ultraviolet lointain de Kuassivi et al. (2005) d'un décalage Doppler *total* de 17 km s<sup>-1</sup>. Dans un deuxième article exploitant les données MSST, Tillich et al. (2007) déterminent les variations apparentes de température effective et gravité de surface associées aux pulsations, dans le but d'une modélisation future de la courbe de lumière de PG 1605+072.

La conclusion de ces observations spectroscopiques résolues temporellement est que les mouvements attribués aux pulsations contribuent significativement à l'élargissement de raies mesuré de 39 km s<sup>-1</sup>. Cela implique que la vitesse de rotation projetée serait plus faible que cette valeur, et que PG 1605+072 ne serait donc peut-être pas un rotateur rapide. Ce résultat soulève néanmoins une importante question : quelle serait alors l'origine de la complexité observée du spectre de pulsation de PG 1605+072 ?

Une explication plausible proposée par Pierre Brassard est que des interactions non-linéaires fortes, associées aux amplitudes importantes des principaux modes, sont à l'œuvre dans PG 1605+072. Cette idée est soutenue par l'apparence atypique de la courbe de lumière, où ni pseudo-période ni forme sinusoïdale ne sont visibles (voir figure 6.1), à la différence de celles des autres étoiles sdB pulsantes. Ces couplages entre deux ou plusieurs modes principaux causeraient l'apparition de nombreuses combinaisons linéaires d'amplitude observable. Les fréquences restantes, qui correspondraient ainsi aux seules fréquences propres des modes de pulsation présents dans PG 1605+072 utilisables pour l'astérosismologie, sont présentées au tableau 6.2 où sont gardées les identifications  $f_n$  selon la convention de Kilkenny et al. (1999). La reconstruction du spectre de pulsation complet du tableau 6.1 à partir des combinaisons linéaires diverses des fréquences propres du tableau 6.2 est fournie à l'Annexe C. Il est à noter que les cas litigieux ont explicitement été abandonnés, afin de ne pas introduire une éventuelle fréquence propre inappropriée.

Id.	Période	Amplitude	Id.	Période	Amplitude
$f_n$	(s)	(%)	$f_n$	(s)	(%)
$f_{19}$	573.26	0.17	$f_{16}$	440.28	0.18
$f_{38}$	545.86	0.08	$f_{31}$	433.56	0.10
$f_5$	528.70	1.39	$f_{12}$	418.05	0.22
$f_{11}$	505.75	0.23	$f_{33}$	387.38	0.10
$f_8$	503.70	0.33	$f_4$	364.60	1.51
$f_{13}$	503.50	0.22	$f_{17}$	362.15	0.18
$f_1$	481.75	2.74	$f_{15}$	361.49	0.20
$f_3$	475.82	1.54	$f_7$	351.46	0.37
$f_2$	475.45	1.59	$f_{18}$	351.31	0.18
$f_{14}$	461.48	0.21	( $f_{55}$ )	296.11	0.06)
$f_6$	440.51	0.52	( $f_{44}$ )	295.43	0.08)

TAB. 6.2: Fréquences de pulsation de PG 1605+072 qui constituent la base permettant d'interpréter le spectre complet par harmoniques et combinaisons linéaires diverses (voir Annexe C). Les lignes entre parenthèses correspondent aux fréquences considérées comme incertaines par Kilkenny et al. (1999).

Il est ainsi possible d'expliquer la complexité du spectre fréquentiel de PG 1605+072 de deux façons différentes. La première est l'explication naturelle d'une levée de la dégénérescence sur l'ordre  $m$  des fréquences de pulsation, causée par une rotation rapide de l'étoile PG 1605+02. Cette hypothèse sera étudiée à la section 6.4, en incorporant le calcul des multiplets rotationnels dans la procédure d'optimisation avec les outils développés au début de la thèse (section 2.3.2). La deuxième explication repose sur une interprétation du spectre fréquentiel en termes de combinaisons linéaires diverses entre deux ou plusieurs des principaux modes, causées par les amplitudes inhabituellement élevées de ces derniers. Soulignons que cette hypothèse n'est pas inconciliable avec le principe d'une rotation modérée ou rapide pour PG 1605+072, mais il n'existe aucune signature claire d'une telle rotation dans le spectre des fréquences propres du tableau 6.2. En revanche, ces dernières sont exploitées pour tester par l'astérosismologie l'idée d'une étoile en rotation lente, comme abordé à la section suivante.

### 6.3 L'hypothèse d'une rotation lente pour PG 1605+072

Plusieurs des fréquences propres du tableau 6.2 sont distantes de quelques  $\mu\text{Hz}$  et peuvent dès lors être considérées comme des multiplets dans l'hypothèse d'une rotation lente de PG 1605+072. Aucun écart en fréquence à peu près constant parmi ces 22 modes de pulsation n'est cependant observé, ce qui rend difficile l'estimation d'une période de rotation. Arbitrairement, je considère que les fréquences plus proches que  $10 \mu\text{Hz}$  sont des multiplets rotationnels. Par souci de ne pas intégrer de pulsation inappropriée pour l'étude astérosismologique, les fréquences de plus faible amplitude  $f_{44}$  et  $f_{55}$  sont explicitement exclues, considérées comme incertaines par Kilkenny et al. (1999), et bien qu'elles aient également été vues au CFHT (van Spaandonk et al. 2008 ; tableau C.1). Cette procédure sélectionne 14 fréquences de pulsation parmi le tableau 6.2 ( $f_{19}$ ,  $f_{38}$ ,  $f_5$ ,  $f_8$ ,  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_{14}$ ,  $f_6$ ,  $f_{31}$ ,  $f_{12}$ ,  $f_{33}$ ,  $f_4$ ,  $f_{15}$  et  $f_7$ ), qui vont être utilisées pour la procédure d'optimisation sans rotation, en comparaison avec les fréquences propres  $\sigma_{kl,m=0}$  théoriques.

#### 6.3.1 Recherche du modèle optimal

La procédure d'optimisation est menée en imposant le minimum d'hypothèses. Les pulsations théoriques sont calculées pour tous les modes de degrés  $l$  de 0 à 4 (y compris les degrés  $l = 3$ ), dans un large intervalle (200 – 700 s) recouvrant les 14 périodes observées utilisées pour la procédure d'optimisation. En raison des dégénérescences observées dans les étoiles sdB pulsantes entre la masse totale et la température effective (voir par exemple la publication sur Feige 48), cette dernière est fixée à  $T_{\text{eff}} = 32\,300 \pm 300 \text{ K}$ , valeur moyenne pondérée des différentes estimations spectroscopiques. L'espace des paramètres à optimiser, à trois dimensions, est délimité de la façon suivante :

- La gravité de surface est cherchée entre  $5.18 \leq \log g \leq 5.35$ , autour des valeurs estimées par les mesures spectroscopiques (section 6.2.1).

- L'épaisseur de l'enveloppe d'hydrogène peut varier entre  $-6.50 \leq \log q(\text{H}) \leq -4.00$ . Une explication s'impose ici quant aux valeurs de ces limites. En considérant des enveloppes plus épaisses, des modèles avec de nombreux "modes mixtes" sont systématiquement obtenus (et ce d'autant plus que la masse est faible). Non seulement ces spectres de pulsation "à modes mixtes" présentent une densité de modes théoriques anormalement élevée, mais surtout ils ne sont pas très fiables quantitativement, car ils traduisent une influence du cœur sur les périodes de pulsation que les modèles actuels de deuxième génération ne sont pas capables de reproduire avec précision. Là réside une des limites de la présente modélisation de PG 1605+072 : il est actuellement impossible de statuer de l'intérêt des modèles dont l'enveloppe présente une épaisseur supérieure à  $\log q(\text{H}) \gtrsim -4.00$ . La limite inférieure est quant à elle fixée très largement, bien en-deça de la limite habituelle de  $\log q(\text{H}) \geq -5.20$ . Rappelons que la faible gravité de surface affichée par PG 1605+072 la place, dans un diagramme  $\log g - T_{\text{eff}}$ , au-delà de la TA-EHB marquant la fin de la combustion de l'hélium dans les régions centrales. Ceci pourrait se traduire par une enveloppe beaucoup plus fine qu'habituellement, comme observé pour Balloon 090100001 (voir section 3.1). L'action de vents stellaires, associés aux instabilités liées à la combustion de l'hélium en couche, avait été suggérée comme explication plausible à cette diminution de l'épaisseur de l'enveloppe.
- Enfin, la masse totale est encadrée par les limites  $0.45 \leq M_*/M_\odot \leq 0.80$ . Là aussi, la limite de  $0.45 M_\odot$  est prise en fonction de l'apparition systématique de modes mixtes pour des masses inférieures. Par ailleurs, la position particulière de PG 1605+072 dans un diagramme  $\log g - T_{\text{eff}}$  pourrait s'expliquer par une étoile sdB exceptionnellement massive, et non par une étoile sdB particulièrement évoluée. Cette hypothèse sera donc également testée.

La procédure d'optimisation dans l'espace des paramètres considérés ne mène pas à l'identification d'une solution astérosismologique satisfaisante. La meilleure fonction de mérite obtenue est de  $S^2 = 1258$  (avec un poids  $\sigma_i = 1$ ), ce qui correspond à un ajustement relatif moyen  $\overline{\Delta P/P} \simeq 1.84\%$ , soit  $\overline{\Delta P} \simeq 8.03$  s en absolu ! Pour information, les paramètres structuraux du modèle "optimal" présentent une gravité de surface  $\log g = 5.200$ , une masse de l'enveloppe  $\log(M_{\text{env}}/M_*) = -5.17$  et une masse totale de  $M_*/M_\odot = 0.687$ .

### 6.3.2 Ajustement des périodes et identification des modes de pulsation

A titre indicatif, les ajustements entre les périodes théoriques du modèle "optimal" et les périodes observées ainsi que l'identification des modes de pulsation sont proposés au tableau 6.3. Les accords sont loin d'être satisfaisants, même de manière qualitative, et plusieurs ajustements sont au-delà de 10 s. L'identification en elle-même n'est également pas vraiment convaincante, puisque le mode dominant  $f_1$  est identifié à un mode  $l = 4$ , tandis que plusieurs modes d'amplitudes élevées ( $f_4, f_8$ ) sont associés à des degrés  $l = 3$  peu visibles dans les étoiles sdB dans le domaine optique (Randall et al. 2005). L'ensemble

de ces considérations permet de rejeter formellement la solution astérosismologique "optimale" et nous pouvons dès lors affirmer que, dans l'espace des paramètres considéré, il n'existe pas de modèles permettant de reproduire de façon acceptable les 14 fréquences du spectre de pulsation considérées comme des fréquences propres.

$l$	$k$	$\nu_{\text{obs}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_{\text{th}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$P_{\text{obs}}$ (s)	$P_{\text{th}}$ (s)	$\Delta X/X$ (%)	$\Delta P$ (s)	$\Delta\nu$ ( $\mu\text{Hz}$ )	Commentaires
0	3	2845.274	2891.108	351.460	345.888	+1.585	+5.572	-45.834	$f_7$
0	2	...	2373.648	...	421.292	...	...	...	
0	1	2103.271	2148.938	475.450	465.346	+2.125	+10.104	-45.667	$f_2$
0	0	...	1818.152	...	550.009	...	...	...	
1	3	2392.058	2388.814	418.050	418.618	-0.136	-0.568	+3.244	$f_{12}$
1	2	2166.941	2226.767	461.480	449.082	+2.687	+12.398	-59.826	$f_{14}$
1	1	...	1820.356	...	549.343	...	...	...	
2	3	2581.445	2495.886	387.380	400.659	-3.428	-13.279	+85.558	$f_{33}$
2	2	2270.096	2339.599	440.510	427.424	+2.971	+13.086	-69.503	$f_6$
2	1	1831.972	1827.372	545.860	547.234	-0.252	-1.374	+4.600	$f_{38}$
2	0	1744.409	1740.652	573.260	574.497	-0.216	-1.237	+3.757	$f_{19}$
3	3	2742.732	2717.500	364.600	367.985	-0.928	-3.385	+25.232	$f_4$
3	2	2306.486	2370.585	433.560	421.837	+2.704	+11.723	-64.099	$f_{31}$
3	1	1985.309	1962.988	503.700	509.427	-1.137	-5.727	+22.321	$f_8$
3	0	...	1827.261	...	547.267	...	...	...	
4	3	2766.328	2862.253	361.490	349.375	+3.351	+12.115	-95.924	$f_{15}$
4	2	...	2387.689	...	418.815	...	...	...	
4	1	2075.765	2051.372	481.750	487.479	-1.189	-5.729	+24.394	$f_1$
4	0	1891.432	1835.623	528.700	544.774	-3.040	-16.074	+55.809	$f_5$

TAB. 6.3: Identification du modèle obtenu à partir d'une optimisation sur 14 fréquences propres dans l'hypothèse d'une rotation lente de PG 1605+072.

### 6.3.3 Conclusion

En conclusion, plusieurs possibilités émergent de l'absence de solution astérosismologique satisfaisante en posant l'hypothèse d'une rotation lente pour l'étoile PG 1605+072. La première est bien sûr que cette hypothèse doit être rejetée. Une deuxième possibilité, assez improbable, est que des multiplets rotationnels persisteraient dans les données du tableau 6.2, dûs à une rotation modérée de PG 1605+072 (générant des écarts en fréquence supérieurs à 10  $\mu\text{Hz}$ , limite supposée ici). Si tel était le cas néanmoins, une signature claire de la rotation apparaîtrait dans le spectre fréquentiel, comme ce qui est observé pour l'étoile Feige 48 par exemple (tableau 4.1). Une explication plus pessimiste consiste à avancer que nos modèles actuels ne sont pas adaptés à la reproduction du spectre si particulier de PG 1605+072 (cf les limitations sur les frontières des paramètres qui ont dû être imposées, par absence d'une modélisation de cœur détaillée).

## 6.4 L'hypothèse d'une rotation modérée ou rapide pour PG 1605+072

Cette section explore l'hypothèse d'une étoile en rotation "conséquente" pour PG 1605+072, qui serait alors à l'origine de la complexité du spectre de pulsation observé (tableau 6.1). La présente situation est cependant différente des autres étoiles en rotation modérée ou rapide étudiées jusqu'ici, comme Feige 48 et PG 1336–018. Ces dernières appartiennent à des systèmes binaires serrés, et une estimation de la période de rotation peut être fournie par l'hypothèse de rotation synchrone, dont la validité est ensuite vérifiée (chapitre 4). Toutes les observations photométriques et spectroscopiques suggèrent au contraire que PG 1605+072 est une étoile solitaire (voir sections 6.1 et 6.2), et un autre moyen doit être utilisé pour évaluer sa période de rotation. Il est en effet préférable de disposer d'une telle estimation, même grossière, pour cibler l'intervalle de recherche lors de la procédure d'optimisation astérosismologique. Rappelons que les rotations lentes et modérées laissent une signature claire dans le spectre de pulsation, marquant des espacements en fréquence presque constants aisément repérables. Avec l'augmentation du taux de rotation apparaissent des effets d'ordre supérieur brisant progressivement la régularité de ces espacements. Les ordres de grandeur de ces effets d'ordre supérieur, estimés dans le cadre de l'étoile de PG 1336–018 (section 3.2), sont de  $10 - 15 \mu\text{Hz}$  (principalement causés par l'ordre 2) pour une période  $P_{\text{rot}} = 2.4244$  h, soit  $[1/P_{\text{rot}}] \sim 114 \mu\text{Hz}$ . De tels écarts importants et légèrement irréguliers sont difficiles à déceler "à l'œil nu", mais ils peuvent être révélés par des moyens statistiques comme le test de Kolmogorov-Smirnov. Ce dernier permet de déterminer la probabilité  $Q$  qu'un espacement spécifique en fréquence  $\Delta\nu$  dans un spectre fréquentiel donné soit le fruit du hasard. Le résultat du test de Kolmogorov-Smirnov effectué sur le spectre complet de pulsation de PG 1605+072 (tableau 6.1, Kilkenny et al. 1999) est montré à la figure 6.3.

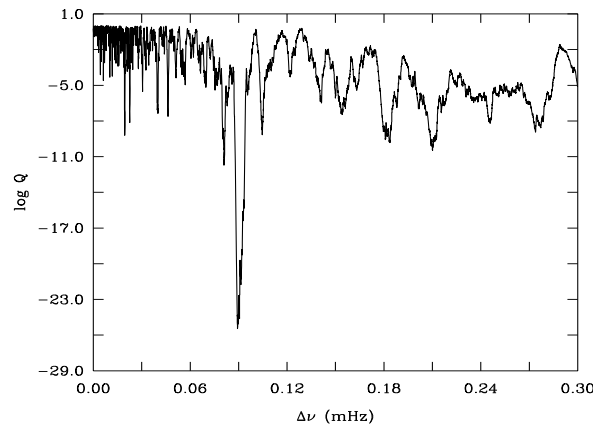


FIG. 6.3: Test de Kolmogorov-Smirnov effectué sur le spectre de pulsation de PG 1605+072.

Un espacement  $\Delta\nu$  est statistiquement significatif si la probabilité  $Q$  qu'il soit dû au hasard est inférieure à 0.001 (soit  $\log Q < -3$ ). D'après la figure 6.3, l'espacement en



fréquence le plus crédible présent dans le spectre de pulsation de PG 1605+072 est  $\Delta\nu \sim 0.0904$  mHz, avec une valeur  $\log Q \sim -26$  (donc une probabilité de  $10^{-26}$  que cet intervalle soit le fruit du hasard). Il s'agit, de loin en considérant l'échelle logarithmique utilisée, du  $\Delta\nu$  dominant dans les données de PG 1605+072. Une estimation grossière de la période de rotation est alors fournie en prenant l'inverse de cet écartement, soit  $P_{\text{rot}} \sim 11\,000$  s ou 3.06 h. Il n'existe pas vraiment d'autres pics d'intensité appréciable dans la figure 6.3, aussi bien dans les régions des rotations plus rapides que plus modérées. Cette dernière hypothèse sera néanmoins testée à la partie 6.4.4, pour vérifier la pertinence des quelques pics entre  $\Delta\nu \sim 0.02$  et 0.05 mHz visibles à la figure 6.3.

### 6.4.1 Recherche du modèle optimal

Dans un premier temps, l'étude astérosismologique est menée à partir des 28 périodes de pulsation considérées comme fiables par Kilkenney et al. (1999; fréquences  $f_n$  sans parenthèses du tableau 6.1). Les pulsations théoriques sont calculées pour tous les modes de degrés  $l = 0, 1, 2$  et 4 à l'exclusion des  $l = 3$  pour des raisons de visibilité (Randall et al. 2005; chapitre 5), ce qui permet de reproduire la densité observée. Est faite l'hypothèse d'une loi de rotation de corps solide, dont la période  $P_{\text{rot}} = 2\pi/\Omega$  est un paramètre libre dans l'intervalle 8 000 – 16 000 s. Ces limites encadrent largement l'estimation grossière de la période de rotation de  $\sim 11\,000$  s. Les intervalles de recherche pour les autres paramètres de l'espace d'optimisation sont fixées et justifiées comme à la section 6.3, soit  $5.18 \leq \log q \leq 5.35$ ,  $-6.50 \leq \log q(\text{H}) \leq -4.00$  et  $0.45 \leq M_*/M_\odot \leq 0.80$ . Enfin, la température effective est toujours fixée à sa valeur spectroscopique, soit  $T_{\text{eff}} = 32\,300$  K.

Dans le domaine de recherche considéré, la procédure d'optimisation révèle une topologie assez étonnante de la fonction de mérite, avec plusieurs vallées profondes isolées par de vastes zones où les ajustements sont particulièrement mauvais. Les cartes de la figure 6.4 illustrent ce comportement respectivement dans les plans  $T_{\text{eff}} - \log g$  et  $\log q(\text{H}) - M_*$ , où les autres paramètres sont fixés aux valeurs de la solution optimale. Le minimum absolu de la fonction de mérite, de  $S^2 \sim 20.99$  ( $\log S^2 \sim 1.32$ ), est repéré par une marque jaune et correspond à une étoile de gravité de surface  $\log g = 5.2258$ , de masse de l'enveloppe  $\log q(\text{H}) = -5.9752$  et d'une masse totale  $M_*/M_\odot = 0.5283$ . La période de rotation solide est estimée à 10 857 s, soit 3.016 h. Les cartes de la figure 6.4 montrent également plusieurs "taches" bleues, qui constituent des solutions astérosismologiques potentiellement intéressantes. Quelques-unes peuvent être éliminées en se basant sur les contraintes spectroscopiques, tandis que d'autres solutions, dans le coin inférieur droit du plan  $\log q(\text{H}) - M_*$ , présentent quelques modes mixtes et donc un spectre favorisant une bonne fonction de mérite (voir partie 6.4.4). Mais le rejet de certains minima secondaires, dans la région  $\log q(\text{H}) \sim -5.80$  et  $M_*/M_\odot \sim 0.48$ , n'est pas évident à ce stade en se basant sur les arguments mentionnés. Notons cependant que ces derniers modèles présentent une fonction de mérite  $S^2 \gtrsim 36$  ( $\log S^2 \gtrsim 1.56$ ), ce qui est légèrement dégradé par rapport à la solution optimale, bien que restant parfaitement acceptable dans l'absolu.

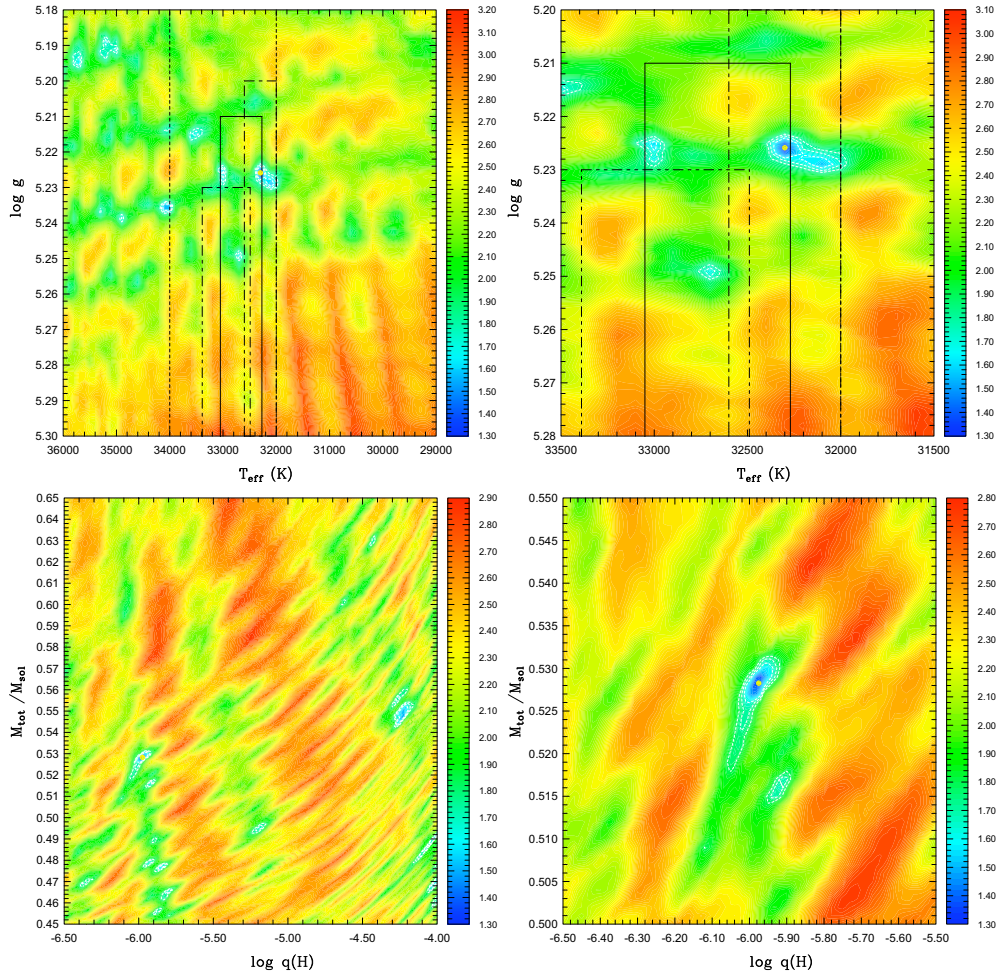


FIG. 6.4: Fonction de mérite  $\log S^2$  (échelle de droite) dans les plans  $T_{\text{eff}}-\log g$  (haut) et  $\log q(\text{H})-M_*$  (bas). La figure de droite est un agrandissement de la figure de gauche. Les boîtes spectroscopiques correspondent, respectivement, aux estimations de Koen et al. (1998 ; pointillés), Heber et al. (1999 ; tirets court-long), 6.5-m MMT (tirets court-court-long) et 2.3-m (trait plein).

Afin de statuer de la valeur du modèle stellaire de la solution optimale, j'ai décidé de mener deux analyses astérosismologiques supplémentaires. La première se base sur le spectre complet des 44 fréquences du tableau 6.1 (Kilkenny et al. 1999), y compris les fréquences considérées "incertaines" par ces auteurs. Ces dernières ne sont en effet pas retrouvées lors des analyses fréquentielles séparées des deux moitiés de la campagne, ce qui dans certains cas peut s'expliquer simplement par la dégradation d'un facteur 2 de la résolution. Par ailleurs, d'autres fréquences "incertaines" plus isolées (comme  $f_{40}$  et  $f_{43}$ ) sont également observées dans les données déterminées à partir des observations au CFHT, dont les 46 fréquences vont servir de base à la seconde analyse astérosismologique supplémentaire (van Spaandonk et al. 2008 ; tableau C.1).

Les limites de l'espace des paramètres à quatre dimensions ( $\log g$ ,  $\log q(\text{H})$ ,  $M_*$  et  $P_{\text{rot}}$ ) sont identiques, mais cette fois tous les modes de degrés  $l = 0$  à 4 sont considérés. Inclure la série des  $l = 3$  s'avère ici indispensable pour reproduire la densité des modes observée. La procédure d'optimisation à partir des 44 fréquences de Kilkenny et al. (1999) mène à une solution optimale ( $S^2 \sim 32.2$ ) dont les caractéristiques sont  $\log g = 5.228$ ,  $\log q(\text{H}) = -5.935$ ,  $M_* = 0.530 M_\odot$  et  $P_{\text{rot}} = 10\,622$  s. La comparaison avec les 46 fréquences du CFHT identifie comme meilleure solution ( $S^2 \sim 35.3$ ) un modèle aux paramètres structuraux de  $\log g = 5.226$ ,  $\log q(\text{H}) = -5.955$ ,  $M_* = 0.529 M_\odot$  et  $P_{\text{rot}} = 10\,675$  s. Une telle cohérence entre les modèles des solutions optimales obtenues à partir de deux campagnes indépendantes et analysées avec des procédures différentes (rappelons néanmoins que les données de Kilkenny ont servi de "guide" pour l'analyse fréquentielle des données du CFHT) est tout à fait remarquable. Enfin, ils sont remarquablement similaires au modèle optimal déterminé précédemment à partir des 28 périodes certaines du tableau 6.1 et en excluant les modes de degré  $l = 3$ . Ce modèle est dès lors adopté comme "modèle préféré" pour PG 1605+072 dans l'espace des paramètres considéré, dont les caractéristiques sont commentées dans les parties suivantes.

### 6.4.2 Ajustement des périodes et identification des modes de pulsation

Le modèle retenu pour PG 1605+072 présente un excellent ajustement entre les périodes théoriques et les périodes observées, comme le montre le tableau 6.4 dans le cas des 28 fréquences certaines de Kilkenny et al. (1999). Pour des raisons de place, seuls les multiplets significatifs ont été reproduits (à l'exclusion donc des degrés  $l = 3$ ). Les identifications à partir des spectres complets (Kilkenny et al. 1999 et CFHT) peuvent être trouvées aux tableaux C.3 et C.4. L'ajustement moyen relatif est  $\overline{\Delta X/X} = 0.16\%$ , soit  $\overline{\Delta P} = 0.67$  s ou  $\overline{\Delta \nu} = 3.9$   $\mu\text{Hz}$  en absolu.

Le tableau 6.4 montre également l'identification des périodes de pulsation observées, associées à des modes théoriques de degrés  $l = 0, 1, 2$  et 4 et d'ordres  $k = 0 - 3$  qui sont instables selon un calcul non-adiabatique complémentaire. Certaines des plus longues périodes de pulsation sont associées au mode g ( $l, k) = (4, 1)$ , une situation déjà rencontrée dans l'étoile Feige 48 (voir section 4.2). En rappelant qu'aucune contrainte n'a été imposée a priori, le mode dominant à 481.75 s est identifié au mode  $(l, k, m) = (1, 1, 0)$ , tandis que la plupart des principaux modes sont associés à des degrés  $l = 0, 1$  et 2. Quelques identifications semblent moins satisfaisantes, comme pour les modes  $f_2$  et  $f_5$  associés à des degrés  $l = 4$ . Il faut rappeler dans ce contexte que les amplitudes des pulsations de PG 1605+072 présentent des variations importantes avec le temps (Koen et al. 1998a; Kilkenny et al. 1999) et que les amplitudes intrinsèques ne sont jamais connues. D'autre part, nous avons montré que de légères erreurs possibles dans l'identification des modes par la méthode directe n'affectent pas significativement la solution et les paramètres structuraux dérivés (voir section 3.1). Enfin, les écarts en fréquence des multiplets théoriques du tableau 6.4 ont été comparés en détail avec ceux observés : les différences se limitent à

quelques  $\mu\text{Hz}$ , imputables à des effets du second ordre qui commencent très certainement à se manifester à ce taux de rotation. En conclusion, l'identification proposée au tableau 6.4 est globalement satisfaisante.

$l$	$k$	$m$	$\nu_{\text{obs}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_{\text{th}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$P_{\text{obs}}$ (s)	$P_{\text{th}}$ (s)	$\Delta X/X$ (%)	$\Delta P$ (s)	$\Delta\nu$ ( $\mu\text{Hz}$ )	Amplitudes (%)
0	3	0	...	3080.782	...	324.593	...	...	...	
0	2	0	2742.732	2748.349	364.600	363.855	+0.204	+0.745	-5.617	1.51 ( $f_4$ )
0	1	0	2271.282	2269.674	440.510	440.592	-0.071	-0.312	+1.608	0.52 ( $f_6$ )
0	0	0	...	2070.492	...	482.977	...	...	...	
1	3	-1	2845.274	2851.186	351.460	350.731	+0.207	+0.729	-5.912	0.37 ( $f_7$ )
1	3	0	2761.287	2760.523	362.150	362.250	-0.028	-0.100	+0.763	0.18 ( $f_{17}$ )
1	3	+1	...	2669.861	...	374.551	...	...	...	
1	2	-1	...	2459.936	...	406.515	...	...	...	
1	2	0	...	2372.462	...	421.503	...	...	...	
1	2	+1	...	2284.988	...	437.639	...	...	...	
1	1	-1	2166.941	2163.235	461.480	462.271	-0.171	-0.791	+3.706	0.21 ( $f_{14}$ )
1	1	0	2075.765	2073.366	481.750	482.307	-0.116	-0.557	+2.399	2.74 ( $f_1$ )
1	1	+1	1985.309	1983.497	503.700	504.160	-0.091	-0.460	+1.812	0.33 ( $f_8$ )
2	3	-2	...	2982.640	...	335.273	...	...	...	
2	3	-1	...	2895.840	...	345.323	...	...	...	
2	3	0	2798.769	2809.040	357.300	355.993	+0.366	+1.306	-10.271	0.07 ( $f_{46}$ )
2	3	+1	2717.317	2722.240	368.010	367.344	+0.181	+0.665	-4.923	0.06 ( $f_{52}$ )
2	3	+2	...	2635.440	...	379.443	...	...	...	
2	2	-2	...	2816.843	...	355.007	...	...	...	
2	2	-1	...	2736.182	...	365.473	...	...	...	
2	2	0	...	2655.521	...	376.574	...	...	...	
2	2	+1	...	2574.861	...	388.371	...	...	...	
2	2	+2	...	2494.200	...	400.930	...	...	...	
2	1	-2	2268.654	2258.776	440.790	442.718	-0.437	-1.928	+9.878	0.12 ( $f_{28}$ )
2	1	-1	...	2174.926	...	459.786	...	...	...	
2	1	0	2101.635	2091.076	475.820	478.223	-0.505	-2.403	+10.559	1.54 ( $f_3$ )
2	1	+1	...	2007.226	...	498.200	...	...	...	
2	0	-2	2201.916	2209.673	454.150	452.556	+0.351	+1.594	-7.757	0.11 ( $f_{30}$ )
2	0	-1	...	2131.154	...	469.229	...	...	...	
4	3	+2	...	2919.492	...	342.525	...	...	...	
4	3	+3	2842.039	2834.958	351.860	352.739	-0.250	-0.879	+7.081	0.09 ( $f_{37}$ )
4	3	+4	...	2750.425	...	363.580	...	...	...	
4	2	-3	...	3035.785	...	329.404	...	...	...	
4	2	-2	2942.734	2945.751	339.820	339.472	+0.102	+0.348	-3.017	0.11 ( $f_{29}$ )
4	2	-1	2846.489	2855.717	351.310	350.175	+0.323	+1.135	-9.228	0.18 ( $f_{18}$ )
4	2	0	2766.328	2765.683	361.490	361.574	-0.023	-0.084	+0.645	0.20 ( $f_{15}$ )
4	2	+1	...	2675.649	...	373.741	...	...	...	
4	2	+2	2581.445	2585.616	387.380	386.755	+0.161	+0.625	-4.171	0.10 ( $f_{33}$ )
4	2	+3	...	2495.582	...	400.708	...	...	...	
4	1	-4	2555.911	2557.838	391.250	390.955	+0.075	+0.295	-1.927	0.13 ( $f_{25}$ )
4	1	-3	...	2474.688	...	404.091	...	...	...	
4	1	-2	2392.058	2391.538	418.050	418.141	-0.022	-0.091	+0.521	0.22 ( $f_{12}$ )
4	1	-1	2306.486	2308.388	433.560	433.203	+0.082	+0.357	-1.902	0.10 ( $f_{31}$ )

4	1	0	...	2225.238	...	449.390	...	...	...	
4	1	+1	...	2142.088	...	466.834	...	...	...	
4	1	+2	...	2058.938	...	485.687	...	...	...	
4	1	+3	1977.261	1975.788	505.750	506.127	-0.075	-0.377	+1.474	0.23 ( $f_{11}$ )
4	1	+4	1891.432	1892.637	528.700	528.363	+0.064	+0.337	-1.206	1.39 ( $f_5$ )
4	0	-4	...	2448.472	...	408.418	...	...	...	
4	0	-3	...	2358.513	...	423.996	...	...	...	
4	0	-2	2270.096	2268.553	440.280	440.810	-0.068	-0.300	+1.543	0.18 ( $f_{16}$ )
4	0	-1	...	2178.594	...	459.012	...	...	...	
4	0	0	2085.854	2088.634	479.420	478.782	+0.133	+0.638	-2.780	0.31 ( $f_9$ )
4	1	-4	2275.727	2279.303	439.4200	438.731	+0.157	+0.690	-3.576	0.13 ( $f_{23}$ )
4	1	-3	...	2190.053	...	456.610	...	...	...	
4	1	-2	2103.271	2100.803	475.450	476.008	+0.117	+0.558	+2.468	1.59 ( $f_2$ )
4	1	-1	...	2011.552	...	497.128	...	...	...	
4	1	0	...	1922.302	...	520.210	...	...	...	
4	1	+1	1831.972	1833.052	545.860	545.538	+0.059	+0.322	-1.080	0.08 ( $f_{38}$ )
4	1	+2	1744.409	1743.801	573.260	573.460	-0.035	-0.200	+0.608	0.17 ( $f_{19}$ )
4	1	+3	...	1654.551	...	604.394	...	...	...	
4	1	+4	...	1565.301	...	638.855	...	...	...	

TAB. 6.4: Identification et ajustement entre les périodes théoriques et les 28 périodes fiables observées dans le spectre de pulsation de PG 1605+072.

### 6.4.3 Paramètres structuraux de PG 1605+072

Les trois analyses astérosismologiques, à partir respectivement des 28 périodes certaines des observations multi-site de Kilkenny et al. (1999), du spectre complet de ces mêmes observations et de celles du CFHT (van Spaandonk et al. 2008), ont mené à une solution optimale pratiquement identique, dont les paramètres structuraux dérivés constituent le modèle retenu pour l'étoile PG 1605+072. Nous considérons et commentons dans cette section la solution obtenue formellement dans l'hypothèse des 28 périodes fiables, dont l'identification est exposée au tableau 6.4 et dont les paramètres avec leurs erreurs associées sont indiqués au tableau 6.5. Ces erreurs sont les erreurs internes 1- $\sigma$ , calculées à partir de la forme de la fonction de mérite au voisinage de la solution optimale avec la méthode décrite dans Brassard et al. (2001) et Charpinet et al. (2005c), en gardant à l'esprit que les erreurs réelles systématiques sont probablement plus élevées.

Les paramètres structuraux obtenus révèlent une étoile aux caractéristiques particulièrement intéressantes. Premièrement, la masse totale dérivée est un peu plus élevée que la masse canonique des étoiles sdB, à la limite supérieure prévue par la théorie de formation à partir d'une étoile solitaire (Dorman et al. 1993; D'Cruz et al. 1996). En revanche, elle est très proche de la masse la plus probable de  $\sim 0.52 M_{\odot}$  obtenue par la simulation d'une coalescence de deux naines blanches à hélium (Han et al. 2002, 2003), qui est le seul scénario d'évolution binaire résultant en une étoile sdB solitaire comme semble l'être PG 1605+072. En combinant cette masse élevée à la faible gravité de surface présentée, l'on obtient une étoile sdB dont le rayon de  $0.293 R_{\odot}$  est significativement plus

Paramètre structural	Estimation	
$T_{\text{eff}}$ (K) (spectroscopie)	32 300	$\pm$ 300
$\log g$	5.2259	$\pm$ 0.0035
$M_*/M_\odot$	0.528	$\pm$ 0.002
$\log(M_{\text{env}}/M_*)$	-5.88	$\pm$ 0.04
$R/R_\odot$ ( $M_*, g$ )	0.293	$\pm$ 0.002
$L/L_\odot$ ( $T_{\text{eff}}, R$ )	83.8	$\pm$ 1.3
$P_{\text{rot}}$ (h)	3.016	$\pm$ 0.14
$V_{\text{eq}}$ ( $P_{\text{rot}}, R$ ) (km s $^{-1}$ )	118.1	$\pm$ 6.0

TAB. 6.5: Paramètres structuraux de PG 1605+072.

grand que la moyenne (entre  $\sim 0.15$  et  $0.22 R_\odot$  environ, selon les résultats des chapitres précédents). Par conséquent, PG 1605+072 est beaucoup plus lumineuse que la plupart des étoiles sdB, qui présentent généralement des luminosités comprises entre  $25 - 35 L_\odot$ . L'ensemble de ces considérations semble indiquer que PG 1605+072 serait une étoile sdB évoluée, ayant achevé la combustion de l'hélium dans les régions centrales pour le brûler dans des couches progressivement supérieures, ce qui forcerait l'étoile à se dilater légèrement tout en augmentant sa luminosité (Dorman et al. 1993).

Un autre argument, obtenu par l'astérosismologie, vient renforcer cette idée d'étoile se trouvant au-delà de la TA-EHB. Avec  $\log(M_{\text{env}}/M_*) \sim -5.88$ , PG 1605+072 affiche l'enveloppe la plus fine de toutes les étoiles sdB, repoussant le précédent record de Balloon 090100001 avec  $\log(M_{\text{env}}/M_*) \sim -4.89$  (section 3.1). Les conclusions présentées à cette occasion s'appliquent alors à PG 1605+072, qui se trouverait même potentiellement à un stade post-EHB encore plus avancé que Balloon. L'hypothèse proposée, selon laquelle des instabilités liées à la combustion de l'hélium en couche provoquent la diminution rapide de l'enveloppe d'hydrogène, devra être confirmée par des calculs évolutifs incorporant une telle perte de masse. Par ailleurs, la théorie prévoit une évolution très rapide dès la fin de la vie sur la branche horizontale extrême vers la séquence de refroidissement des naines blanches (Dorman et al. 1993). Ces phases d'évolution rapide devrait avoir, par les changements structurels de l'étoile, une signature détectable en terme de variation des périodes de pulsation  $dP/dt$  (voir Charpinet et al. 2002b). Ceci pourrait dès lors constituer un test, observationnel cette fois, de l'idée d'étoile sdB évoluée au-delà de la TA-EHB à appliquer à Balloon 090100001 et PG 1605+072. Une telle surveillance à long terme a par exemple été effectuée sur l'étoile sdB pulsante hybride HS 2201+2610, ce qui a permis par ailleurs la découverte de la première exoplanète autour d'une étoile post-géante rouge (Silvotti et al. 2007). Rappelons cependant dans ce contexte la difficulté rencontrée dans la présente analyse astérosismologique de statuer de l'intérêt des modèles à épaisseurs d'enveloppe plus "normales" ( $\log q(\text{H}) \gtrsim -4.00$ ), en raison de l'apparition des modes mixtes liée à la très faible gravité de surface.

Enfin, la période de rotation de PG 1605+072 est  $P_{\text{rot}} = 3.02 \pm 0.14$  h, ce qui en fait une étoile (probablement) solitaire particulièrement véloce. Les étoiles sdB en rotation rapide appartiennent habituellement à des systèmes binaires serrés, dont la dynamique est expliquée par l'action des forces de marée s'exerçant entre les deux composantes. La présence d'un tel compagnon proche et suffisamment influant peut pratiquement être exclue dans le cas de PG 1605+072, et il faut trouver une autre explication à ce taux de rotation élevé. Une suggestion, purement spéculative, est qu'il s'agirait du moment angulaire résiduel de la fusion de deux naines blanches qui pourrait avoir formé l'étoile sdB, bien qu'aucun argument en ce sens ne soit mentionné dans Han et al. (2002, 2003). Par ailleurs, en considérant une période de rotation égale à  $3.02 \pm 0.14$  h et  $V_{\text{eq}} \sin i \lesssim 39$  km s<sup>-1</sup> (il est difficile d'évaluer la contribution de l'élargissement causé par les pulsations, voir section 6.2.2), est dérivée une inclinaison de  $i \lesssim 19.3 \pm 1.0^\circ$ . L'identification proposée au tableau 6.4 est globalement cohérente avec cette faible inclinaison, où des considérations géométriques indiquent que les composants centraux  $m = 0$  seraient les plus facilement visibles (voir la figure 1 de Brassard et al. 1995). C'est bien le cas par exemple des modes  $(l, k) = (1, 1)$  et  $(l, k) = (2, 1)$ . Ce type d'argument est cependant délicat à manipuler puisque les amplitudes intrinsèques des modes de pulsation ne sont jamais connues alors qu'elles sont supposées identiques dans les calculs géométriques de visibilité, ce qui n'est peut-être (probablement ?) pas le cas dans la réalité.

#### 6.4.4 Hypothèse d'une rotation modérée

Le test de Kolmogorov-Smirnov de la figure 6.3 montre également plusieurs pics statistiquement significatifs ( $\log Q < -3$ ) dans la région entre  $\Delta\nu \sim 0.02$  et  $0.05$  mHz, bien que leur intensité soit largement inférieure à celle du pic dominant. Ces écarts en fréquence correspondent à une rotation plus modérée pour PG 1605+072, d'environ une dizaine d'heures ( $1/[50 \mu\text{Hz}] \sim 20\,000$  s et  $1/[20 \mu\text{Hz}] \sim 50\,000$  s). Une nouvelle analyse astérosismologique a ainsi été menée en considérant une période de rotation  $P_{\text{rot}}$  comme paramètre libre dans l'intervalle  $20\,000 - 50\,000$  s. Les limites sur l'espace de recherche des autres paramètres sont identiques aux sections précédentes. Enfin, la procédure d'optimisation est effectuée à partir des 28 périodes considérées comme fiables de Kilkenny et al. (1999) et en excluant explicitement les modes de degré  $l = 3$  pour des raisons de visibilité (Randall et al. 2005, chapitre 5).

Le meilleur modèle est intéressant à première vue :  $\log g = 5.211$ ,  $\log q(\text{H}) = -6.095$ ,  $M_* = 0.463 M_\odot$  et  $P_{\text{rot}} = 40\,250$  s. Il est associé à une fonction de mérite de  $S^2 = 46.3$ , soit une dégradation de plus d'un facteur 2 par rapport au modèle optimal obtenu dans l'hypothèse d'une rotation rapide pour PG 1605+072. Néanmoins, les ajustements restent acceptables avec une dispersion relative moyenne  $\overline{\Delta X/X} = 0.23\%$ , ou  $\overline{\Delta P} = 1.01$  s en absolu. Le tableau 6.6 montre l'identification des périodes de pulsation observées, de façon abrégée par rapport aux versions habituelles (les ajustements individuels  $\overline{\Delta X}$  ne sont pas indiqués). Le modèle optimal présente quelques modes mixtes sur les modes de degré  $l = 4$ , marqués par une astérisque dans le tableau 6.6. Cela signifie ici que le spectre possède deux

types de modes  $(l, k) = (4, 2)$  et  $(l, k) = (4, 1)$ , et présente ainsi une densité plus élevée qu'un spectre fréquentiel normal. Cela favorise une bonne fonction de mérite puisqu'il est plus aisé d'ajuster les périodes observées avec un spectre théorique présentant une telle surdensité de modes. A gravité de surface constante ( $\log g \sim 5.22$ ), plus l'on va vers les masses faibles et les enveloppes épaisses, plus ce phénomène de surdensité fréquentielle s'aggrave en se propageant à tous les ordres  $k$  et tous les degrés  $l$ , et il devient alors très facile d'obtenir de bons ajustements et donc de bonnes fonctions de mérite. De plus, les périodes des modes mixtes ne sont pas calculées avec une bonne précision, car ce phénomène traduit une influence du cœur stellaire sur les pulsations absent des modèles actuels de deuxième génération.

$f_n$	$P_{\text{obs}}$ (s)	$P_{\text{th}}$ (s)	$l$	$k$	$m$	$f_n$	$P_{\text{obs}}$ (s)	$P_{\text{th}}$ (s)	$l$	$k$	$m$
$f_{29}$	339.820	340.906	2	3	-2	$f_{16}$	440.280	439.247	2	1	-1
$f_{18}$	351.310	350.171	4	2	-4	$f_6$	440.510*	441.013	4	2	-2
$f_7$	351.460	351.104	2	3	2	$f_{28}$	440.790	443.729	2	1	0
$f_{37}$	351.860	353.182	4	2	-3	$f_{30}$	454.150*	453.971	4	2	1
$f_{46}$	357.300	356.245	4	2	-2	$f_{14}$	461.480*	461.619	4	1	-4
$f_{15}$	361.490	361.726	2	2	-2	$f_2$	475.450	474.981	2	0	-2
$f_{17}$	362.150	362.533	4	2	0	$f_3$	475.820*	477.621	4	1	-1
$f_4$	364.600	364.846	2	2	-1	$f_9$	479.420	480.511	2	0	-1
$f_{52}$	368.010	368.019	2	2	0	$f_1$	481.750	481.281	1	1	-1
$f_{33}$	387.380	387.752	4	1	-3	$f_8$	503.700*	500.766	4	1	3
$f_{25}$	391.250	391.653	4	1	-2	$f_{11}$	505.750*	506.908	4	1	4
$f_{12}$	418.050	416.816	4	1	4	$f_5$	528.700*	529.749	4	2	-4
$f_{31}$	433.560*	432.778	4	2	-4	$f_{38}$	545.860*	543.896	4	2	-2
$f_{23}$	439.420*	436.856	4	2	-3	$f_{19}$	573.260*	574.585	4	2	2

TAB. 6.6: Identification du modèle optimal dans l'hypothèse de rotation modérée à partir des 28 périodes fiables de Kilkenny et al. (1999), où les modes  $l = 3$  sont interdits. Les modes mixtes sont indiqués par une astérisque (voir texte).

Par ailleurs, les détails de l'identification du tableau 6.6 se révèlent peu satisfaisants. D'abord, toutes les périodes observées sont associées à des modes de degrés  $l = 2$  et  $l = 4$  (sauf le mode dominant  $f_1$  identifié à  $l = 1$ ). Ensuite, plusieurs incohérences apparaissent en comparant les écarts en fréquences observés avec ceux des multiplets théoriques du tableau 6.6. Certaines fréquences, proches de moins de  $5 \mu\text{Hz}$ , sont identifiées comme membres d'un même multiplet (par exemple  $f_{16}$  et  $f_{28}$ ;  $f_{18}$  et  $f_{37}$ ;  $f_{23}$  et  $f_6$ ), alors que l'espacement théorique est  $\Delta\nu \sim 25 \mu\text{Hz}$  pour une période de rotation de  $\sim 40\ 250$  s! Ce taux de rotation modéré n'induit normalement pas d'effets significatifs du second ordre affectant l'équidistance entre multiplets (voir la discussion pour l'étoile PG 1336-018; ainsi que le spectre de pulsation de Feige 48, tableau 4.1). En fait, il faudrait imaginer une façon d'éliminer ce genre d'identification aberrante dans la procédure d'optimisation. Mais le point fondamental est qu'il ne semble pas exister suffisamment de fréquences observées avec un  $\Delta\nu \sim 25 \mu\text{Hz}$  pour obtenir une identification cohérente avec un tel taux modéré de rotation.



En conclusion, ce modèle pour une rotation modérée de PG 1605+072 peut être rejeté, d'une part par la présence de modes mixtes non fiables et d'autre part par l'identification inacceptable obtenue. Plusieurs expériences pourraient encore être tentées avant de rejeter définitivement l'hypothèse de rotation modérée, par exemple en considérant des intervalles de recherche en période plus restreints et en améliorant les procédures de manière à éliminer a priori les identifications aberrantes. Néanmoins, l'allure du spectre où peu d'écart avec  $\Delta\nu \sim 25 - 50 \mu\text{Hz}$  sont observés (figure 6.3) n'incite pas à l'optimisme.

## 6.5 Conclusion

PG 1605+072 est un objet qui exhibe des propriétés uniques au sein de la classe des étoiles sdB pulsantes à courtes périodes, tant au niveau de ses paramètres atmosphériques que de ses caractéristiques oscillatoires. L'analyse fréquentielle révèle un spectre de pulsation particulièrement riche, qu'il est possible d'interpréter de deux façons différentes. La première est l'explication naturelle d'une levée de la dégénérescence sur l'ordre  $m$  des fréquences de pulsation, causée par une rotation rapide de l'étoile PG 1605+072. La deuxième explication repose sur une interprétation du spectre fréquentiel en termes de combinaisons linéaires diverses entre deux ou plusieurs des principaux modes, rendues observables par les amplitudes inhabituellement élevées de ces derniers.

Cette dernière hypothèse a été explorée à la section 6.3, en se basant sur un petit nombre de fréquences propres permettant de reconstruire l'ensemble du spectre de pulsation observé. L'étoile PG 1605+072 peut alors être considérée comme un objet en rotation lente, même si aucune structure fine régulière n'est détectable dans ce spectre réduit. Malheureusement, la procédure d'optimisation n'identifie aucune solution acceptable dans l'espace des paramètres considéré.

La section 6.4 revient à l'idée originale d'une étoile en rotation rapide pour PG 1605+072, qui est alors étudiée en incorporant le calcul des multiplets rotationnels dans la procédure d'optimisation avec les outils développés au début de la thèse. Un test de Kolmogorov-Smirnov effectué sur le spectre de pulsation complet (Kilkenny et al. 1999) révèle qu'un espacement en fréquence d'environ  $90 \mu\text{Hz}$  est régulièrement présent dans ces données. L'analyse astérosismologique mène à l'identification d'un modèle optimal globalement satisfaisant, correspondant à une étoile en rotation rapide ( $P_{\text{rot}} \sim 3.016 \text{ h}$ ) possédant une enveloppe d'hydrogène extrêmement fine. Cette caractéristique peut être interprétée par le statut évolutif de PG 1605+072, qui aurait déjà achevé la combustion centrale de l'hélium et se trouverait ainsi en phase post-EHB. Enfin, l'inclinaison dérivée est assez faible ( $i \lesssim 20^\circ$ ), et ce d'autant plus qu'est importante la contribution des pulsations à l'élargissement des raies mesuré de  $39 \text{ km s}^{-1}$ . Par ailleurs, le test de Kolmogorov-Smirnov de la figure 6.3 révèle quelques pics entre  $\Delta\nu \sim 0.02$  et  $0.05 \text{ mHz}$ , dont l'intensité est largement inférieure à celle du pic dominant. L'hypothèse d'une rotation modérée pour PG 1605+072 est également testée par l'astérosismologie, mais la solution obtenue se révèle peu intéressante.

Il est bon de rappeler que dans toutes les procédures d'optimisation, les limites sur les paramètres structuraux ont dû explicitement être réduites en raison de l'apparition systématique de spectres fréquentiels à modes mixtes, qui présentent une densité de modes anormalement élevée et dont les périodes de pulsation ne sont pas déterminées avec précision avec les modèles actuels de deuxième génération. Ainsi, il est impossible à ce stade d'évaluer l'intérêt des modèles à masse totale inférieure à  $\sim 0.45 M_{\odot}$  et à enveloppes plus épaisses que  $\log q(\text{H}) \gtrsim -4.00$ , ce qui exclut une partie conséquente de l'espace des paramètres habituels des étoiles sdB.

En conclusion, les expériences menées sur PG 1605+072 avec plusieurs hypothèses au niveau du taux de rotation suggèrent que cette dernière est probablement une étoile en rotation rapide, vue essentiellement par le pôle. Il est impossible en effet de trouver une solution satisfaisante à partir d'un spectre réduit interprété dans le cadre d'une rotation lente, tandis que le spectre fréquentiel observé ne présente pas d'indications claires en faveur d'une période de rotation modérée. Le modèle stellaire optimal obtenu pour PG 1605+072 semble indiquer une étoile sdB particulièrement évoluée, où l'enveloppe d'hydrogène est significativement réduite, comme ce qui avait été observé sur l'étoile Balloon 090100001 (section 3.1). En outre, la solution semble convenir à un scénario de formation impliquant la coalescence de deux naines blanches. L'exercice astérosismologique s'avère néanmoins particulièrement difficile pour PG 1605+072, et il faut souligner que l'étude présentée dans ce chapitre reste préliminaire, dans les limites des outils actuels. Un éclairage nouveau pourra être obtenu en utilisant les modèles complets de troisième génération, le cas échéant adaptés à l'évolution post-EHB marquée par la combustion en couche de l'hélium.

## Chapitre 7

# L'astérosismologie pour tester les théories de formation des étoiles sdB

L'un des objectifs de l'astérosismologie, par l'étude de la structure interne des étoiles au travers des oscillations qu'elles présentent, est de fournir des contraintes pour tester les théories de formation et d'évolution stellaire. Les étoiles sdB, nous l'avons vu au chapitre 2 (section 2.1.3 en particulier), sont le résultat d'une histoire évolutive complexe d'étoiles de la séquence principale, solitaires ou résidant au sein d'un système binaire. Il existe également un troisième canal de contribution majeure à la formation des étoiles sdB, par la coalescence d'un couple serré de naines blanches à hélium. Chaque scénario laisse une empreinte spécifique au niveau des paramètres structuraux des étoiles sdB ainsi formées, en particulier pour la masse totale dont la distribution est plus ou moins étendue autour d'une valeur moyenne propre au scénario considéré. Alors qu'il est difficile d'évaluer les masses stellaires par les techniques traditionnelles d'observation (et un biais statistique est inévitable par cette approche), elles constituent un des résultats de la méthode directe pour l'astérosismologie, comme illustré au cours des chapitres précédents pour plusieurs étoiles sdB solitaires ou appartenant à un système binaire. Il est ainsi possible de construire une distribution "empirique" des masses totales des étoiles sdB, et de comparer celle-ci avec les prédictions des travaux théoriques pour les différents scénarios de formation.

Ce chapitre propose d'effectuer une telle approche à partir des étoiles sdB pulsantes étudiées à ce jour par l'astérosismologie. Les cinq objets présentés dans cette thèse complètent les cinq objets modélisés antérieurement, dont les analyses astérosismologiques sont résumées à la section 7.1. La section 7.2 expose tout d'abord les propriétés de notre échantillon, et rappelle brièvement les distributions de masse prévues par les théories de formation. La confrontation des deux approches est ensuite réalisée et commentée, en fonction des biais statistiques apparaissant dans l'échantillon. Enfin, la section 7.3 présente les perspectives ouvertes dans la direction de ce travail qui, malgré les limitations actuelles liées à la taille restreinte de l'échantillon, illustre clairement le potentiel de l'astérosismologie pour tester les théories de formation et d'évolution stellaire.

## 7.1 Le point sur l'astérosismologie des étoiles sdB pulsantes

A ce jour (1<sup>er</sup> juin 2008), dix étoiles sdB pulsantes ont été étudiées par l'astérosismologie, en application de la méthode directe menant à la détermination complète de leurs paramètres structuraux. Cinq d'entre elles l'ont été dans le cadre de cette thèse et présentées au cours des chapitres précédents. Cette section présente une synthèse des cinq études astérosismologiques réalisées précédemment à mon travail, par ordre chronologique depuis le premier succès obtenu pour PG 0014+067 (Brassard et al. 2001).

### 7.1.1 PG 0014+067

PG 0014+067 a été la première étoile sdB pulsante étudiée par la méthode directe pour l'astérosismologie, en comparant les périodes observées avec les périodes calculées théoriquement à partir des modèles "de seconde génération" qui venaient d'être mis au point. L'approche et son application pour la détermination des paramètres structuraux de PG 0014+067 sont détaillées dans Brassard et al. (2001), où sont en outre présentées les premières estimations des paramètres atmosphériques et l'analyse complète de la courbe de lumière de l'étoile, qui n'était pas jusque-là réputée pour exhiber des pulsations d'amplitude observable. La variabilité de PG 0014+067 a ainsi été découverte en juin 1998 au 3.6-m CFHT avec le photomètre LAPOUNE, et a immédiatement été observée au cours de cinq nuits supplémentaires consécutives comme cible secondaire, collectant  $\sim 10$  h de données photométriques en lumière blanche d'excellente qualité. L'utilisation d'un grand télescope pour obtenir une bonne sensibilité est rendue nécessaire par la faible magnitude apparente de l'étoile ( $V \sim 15.9$ ) et les amplitudes peu importantes des pulsations ( $\lesssim 0.22$  %). L'analyse de Fourier de ces données a permis l'identification de 13 fréquences propres utilisables pour l'analyse astérosismologique, dont trois présentent une structure fine traduisant la rotation lente de l'étoile.

La procédure d'optimisation est menée dans un espace à quatre dimensions ( $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ ,  $\log q(\text{H})$  et  $M_*$ ), en considérant les modes théoriques  $\sigma_{kl,m=0}$  de  $l = 0, 1, 2$  et  $3$ . La nécessité d'inclure les modes de degré  $l = 3$  est due à la densité des périodes observées, en utilisant la hiérarchie canonique des amplitudes apparentes des modes de pulsation (la visibilité supérieure des degrés  $l = 4$  dans le domaine optique a été établie bien plus tard; Randall et al. 2005). Le modèle optimal (voir tableau 7.1) permet de reproduire simultanément et avec une très bonne précision les 13 périodes observées, qui sont prédites instables par la théorie non-adiabatique. Dix pics supplémentaires du spectre de Fourier, dont les amplitudes sont légèrement inférieures à la limite de détection considérée (trois fois le niveau de bruit), peuvent être associés à des périodes de pulsation théoriques sans dégradation de la fonction de mérite. L'ajustement des 23 périodes observées présente ainsi une dispersion moyenne  $\overline{\Delta X/X} \simeq 0.8\%$ , ce qui est un résultat absolument remarquable selon les standards de l'astérosismologie. Le tableau 7.1 présente les paramètres structuraux de PG 0014+067, en reproduction de la table 6 de Brassard et al. (2001).

Paramètre structural	Astérosismologie	Spectroscopie
$\log g$	$5.780 \pm 0.008$ (0.14%)	$5.77 \pm 0.10$ (1.73%)
$T_{\text{eff}}$ (K)	$34\,500 \pm 2\,690$ (7.80%)	$33\,550 \pm 380$ (1.13%)
$M_*/M_\odot$	$0.490 \pm 0.019$ (3.88%)	...
$\log(M_{\text{env}}/M_*)$	$-4.31 \pm 0.22$ (5.10%)	...
$R/R_\odot$ ( $M_*, g$ )	$0.149 \pm 0.004$ (2.68%)	...
$L/L_\odot$ ( $T_{\text{eff}}, R$ )	$28.5 \pm 10.4$ (36.5%)	$25.5 \pm 2.5$ (9.90%)
$M_V$ ( $g, T_{\text{eff}}, M_*$ )	$4.43 \pm 0.24$ (5.42%)	$4.48 \pm 0.12$ (2.68%)
$d$ ( $V, M_V$ ) (pc)	$1950 \pm 305$ (15.6%)	$1925 \pm 195$ (10.1%)
$P_{\text{rot}}$ (h)	$29.2 \pm 0.9$ (10.1%)	...
$V_{\text{eq}}$ ( $P_{\text{rot}}, R$ ) ( $\text{km s}^{-1}$ )	$6.20 \pm 0.36$ (5.81%)	...

TAB. 7.1: Paramètres structuraux de PG 0014+067 ( $V = 15.9 \pm 0.1$ ). Table 6 de Brassard et al. (2001).

Une nouvelle campagne d'observation a été menée au CFHT en août 1999 dans des conditions similaires à celles de l'année précédente, en récoltant  $\sim 20$  h de données pour PG 0014+067 (Charpinet et al. 2005b). L'analyse standard de Fourier révèle 12 périodes de pulsation indépendantes, dont 10 étaient déjà présentes dans les observations de juin 1998. Sans surprise, l'analyse astérosismologique en se basant sur ces 10 périodes (toujours en considérant les modes de degrés  $l \leq 3$ ) confirme les paramètres structuraux et l'identification obtenus par Brassard et al. (2001). Enfin, PG 0014+067 a tout récemment fait l'objet de la première étude astérosismologique avec les modèles complets d'étoiles sdB "de troisième génération" (Brassard & Fontaine 2008). À fins de comparaison significative avec les résultats précédents, la procédure d'optimisation est à nouveau menée avec les modes théoriques de degrés  $l \leq 3$ . Le modèle optimal présente des paramètres structuraux comparables à ceux de Brassard et al. (2001) et Charpinet et al. (2005b), malgré un changement dans l'identification du degré  $l$  de près de la moitié des modes de pulsation (Brassard & Fontaine 2008).

Par ailleurs, PG 0014+067 a été observée en photométrie multi-couleur  $u'g'r'$  avec le détecteur CCD ULTRACAM, installé au 4.2-m WHT de La Palma (Jeffery et al. 2005). L'analyse subséquente de Tremblay et al. (2006) exclut formellement la présence de degré  $l = 3$  pour plusieurs modes, en particulier pour la période de 141.06 s identifiée comme telle dans Brassard et al. (2001), Charpinet et al. (2005b) et Brassard & Fontaine (2008). Une analyse astérosismologique très préliminaire effectuée durant ma thèse montre qu'un modèle optimal similaire est retrouvé en considérant les degrés jusqu'à  $l = 4$  à l'exclusion de  $l = 3$  (la période de 141 s est alors identifiée à un  $l = 1$ ). Ce résultat est conforme à la conclusion à propos de l'identification précise des modes de pulsation pour la détermination des paramètres structuraux des étoiles sdB (section 3.1). Il devra néanmoins être confirmé, notamment à partir des modèles complets de troisième génération.

### 7.1.2 PG 1047+003

PG 1047+003 est une étoile sdB pulsante de type EC 14026 découverte en mars 1997 au télescope de 1.6-m du Mont Bigelow par l'équipe de l'Université de Montréal (Billères et al. 1997). Elle a également constitué une cible secondaire d'une campagne en juin 1997 au 3.6-m CFHT. L'analyse fréquentielle de  $\sim 8$  h de données photométriques réparties sur 4 nuits consécutives, qui n'a cependant jamais fait l'objet d'une publication détaillée, permet de déterminer 16 périodes de pulsation indépendantes. PG 1047+003 a également été observée lors d'une campagne organisée début 1998 depuis trois sites, totalisant 98 h environ de données pour une couverture de  $\sim 30\%$  (Kilkenny et al. 2002). 18 périodes de pulsation sont identifiées dans le spectre de Fourier, y compris 4 groupes de multiplets pouvant être associés à une rotation lente de l'étoile.

En combinant les spectres de pulsation du CFHT et de la campagne multi-site de 1998, Charpinet et al. (2003) sélectionnent 19 périodes dans l'intervalle 90 – 175 s pour l'analyse astérosismologique. Tous les modes de degrés  $l = 0$  à 4 sont considérés, ce qui est nécessaire pour reproduire la densité observée particulièrement élevée. Le modèle optimal, repris au tableau 7.2, est remarquablement cohérent avec les paramètres atmosphériques et produit un excellent ajustement  $\overline{\Delta X/X} \simeq 0.75\%$  des périodes observées, qui sont identifiées à des modes p instables par la théorie non-adiabatique (Charpinet et al. 2003).

Paramètre structural	Astérosismologie	Spectroscopie
$\log g$	$5.800 \pm 0.006$ (0.10%)	$5.80 \pm 0.04$ (0.69%)
$T_{\text{eff}}$ (K)	$33\,000 \pm 1\,600$ (7.80%)	$33\,150 \pm 200$ (2.90%)
$M_*/M_\odot$	$0.490 \pm 0.014$ (2.86%)	...
$\log(M_{\text{env}}/M_*)$	$-3.72 \pm 0.11$ (2.96%)	...
$R/R_\odot$ ( $M_*, g$ )	$0.146 \pm 0.003$ (2.05%)	...
$L/L_\odot$ ( $T_{\text{eff}}, R$ )	$22.7 \pm 5.3$ (23.3%)	$23.1 \pm 1.5$ (6.5%)

TAB. 7.2: Paramètres structuraux de PG 1047+003. Table 1 de Charpinet et al. (2003).

PG 1047+003 a été observée en spectroscopie résolue temporellement avec l'instrument FORS-2 du 8.2-m VLT au Chili, où j'ai eu la chance de me rendre pour quatre demi-nuits d'observation début avril 2008. L'objectif est d'obtenir des contraintes sur l'identification des modes (degrés  $l$  et ordres azimutaux  $m$ ) par les variations des profils de raies au cours d'un cycle de pulsation, et ultimement de confronter cette identification aux prédictions de la méthode directe. L'expérience acquise avec les résultats de la photométrie multi-couleur indique que les paramètres structuraux de PG 1047+003 proposés au tableau 7.2 devraient rester robustes, mais des indications intéressantes sur la présence des degrés  $l = 3$  ici nécessaire ainsi que sur les ordres  $m$  pourraient être fournies, bien que PG 1047+003 semble être un rotateur lent (Kilkenny et al. 2002).

### 7.1.3 PG 1219+534

La variabilité de PG 1219+534 a été rapportée pour la première fois par Koen et al. (1999), où les quatre périodes observées dans l'intervalle 128 – 148 s la rangent parmi les étoiles sdB pulsantes de type EC 14026. Une campagne d'observation avec le photomètre LAPOUNE installé au CFHT lui a été exclusivement dédiée du 9 au 12 mars 2004, sous des conditions atmosphériques relativement médiocres lors des deux premières nuits, mais proches de la perfection pour les troisième et surtout quatrième nuits. Neuf périodes de pulsation sont identifiées sans ambiguïté dans le spectre de Fourier (Charpinet et al. 2005c). A la résolution de la campagne ( $\sim 4 \mu\text{Hz}$ ), PG 1219+534 ne présente pas de structure fine générée par la rotation de l'étoile.

L'étude astérosismologique est menée pour la première fois avec le schéma complet de double-optimisation basé sur des algorithmes génétiques (voir section 2.3.3), abandonnant le calcul de gigantesques grilles de paramètres qui prévalait jusque là. La procédure est conduite dans l'espace à quatre dimensions ( $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ ,  $\log q(\text{H})$  et  $M_*$ ), en comparaison avec les modes de pulsation théoriques  $\sigma_{kl,m=0}$  de  $l = 0, 1, 2$  et  $3$ . Le modèle optimal, indiqué au tableau 7.3, présente un ajustement moyen  $\overline{\Delta X/X} \simeq 0.6\%$  où toutes les périodes observées sont associées à des modes p instables selon le calcul non-adiabatique (Charpinet et al. 2005c).

Paramètre structural	Astérosismologie	Spectroscopie
$\log g$	$5.8071 \pm 0.0057$ (0.10%)	$5.810 \pm 0.046$ (0.79%)
$T_{\text{eff}}$ (K)	$33\,640 \pm 1\,360$ (4.04%)	$33\,600 \pm 370$ (1.10%)
$M_*/M_\odot$	$0.457 \pm 0.012$ (2.63%)	...
$\log(M_{\text{env}}/M_*)$	$-4.254 \pm 0.147$ (3.46%)	...
$R/R_\odot$ ( $M_*, g$ )	$0.1197 \pm 0.0028$ (2.00%)	...
$L/L_\odot$ ( $T_{\text{eff}}, R$ )	$22.12 \pm 4.46$ (20.2%)	$22.01 \pm 1.85$ (8.41%)
$M_V$ ( $g, T_{\text{eff}}, M_*$ )	$4.61 \pm 0.12$ (2.60%)	$4.62 \pm 0.06$ (1.30%)
$d$ ( $V, M_V$ ) (pc)	$532 \pm 37$ (6.95%)	$531 \pm 23$ (4.33%)
$P_{\text{rot}}$ (jour)	$\gtrsim 3.4$	...
$V_{\text{eq}}$ ( $P_{\text{rot}}, R$ ) ( $\text{km s}^{-1}$ )	$\lesssim 2.1$	...
$V_{\text{eq}} \sin i$ ( $\text{km s}^{-1}$ )	$\lesssim 2.1$	$\lesssim 10$

TAB. 7.3: Paramètres structuraux de PG 1219+534 ( $V = 13.24 \pm 0.20$ ). Table 5 de Charpinet et al. (2005c).

### 7.1.4 EC 20117–4014

EC 20117–4014 a été l'une des toutes premières étoiles sdB pulsantes identifiées par le groupe d'astronomes d'Afrique du Sud, avec trois périodes à 137.3, 142.1 et 157.4 s (O'Donoghue et al. 1997). Deux campagnes ont ensuite été organisées en juin-juillet 2001 et 2002 avec le 0.75-m du SAAO, supporté en 2002 par le télescope danois de 1.54-m de La Silla au Chili (Randall et al. 2006a). En dépit de ces efforts observationnels importants, le spectre de Fourier ne révèle que les trois périodes de pulsation déjà identifiées par

O'Donoghue et al. (1997). Par ailleurs, la présence d'un compagnon se manifeste par la nature composite du spectre de EC 20117–4014, tandis que de légères variations dans les périodes observées à différentes époques traduisent le mouvement orbital de l'étoile sdB. Le compagnon est une étoile de la séquence principale de type F tardif (O'Donoghue et al. 1997), tandis que la période orbitale du système est estimée entre 20 et 340 jours (Randall et al. 2006a). Séparer les contributions des deux étoiles d'un spectre composite est une procédure délicate, menant généralement à des estimations relativement grossières des gravités de surface et des températures effectives. Pour l'étoile sdB, cette dernière est estimée à  $T_{\text{eff}} = 34\,800 \pm 2\,000$  K (voir Randall et al. 2006a).

Il est heureusement possible, même lorsque le nombre de périodes de pulsation observées est faible (ici trois seulement), d'effectuer une analyse astérosismologique fructueuse. La procédure, où seuls les modes théoriques de degrés  $l \leq 2$  sont considérés, est détaillée dans Randall et al. (2006a). Le modèle optimal permet de reproduire les périodes à la précision des observations, avec les paramètres structuraux repris au tableau 7.4. Leurs valeurs diffèrent légèrement selon la température effective de l'étoile aux bornes de l'intervalle spectroscopique, ce qui constitue ici l'estimation des erreurs associées à chaque paramètre.

Paramètre structural	$T_{\text{eff}} = 32\,800$ K	$T_{\text{eff}} = 36\,800$ K
$\log g$	5.848	5.864
$M_*/M_\odot$	0.504	0.585
$\log q(\text{H})$	-4.099	-4.250
$R/R_\odot (M_*, g)$	0.140	0.148
$L/L_\odot (T_{\text{eff}}, R)$	20.5	36.3
$M_V (g, T_{\text{eff}}, M_*)$	4.66	4.33
$d (V, M_V)$ (pc)	600	698

TAB. 7.4: Paramètres structuraux de EC 20117–4014. Table 5 de Randall et al. (2006a).

### 7.1.5 PG 1325+101

PG 1325+101, identifiée comme une étoile sdB pulsante de type EC 14026 par Silvotti et al. (2002), exhibe un spectre de pulsation relativement riche révélé par  $\sim 215$  h d'observations photométriques d'une campagne multi-site effectuée au printemps 2003 (Silvotti et al. 2006). Au moins 12 périodes de pulsation indépendantes sont identifiées, dont deux appartiennent à des multiplets équidistants d'environ  $7 \mu\text{Hz}$ . Il n'existe aucun indice en faveur de la présence d'un compagnon à l'étoile sdB PG 1325+101. L'analyse astérosismologique complète est reportée dans Charpinet et al. (2006), à partir des 12 périodes observées comparées aux modes théoriques de degrés  $l = 0$  à 4. Le modèle optimal, repris au tableau 7.5, présente un ajustement moyen  $\overline{\Delta X/X} \simeq 0.46\%$ , tandis que plusieurs pics supplémentaires de faible amplitude du spectre de Fourier peuvent être associés à des pulsations théoriques sans dégradation notable de la fonction de mérite.



Paramètre structural	Estimation
$T_{\text{eff}}$ (K) (spectroscopie)	$35\,050 \pm 220$ (0.6%)
$\log g$	$5.811 \pm 0.004$ (0.07%)
$M_*/M_\odot$	$0.50 \pm 0.01$ (2.0%)
$\log(M_{\text{env}}/M_*)$	$-4.18 \pm 0.10$ (2.4%)
$R/R_\odot (M_*, g)$	$0.145 \pm 0.002$ (1.5%)
$L/L_\odot (T_{\text{eff}}, R)$	$28.3 \pm 1.5$ (5.4%)
$M_V (g, T_{\text{eff}}, M_*)$	$4.45 \pm 0.04$ (0.9%)
$d (V, M_V)$ (pc)	$820 \pm 21$ (2.6%)
$P_{\text{rot}}$ (jour)	$1.6 \pm 0.2$ (12.5%)
$V_{\text{eq}} (P_{\text{rot}}, R)$ (km s <sup>-1</sup> )	$4.6 \pm 0.6$ (13.9%)

TAB. 7.5: Paramètres structuraux de PG 1325+101 ( $V = 14.019 \pm 0.012$ ). Table 3 de Charpinet et al. (2006).

## 7.2 La distribution de masse des étoiles sdB

### 7.2.1 Propriétés de l'échantillon des étoiles sdB pulsantes étudiées par l'astérosismologie

L'échantillon des étoiles sdB pulsantes dont les paramètres structuraux ont été déterminés par l'astérosismologie est actuellement constitué de 10 objets, les cinq présentés à la section précédente auxquelles s'ajoutent les cinq étoiles étudiées dans les chapitres 3 à 6 de cette thèse. Le tableau 7.6 récapitule les masses totales et les masses de l'enveloppe d'hydrogène pour ces 10 étoiles, qui sont représentées graphiquement à la figure 7.1 dans le plan  $M_* - M_{\text{env}}$ .

Nom	$M_*/M_\odot$	$\log(M_{\text{env}}/M_*)$
PG 0014+067	$0.490 \pm 0.019$	$-4.31 \pm 0.22$
PG 1047+003	$0.490 \pm 0.014$	$-3.72 \pm 0.11$
PG 1219+534	$0.457 \pm 0.012$	$-4.254 \pm 0.147$
EC 20117-4014	$0.544 \pm 0.040$	$-4.084 \pm 0.075$
PG 1325+101	$0.50 \pm 0.01$	$-4.18 \pm 0.10$
Balloon 090100001	$0.432 \pm 0.015$	$-4.89 \pm 0.14$
PG 1336-018	$0.459 \pm 0.005$	$-4.54 \pm 0.07$
Feige 48	$0.519 \pm 0.009$	$-2.52 \pm 0.06$
PG 0911+456	$0.39 \pm 0.01$	$-4.69 \pm 0.07$
PG 1605+072	$0.528 \pm 0.002$	$-5.88 \pm 0.04$

TAB. 7.6: Récapitulatif : masses totales et masses de l'enveloppe d'hydrogène pour les 10 étoiles sdB pulsantes étudiées par l'astérosismologie.

Pour la totalité des étoiles sdB de notre échantillon, la masse totale  $M_*$  est pratiquement identique à la masse du cœur de l'étoile, notée  $M_c \equiv M_* - M_{\text{env}}$ . La masse de l'enveloppe d'hydrogène est en effet négligeable dans tous les cas, variant de  $\log(M_{\text{env}}/M_*) = -5.88$  soit  $M_{\text{env}} = 0.7 \times 10^{-6} M_\odot$  pour PG 1605+072 à  $\log(M_{\text{env}}/M_*) = -2.52$ , soit  $M_{\text{env}} = 1.6 \times 10^{-3} M_\odot$  pour Feige 48.

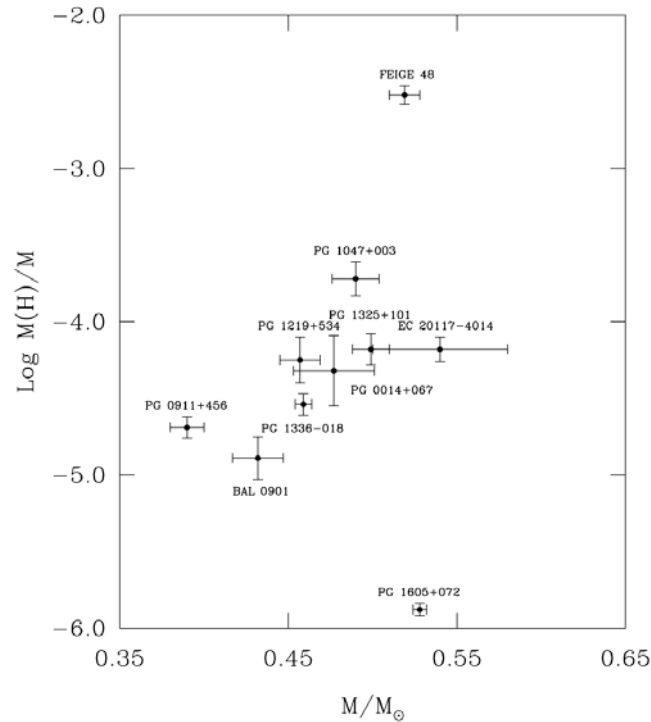


FIG. 7.1: Illustration graphique des masses totales et masses de l'enveloppe d'hydrogène déterminées par l'astérosismologie pour les 10 étoiles sdB pulsantes de notre échantillon.

Seulement 3 étoiles sdB sur les 10 de notre échantillon s'avèrent appartenir à des couples binaires, ce qui est bien inférieur à la proportion obtenue par les relevés observationnels (au moins 50% ; voir section 2.1.3). PG 1336-018 et Feige 48 sont deux couples serrés, où le compagnon est respectivement une étoile de type M de la séquence principale et une naine blanche. EC 20117-4014 est quant à lui un système binaire à longue période orbitale, composé d'une étoile sdB et d'une étoile de type F de la séquence principale. Les 7 autres étoiles ne présentent aucun indice en faveur de la présence d'un compagnon. Il est évidemment possible que ce dernier n'ait pas été détecté avec les moyens déployés spécifiquement à chaque étoile (seule une limite peut généralement être donnée quant à la nature d'un éventuel compagnon). Cette situation n'est pas représentative de la classe des étoiles sdB pulsantes, où est observé une fraction de binarité équivalente à celle de l'ensemble des étoiles sdB. En fait, notre échantillon est très certainement biaisé par le choix des étoiles en fonction de leur potentiel astérosismologique. Tout d'abord, il était évité autant que possible les étoiles sdB présentant un spectre composite (révélant la présence d'un compagnon de la séquence principale), où les paramètres atmosphériques sont plus difficiles à déterminer avec précision (voir l'exemple de EC 20117-4014). Or, la température

effective comme la gravité de surface fournissent des contraintes souvent essentielles pour la discrimination entre plusieurs solutions astérosismologiques potentielles, comme illustré à plusieurs reprises au cours des chapitres précédents. Ce handicap est progressivement levé avec les progrès de l'analyse spectroscopique pour la séparation des contributions de différentes composantes, et ce biais à l'exclusion des systèmes sdB + étoile de la séquence principale pourra ainsi être écarté. Par ailleurs, il était difficile aux débuts de l'astérosismologie des étoiles sdB de modéliser les spectres de pulsation particulièrement riches des étoiles en rotation rapide. Or, ces dernières appartiennent généralement à des systèmes binaires serrés (à l'exception notable de PG 1605+072). Cette limitation est désormais levée par l'introduction des effets de la rotation stellaire sur les pulsations, travail réalisé au cours de cette thèse et sans lequel il aurait été impossible d'étudier une étoile comme PG 1336–018 par exemple. Le biais lié à l'exclusion de telles étoiles pourra ainsi être complètement corrigé avec l'analyse de plusieurs données disponibles d'étoiles sdB résidant en couple serré.

## 7.2.2 Les distributions de masse selon les théories de formation des étoiles sdB

### A partir d'une étoile solitaire

Le contexte général de l'histoire évolutive d'une étoile solitaire à son arrivée sur la branche horizontale a été étudié par Dorman et al. (1993 ; voir aussi D'Cruz et al. 1996). Après l'épisode du flash de l'hélium au sommet de la branche des géantes rouges, toutes les étoiles de la branche horizontale présentent un cœur de masse de  $M_c \sim 0.48 M_\odot$  environ, selon la composition chimique considérée (métallicité  $Z$ , abondance d'hélium  $Y$  ; voir Dorman et al. 1993). Cette masse est déterminée par la masse critique à laquelle la dégénérescence du noyau est levée au cours du flash, pour atteindre un régime stable de combustion nucléaire centrale de l'hélium (e.g. Vandenberg 1992). Les étoiles sdB sont identifiées aux étoiles de la branche horizontale extrême, dont les masses de l'enveloppe d'hydrogène sont inférieures à  $M_{\text{env}} \lesssim 0.02 M_\odot$ . Les masses totales sont ainsi comprises dans l'intervalle  $0.40 - 0.43 \leq M_*/M_\odot \leq 0.52$  selon la composition chimique de l'étoile (les métallicités faibles sont associées aux masses de cœur élevées ; Dorman et al. 1993). La limite inférieure, relativement floue, correspond à la masse minimum nécessaire à l'amorçage de la combustion nucléaire centrale de l'hélium. La masse supérieure définit quant à elle la limite de la branche horizontale extrême ; au-delà, les étoiles présentent des enveloppes suffisamment massives ( $M_{\text{env}} \gtrsim 0.02 M_\odot$ ) pour évoluer vers les phases classiques menant à la formation d'une nébuleuse planétaire (voir section 2.1.4).

### A partir d'une étoile binaire

Il existe trois scénarios d'évolution binaire menant à la formation d'une étoile de type sdB, selon les caractéristiques initiales du système (Han et al. 2002, 2003 ; voir la section 2.1.3 pour les détails). Le premier suppose la création puis l'éjection d'une enveloppe

commune, où l'étoile sdB réside alors en couple serré avec une étoile compacte ou de la séquence principale. Le transfert de masse stable par l'overflow du lobe de Roche génère une étoile sdB appartenant à un système beaucoup plus large, où le compagnon est obligatoirement une étoile de la séquence principale. Enfin, la coalescence d'un système de deux naines blanches à hélium résulte en une étoile sdB solitaire. Les distributions de masse prévues par ces trois scénarios ainsi que leur importance relative, selon les simulations de Han et al. (2002, 2003), sont indiquées à la figure 7.2 (déjà présentée à la figure 2.6). Ces distributions correspondent à un ensemble particulier de paramètres donnés (métallicité  $Z$ , rapport de masse critique pour un transfert de masse stable  $q_{\text{crit}}$ , efficacité de ce transfert de masse  $\alpha$ , etc.). Faire varier ces paramètres, en général peu contraints par les observations, modifie assez significativement les poids relatifs des différents scénarios (voir la table 2 et la discussion subséquente de Han et al. 2003).

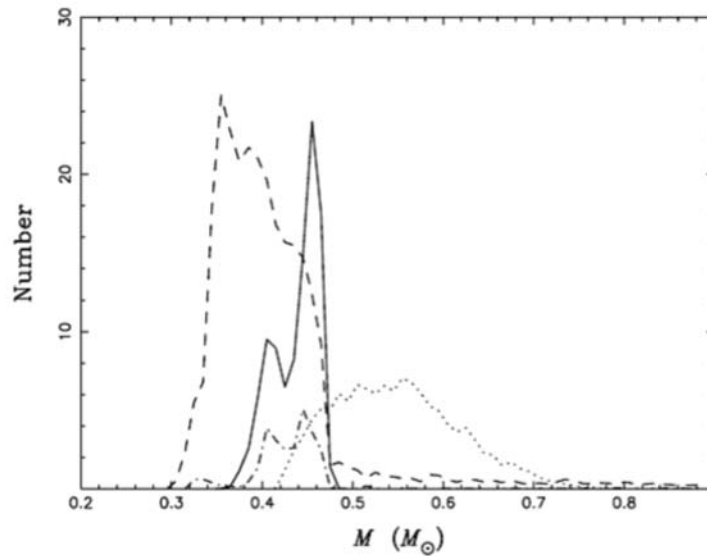


FIG. 7.2: Distribution de masse des étoiles sdB selon différents scénarios de formation (Figure 12, Han et al. 2003). *Traits pleins et tirets-pointé* : par éjection d'une enveloppe commune, avec un compagnon respectivement séquence principale et naine blanche. *Tirets* : par transfert de masse stable par overflow du lobe de Roche. *Pointillés* : par coalescence de deux naines blanches.

Les prédictions des théories de formation doivent être comparées aux observations, aussi bien pour les paramètres structuraux des étoiles sdB que pour la fréquence et les caractéristiques des systèmes binaires comme la période orbitale et la nature du compagnon (ceci est discuté dans la deuxième partie de Han et al. 2003). Premièrement, plusieurs relevés observationnels indiquent qu'au moins la moitié des étoiles sdB résident au sein d'un système binaire (section 2.1.3). Par ailleurs, quelques remarques ont déjà été soulignées à la fin de la section 2.1.3 à propos de propriétés observées des étoiles sdB en couple, préférentiellement soit en orbite serrée avec une naine blanche soit en orbite large

avec un compagnon de la séquence principale. Peu de systèmes serrés sdB + séquence principale ont été repérés, et le cas échéant uniquement avec des étoiles de type M. Ces caractéristiques relevées par les observations fournissent alors des contraintes pour déterminer le poids relatif des différents scénarios des théories de formation. Ceci devrait alors permettre d'affiner les paramètres intrinsèques des modèles  $(Z, q_{\text{crit}}, \alpha)$ , ce qui a une importance certaine pour la physique stellaire en général.

Nous nous concentrons à présent sur l'aspect des prédictions théoriques au niveau des paramètres structuraux de l'étoile sdB formée, en particulier pour la masse totale dont la distribution est caractéristique du scénario envisagé. Comme il a déjà été souligné à la fin de la section 2.1.3, les techniques observationnelles pour la détermination directe des masses stellaires sont peu nombreuses, et ne s'appliquent qu'à des configurations très spécifiques et rares comme un système binaire à éclipses. Il existe dès lors un biais statistique permettant de vérifier seulement, et avec un nombre limité d'objets, les prédictions du scénario correspondant (en l'occurrence l'éjection d'une enveloppe commune). La méthode directe pour l'astérosismologie, applicable pour les étoiles sdB pulsantes solitaires et appartenant à un système binaire, est alors le moyen plus approprié pour tester les résultats des différents scénarios. Ceci est effectué à la partie suivante, avec l'échantillon des dix étoiles sdB actuellement disponible.

### 7.2.3 Confrontation des résultats des théories de formation à ceux l'astérosismologie

La figure 7.3 compare les distributions de masse prédites par les théories de formation et celle obtenue par l'astérosismologie pour les dix étoiles sdB pulsantes de l'échantillon. Les masses stellaires prévues par le scénario d'évolution solitaire sont comprises dans l'intervalle  $0.40 - 0.43 \leq M_*/M_\odot \leq 0.52$  selon la composition chimique de l'étoile (limites en rouge ; Dorman et al. 1993). La courbe en bleu correspond à la distribution *moyenne* des trois scénarios d'évolution binaire, pondérée en fonction du biais observationnel de "sélection GK" (voir section 2.1.3 et figure 22 de Han et al. 2003). Les masses au-delà de  $0.70 M_\odot$  ne sont pas indiquées en raison de leur caractère exceptionnel (Han et al. 2002, 2003). Les masses totales déterminées par l'astérosismologie, en considérant les erreurs spécifiques à chaque étoile, sont présentées sous forme d'histogramme avec 8 classes possibles de largeur  $0.05 M_\odot$  entre  $0.30$  et  $0.70 M_\odot$ . Ce nombre est suffisamment petit pour assurer une bonne résolution de cet intervalle, mais suffisamment grand pour obtenir une vue d'ensemble de la distribution de masse des étoiles sdB (on ne cherche pas ici à mener des comparaisons individuelles). Finalement, les distributions théoriques sont ajustées de telle sorte que l'intégrale sous la courbe soit égale à l'intégrale de l'histogramme.

La figure 7.3 révèle que les étoiles sdB de notre échantillon se distribuent préférentiellement entre  $0.48$  et  $0.53 M_\odot$ , tandis que la classe entre  $0.43$  et  $0.48 M_\odot$  possède également un poids important (rappelons que les masses stellaires sont considérées avec les erreurs associées). L'histogramme est complété par les ailes  $0.38 - 0.43 M_\odot$  (minimum défini par PG 0911+456) et  $0.53 - 0.58 M_\odot$  (maximum obtenu par EC 20117-4014).

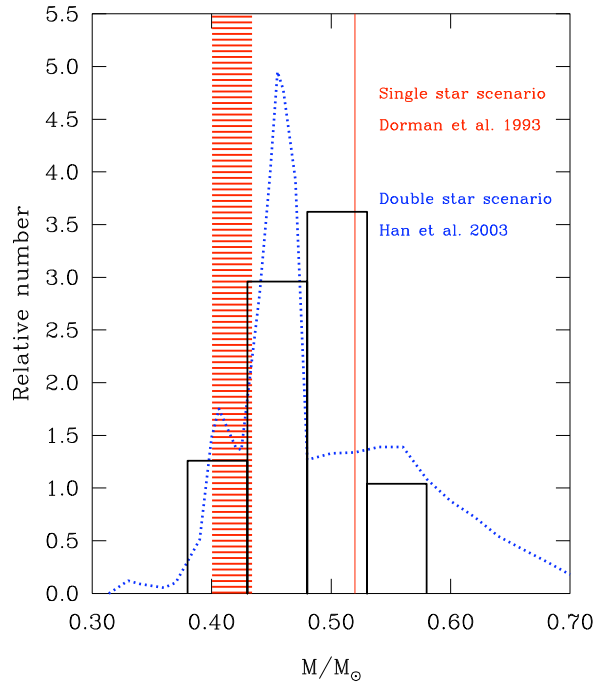


FIG. 7.3: Distribution des masses totales des étoiles sdB déterminées par l'astérosismologie, comparée aux prédictions des théories d'évolution solitaire (rouge) et binaire (bleu).

De manière générale, la distribution de masse des étoiles sdB étudiées par l'astérosismologie s'accorde relativement bien avec les prédictions des théories de formation. La masse la plus probable à  $\sim 0.46 M_{\odot}$  d'après la courbe bleue de la figure 7.3 est obtenue par l'évolution depuis la séquence principale d'étoiles binaires, selon l'éjection d'une enveloppe commune et le transfert de masse stable par l'overflow du lobe de Roche. Ces mécanismes sont peu présents dans notre échantillon, où seulement 3 étoiles sur 10 sont confirmées appartenir à un système binaire tandis que les 7 autres semblent être solitaires. En revanche, la coalescence de deux naines blanches à hélium, le seul scénario d'évolution binaire résultant en une étoile sdB solitaire, est quant à lui décentré vers les plus hautes masses autour de  $\sim 0.52 M_{\odot}$ . Ceci pourrait expliquer, au moins en partie, le léger décalage observé entre la distribution théorique d'évolution binaire et l'histogramme des masses déterminées par l'astérosismologie. Enfin, il est difficile sur la base de notre échantillon d'évaluer la contribution du scénario d'évolution isolée de Dorman et al. (1993; voir aussi D'Cruz et al. 1996) à la formation des étoiles sdB en général. Cette possibilité n'est pas formellement exclue pour plusieurs étoiles sdB pulsantes, mais le recouvrement de la distribution de masse prévue entre 0.40 et 0.50  $M_{\odot}$  environ avec celle du scénario de coalescence de deux naines blanches rend la discrimination entre les deux théories presque impossible sur la base de ce seul argument.

### 7.3 Conclusion et perspectives

En conclusion, les informations que l'on peut tirer de la figure 7.3 sont relativement restreintes; d'une part à cause de la taille de notre échantillon constitué actuellement de dix objets et d'autre part en raison du biais statistique en faveur des étoiles solitaires, pour les raisons évoquées à la section 7.2.1. Les cibles étaient en effet jusqu'ici choisies en fonction de leur potentiel astérosismologique, de manière à éviter les difficultés d'interprétation apparaissant pour certaines étoiles sdB où se manifeste la présence d'un compagnon brillant et/ou une rotation rapide. Un tel biais dans notre échantillon pourrait expliquer le léger décalage vers les plus hautes masses (entre 0.48 et 0.53  $M_{\odot}$ ) de l'histogramme par rapport à la distribution centrée autour de  $\sim 0.46 M_{\odot}$  des théories d'évolution binaire. L'importance du scénario d'évolution solitaire est difficile à évaluer à partir du seul argument de la distribution de masse.

Malgré les limitations actuelles, ce travail illustre clairement le potentiel de l'astérosismologie pour tester les théories de formation et d'évolution stellaire. Des progrès constants sont réalisés dans la modélisation des étoiles sdB, tant au niveau des codes de pulsation avec l'introduction des effets de la rotation que des outils pour l'analyse sismique, notamment pour le traitement des spectres composites. Avec 10 étoiles étudiées par l'astérosismologie sur les 38 connues de la classe des sdB pulsantes EC 14026, la marge de progression pour augmenter les statistiques est encore importante. Il faut également mentionner la mise au point de modèles de troisième génération, qui permettront d'étudier par l'astérosismologie la classe des étoiles sdB pulsantes à longues périodes. Ces développements permettront de lever les biais actuels, et d'augmenter du même coup la taille de l'échantillon qui deviendra statistiquement significatif. Il devrait être également possible d'isoler les distributions de masse pour chaque scénario potentiel de formation d'une étoile sdB, et d'obtenir leurs importances relatives. Ceci complétera les statistiques au niveau de la fréquence et de la nature des systèmes sdB binaires ainsi que de leurs caractéristiques orbitales fournies par les relevés observationnels à grande échelle. La combinaison de ces techniques devrait en retour permettre d'affiner les théories d'évolution stellaire, pour aboutir à une meilleure compréhension globale du phénomène de formation d'une étoile sdB.





# Conclusion générale

Le travail présenté dans cette thèse porte sur l'étude des étoiles sous-naines de type B (sdB) par les outils de l'astérosismologie, en interprétant les variations de luminosité que présentent certaines d'entre elles pour modéliser leur structure interne. Situées à l'extrémité chaude de la branche horizontale, les étoiles sdB sont dans une phase de fusion de l'hélium dans les régions centrales et possèdent une enveloppe extrêmement fine, ce qui est la principale difficulté rencontrée par les théories pour expliquer la formation de ce type d'objets. Depuis l'identification d'un mécanisme efficace d'excitation des pulsations en 1996, les étoiles sdB se sont révélées être des laboratoires privilégiés pour une étude par l'astérosismologie. L'approche utilisée met en œuvre la méthode directe, qui consiste à reproduire directement et le plus précisément possible le spectre de pulsation observé dans l'étoile considérée par un spectre de pulsation théorique calculé à partir de modèles appropriés.

La première partie de ce travail démontre clairement la validité de la méthode directe pour l'astérosismologie, par les études détaillées des étoiles sdB pulsantes Balloon 090100001 et PG 1336–018. Dans le premier cas, l'identification des modes de pulsation obtenue comme un résultat de la méthode directe est comparée aux contraintes indépendantes fournies par l'observation en photométrie multi-couleur. Que ces contraintes soient utilisées ou non dans la procédure d'optimisation, les paramètres structuraux de Balloon 090100001 restent essentiellement inchangés. Ce résultat, expliqué par la structure des modes  $p$  dans les étoiles sdB, implique qu'une identification préalable des modes de pulsation n'est pas forcément nécessaire pour la détermination des paramètres structuraux, ce qui constitue l'objectif ultime de l'astérosismologie. Dans le deuxième cas, c'est la fiabilité du résultat fondamental de notre méthode qui est testée, à savoir la détermination des paramètres structuraux de l'étoile considérée. Il est bien connu que les masses et rayons stellaires peuvent également être obtenus par résolution du mouvement orbital dans les cas rares de systèmes binaires à éclipses, et PG 1336–018 est la seule étoile sdB pulsante connue présentant une telle configuration. L'accord entre ces deux techniques complètement indépendantes est remarquable puisque les masses et les rayons dérivés diffèrent de moins de 1.5%, ce qui permet de conclure que les paramètres structuraux sont obtenus de manière fiable et avec une excellente précision par l'astérosismologie.

Le deuxième axe concerne l'étude de la dynamique interne des étoiles sdB, avec les outils développés au début de la thèse pour introduire les effets de la rotation stellaire sur les pulsations. La détermination des profils de rotation interne de Feige 48 et PG 1336–018, deux étoiles sdB appartenant à des systèmes binaires serrés, indique que la rotation synchrone (égalité entre la période de rotation et la période orbitale) est atteinte dans la plus grande partie de ces étoiles, de la surface jusqu'à respectivement  $\sim 0.22 R_*$  et  $\sim 0.55 R_*$  au moins. La dynamique des régions plus internes ne peut être sondée avec le type des modes de pulsation à l'œuvre dans les deux étoiles sdB considérées. Ce résultat constitue la première démonstration, selon la profondeur et à ce niveau de précision, d'une telle synchronisation par l'action des forces de marée dans une étoile en couple serré.

Enfin, les étoiles présentées dans cette thèse doublent l'échantillon des étoiles sdB étudiées par l'astérosismologie, qui sont désormais au nombre de dix. Ceci autorise la construction d'une distribution "empirique" des masses totales des étoiles sdB, à comparer aux distributions de masse obtenues par les travaux théoriques pour les différents scénarios de formation d'une étoile sdB, selon une évolution solitaire ou binaire. Un bon accord général entre les prédictions théoriques et les résultats de l'astérosismologie semble émerger, mais l'échantillon actuel n'est pas complet d'un point de vue statistique et est assez fortement biaisé en faveur des étoiles sdB solitaires. Malgré cette limitation, ce travail illustre clairement le potentiel de l'astérosismologie pour tester les théories de formation et d'évolution stellaire.

L'astérosismologie des étoiles sdB se révèle ainsi particulièrement fructueuse pour l'étude de plusieurs aspects fondamentaux de la physique stellaire. Le perfectionnement des outils disponibles, pour l'étude de la dynamique interne ou bien au niveau du degré de réalisme des modèles, permettra d'affiner les connaissances des propriétés générales des étoiles sdB. Il existe par ailleurs une deuxième classe d'étoiles sdB pulsantes, dont le potentiel astérosismologique n'a pas encore été pleinement exploité depuis leur découverte en 2003. Ces étoiles présentent des pulsations de longues périodes attribuées à des modes de gravité, qui sondent les régions intérieures jusqu'au noyau convectif. Avec les récentes améliorations des modèles pour incorporer une description plus réaliste de ces régions (un aspect qui n'était pas critique auparavant), les outils numériques sont désormais adaptés à l'étude par l'astérosismologie de ces étoiles sdB pulsantes à longues périodes. Ceci devrait permettre de déterminer certains paramètres liés à la convection (taille du noyau, extension de la zone d'overshooting), dont les propriétés sont très mal connues dans les milieux stellaires. Par ailleurs, la sensibilité des pulsations aux régions internes complétera en profondeur les profils de rotation interne des étoiles sdB. Ceci devrait en particulier apporter des contraintes supplémentaires pour l'étude des conditions de synchronisation dans les systèmes binaires. Enfin, l'échantillon des étoiles sdB étudiées par l'astérosismologie pourra être augmenté de façon significative, afin d'améliorer sa représentativité statistique. La confrontation avec les résultats des théories d'évolution stellaire devrait permettre d'aboutir à une meilleure compréhension de la formation d'une étoile sdB.

Le champ d'application de la méthode directe pour l'astérosismologie, dont la validité a été démontrée au cours de cette thèse, peut en principe être élargi à tout type d'étoile pulsante. Les outils pour l'analyse sismique développés dans le cadre des étoiles sdB (codes de pulsation, algorithmes d'optimisation) sont en effet parfaitement généraux, pouvant s'appliquer à partir de modèles stellaires suffisamment réalistes de la classe d'étoiles pulsantes considérée. L'analyse systématique des données observationnelles pour l'astérosismologie est un enjeu important des toutes prochaines années, puisque des instruments équipant de grands télescopes ainsi que plusieurs missions spatiales sont désormais dédiés à l'étude des pulsations stellaires. Parmi celles-ci, le satellite français COROT observe avec une précision inédite un large échantillon d'étoiles pulsantes depuis son lancement fin 2006. Plusieurs projets ambitieux sont également en préparation ou à l'étude, depuis le sol (par exemple le projet SIAMOIS en Antarctique) et dans l'espace (KEPLER, PLATO). Ces projets portent des promesses d'avancées scientifiques majeures pour la physique stellaire et les domaines qui s'y rattachent.



# Bibliographie

- Aerts, C., Jeffery, C. S., Fontaine, G., et al. 2006, MNRAS, 367, 1317
- Allard, F., Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., & Lamontagne, R. 1994, AJ, 107, 1565
- Altmann, M., Edelmann, H., & de Boer, K. S. 2004, A&A, 414, 181
- Aznar Cuadrado, R. & Jeffery, C. S. 2001, A&A, 368, 994
- Baran, A., Oreiro, R., Pigulski, A., Pérez Hernández, F., & Ulla, A. 2006, Baltic Astronomy, 15, 227
- Baran, A., Pigulski, A., Koziel, D., et al. 2005, MNRAS, 360, 737
- Berger, J. 1963, PASP, 75, 393
- Bergeron, P., Wesemael, F., Beauchamp, A., et al. 1994, ApJ, 432, 305
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 1997, ApJL, 487, L81+
- Billères, M., Fontaine, G., Brassard, P., & Liebert, J. 2002, ApJ, 578, 515
- Blanchette, J.-P., Chayer, P., Wesemael, F., et al. 2005, JRASC, 99, 133
- Bonanno, A., Catalano, S., Frasca, A., Mignemi, G., & Paternò, L. 2003, A&A, 398, 283
- Brassard, P. 1991, PhD thesis, Université de Montréal (Canada)
- Brassard, P. & Charpinet, S. 2008, Ap&SS, 6
- Brassard, P. & Fontaine, G. 2008, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 392, Hot Subdwarf Stars and Related Objects, ed. U. Heber, C. S. Jeffery, & R. Napiwotzki, 261–+
- Brassard, P., Fontaine, G., Billères, M., et al. 2001, ApJ, 563, 1013
- Brassard, P., Fontaine, G., & Wesemael, F. 1995, ApJS, 96, 545
- Brassard, P., Pelletier, C., Fontaine, G., & Wesemael, F. 1992, ApJS, 80, 725

- Busso, G., Moehler, S., Zoccali, M., Heber, U., & Yi, S. K. 2005, *ApJL*, 633, L29
- Chandrasekhar, S. 1964, *ApJ*, 139, 664
- Charpinet, S. 1999, PhD thesis, Université de Montréal (Canada)
- Charpinet, S., Fontaine, G., & Brassard, P. 2003, in *NATO ASIB Proc. 105 : White Dwarfs*, ed. D. de Martino, R. Silvotti, J.-E. Solheim, & R. Kalytis, 69–+
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2005a, *A&A*, 443, 251
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2005b, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 334, 14th European Workshop on White Dwarfs*, ed. D. Koester & S. Moehler, 619–+
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 1997, *ApJL*, 483, L123+
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 1996, *ApJL*, 471, L103+
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 2002a, *ApJS*, 139, 487
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., & Dorman, B. 2002b, *ApJS*, 140, 469
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Green, E. M., & Chayer, P. 2005c, *A&A*, 437, 575
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2008, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 392, Hot Subdwarf Stars and Related Objects*, ed. U. Heber, C. S. Jeffery, & R. Napiwotzki, 297–+
- Charpinet, S., Silvotti, R., Bonanno, A., et al. 2006, *A&A*, 459, 565
- Chavira, E. 1958, *Boletín de los Observatorios Tonantzintla y Tacubaya*, 2, 15
- Chayer, P., Fontaine, G., Fontaine, M., et al. 2004, *ApSS*, 291, 359
- Chayer, P., Fontaine, G., & Wesemael, F. 1995, *ApJS*, 99, 189
- Christensen-Dalsgaard, J. 2003, *Lecture Notes on Stellar Oscillations*
- Claret, A. & Cunha, N. C. S. 1997, *A&A*, 318, 187
- Claret, A., Gimenez, A., & Cunha, N. C. S. 1995, *A&A*, 299, 724
- Cox, J. P. 1980, *Theory of stellar pulsation* (Research supported by the National Science Foundation Princeton, NJ, Princeton University Press, 1980. 393 p.)
- D’Cruz, N. L., Dorman, B., Rood, R. T., & O’Connell, R. W. 1996, *ApJ*, 466, 359

- Dorman, B., Rood, R. T., & O'Connell, R. W. 1993, *ApJ*, 419, 596
- Downes, R. A. 1986, *ApJS*, 61, 569
- Drechsel, H., Heber, U., Napiwotzki, R., et al. 2001, *A&A*, 379, 893
- Dupret, M.-A., Grigahcène, A., Gabriel, M., & Garrido, R. 2006, *Communications in Asteroseismology*, 147, 61
- Dupret, M.-A., Grigahcène, A., Garrido, R., Gabriel, M., & Scuflaire, R. 2005, *A&A*, 435, 927
- Dziembowski, W. A. 1971, *Acta Astronomica*, 21, 289
- Faulkner, J. 1972, *ApJ*, 173, 401
- Feige, J. 1958, *ApJ*, 128, 267
- Ferraro, F. R., Paltrinieri, B., Fusi Pecci, F., et al. 1997, *ApJL*, 484, L145+
- Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., et al. 2003, *ApJ*, 597, 518
- Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., et al. 2006a, in *ESA Special Publication, Vol. 624, Proceedings of SOHO 18/GONG 2006/HELAS I, Beyond the spherical Sun*
- Fontaine, G., Brassard, P., Wesemael, F., & Tassoul, M. 1994, *ApJL*, 428, L61
- Fontaine, G. & Chayer, P. 1997, in *The Third Conference on Faint Blue Stars*, ed. A. G. D. Philip, J. Liebert, R. Saffer, & D. S. Hayes, 169–+
- Fontaine, G., Green, E. M., Chayer, P., et al. 2006b, *Baltic Astronomy*, 15, 211
- Geier, S., Nesslinger, S., Heber, U., et al. 2007, *A&A*, 464, 299
- Goldreich, P. & Nicholson, P. D. 1989, *ApJ*, 342, 1079
- Green, E. M., Fontaine, G., Reed, M. D., et al. 2003, *ApJL*, 583, L31
- Green, E. M., For, B.-Q., & Hyde, E. A. 2005, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 334, 14th European Workshop on White Dwarfs*, ed. D. Koester & S. Moehler, 363–+
- Green, E. M., Liebert, J., & Saffer, R. A. 2001, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 226, 12th European Workshop on White Dwarfs*, ed. J. L. Provencal, H. L. Shipman, J. MacDonald, & S. Goodchild, 192–+
- Green, E. M., Liebert, J. W., & Saffer, R. A. 1997, in *The Third Conference on Faint Blue Stars*, ed. A. G. D. Philip, J. Liebert, R. Saffer, & D. S. Hayes, 417–+

- Green, R. F., Schmidt, M., & Liebert, J. 1986, *ApJS*, 61, 305
- Greenstein, J. L., ed. 1960, *Stellar atmospheres*.
- Greenstein, J. L. 1966, *ApJ*, 144, 496
- Greenstein, J. L. & Sargent, A. I. 1974, *ApJS*, 28, 157
- Greggio, L. & Renzini, A. 1990, *ApJ*, 364, 35
- Grigahcène, A., Dupret, M.-A., Gabriel, M., Garrido, R., & Scuflaire, R. 2005, *A&A*, 434, 1055
- Han, Z., Podsiadlowski, P., Maxted, P. F. L., & Marsh, T. R. 2003, *MNRAS*, 341, 669
- Han, Z., Podsiadlowski, P., Maxted, P. F. L., Marsh, T. R., & Ivanova, N. 2002, *MNRAS*, 336, 449
- Heber, U. 1986, *A&A*, 155, 33
- Heber, U. 1991, in *IAU Symposium, Vol. 145, Evolution of Stars : the Photospheric Abundance Connection*, ed. G. Michaud & A. V. Tutukov, 363–+
- Heber, U., Drechsel, H., Karl, C., et al. 2005, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 334, 14th European Workshop on White Dwarfs*, ed. D. Koester & S. Moehler, 357–+
- Heber, U., Dreizler, S., Schuh, S. L., et al. 2003, in *NATO ASIB Proc. 105 : White Dwarfs*, ed. D. de Martino, R. Silvotti, J.-E. Solheim, & R. Kalytis, 105–+
- Heber, U., Reid, I. N., & Werner, K. 1999, *A&A*, 348, L25
- Humason, M. L. & Zwicky, F. 1947, *ApJ*, 105, 85
- Iben, I. J. 1990, *ApJ*, 353, 215
- Iben, I. J. & Tutukov, A. V. 1986, *ApJ*, 311, 753
- Iriarte, B. & Chavira, E. 1957, *Boletin de los Observatorios Tonantzintla y Tacubaya*, 2, 3
- Jeffery, C. S., Aerts, C., Dhillon, V. S., Marsh, T. R., & Gänsicke, B. T. 2005, *MNRAS*, 362, 66
- Jeffery, C. S., Dhillon, V. S., Marsh, T. R., & Ramachandran, B. 2004, *MNRAS*, 352, 699
- Jeffery, C. S. & Pollacco, D. 2000, *MNRAS*, 318, 974
- Jeffery, C. S. & Saio, H. 2006, *MNRAS*, 372, L48



- Jeffery, C. S. & Saio, H. 2007, *MNRAS*, 378, 379
- Kawaler, S. D. 1999, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 169, 11th European Workshop on White Dwarfs, ed. S.-E. Solheim & E. G. Meistas, 158–+
- Kawaler, S. D. & Hostler, S. R. 2005, *ApJ*, 621, 432
- Kelvin, L. 1863, *Phil. Trans. Royal Society London*, 153, 612
- Kilkenny, D., Billères, M., Stobie, R. S., et al. 2002, *MNRAS*, 331, 399
- Kilkenny, D., Keuris, S., Marang, F., et al. 2000, *The Observatory*, 120, 48
- Kilkenny, D., Koen, C., O’Donoghue, D., & Stobie, R. S. 1997, *MNRAS*, 285, 640
- Kilkenny, D., Koen, C., O’Donoghue, D., et al. 1999, *MNRAS*, 303, 525
- Kilkenny, D., O’Donoghue, D., Koen, C., Lynas-Gray, A. E., & van Wyk, F. 1998, *MNRAS*, 296, 329
- Kilkenny, D., Reed, M. D., O’Donoghue, D., et al. 2003, *MNRAS*, 345, 834
- Kilkenny, D., Stobie, R. S., O’Donoghue, D., et al. 2006, *MNRAS*, 367, 1603
- Koen, C., O’Donoghue, D., Kilkenny, D., et al. 1998a, *MNRAS*, 296, 317
- Koen, C., O’Donoghue, D., Pollacco, D. L., & Charpinet, S. 1999, *MNRAS*, 305, 28
- Koen, C., O’Donoghue, D., Pollacco, D. L., & Nitta, A. 1998b, *MNRAS*, 300, 1105
- Kuassivi, Bonanno, A., & Ferlet, R. 2005, *A&A*, 442, 1015
- Lamontagne, R., Demers, S., Wesemael, F., Fontaine, G., & Irwin, M. J. 2000, *AJ*, 119, 241
- Ledoux, P. 1951, *ApJ*, 114, 373
- Ledoux, P. & Walraven, T. 1958, *Handbuch der Physik*, 51, 353
- Lutz, R., Schuh, S., Silvotti, R., et al. 2008, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 392, *Hot Subdwarf Stars and Related Objects*, ed. U. Heber, C. S. Jeffery, & R. Napiwotzki, 339–+
- Lynden-Bell, D. & Ostriker, J. P. 1967, *MNRAS*, 136, 293
- Maxted, P. F. L., Heber, U., Marsh, T. R., & North, R. C. 2001, *MNRAS*, 326, 1391
- Mengel, J. G., Norris, J., & Gross, P. G. 1976, *ApJ*, 204, 488

- Menzies, J. W. & Marang, F. 1986, in IAU Symposium, Vol. 118, Instrumentation and Research Programmes for Small Telescopes, ed. J. B. Hearnshaw & P. L. Cottrell, 305–+
- Michaud, G., Bergeron, P., Wesemael, F., & Fontaine, G. 1985, *ApJ*, 299, 741
- Morales-Rueda, L., Maxted, P. F. L., Marsh, T. R., Kilkenny, D., & O’Donoghue, D. 2006, *Baltic Astronomy*, 15, 187
- Napiwotzki, R., Karl, C. A., Lisker, T., et al. 2004, *Ap&SS*, 291, 321
- O’Donoghue, D., Koen, C., Solheim, J.-E., et al. 1998, *MNRAS*, 296, 296
- O’Donoghue, D., Lynas-Gray, A. E., Kilkenny, D., Stobie, R. S., & Koen, C. 1997, *MNRAS*, 285, 657
- Oreiro, R., Pérez Hernández, F., Østensen, R., et al. 2007, *A&A*, 461, 585
- Oreiro, R., Pérez Hernández, F., Ulla, A., et al. 2005, *A&A*, 438, 257
- Oreiro, R., Ulla, A., Pérez Hernández, F., et al. 2004, *A&A*, 418, 243
- Osaki, J. 1975, *PASJ*, 27, 237
- Osaki, Y. & Hansen, C. J. 1973, *ApJ*, 185, 277
- Østensen, R., Heber, U., Silvotti, R., et al. 2001a, *A&A*, 378, 466
- Østensen, R., Oreiro, R., Drechsel, H., et al. 2007, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 372, 15th European Workshop on White Dwarfs, ed. R. Napiwotzki & M. R. Burleigh, 483–+
- Østensen, R., Solheim, J.-E., Heber, U., et al. 2001b, *A&A*, 368, 175
- O’Toole, S. J. & Heber, U. 2006, *A&A*, 452, 579
- O’Toole, S. J., Heber, U., & Benjamin, R. A. 2004, *A&A*, 422, 1053
- O’Toole, S. J., Heber, U., Jeffery, C. S., et al. 2005, *A&A*, 440, 667
- Paczynski, B. 1976, in IAU Symposium, Vol. 73, Structure and Evolution of Close Binary Systems, ed. P. Eggleton, S. Mitton, & J. Whelan, 75–+
- Piotto, G. 2008, *Memorie della Societa Astronomica Italiana*, 79, 334
- Press, W. H., Flannery, B. P., & Teukolsky, S. A. 1986, *Numerical recipes. The art of scientific computing* (Cambridge : University Press, 1986)
- Randall, S. K., Fontaine, G., Brassard, P., & Bergeron, P. 2005, *ApJS*, 161, 456

- Randall, S. K., Fontaine, G., Charpinet, S., et al. 2006a, *ApJ*, 648, 637
- Randall, S. K., Green, E. M., Fontaine, G., et al. 2006b, *ApJ*, 645, 1464
- Randall, S. K., Green, E. M., van Grootel, V., et al. 2007, *A&A*, 476, 1317
- Reed, M. D., Eggen, J. R., Zhou, A.-Y., et al. 2006, *MNRAS*, 369, 1529
- Reed, M. D., O’Toole, S. J., Terndrup, D. M., et al. 2007, *ApJ*, 664, 518
- Ritter, A. 1879, *Wiedemanns Ann.*, 8, 179
- Saffer, R. A., Bergeron, P., Koester, D., & Liebert, J. 1994, *ApJ*, 432, 351
- Saffer, R. A., Green, E. M., & Bowers, T. 2001, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 226, 12th European Workshop on White Dwarfs, ed. J. L. Provencal, H. L. Shipman, J. MacDonald, & S. Goodchild, 408–+
- Schuh, S., Huber, J., Green, E. M., et al. 2005, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 334, 14th European Workshop on White Dwarfs, ed. D. Koester & S. Moehler, 530–+
- Silvotti, R., Bonanno, A., Bernabei, S., et al. 2006, *A&A*, 459, 557
- Silvotti, R., Østensen, R., Heber, U., et al. 2002, *A&A*, 383, 239
- Silvotti, R., Schuh, S., Janulis, R., et al. 2007, *Nature*, 449, 189
- Soker, N. 1998, *AJ*, 116, 1308
- Soker, N. & Harpaz, A. 2000, *MNRAS*, 317, 861
- Solheim, J.-E. & Østensen, R. 2006, *Baltic Astronomy*, 15, 231
- Solheim, J.-E., Østensen, R., Silvotti, R., & Heber, U. 2004, *Ap&SS*, 291, 419
- Stobie, R. S., Kawaler, S. D., Kilkenny, D., O’Donoghue, D., & Koen, C. 1997, *MNRAS*, 285, 651
- Stobie, R. S., Kilkenny, D., & O’Donoghue, D. 1995, *ApJSS*, 230, 101
- Stroeer, A., Heber, U., Lisker, T., et al. 2007, *A&A*, 462, 269
- Sweigart, A. V. 1997, *ApJ*, 474, L23+
- Tassoul, J.-L. & Tassoul, M. 1992, *ApJ*, 395, 259
- Telting, J. H. & Østensen, R. H. 2004, *A&A*, 419, 685
- Tillich, A., Heber, U., O’Toole, S. J., Østensen, R., & Schuh, S. 2007, *A&A*, 473, 219

- Tillich, A., Heber, U., O'Toole, S. J., Østensen, R., & Schuh, S. 2008, ArXiv e-prints, 804
- Tremblay, P.-E., Fontaine, G., Brassard, P., Bergeron, P., & Randall, S. K. 2006, *ApJS*, 165, 551
- Ulla, A. & Thejll, P. 1998, *A&AS*, 132, 1
- Unglaub, K. & Bues, I. 2001, *A&A*, 374, 570
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., & Shibahashi, H. 1989, *Nonradial oscillations of stars* (Tokyo : University of Tokyo Press, 1989, 2nd ed.)
- van Spaandonk, L., Fontaine, G., Brassard, P., & Aerts, C. 2008, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 392, *Hot Subdwarf Stars and Related Objects*, ed. U. Heber, C. S. Jeffery, & R. Napiwotzki, 387–+
- Vandenberg, D. A. 1992, *ApJ*, 391, 685
- Vučković, M., Aerts, C., Østensen, R., et al. 2007, *A&A*, 471, 605
- Winget, D. E., van Horn, H. M., Tassoul, M., Hansen, C. J., & Fontaine, G. 1983, *ApJL*, 268, L33
- Wood, J. H. & Saffer, R. 1999, *MNRAS*, 305, 820
- Wood, J. H., Zhang, E.-H., & Robinson, E. L. 1993, *MNRAS*, 261, 103
- Yi, S., Demarque, P., & Oemler, A. J. 1997, *ApJ*, 486, 201
- Yi, S., Lee, Y.-W., Woo, J.-H., et al. 1999, *ApJ*, 513, 128
- Zahn, J.-P. 1975, *A&A*, 41, 329
- Zahn, J.-P. 1977, *A&A*, 57, 383

# Liste des publications

## Publications dans des revues de rang A (à comité de lecture)

**Van Grootel, V.**, Charpinet, S., Fontaine, G., et Brassard, P. 2008a *Asteroseismology in action : a test of spin-orbit synchronism in the close binary system Feige 48*, A&A, 483, 875.

**Van Grootel, V.**, Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Green, E.M., Chayer, P. et Randall, S.K. 2008b *Testing the forward modeling approach in asteroseismology I. Seismic solutions for the hot B subdwarf Balloon 090100001 with and without a priori mode identification*, A&A, 488, 685.

Charpinet, S., **Van Grootel, V.**, Reese, D., Fontaine, G., Green, E.M., Brassard, P. et Chayer, P. 2008 *Testing the forward modeling approach in asteroseismology I. Structure and internal dynamics of the hot subdwarf component in the close eclipsing binary system PG 1336–018*, A&A, 489, 377.

Randall, S.K., Green, E.M., **Van Grootel, V.**, Fontaine, G., Charpinet, S., Lesser, M., Brassard, P. et al. 2007 *Observations and asteroseismic analysis of the rapidly pulsating hot B subdwarf PG 0911+456*, A&A, 476, 1317.

## Actes de colloques (à comité de lecture)

**Van Grootel, V.**, Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Green, E.M. et Chayer P. 2008 *An asteroseismological analysis of the pulsating B subdwarf Feige 48 taking into account rotation*, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Volume 392, Third Meeting on Hot Subdwarfs Stars and Related Objects, ed. Heber, U., Napiwotzki, R. & Jeffery, S.J., 317

**Van Grootel, V.**, Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P. et Reese, D. *Internal dynamics from asteroseismology for two sdB pulsators in close binary systems*, Communications in Asteroseismology, Helas Workshop, ed. Dziembowski, W., Breger, M. & Thomp-

son, M., sous presse

Charpinet, S., **Van Grootel, V.**, Brassard, P., Fontaine, G., Green, E.M., Randall, S.K., et Chayer, P. 2008 *Asteroseismic solutions for the two fast sdB pulsators BAL 090100001 and PG 1336–018*, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Volume 392, Third Meeting on Hot Subdwarfs Stars and Related Objects, ed. Heber, U., Napiwotzki, R. & Jeffery, S.J., 285

Randall, S.K., **Van Grootel, V.**, Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P. *Mode identification in rapidly pulsating subdwarf B stars from monochromatic amplitude- and phase variations*, Communications in Asteroseismology, Helas Workshop, ed. Dziembowski, W., Breger, M. & Thompson, M., sous presse

Randall, S.K., Green, E.M., **Van Grootel, V.**, Fontaine, G., Brassard, P., et Charpinet, S. 2008 *An asteroseismological study of the rapidly pulsating subdwarf B star PG 0911+456*, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Volume 392, Third Meeting on Hot Subdwarfs Stars and Related Objects, ed. Heber, U., Napiwotzki, R. & Jeffery, S.J., 309

Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., Randall, S.K. **Van Grootel, V.**, Green, E.M., et Chayer, P. 2008 *Constraints on seismic models of BAL 090100001 through high-sensitivity multicolour photometry*, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Volume 392, Third Meeting on Hot Subdwarfs Stars and Related Objects, ed. Heber, U., Napiwotzki, R. & Jeffery, S.J., 297

Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., Green, E.M., Chayer, P., Randall, S.K. et **Van Grootel, V.** 2008 *Achievements and challenges in the field of sdB asteroseismology*, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Volume 392, Third Meeting on Hot Subdwarfs Stars and Related Objects, ed. Heber, U., Napiwotzki, R. & Jeffery, S.J., 231

# Liste des figures

1.1	Harmoniques sphériques $Y_6^0$ , $Y_6^3$ et $Y_6^6$ . Les régions en bleu correspondent à des harmoniques sphériques positives, tandis que celles en rouges indiquent les harmoniques négatives. . . . .	17
2.1	Diagramme HR indiquant la région occupée par les étoiles sous-naines de type B ("subdwarfs B stars", extrême gauche), entre la séquence principale et la séquence de refroidissement des naines blanches. . . . .	36
2.2	Coupe représentative de la structure d'une sdB. Les régions I et II constituent le cœur, tandis que les régions III et IV forment l'enveloppe de l'étoile (les détails sont donnés dans le texte). Deux échelles, en fraction de masse $\log q \equiv \log(1-M(r)/M_*)$ et en température $\log T$ , sont également indiquées. . . . .	38
2.3	Formation d'une étoile sdB à partir d'une géante rouge expulsant la majeure partie de son enveloppe au sommet de la RGB. . . . .	40
2.4	Création et éjection d'une enveloppe commune pour former une étoile sdB en couple serré, avec un compagnon compact ou de la séquence principale. . . . .	42
2.5	Transfert de masse au compagnon, par le point de Lagrange L1, de l'étoile géante par overflow de son lobe de Roche. . . . .	43
2.6	Distribution de masse des étoiles sdB selon différents scénarios de formation (Figure 12, Han et al. 2003). <i>Traits pleins et tirets-pointé</i> : par éjection d'une enveloppe commune, avec un compagnon respectivement de la séquence principale et naine blanche. <i>Tirets</i> : par transfert de masse stable par overflow du lobe de Roche. <i>Pointillés</i> : par coalescence de deux naines blanches en couple serré. . . . .	45
2.7	Représentation schématique des chemins évolutifs accessibles aux étoiles de la branche horizontale. Les objets sur l'EHB ne possèdent pas d'enveloppes suffisamment massives pour atteindre les phases évolutives AGB et post-AGB (P-AGB) habituelles. Ils suivent alors les chemins post-early AGB (P-EAGB) ou "AGB-Manqué" pour rejoindre la séquence de refroidissement des naines blanches. Figure inspirée de Dorman et al. (1993). . . . .	47

2.8	Les différentes classes d'étoiles variables pulsantes peuplant le diagramme HR. Les étoiles sdB variables pulsantes (sdBV) sont situées entre la séquence principale et la séquence de refroidissement des naines blanches. La bulle gauche correspond aux étoiles EC 14026, tandis que celle de droite indique la place des étoiles PG 1716. . . . .	48
2.9	Courbes de lumière représentatives des étoiles sdB pulsantes. Panneau supérieur : étoiles EC 14026 avec, de haut en bas, PG 1047+003, PG 0014+067, Feige 48 et KPD 2109+4401. Panneau inférieur : étoiles PG 1716 avec, de haut en bas, PG 1716+426, PG 0650+170, PG 1338+481 et PG 1739+489. Figure 3 de Fontaine et al. (2006a). . . . .	50
2.10	Diagramme de propagation pour le modèle de référence des étoiles sdB. Les profils des fréquences de Lamb $\log L_2^2$ (pour $l = 2$ ) et de Brunt-Väisälä sont représentés en fonction de la fraction de masse $\log q$ . Sont superposées les fréquences propres $\log \sigma^2$ des modes p jusqu'à $k = 8$ , du mode f et des modes g jusqu'à $k = 5$ pour le degré $l = 2$ . Les nœuds des fonctions propres $y_1$ sont indiqués pour chaque mode par un cercle plein. Figure tirée de Charpinet (1999). . . . .	51
2.11	Profils de l'intégrale de travail $W$ (tirets pointés) et sa dérivée $dW/dr$ (trait plein) pour un mode p ( $l = 2, k = 2$ et $P = 148.91$ s) du modèle de référence en fonction de la profondeur exprimée en fraction de masse $\log q$ . Le profil de l'opacité de Rosseland $\log \kappa$ (tirets) ainsi que les positions de différentes caractéristiques de la structure interne de l'étoile sont également indiquées. Figure tirée de Charpinet (1999). . . . .	53
2.12	Profils d'abondance du fer $\log N(\text{Fe})/N(\text{H})$ (traits pleins) et de l'opacité de Rosseland $\log \kappa$ (pointillés) pour une série de modèles de températures effectives variables ( $4.34 \leq \log T_{\text{eff}} \leq 4.62$ par pas de 0.04), avec les autres paramètres stellaires constants. La ligne horizontale en tirets indique l'abondance solaire du fer. Figure tirée de Charpinet et al. (1997). . . . .	55
3.1	Courbes de lumière de l'étoile sdB pulsante BAL 0901 en $UBV$ de la nuit du 16 août 2005, obtenues avec le photomètre à trois canaux LAPOUNE installé au télescope 3.6-m CFHT. . . . .	66
3.2	Le panneau de gauche illustre les transformées de Fourier totales en $UBV$ des quatre nuits d'observation au CFHT. Les transformées de Fourier du panneau de droite sont amputées du mode dominant $f_1$ , pour révéler la richesse du spectre de pulsation de BAL 0901. . . . .	67
3.3	Amplitudes théoriques calculées pour $l = 0, 1$ et $2$ pour le mode dominant à 356.19 s de l'étoile BAL 0901, en comparaison avec les amplitudes $U, B$ et $V$ observées avec les erreurs associées. . . . .	68
3.4	Extrait de la courbe de lumière (campagne WET XCov17) du système PG 1336-018 incluant trois éclipses primaires et deux secondaires. Les pulsations de l'étoile sdB sont bien visibles, y compris durant les éclipses secondaires. Figure tirée de Kilkenney et al. (2003). . . . .	83



4.1	Courbe de lumière de l'étoile sdB pulsante Feige 48 de la nuit du 29 juin 1998, obtenue avec le photomètre LAPOUNE installé au télescope CFHT. Figure 2 de Charpinet et al. (2005a). . . . .	107
4.2	Fonction de mérite $S^2$ (en unités logarithmiques) obtenue pour une rotation différentielle, où la période du cœur varie de 4 500 à 40 000 s (habituellement par pas de 1 000 s) tandis que celle de la surface est fixée à 32 500 s. La transition entre les deux couches est fixée à $0.3 R_*$ . . . . .	109
4.3	Profil de rotation de l'étoile sdB pulsante Feige 48 (ligne blanche), représenté en termes du logarithme de la fonction de mérite $S^2$ (échelle de droite), dont les limites $1-\sigma$ , $2-\sigma$ et $3-\sigma$ de la solution optimale sont indiquées par les contours en pointillés. Les paramètres structuraux sont fixés à leur valeur optimale. La ligne blanche s'écarte peu du trait vertical tiret-pointé correspondant à la période orbitale du système, soit 32 486 s. Sont également indiquées, en tirets horizontaux, les transitions entre l'enveloppe d'hydrogène et le cœur d'hélium, ainsi qu'entre ce dernier et le cœur convectif riche en carbone et oxygène. . . . .	110
4.4	Idem à la figure 4.3, mais pour l'étoile sdB pulsante PG 1336–018 qui appartient à un système dont la période orbitale est de 8 728 s (Kilkenny et al. 2000). . . . .	122
5.1	Courbe de lumière de l'étoile sdB pulsante PG 0911+456 de la nuit du 16 janvier 2007, obtenue avec le détecteur CCD LAPOUNE-II installé au télescope 1.6-m Mont Bigelow. . . . .	126
5.2	Amplitudes apparentes théoriques des modes de pulsation, normalisées par rapport à $l = 0$ , en fonction de l'inclinaison. Les amplitudes intrinsèques sont identiques. . . . .	127
6.1	Courbe de lumière représentative de l'étoile sdB pulsante PG 1605+072, obtenue avec le photomètre LAPOUNE installé au télescope CFHT (nuit du 12 juin 1997). . . . .	145
6.2	Modélisation (trait plein) des raies de Balmer de l'hydrogène et des raies de l'hélium pour les spectres optiques à haut S/N de l'étoile PG 1605+072 obtenus au 2.3-m de Kitt Peak (basse résolution, panneau gauche) et au 6.5-m MMT (résolution moyenne, panneau droit). . . . .	146
6.3	Test de Kolmogorov-Smirnov effectué sur le spectre de pulsation de PG 1605+072. . . . .	152
6.4	Fonction de mérite $\log S^2$ (échelle de droite) dans les plans $T_{\text{eff}} - \log g$ (haut) et $\log q(\text{H}) - M_*$ (bas). La figure de droite est un agrandissement de la figure de gauche. Les boîtes spectroscopiques correspondent, respectivement, aux estimations de Koen et al. (1998; pointillés), Heber et al. (1999; tirets court-long), 6.5-m MMT (tirets court-court-long) et 2.3-m (trait plein). . .	154

- 
- 7.1 Illustration graphique des masses totales et masses de l'enveloppe d'hydrogène déterminées par l'astérosismologie pour les 10 étoiles sdB pulsantes de notre échantillon. . . . . 170
- 7.2 Distribution de masse des étoiles sdB selon différents scénarios de formation (Figure 12, Han et al. 2003). *Traits pleins et tirets-pointé* : par éjection d'une enveloppe commune, avec un compagnon respectivement séquence principale et naine blanche. *Tirets* : par transfert de masse stable par overflow du lobe de Roche. *Pointillés* : par coalescence de deux naines blanches. 172
- 7.3 Distribution des masses totales des étoiles sdB déterminées par l'astérosismologie, comparée aux prédictions des théories d'évolution solitaire (rouge) et binaire (bleu). . . . . 174

# Liste des tableaux

3.1	Contraintes sur les degrés $l$ pour dix groupes de modes observés dans BAL 0901. La période soulignée correspond au mode central $m = 0$ utilisé pour l'étude astérosismologique. . . . .	69
4.1	Oscillations détectées dans la courbe de lumière de Feige 48. . . . .	108
5.1	Oscillations détectées dans la courbe de lumière de PG 0911+456. Les fréquences et amplitudes de Koen et al. (1999) sont également indiquées à titre de comparaison. . . . .	126
5.2	Identification des périodes observées, modèle 1 et modèle 2. . . . .	128
5.3	Paramètres structuraux de PG 0911+456 ( $V = 14.66 \pm 0.05$ ). . . . .	129
6.1	Périodes (s) et amplitudes (%) des modes de pulsation présents dans le spectre de PG 1605+072 (Kilkenny et al. 1999). . . . .	144
6.2	Fréquences de pulsation de PG 1605+072 qui constituent la base permettant d'interpréter le spectre complet par harmoniques et combinaisons linéaires diverses (voir Annexe C). Les lignes entre parenthèses correspondent aux fréquences considérées comme incertaines par Kilkenny et al. (1999). .	148
6.3	Identification du modèle obtenu à partir d'une optimisation sur 14 fréquences propres dans l'hypothèse d'une rotation lente de PG 1605+072. .	151
6.4	Identification et ajustement entre les périodes théoriques et les 28 périodes fiables observées dans le spectre de pulsation de PG 1605+072. . . . .	157
6.5	Paramètres structuraux de PG 1605+072. . . . .	158
6.6	Identification du modèle optimal dans l'hypothèse de rotation modérée à partir des 28 périodes fiables de Kilkenny et al. (1999), où les modes $l = 3$ sont interdits. Les modes mixtes sont indiqués par une astérisque (voir texte). . . . .	160
7.1	Paramètres structuraux de PG 0014+067 ( $V = 15.9 \pm 0.1$ ). Table 6 de Brassard et al. (2001). . . . .	165
7.2	Paramètres structuraux de PG 1047+003. Table 1 de Charpinet et al. (2003).	166
7.3	Paramètres structuraux de PG 1219+534 ( $V = 13.24 \pm 0.20$ ). Table 5 de Charpinet et al. (2005c). . . . .	167
7.4	Paramètres structuraux de EC 20117-4014. Table 5 de Randall et al. (2006a).	168

---

7.5	Paramètres structuraux de PG 1325+101 ( $V = 14.019 \pm 0.012$ ). Table 3 de Charpinet et al. (2006). . . . .	169
7.6	Récapitulatif : masses totales et masses de l'enveloppe d'hydrogène pour les 10 étoiles sdB pulsantes étudiées par l'astérosismologie. . . . .	169
C.1	Périodes (s) et amplitudes (%) des modes de pulsation présents dans le spectre de PG 1605+072 observée au CFHT (van Spaandonk et al. 2008). .	203
C.2	Reconstruction du spectre complet observé à partir des fréquences propres.	205
C.3	Identification et ajustement entre les périodes théoriques et les 44 périodes du spectre complet de pulsation de PG 1605+072 (Kilkenny et al. 1999). .	208
C.4	Identification et ajustement entre les périodes théoriques et les 46 périodes du spectre complet de pulsation de PG 1605+072 (van Spaandonk et al. 2008). . . . .	211

# Annexe A

## Liste des étoiles sdB pulsantes à courtes périodes<sup>†</sup>

#	Nom	V	$T_{\text{eff}}$ (K)	$\log g$	$N_{\text{obs}}$	$P$ (s)	$\Delta m$ (mmag)	Référence <sup>‡</sup>
1	EC14026-2647	15.28	34 700	6.10	2	134 - 144	4-12	Kilkenny et al. (1997)
2	PB 8783	12.31	31 920	6.06	11	94 - 136	1-9	O'Donoghue et al. (1998)
3	EC 10228-0905	15.88	33 500	6.00	3	139 - 152	4-14	Stobie et al. (1997)
4	EC 20117-4014	12.47	34 800	5.87	3	137 - 159	1-4	Randall et al. (2006a)
5	PG 1047+003	13.47	34 720	5.82	9	91 - 162	0.7-8.5	Charpinet et al. (2003)
6	PG 1336-018	13.30	32 560	5.80	28	97 - 205	0.5-4.8	Charpinet et al. (2008)
7	KPD 2109+4401	13.38	31 380	5.65	15	104 - 213	0.2-7.6	Jeffery & Pollacco (2000)
8	PG 1605+072	12.80	32 300	5.25	55	218 - 573	0.5-64	Kilkenny et al. (1999)
9	Feige 48	13.28	29 580	5.48	9	352 - 378	0.4-6.2	Van Grootel et al. (2008a)
10	PG 1219+534	13.24	33 600	5.81	9	122 - 172	0.5-9	Charpinet et al. (2005c)
11	PG 0911+456	14.66	31 940	5.77	7	149 - 192	0.5-7	Randall et al. (2007)
12	PG 0014+067	16.50	34 130	5.79	13	80 - 169	0.4-2.5	Brassard et al. (2001)
13	KUV 0442+1416		31 800	5.70	3	184 - 231	2.8-13	Koen et al. (1999)
14	EC 05217-3914	15.60	31 300	5.76	3	213 - 218	1.6-5	Koen et al. (1999)
15	KPD 1930+2752	13.82	35 200	5.61	44	146 - 332	0.2-3	Geier et al. (2007)
16	PG 1618+563B		34 320	5.79	6	108 - 144	1-2	Reed et al. (2007)
17	HS 0815+4243	16.30	33 700	5.95	1	126 - 126	7	Østensen et al. (2001b)
18	HS 2149+0847	16.50	35 580	5.89	2	142 - 159	7-11	Østensen et al. (2001b)
19	HS 2201+2610*	13.60	29 920	5.51	5	342 - 365	1-11	Silvotti et al. (2007)
20	HS 0039+4302	15.10	32 320	5.68	7	134 - 234	1-8	Jeffery et al. (2004)
21	HS 0444+0408		33 800	5.60	2	137 - 170	3-12	Østensen et al. (2001a)
22	HS 1824+5745	15.60	33 710	5.75	1	139 - 139	5	Reed et al. (2006)
23	HS 2151+0857	16.31	34 120	5.77	4	129 - 151	1-4	Reed et al. (2006)
24	HS 0702+6043*	15.00	29 500	5.43	2	363 - 383	1-5	Lutz et al. (2008)
25	PG 0048+091	14.28	33 150	5.61	28	89 - 192	1-5	Reed et al. (2007)
26	PG 0154+182	15.20	?	?	6	110 - 164	1-10	Reed et al. (2006)
27	EC 11583-2708	14.41	?	?	4	114 - 149	1.6-3.2	Kilkenny et al. (2006)
28	EC 20338-1925	15.67	?	?	5	135 - 168	2-25	Kilkenny et al. (2006)
29	EC 09582-1137	15.26	?	?	5	136 - 151	7.5-8.3	Kilkenny et al. (2006)
30	PG 1325+101	13.76	35 490	5.84	15	69 - 168	0.5-27	Charpinet et al. (2006)
31	PG 2303+019	16.40	35 500	5.70	3	132 - 144	2-16	Silvotti et al. (2002)
32	PG 1613+426	14.40	34 720	5.73	1	144	5	Bonanno et al. (2003)
33	Balloon 090100001*	12.10	28 000	5.35	55	201-356	1-60	Van Grootel et al. (2008b)
34	PG 1419+081		?	?	2	136-144	2.3-7.3	Solheim & Østensen (2006)
35	SDSS1445+0002		?	?	3	119-142	4.8-7.7	Solheim & Østensen (2006)
36	SDSS1642+4252		?	?	2	130-138	1.9-3.3	Solheim & Østensen (2006)
37	SDSS1717+5805	16.78	?	?	2	137-144	4-6	Aerts et al. (2006)
38	PG 1657+416	15.87 (B)	32 200	5.73	5	127-145	1-4	Oreiro et al. (2007)

<sup>†</sup> A date du 1<sup>er</sup> juin 2008.

<sup>‡</sup> Principale publication récente de l'étoile concernée. D'autres références peuvent y être trouvées.

\* Pulsateur de type hybride (longues périodes de pulsation également présentes dans le spectre).



## Annexe B

# Spectre de pulsation de Balloon 090100001

Le tableau suivant présente le spectre complet de l'étoile sdB pulsante de type hybride BAL 0901, basé sur l'analyse fréquentielle des observations dans les trois bandes *UBV* de la campagne d'observation au CFHT en août 2005 (section 3.1). Les fréquences déterminées par Baran et al. (2005, 2006) nous ont servi de guide pour identifier le "bon" pic parmi les alias journaliers.

Id.	Period (s)				Amplitude (%)					
	Baran 05	Baran 06	CFHT V	CFHT B	CFHT U	Baran 05	Baran 06	CFHT V	CFHT B	CFHT U
$f_1$	6251.200	...	...	...	...	0.000	...	...	...	...
$f_2$	4952.700	...	...	...	...	0.000	...	...	...	...
$f_3$	4354.500	...	4354.500	4354.500	4354.500	0.000	...	0.193	0.208	0.248
$f_4$	4167.380	4167.460	...	...	...	0.000	0.000	...	...	...
$f_5$	4060.300	4060.600	...	...	...	0.000	0.000	...	...	...
$f_6$	3671.270	3670.120	3671.270	3671.270	3671.270	0.000	0.000	0.146	0.161	0.219
$f_7$	3344.800	...	...	...	...	0.000	0.000	...	...	...
$f_8$	3070.840	3071.100	3070.840	3070.840	3070.840	0.000	0.000	0.492	0.492	0.587
$f_9$	2733.670	2733.740	2733.670	2733.670	2733.670	0.000	0.000	0.244	0.268	0.314
$f_{10}$	2517.460	...	...	...	...	0.000	...	...	...	...
$f_{11}$	...	...	435.446	435.489	435.455	...	...	0.049	0.054	0.067
$f_{12} : f_{16} - f_{10}$	...	...	...	414.792	414.872	...	...	...	0.034	0.047
$f_{13} : f_{16} - f_9$	409.559	409.556	409.536	409.541	409.534	0.000	0.000	0.074	0.072	0.087
$f_{14} : f_{16} - f_8$	...	402.925	402.916	402.912	402.901	0.000	0.000	0.091	0.096	0.129
$f_{15} : f_{67} - f_{19}$	...	...	358.650	358.535	358.631	...	...	0.031	0.033	0.049
$f_{16}$	356.194	356.193	356.194	356.194	356.194	0.000	0.000	4.024	4.441	6.123
$f_{17}$	354.205	354.232	354.205	354.205	354.205	0.000	0.000	1.034	1.104	1.428
$f_{18}$	354.007	354.003	354.007	354.007	354.007	0.000	0.000	1.426	1.528	1.971
$f_{19}$	353.809	353.782	353.809	353.809	353.809	0.000	0.000	0.407	0.430	0.564
$f_{20}$	350.392	350.458	350.392	350.392	350.392	0.000	0.000	0.070	0.079	0.093
$f_{21}$	350.181	350.196	350.181	350.181	350.181	0.000	0.000	0.117	0.127	0.140
$f_{22}$	349.831	350.002	349.831	349.831	349.831	0.000	0.000	0.093	0.100	0.125
$f_{23}$	...	349.806	...	...	...	...	...	...	...	...
$f_{24}$	...	349.544	349.445	349.449	349.449	...	0.000	0.043	0.046	0.049
$f_{25} : f_{67} - f_{14}$	...	...	319.129	319.136	319.155	...	...	0.034	0.032	0.046
$f_{26}$	...	...	267.177	...	267.111	...	...	0.027	...	0.026
$f_{27}$	...	264.965	...	...	...	0.000	0.000	...	...	...
$f_{28}$	264.825	264.818	264.825	264.825	264.825	0.000	0.000	0.091	0.085	0.141
$f_{29}$	...	...	264.454	264.555	264.579	...	...	0.051	0.065	0.065
$f_{30}$	264.076	...	264.076	264.076	264.076	0.000	0.000	0.038	0.173	0.223
$f_{31}$	...	...	263.864	...	...	...	...	0.075	...	...
$f_{32}$	...	263.750	263.864	...	...	...	0.000	...	...	...
$f_{33}$	...	...	263.466	263.466	263.466	0.000	0.000	0.044	0.032	0.047
$f_{34}$	263.466	263.323	...	...	...	...	0.000	...	...	...
$f_{35}$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$f_{36}$	...	...	262.265	262.265	262.270	...	...	...	0.114	0.153
$f_{37}$	...	...	...	...	261.903	...	...	...	...	0.045
$f_{38}$	...	261.612	261.612	...	...	...	0.023	...	...	...
$f_{39}$	...	261.439	261.439	...	...	...	0.109	...	...	...
$f_{40}$	...	261.242	261.242	261.310	261.306	...	0.049	0.076	0.088	0.088
$f_{41}$	...	261.063	261.063	261.095	261.095	...	0.032	0.035	0.035	0.057
$f_{42}$	...	...	260.746	260.746	260.718	...	...	...	0.052	0.057
$f_{43}$	...	...	253.520	253.510	253.483	...	...	0.049	0.052	0.057
$f_{44}$	...	...	215.395	215.394	215.399	...	...	0.053	0.053	0.071
$f_{45}$	215.282	...	215.282	215.282	215.282	0.000	0.000	0.089	0.096	0.121
$f_{46}$	214.530	...	214.530	214.530	214.530	0.000	0.000	0.099	0.109	0.134
$f_{47}$	...	...	214.395	214.403	214.404	...	...	0.133	0.138	0.181
$f_{48}$	...	214.300	...	...	...	...	0.000	...	...	...
$f_{49}$	214.154	...	214.154	214.154	214.154	0.000	0.000	0.029	0.040	0.049
$f_{50}$	...	...	213.756	213.745	213.769	...	...	0.032	0.043	0.052
$f_{51}$	...	...	213.033	213.001	213.013	...	...	0.031	0.037	0.047
$f_{52}$	...	...	211.892	211.872	211.878	...	...	0.022	0.025	0.032
$f_{53} : f_{47} + f_4$	...	...	...	203.903	203.881	...	...	...	0.021	0.032



$f_{54}$	...	201.429	201.430	201.444	...	0.051	0.051	0.067
$f_{55}$	...	187.975	187.989	187.989	...	0.022	0.019	0.025
$f_{56}$	...	...	182.998	...	...	...	0.029	...
$f_{57}$	...	...	...	182.934	...	...	...	0.028
$f_{58}$	...	182.822	182.829	182.828	...	0.042	0.042	0.056
$f_{59}$	...	182.671	182.664	182.656	...	0.038	0.045	0.047
$f_{60}$	...	181.917	181.912	181.896	...	0.070	0.067	0.073
$f_{61}$	...	181.779	181.776	181.773	...	0.059	0.056	0.066
$f_{62}$	...	181.684	181.680	181.668	...	0.033	0.032	0.041
$f_{63}$	...	180.808	180.809	180.808	...	0.052	0.062	0.082
$f_{64}$	...	180.361	...	...	...	0.029	...	...
$f_{65}$	...	...	180.193	180.202	...	...	0.021	0.028
$f_{66}$	...	...	179.048	179.035	...	...	0.022	0.039
$f_{67} : f_{16} + f_{16}$	178.097	178.097	178.097	178.097	0.000	0.394	0.425	0.573
$f_{68} : f_{17} + f_{16}$	177.598	177.598	177.598	177.598	0.000	0.207	0.249	0.326
$f_{69} : f_{18} + f_{16}$	177.549	177.549	177.549	177.549	0.000	0.271	0.325	0.425
$f_{70} : f_{19} + f_{16}$	177.492	177.492	177.499	177.499	0.000	0.089	0.102	0.119
$f_{71}$	...	...	177.347	...	...	...	0.040	...
$f_{72}$	177.053	177.059	...	...	0.000	...	...	...
$f_{73} : f_{19} + f_{17}$	...	177.001	...	176.983	0.000	0.033	...	0.054
$f_{74} : f_{21} + f_{18}$	...	...	176.035	176.034	...	...	0.031	0.035
$f_{75}$	...	...	...	159.206	...	...	...	0.023
$f_{76}$	...	...	157.420	...	...	...	0.022	...
$f_{77}$	...	157.139	...	...	...	0.022	...	...
$f_{78} : f_{28} + f_{16}$	...	151.926	...	151.904	...	0.020	...	0.027
$f_{79}$	...	148.613	...	148.607	...	0.019	...	0.025
$f_{80}$	...	143.270	...	...	...	0.019	...	...
$f_{81}$	...	...	143.031	143.024	...	...	0.020	0.031
$f_{82} : f_{18} + f_{15}$	...	...	...	134.149	...	...	0.018	0.018
$f_{83} : f_{16} + f_{17}$	...	133.621	133.620	133.622	...	0.018	0.022	0.028
$f_{84} : f_{17} + f_{18}$	...	133.539	133.537	133.540	...	0.020	0.014	0.020
$f_{85}$	...	119.774	...	...	...	0.018	...	...
$f_{86} : f_{67} + f_{16}$	118.731	118.731	118.731	118.731	0.000	0.047	0.052	0.073
$f_{87} : f_{68} + f_{16}$	118.510	118.521	...	118.522	0.000	0.017	...	0.019
$f_{88} : f_{70} + f_{16}$	...	118.475	118.468	118.469	...	0.022	0.026	0.030
$f_{89} : f_{73} + f_{16}$	...	118.232	118.225	118.233	...	0.015	0.016	0.020
$f_{90} : f_{19} + f_{35}$	...	...	...	118.109	...	...	...	0.015
$f_{91} : f_{72} + f_{20}$	...	...	...	117.629	...	...	...	0.017



# Annexe C

## A propos du spectre de pulsation de PG 1605+072

### C.1 Spectre de pulsation des observations du CFHT

Le tableau C.1 présente le spectre de pulsation obtenu par l'analyse fréquentielle des données obtenues au CFHT en juin 1997 (van Spaandonk et al. 2008). Les périodes sont classées par ordre décroissant d'amplitude. Les combinaisons linéaires ne sont pas reproduites.

ID	Période	Amplitude	ID	Période	Amplitude	ID	Période	Amplitude
$f_n$	(s)	(%)	$f_n$	(s)	(%)	$f_n$	(s)	(%)
$f_{46}$	592.91	0.088	$f_7$	475.95	0.660	$f_2$	364.60	1.828
$f_{52}$	573.35	0.078	$f_8$	475.27	0.545	$f_5$	362.11	0.822
$f_{20}$	545.61	0.187	$f_{46}$	463.44	0.093	$f_{16}$	361.56	0.219
$f_{24}$	534.61	0.146	$f_{18}$	461.37	0.198	$f_{27}$	357.03	0.137
$f_{40}$	529.22	0.146	$f_{33}$	459.61	0.112	$f_{65}$	353.73	0.550
$f_3$	528.67	1.786	$f_6$	454.19	0.811	$f_{12}$	352.14	0.268
$f_{60}$	518.01	0.065	$f_{19}$	451.84	0.194	$f_{14}$	351.63	0.260
$f_{64}$	507.19	0.061	$f_{25}$	443.28	0.140	$f_{32}$	339.86	0.113
$f_9$	505.82	0.360	$f_{17}$	440.32	0.213	$f_{61}$	314.30	0.064
$f_{39}$	505.29	0.100	$f_{30}$	434.30	0.117	$f_{58}$	300.16	0.087
$f_4$	503.59	1.523	$f_{57}$	418.00	0.071	$f_{45}$	299.60	0.095
$f_{28}$	485.74	0.125	$f_{43}$	412.87	0.099	$f_{26}$	295.95	0.139
$f_1$	481.79	2.064	$f_{36}$	387.45	0.103	$f_{37}$	295.34	0.102
$f_{11}$	481.71	0.296	$f_{22}$	368.16	0.170	$f_{42}$	289.69	0.099
$f_{29}$	476.73	0.124	$f_{62}$	365.28	0.063			
$f_{15}$	475.85	0.225	$f_{31}$	364.72	0.116			

TAB. C.1: Périodes (s) et amplitudes (%) des modes de pulsation présents dans le spectre de PG 1605+072 observée au CFHT (van Spaandonk et al. 2008).

## C.2 Fréquences propres de pulsation de PG 1605+072

#	Fréq. ( $\mu\text{Hz}$ )	Pér. (s)	Amplitude (%)	Combinaison linéaire	$\Delta f$ ( $\mu\text{Hz}$ )	Commentaires
1	1744.40	573.26	0.170	$f_1$		
2	1831.98	545.86	0.080	$f_2$		
3	1891.42	528.70	1.390	$f_3$		
4	1977.25	505.75	0.230	$f_4$		
5	1984.79	503.83	0.080	$f_7 + f_{39} - f_{40}$	+0.11	
				$f_7 + f_{20} - f_{21}$	+0.17	
6	1985.32	503.70	0.330	$f_6$		
7	1986.11	503.50	0.220	$f_7$		
8	2058.40	485.81	0.080	$f_4 - f_{11} + f_{16}$	-0.03	$f_{11} ?$
				$f_{40} + f_4 - f_{33}$	+0.03	$f_{33} ?$
				$f_{15} - f_9 - f_{11}$	-0.08	$f_{11} ?$
				$f_3 - f_{15} + f_{20}$	-0.15	
9	2075.76	481.75	2.740	$f_9$		
10	2076.37	481.61	0.070	$f_{34} + f_3 - f_{26}$	-0.09	amplitudes ?
				$f_6 - f_9 + f_{16}$	+0.15	
11	2085.84	479.42	0.310	$f_{11}$		hybride ?
				$f_3 - f_9 + f_{20}$	-0.07	
12	2100.41	476.10	0.070	$f_{39} + f_{13} - f_{40}$	+0.03	
				$f_{20} + f_{13} - f_{21}$	+0.09	
				$f_{43} - f_{30} - f_{30}$	+0.10	amplitudes ?
13	2101.65	475.82	1.540	$f_{13}$		
14	2102.44	475.64	0.100	$f_{14}$		hybride ?
				$f_6 - f_{13} - f_7$	-0.00	
				$f_6 + f_{15} - f_7$	+0.05	
				$f_{34} - f_{15} - f_{33}$	-0.17	amplitudes ? $f_{33} ?$
15	2103.28	475.45	1.590	$f_{15}$		
16	2166.96	461.48	0.210	$f_{16}$		
17	2201.93	454.15	0.110	$f_{17}$		hybride ?
				$f_{15} + f_9 - f_4$	-0.14	
18	2268.64	440.79	0.120	$f_{13} - f_{15} + f_{20}$	-0.16	
19	2269.52	440.61	0.090	$f_{39} - f_{30} + f_{16}$	-0.02	
				$f_{13} - f_{15} + f_{21}$	+0.11	
				$f_{33} + f_{11} - f_{26}$	+0.17	amplitudes ? $f_{33} ? f_{11} ?$
20	2270.11	440.51	0.520	$f_{20}$		
21	2271.26	440.28	0.180	$f_{21}$		
22	2275.73	439.52	0.130	$f_6 - f_{13} + f_{24}$	-0.02	
				$f_4 - f_{11} - f_{16}$	-0.18	$f_{11} ?$
23	2306.48	433.56	0.100	$f_{23}$		
24	2392.04	418.06	0.220	$f_{24}$		
25	2555.88	391.25	0.130	$f_{25}$		hybride ?
				$f_6 - f_{20} - f_{21}$	+0.17	amplitudes ?
26	2581.44	387.38	0.100	$f_{26}$		
27	2717.32	368.01	0.060	$f_{25} + f_{30} - f_{26}$	-0.16	$f_{25} ?$
28	2738.04	365.22	0.080	$f_4 - f_{11} + f_{40}$	-0.16	$f_{11} ?$
29	2741.90	364.71	0.060	$f_{30} - f_{15} + f_{14}$	-0.02	$f_{14} ?$
				$f_{17} + f_{40} - f_{23}$	+0.02	$f_{17} ?$

				$f_{30} + f_{13} - f_{14}$	+0.03	$f_{14} ?$
				$f_6 + f_{30} - f_7$	+0.03	
30	2742.72	364.60	1.510	$f_{30}$		
31	2743.25	364.53	0.090	$f_{16} - f_{20} + f_{40}$	+0.07	
32	2761.30	362.15	0.180	$f_{32}$		
33	2765.29	361.63	0.140	$f_{33}$		hybride ?
				$f_{16} - f_{11} - f_{40}$	+0.06	amplitudes ? $f_{11} ?$
				$f_{34} + f_{20} - f_{21}$	-0.14	amplitudes ?
34	2766.30	361.49	0.200	$f_{34}$		
35	2798.76	357.30	0.070	$f_{24} + f_{24} - f_6$	+0.00	
36	2830.81	353.26	0.070	$f_{34} + f_{16} - f_{14}$	+0.01	amplitudes ? $f_{14} ?$
				$f_{23} - f_{25} - f_{26}$	+0.03	amplitudes ? $f_{25} ?$
				$f_{11} - f_{13} + f_{40}$	-0.15	$f_{11} ?$
37	2842.05	351.86	0.090	$f_{17} + f_{30} - f_{14}$	+0.16	amplitudes ? $f_{17} ? f_{14} ?$
38	2844.30	351.58	0.080	$f_{34} - f_{39} - f_{33}$	-0.05	$f_{33} ?$
				$f_{39} - f_{15} + f_{14}$	+0.12	amplitudes ? $f_{14} ?$
				$f_{39} + f_{13} - f_{14}$	+0.17	amplitudes ? $f_{14} ?$
				$f_6 + f_{39} - f_7$	+0.17	
39	2845.26	351.46	0.370	$f_{39}$		
40	2846.47	351.31	0.180	$f_{40}$		
41	2942.77	339.82	0.110	$f_{16} - f_6 + f_{32}$	+0.17	
42	3377.10	296.11	0.060	$f_{42}$		
43	3384.93	295.43	0.080	$f_{43}$		

TAB. C.2: Reconstruction du spectre complet observé à partir des fréquences propres.

### C.3 Identification du modèle optimal, spectre complet de pulsation de PG 1605+072 (Kilkenny et al. 1999)

$l$	$k$	$m$	$\nu_{\text{obs}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_{\text{th}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$P_{\text{obs}}$ (s)	$P_{\text{th}}$ (s)	$\Delta X/X$ (%)	$\Delta P$ (s)	$\Delta\nu$ ( $\mu\text{Hz}$ )
0	3	0	...	3101.863	...	322.387	...	...	...
0	2	0	2742.732	2748.229	364.600	363.871	+0.200	+0.729	-5.497
0	1	0	2275.727	2285.427	439.420	437.555	+0.424	+1.865	-9.699
0	0	0	2075.765	2072.111	481.750	482.600	-0.176	-0.850	+3.655
1	4	-1	...	3322.021	...	301.022	...	...	...
1	4	0	...	3230.405	...	309.559	...	...	...
1	4	+1	...	3138.789	...	318.594	...	...	...
1	3	-1	2845.274	2852.823	351.460	350.530	+0.265	+0.930	-7.549
1	3	0	2761.287	2760.166	362.150	362.297	-0.041	-0.147	+1.121
1	3	+1	...	2667.509	...	374.882	...	...	...
1	2	-1	...	2479.016	...	403.386	...	...	...
1	2	0	2392.058	2389.691	418.050	418.464	-0.099	-0.414	+2.368
1	2	+1	2306.486	2300.365	433.560	434.714	-0.266	-1.154	+6.121
1	1	-1	2166.941	2166.805	461.480	461.509	-0.006	-0.029	+0.137
1	1	0	2076.369	2074.947	481.610	481.940	-0.068	-0.330	+1.422
1	1	+1	1984.796	1983.090	503.830	504.264	-0.086	-0.434	+1.707
2	4	-2	...	3636.261	...	275.008	...	...	...
2	4	-1	...	3547.946	...	281.853	...	...	...
2	4	0	...	3459.632	...	289.048	...	...	...
2	4	+1	3377.123	3371.318	296.110	296.620	-0.172	-0.510	+5.805
2	4	+1	...	3283.004	...	304.599	...	...	...
2	3	-2	...	2989.800	...	334.471	...	...	...
2	3	-1	...	2901.789	...	344.615	...	...	...
2	3	0	...	2813.778	...	355.394	...	...	...
2	3	+1	2738.076	2725.767	365.220	366.869	-0.452	-1.649	+12.309
2	3	+2	...	2637.755	...	379.110	...	...	...
2	2	-2	2830.776	2833.667	353.260	352.900	+0.102	+0.360	-2.891
2	2	-1	2743.258	2750.378	364.530	363.586	+0.259	+0.943	-7.119
2	2	0	...	2667.088	...	374.941	...	...	...
2	2	+1	...	2583.799	...	387.027	...	...	...
2	2	+2	...	2500.509	...	399.918	...	...	...
2	1	-2	2268.654	2263.341	440.790	441.825	-0.235	-1.035	+5.313
2	1	-1	...	2180.048	...	458.705	...	...	...
2	1	0	2101.635	2096.755	475.820	476.927	-0.233	-1.107	+4.880
2	1	+1	...	2013.462	...	496.657	...	...	...
2	1	+2	...	1930.169	...	518.089	...	...	...
2	0	-2	...	2225.803	...	449.276	...	...	...
2	0	-1	...	2143.099	...	466.614	...	...	...
2	0	0	2058.418	2060.396	485.810	485.343	+0.096	+0.466	-1.978
2	0	+1	1977.261	1977.693	505.750	505.640	+0.022	+0.110	0.432
2	0	+2	1891.432	1894.990	528.700	527.707	+0.188	+0.993	-3.558
3	3	-3	...	3226.233	...	309.959	...	...	...
3	3	-2	...	3141.814	...	318.287	...	...	...
3	3	-1	...	3057.395	...	327.076	...	...	...
3	3	0	...	2972.977	...	336.363	...	...	...
3	3	+1	...	2888.558	...	346.193	...	...	...
3	3	+2	2798.769	2804.139	357.300	356.616	+0.191	+0.684	-5.371
3	3	+3	2717.317	2719.721	368.010	367.685	+0.088	+0.325	-2.403
3	2	-3	...	3018.012	...	331.344	...	...	...

3	2	-2	...	2926.825	...	341.667	...	...	...
3	2	-1	2842.039	2835.639	351.860	352.654	-0.226	-0.794	+6.401
3	2	0	2741.905	2744.452	364.710	364.371	+0.093	+0.339	-2.548
3	2	+1	...	2653.266	...	376.894	...	...	...
3	2	+2	2555.911	2562.080	391.250	390.308	+0.241	+0.942	-6.169
3	2	+3	...	2470.893	...	404.712	...	...	...
3	1	-3	...	2435.835	...	410.537	...	...	...
3	1	-2	...	2352.751	...	425.034	...	...	...
3	1	-1	2270.096	2269.667	440.510	440.593	-0.019	-0.083	+0.429
3	1	0	...	2186.583	...	457.335	...	...	...
3	1	+1	2102.430	2103.498	475.640	475.398	+0.051	+0.241	-1.068
3	1	+2	...	2020.414	...	494.948	...	...	...
3	1	+3	...	1937.330	...	516.174	...	...	...
3	0	-3	...	2356.403	...	424.3756	...	...	...
3	0	-2	2269.581	2264.762	440.610	441.547	-0.213	-0.937	+4.818
3	0	-1	...	2173.122	...	460.167	...	...	...
3	0	0	2085.854	2081.481	479.420	480.427	-0.210	-1.007	+4.373
3	0	+1	1986.097	1989.840	503.500	502.553	+0.188	+0.947	-3.743
3	0	+2	...	1898.199	...	526.815	...	...	...
3	0	+3	...	1806.559	...	553.539	...	...	...
<hr/>									
4	4	-4	...	4040.397	...	247.500	...	...	...
4	4	-3	...	3948.593	...	253.255	...	...	...
4	4	-2	...	3856.789	...	259.283	...	...	...
4	4	-1	...	3764.985	...	265.605	...	...	...
4	4	0	...	3673.181	...	272.244	...	...	...
4	4	+1	...	3581.377	...	279.222	...	...	...
4	4	+2	...	3489.573	...	286.568	...	...	...
4	4	+3	3384.897	3397.769	295.430	294.311	+0.379	+1.119	-12.872
4	4	+4	...	3305.965	...	302.484	...	...	...
4	3	-4	...	3452.455	...	289.649	...	...	...
4	3	-3	...	3366.089	...	297.081	...	...	...
4	3	-2	...	3279.722	...	304.904	...	...	...
4	3	-1	...	3193.356	...	313.150	...	...	...
4	3	0	...	3106.990	...	321.855	...	...	...
4	3	+1	...	3020.623	...	331.057	...	...	...
4	3	+2	...	2934.257	...	340.802	...	...	...
4	3	+3	2844.303	2847.890	351.580	351.137	+0.126	+0.443	-3.587
4	3	+4	2765.257	2761.524	361.630	362.119	-0.135	-0.489	+3.733
4	2	-4	...	3134.265	...	319.054	...	...	...
4	2	-3	...	3042.185	...	328.711	...	...	...
4	2	-2	2942.734	2950.105	339.820	338.971	+0.250	+0.849	-7.371
4	2	-1	2846.489	2858.025	351.310	349.892	+0.404	+1.418	-11.536
4	2	0	2766.328	2765.945	361.490	361.540	-0.014	-0.050	+0.383
4	2	+1	...	2673.865	...	373.990	...	...	...
4	2	+2	2581.445	2581.785	387.380	387.329	+0.013	+0.051	-0.340
4	2	+3	...	2489.705	...	401.654	...	...	...
4	2	+4	...	2397.625	...	417.079	...	...	...
4	1	-4	...	2576.804	...	388.078	...	...	...
4	1	-3	...	2492.049	...	401.276	...	...	...
4	1	-2	...	2407.295	...	415.404	...	...	...
4	1	-1	...	2322.540	...	430.563	...	...	...
4	1	0	...	2237.785	...	446.870	...	...	...
4	1	+1	...	2153.031	...	464.461	...	...	...
4	1	+2	...	2068.276	...	483.494	...	...	...
4	1	+3	1985.309	1983.522	503.700	504.154	-0.090	-0.454	+1.787
4	1	+4	...	1898.767	...	422.549	...	...	...
4	0	-4	...	2458.550	...	406.744	...	...	...
4	0	-3	...	2366.589	...	422.549	...	...	...
4	0	-2	2271.282	2274.628	440.280	439.632	+0.147	+0.648	-3.346
4	0	-1	...	2182.667	...	458.155	...	...	...
4	0	0	2100.399	2090.706	476.100	478.307	-0.464	-2.207	+9.693
4	0	+1	...	1998.745	...	500.314	...	...	...

---

4	0	+2	...	1906.784	...	524.443	...	...	...
4	0	+3	...	1814.823	...	551.018	...	...	...
4	0	+4	...	1722.862	...	580.429	...	...	...
4	1	-4	...	2291.149	...	436.462	...	...	...
4	1	-3	2201.916	2199.567	454.150	454.635	-0.107	-0.485	+2.349
4	1	-2	2103.271	2107.985	475.450	474.387	+0.224	+1.063	-4.714
4	1	-1	...	2016.403	...	495.933	...	...	...
4	1	0	...	1924.821	...	519.529	...	...	...
4	1	+1	1831.972	1833.239	545.860	545.483	-0.069	+0.377	-1.267
4	1	+2	1744.409	1741.656	573.260	574.166	-0.158	-0.906	+2.753
4	1	+3	...	1650.074	...	606.033	...	...	...
4	1	+4	...	1558.492	...	641.646	...	...	...

---

TAB. C.3: Identification et ajustement entre les périodes théoriques et les 44 périodes du spectre complet de pulsation de PG 1605+072 (Kilkenny et al. 1999).



## C.4 Identification du modèle optimal, spectre CFHT de PG 1605+072 (van Spaandonk et al. 2008)

$l$	$k$	$m$	$\nu_{\text{obs}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$\nu_{\text{th}}$ ( $\mu\text{Hz}$ )	$P_{\text{obs}}$ (s)	$P_{\text{th}}$ (s)	$\Delta X/X$ (%)	$\Delta P$ (s)	$\Delta\nu$ ( $\mu\text{Hz}$ )
0	3	0	...	3089.832	...	323.642	...	...	...
0	2	0	2742.672	2744.792	364.608	364.326	+0.077	+0.282	-2.121
0	1	0	...	2276.548	...	439.261	...	...	...
0	0	0	...	2068.634	...	483.411	...	...	...
1	4	-1	...	3309.465	...	302.164	...	...	...
1	4	0	...	3218.322	...	310.721	...	...	...
1	4	+1	...	3127.180	...	319.777	...	...	...
1	3	-1	2843.890	2849.026	351.631	350.997	+0.180	+0.634	-5.136
1	3	0	2761.622	2756.830	362.106	362.735	-0.174	-0.629	+4.792
1	3	+1	...	2664.635	...	375.286	...	...	...
1	2	-1	...	2469.498	...	404.941	...	...	...
1	2	0	...	2380.661	...	420.051	...	...	...
1	2	+1	2302.551	2291.824	434.301	436.334	-0.468	-2.033	+10.726
1	1	-1	2157.758	2162.876	463.444	462.347	+0.237	+1.097	-5.118
1	1	0	2075.606	2071.478	481.787	482.747	-0.199	-0.960	+4.128
1	1	+1	1979.073	1980.081	505.287	505.023	+0.051	+0.257	-1.008
2	4	-2	...	3625.517	...	275.823	...	...	...
2	4	-1	...	3537.788	...	282.662	...	...	...
2	4	0	3451.918	3450.059	289.694	289.850	-0.054	-0.156	+1.859
2	4	+1	3378.995	3362.330	295.946	297.413	-0.496	-1.467	+16.665
2	4	+2	...	3274.601	...	305.381	...	...	...
2	3	-2	...	2984.372	...	335.079	...	...	...
2	3	-1	...	2896.602	...	345.232	...	...	...
2	3	0	...	2808.832	...	356.020	...	...	...
2	3	+1	...	2721.062	...	367.504	...	...	...
2	3	+2	...	2633.292	...	379.753	...	...	...
2	2	-2	2827.007	2825.719	353.731	353.892	-0.046	-0.161	+1.288
2	2	-1	2741.897	2743.139	364.711	364.546	+0.045	+0.165	-1.242
2	2	0	...	2660.559	...	375.861	...	...	...
2	2	+1	...	2577.980	...	387.901	...	...	...
2	2	+2	...	2495.400	...	400.737	...	...	...
2	1	-2	2255.646	2259.270	443.332	442.621	+0.160	+0.711	-3.624
2	1	-1	2175.748	2176.020	459.612	459.554	+0.012	+0.057	-0.272
2	1	0	2101.057	2092.771	475.951	477.835	-0.396	-1.884	+8.286
2	1	+1	...	2009.521	...	497.631	...	...	...
2	1	+2	...	1926.272	...	519.137	...	...	...
2	0	-2	2213.187	2220.854	451.837	450.277	+0.345	+1.560	-7.667
2	0	-1	...	2138.648	...	467.585	...	...	...
2	0	0	...	2056.442	...	486.277	...	...	...
2	0	+1	1971.273	1974.235	507.289	506.525	+0.151	+0.764	-2.972
2	0	+2	1889.591	1892.029	529.215	528.533	+0.129	+0.682	-2.438
3	4	-3	...	3871.136	...	258.322	...	...	...
3	4	-2	...	3781.198	...	264.466	...	...	...
3	4	-1	...	3691.261	...	270.910	...	...	...
3	4	0	...	3601.323	...	277.676	...	...	...
3	4	+1	...	3511.386	...	284.788	...	...	...
3	4	+2	...	3421.449	...	292.274	...	...	...
3	4	+3	3331.557	3331.511	300.160	300.164	-0.001	-0.004	+0.045
3	3	-3	...	3215.735	...	310.971	...	...	...

---

3	3	-2	...	3131.661	...	319.319	...	...	...
3	3	-1	...	3047.587	...	328.128	...	...	...
3	3	0	...	2963.513	...	337.437	...	...	...
3	3	+1	...	2879.440	...	347.290	...	...	...
3	3	+2	2800.869	2795.366	357.032	357.735	-0.197	-0.703	+5.503
3	3	+3	2716.092	2711.292	368.176	368.828	-0.177	-0.652	+4.800
3	2	-3	...	3012.481	...	331.952	...	...	...
3	2	-2	...	2921.820	...	342.252	...	...	...
3	2	-1	...	2831.159	...	353.212	...	...	...
3	2	0	2737.626	2740.498	365.280	364.897	+0.105	+0.383	-2.872
3	2	+1	...	2649.837	...	377.382	...	...	...
3	2	+2	...	2559.176	...	390.751	...	...	...
3	2	+3	...	2468.515	...	405.102	...	...	...
3	1	-3	2422.099	2428.990	412.865	411.694	+0.284	+1.171	-6.891
3	1	-2	...	2346.117	...	426.236	...	...	...
3	1	-1	...	2263.243	...	441.844	...	...	...
3	1	0	...	2180.370	...	458.638	...	...	...
3	1	+1	2101.516	2097.496	475.847	476.759	-0.192	-0.912	+4.020
3	1	+2	...	2014.623	...	496.371	...	...	...
3	1	+3	1930.480	1931.749	518.006	517.666	+0.066	+0.340	-1.260
3	0	-3	...	2351.421	...	425.275	...	...	...
3	0	-2	...	2260.241	...	442.431	...	...	...
3	0	-1	2167.467	2169.060	461.368	461.029	+0.073	+0.339	-1.593
3	0	0	2075.959	2077.880	481.705	481.260	+0.092	+0.445	-1.921
3	0	+1	1985.758	1986.700	503.586	503.347	+0.047	+0.239	-0.942
3	0	+2	...	1895.519	...	527.560	...	...	...
3	0	+3	...	1804.339	...	554.219	...	...	...
3	1	-3	...	1953.304	...	511.953	...	...	...
3	1	-2	1870.316	1864.506	534.669	536.335	-0.312	-1.666	+5.810
3	1	-1	...	1775.708	...	563.155	...	...	...
3	1	0	1686.591	1686.911	592.912	592.800	+0.019	+0.112	-0.320
3	1	+1	...	1598.113	...	625.738	...	...	...
3	1	+2	...	1509.316	...	662.552	...	...	...
3	1	+3	...	1420,518	...	703.968	...	...	...

---

4	4	-4	...	4034.621	...	247.855	...	...	...
4	4	-3	...	3943.315	...	253.594	...	...	...
4	4	-2	...	3852.009	...	259.605	...	...	...
4	4	-1	...	3760.704	...	265.908	...	...	...
4	4	0	...	3669.398	...	272.524	...	...	...
4	4	+1	...	3578.092	...	279.479	...	...	...
4	4	+2	...	3486.786	...	286.797	...	...	...
4	4	+3	3385.492	3395.480	295.378	294.509	+0.294	+0.869	-9.988
4	4	+4	...	3304.175	...	302.647	...	...	...
4	3	-4	...	3439.765	...	290.717	...	...	...
4	3	-3	3337.817	3353.813	299.597	298.168	+0.477	+1.429	-15.996
4	3	-2	...	3267.862	...	306.010	...	...	...
4	3	-1	3181.643	3181.910	314.303	314.277	+0.008	+0.026	-0.266
4	3	0	...	3095.958	...	323.002	...	...	...
4	3	+1	...	3010.006	...	332.225	...	...	...
4	3	+2	...	2924.054	...	341.991	...	...	...
4	3	+3	2839.747	2838.102	352.144	352.348	-0.058	-0.204	+1.645
4	3	+4	...	2752.150	...	363.352	...	...	...
4	2	-4	...	3128.773	...	319.614	...	...	...
4	2	-3	...	3037.170	...	329.254	...	...	...
4	2	-2	2942.371	2945.567	339.862	339.493	+0.108	+0.369	-3.197
4	2	-1	...	2853.965	...	350.390	...	...	...
4	2	0	2763.309	2762.362	361.885	362.009	-0.034	-0.124	+0.947
4	2	+1	...	2670.759	...	374.425	...	...	...
4	2	+2	2580.972	2579.156	387.451	387.724	-0.070	-0.273	+1.816
4	2	+3	...	2487.553	...	402.001	...	...	...
4	2	+4	2392.316	2395.950	418.005	417.371	+0.152	+0.634	-3.634
4	1	-4	...	2569.174	...	389.230	...	...	...

---

4	1	-3	...	2484.633	...	402.474	...	...	...
4	1	-2	...	2400.093	...	416.651	...	...	...
4	1	-1	...	2315.552	...	431.862	...	...	...
4	1	0	...	2231.011	...	448.227	...	...	...
4	1	+1	...	2146.470	...	465.881	...	...	...
4	1	+2	2062.974	2061.929	484.737	484.983	-0.051	-0.246	+1.045
4	1	+3	1976.957	1977.389	505.828	505.717	+0.022	-0.110	-0.432
4	1	+4	1891.546	1892.848	528.668	528.304	+0.069	+0.363	-1.302
4	0	-4	...	2453.195	...	407.632	...	...	...
4	0	-3	...	2361.680	...	423.427	...	...	...
4	0	-2	2271.101	2270.165	440.315	440.497	-0.041	-0.182	+0.937
4	0	-1	...	2178.649	...	459.000	...	...	...
4	0	0	2097.610	2087.134	476.733	479.126	-0.502	-2.393	+10.476
4	0	+1	...	1995.619	...	501.098	...	...	...
4	0	+2	...	1904.104	...	525.181	...	...	...
4	0	+3	...	1812.589	...	551.697	...	...	...
4	0	+4	...	1721.073	...	581.033	...	...	...
4	1	-4	...	2290.554	...	436.576	...	...	...
4	1	-3	2201.741	2199.661	454.186	454.615	-0.095	-0.429	+2.080
4	1	-2	2104.067	2108.769	475.270	474.210	+0.223	+1.060	-4.702
4	1	-1	...	2017.876	...	495.570	...	...	...
4	1	0	...	1926.984	...	518.946	...	...	...
4	1	+1	1832.801	1836.091	545.613	544.635	+0.179	+0.978	-3.291
4	1	+2	1744.132	1745.199	573.351	573.001	+0.061	+0.350	-1.067
4	1	+3	...	1654.307	...	604.483	...	...	...
4	1	+4	...	1563.414	...	639.626	...	...	...

---

TAB. C.4: Identification et ajustement entre les périodes théoriques et les 46 périodes du spectre complet de pulsation de PG 1605+072 (van Spaandonk et al. 2008).



# Annexe D

## Acte de colloque Charpinet et al. (2008)

Quelques détails sur l'analyse des données de photométrie multi-couleur obtenues au CFHT pour l'étoile Balloon 090100001.

## Constraints on seismic models of BAL 090100001 through high-sensitivity multicolour photometry

S. Charpinet<sup>1</sup>, G. Fontaine<sup>2</sup>, P. Brassard<sup>2</sup>, S.K. Randall<sup>3</sup>, V. Van Grootel<sup>1,2</sup>, E.M Green<sup>4</sup>, and P. Chayer<sup>5</sup>

**Abstract.** We report on an analysis of high S/N ratio *UBV* multicolour photometry of the bright pulsating sdB star BAL 090100001 gathered at the Canada-France-Hawaii Telescope with the help of the Montreal 3-channel photometer LAPOUNE. Through an application of the color-amplitude method described in Randall et al. (2005), we were able to identify the degree index  $\ell$  of several individual pulsation modes. These identifications provide extremely useful constraints on possible seismic models for BAL 090100001.

### 1. Introduction

BAL 090100001 is the brightest known sdB pulsator and, consequently, was a target of choice for several extensive observation campaigns organised recently (see these proceedings). These have established that BAL 090100001 is a rich pulsating star showing many short-period *p*-mode oscillations (of the EC 14026 type) as well as long period *g*-mode pulsations (of the PG 1716 type). It is one of the few hybrid sdB pulsators, similar to HS 0702+6043 (Schuh et al. 2006) and HS 2201+2610 (Lutz et al. in these proceedings). The brightness of BAL 090100001 coupled with the presence of oscillation modes with relatively large amplitudes have also encouraged the use of new techniques to monitor the pulsations in order to gain additional information concerning, in particular, the geometrical identification of the modes being observed. In this paper, we report on such mode identification based on high-sensitivity multicolour photometry.

### 2. Observations and analysis

We observed BAL 090100001 for 4 consecutive nights at the Canada-France-Hawaii 3.6m Telescope (CFHT) starting on 2005 August 13. As usual, we used

---

<sup>1</sup>UMR5572, Université Paul Sabatier et CNRS, Observatoire Midi-Pyrénées, 14 av. E. Belin, 31400 Toulouse, France

<sup>2</sup>Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. Centre-Ville, Montréal QC H3C 3J7, Canada

<sup>3</sup>ESO, Karl-Schwarzschild-Str. 2, 85748, Garching bei München, Germany

<sup>4</sup>Steward Observatory, University of Arizona, 933 North Cherry Avenue, Tucson, AZ 85721, USA

<sup>5</sup>Bloomberg Center for Physics and Astronomy, Johns Hopkins University, 3400 North Charles Street, Baltimore, MD 21218-2686, USA

our three-channel fast photometer LAPOUNE in multicolour mode, allowing us to acquire quasi-simultaneous  $U, B, V$  lightcurves by sampling, one at a time, the various bandpass through the use of a filter wheel. For a star as bright as BAL 090100001, we adopted an exposure time of 5 s for each filter, resulting in an overall cycle time of 17 s (i.e., one measurement in each waveband occurred every 17 s). These observations were part of a coordinated multi-site campaign involving the instrument ULTRACAM mounted at the William Heschel 4m Telescope (WHT) and support in white light photometry from the Himalayan Chandra Telescope (HCT) and Faulkes Telescope North (FTN). However, we based the following preliminary analysis only on the CFHT data (see Pereira et al. in these proceedings for a frequency analysis of the combined data set).

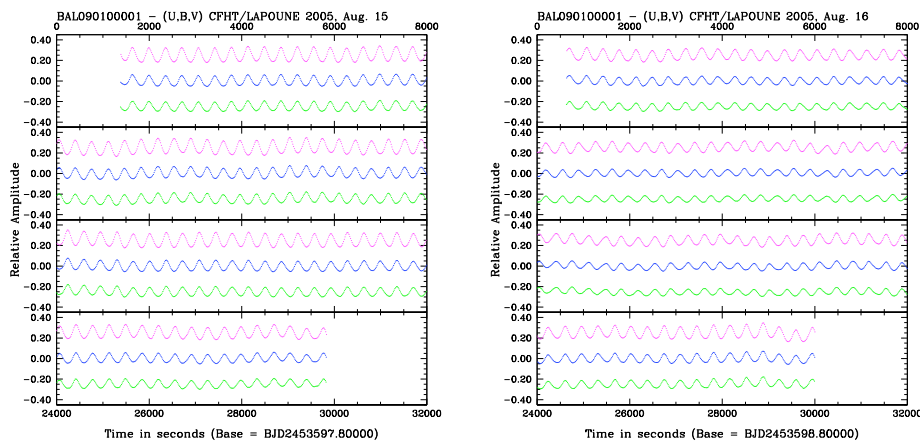


Figure 1. Two representative nights of multiband photometric data obtained at CFHT with the photometer Lapoune. The  $U, B, V$  lightcurves shows typical pulsations whose relative amplitude is given in percent of the mean brightness of the star.

The multicolour data gathered at CFHT reach very high quality standards, thanks to the perfectly photometric conditions encountered at this site during the entire run. Figure 1 provides a typical illustration of the  $U, B, V$  CFHT lightcurves of BAL 090100001 and Figure 2 shows the very low noise Fourier Transforms of the combined 4 nights. The amplitude difference of the oscillation modes depending on the bandpass is obvious in these Figures, as is the presence of many structures at both high frequency (the  $p$ -modes) and low frequency (the  $g$ -modes). The mean noise in the Fourier domain reaches levels as low as: 0.0117, 0.0072, 0.0052 % in respectively the 2–3, 4–5, 7–8 mHz ranges for the U-band; 0.0082, 0.0063, 0.0043 % (again, in the 2–3, 4–5, 7–8 mHz ranges) for the B-band; and 0.0083, 0.0061, 0.0040 % (in the 2–3, 4–5, 7–8 mHz ranges) for the V-band. The truly outstanding precision obtained from these data is in fact the essential element that allowed us to pursue the notoriously difficult task of mode identification based on the amplitude ratio technique far beyond what had been possible thus far for sdB stars.

Mode identification from multicolour photometry – more precisely, constraints set on the degree  $\ell$  of a mode – has been worked out theoretically for

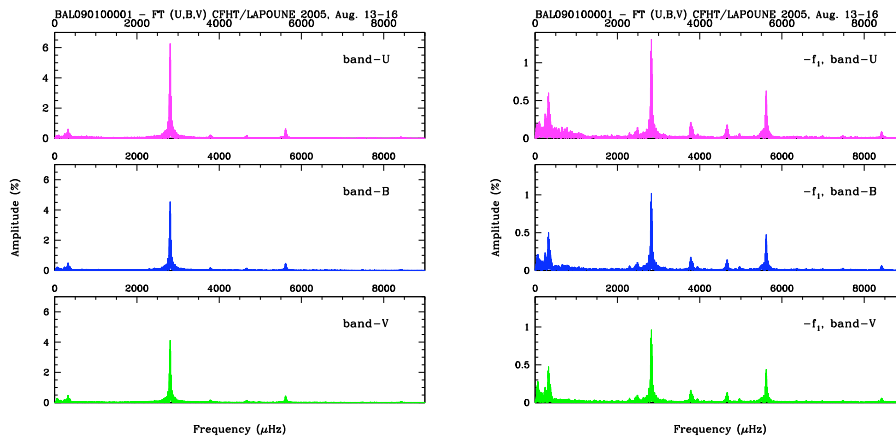


Figure 2. Fourier transforms of the combined 4-nights of CFHT data in each waveband. Left panel shows the full spectrum and right panel shows the Fourier transform after prewhitening of the dominant period, revealing that many additional periodicities are present.

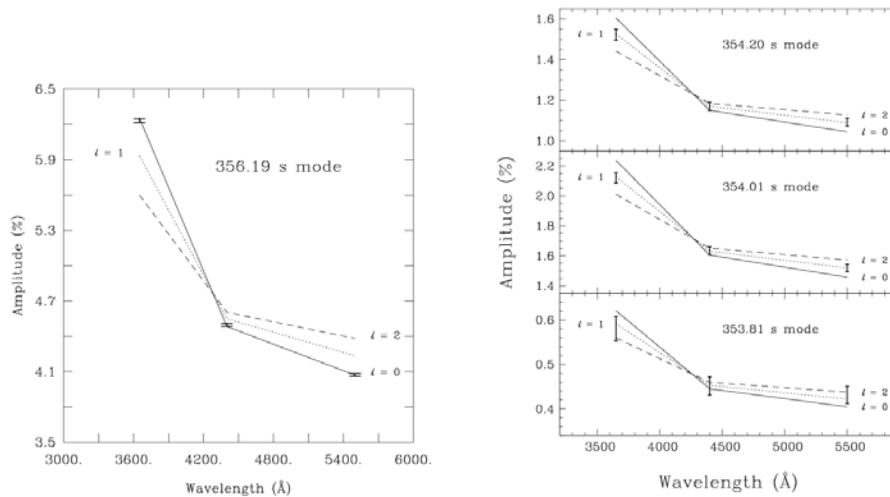


Figure 3. Examples of identification of  $\ell$  from the measured mode amplitude distribution as a function of wavelength. The expected signature for different values of  $\ell$  was computed following Randall et al. (2005). Left panel shows the dominant mode, clearly a  $\ell = 0$  (radial) pulsation. Right panel illustrates the mode identification technique applied independently to three components of a well identified triplet (expected to have the same  $\ell$ -index). It turns out to be the case: the three modes are clearly  $\ell = 1$  nonradial oscillations.

the specific case of pulsating sdB stars by Randall et al. (2005; and see references therein). We used a flavor of this approach to derive constraints on the  $\ell$ -value of as many modes as possible observed in BAL 090100001. Limitations arise when the amplitudes of the modes become so low – and consequently the uncertainties



on the amplitude measurements become too high – for the method to be able to discriminate between amplitude distributions as a function of wavelength corresponding to the relevant  $\ell$ -indices (typically values in the range  $\ell = 0 - 4$ ). The very high quality of the CFHT data permitted to set useful constraints on ten groups of modes (i.e., including their rotationally split components). In a few cases – in general for modes with highest amplitudes –, firm identifications of the degree  $\ell$  could be formally secured. Other modes of lower amplitude could, also formally, only be assigned with a list of possible values of  $\ell$ , although one value could usually be preferred on the basis of a smaller  $\chi^2$ -value of the amplitude distribution fit. An illustration of mode identification using this method is shown in Figure 3 and a complete summary of the results is given in Table 1.

Table 1. Derived identification of the geometrical  $\ell$ -index for ten groups of modes (i.e., including identified multiplets split by rotation) observed in BAL 090100001. Other periods are present in this star, but their low amplitudes do not allow us to set useful constraints on  $\ell$  in those cases.

Periods (s)	Degree $\ell$ (acceptable values)	Degree $\ell$ (preferred value)
356.194	0	0
354.205, 354.008, 353.809	1	1
350.392, 350.171, 349.831	2	2
264.892	0, 1	0
263.819, 263.736	4	4
261.444, 261.216	1, 2	1
253.514	1, 2	2
215.454, 215.291	0, 1	1
214.610, 214.374	1, 2	2
201.430	0, 1, 2	1

### 3. Conclusion

The very high sensitivity multicolour photometry obtained at CFHT for the pulsating sdB star BAL 090100001 permitted, for the first time, to set useful independent identification constraints for a significant number of modes observed in this object. This result is particularly important in the context of detailed asteroseismology of hot B subdwarfs which needs independent tests, such as those provided by multicolour photometry, to assess the robustness of both the seismic solutions uncovered and the seismic method itself (see Charpinet et al. in these proceedings).

### References

- Randall, S. K., Fontaine, G., Brassard, P., Bergeron, P. 2005, ApJS, 161, 456  
 Schuh, S., Huber, J., Dreizler, S., Heber, U., O’Toole, S. J., Green, E. M., Fontaine, G. A&A, 448, L25



# Annexe E

## Acte de colloque

La publication suivante rend compte de ma contribution aux actes du colloque HELAS tenu à Wrocław en juin 2008, à paraître dans le journal *Communications in Asteroseismology*.

## Internal dynamics from asteroseismology for two sdB pulsators in close binary systems

V. Van Grootel<sup>1,2</sup>, S. Charpinet<sup>1</sup>, G. Fontaine<sup>2</sup>, P. Brassard<sup>2</sup>, and D. Reese<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes, Université de Toulouse, CNRS,  
14 Av. E. Belin, F-31400 Toulouse, France

<sup>2</sup> Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. Centre-Ville,  
Montréal, QC H3C 3J7, Canada

<sup>3</sup> Department of Applied Mathematics, University of Sheffield, Hounsfield Road,  
Sheffield, S3 7RH, UK

### Abstract

Since their discovery eleven years ago, short-period pulsating sdB stars have proved their potential for quantitative asteroseismological studies. We have recently updated our asteroseismic diagnostic tools in order to incorporate the effects of stellar rotation on pulsations, assuming various internal rotation laws. It is possible, with these new tools, to determine the internal rotation profile of two short-period pulsating sdB stars residing in close binary systems, namely Feige 48 and PG 1336–018. They exhibit orbital periods of 9.024 h and 2.424 h respectively, as measured from spectroscopy. For the two stars, we show that spin-orbit synchronism is reached from the surface down to  $\sim 0.22 R_*$  and  $0.55 R_*$ , respectively. The rotation of deeper layers cannot be inferred with the type of modes –  $p$ -modes – observed in short-period pulsating sdB stars. These results can potentially provide new elements to test tidal friction theories, particularly the angular momentum transport, in close binary systems.

Session: 3E

Individual Objects: Feige 48, PG 1336–018 (NY Virginis).

### Introduction

Subdwarf B (sdB) stars are hot ( $T_{\text{eff}} = 20,000\text{--}40,000$  K) and compact ( $\log g = 5.2 - 6.2$ ) evolved Extreme Horizontal Branch stars (EHB). They are

composed of a partly convective helium-burning core, surrounded by a radiative helium mantle and a very thin radiative hydrogen-rich envelope ( $M_{\text{env}} < 0.02 M_{\odot}$ , while the total mass is around  $0.5 M_{\odot}$ ). They spend about  $1.5 \times 10^8$  yr on the EHB and then evolve, after core-helium exhaustion, directly toward the white dwarf cooling sequence (Dorman et al. 1993). Subdwarf B stars host two groups of non-radial, multiperiodic pulsators. Rapid oscillations (80 – 600 s) in the so-called EC 14026 stars, discovered by Kilkenney et al. (1997), are usually identified with low-degree, low-order p-modes. The longer periods (0.75 – 3 h) of the PG 1716 stars, discovered more recently by Green et al. (2003), are due to low-degree, mid-order g-modes. The presence of excited pulsation modes in both types of pulsators is caused by a classic  $\kappa$ -effect associated with an opacity bump due to partial ionization of heavy metals, especially iron, locally enhanced by radiative levitation at work in the envelope of these stars (Charpinet et al. 2001, and these proceedings).

A significant fraction of sdB stars reside in close binaries, with orbital periods from hours to days and white dwarfs or M dwarf companions (see, e.g., Maxted et al. 2001 or Green et al. 2001). The Feige 48 system is made of a short-period pulsating sdB star and an unseen companion (most likely a white dwarf), with an orbital period of  $9.024 \pm 0.072$  h (O’Toole et al. 2004). PG 1336–018 ( $P_{\text{orb}} = 2.42438$  h; Kilkenney et al. 2000) is one of the very few *HW Vir*-type sdB + dwarf M close eclipsing binaries, and the only known – to date – that exhibits short-period pulsations for its sdB component.

Tidal forces in binary systems, among other long-term effects such as circularization and alignment of the rotation axis to the normal of the orbit, tend to synchronize the rotation of the two stars with the orbital motion. Theoretical frameworks on tidal interaction have been developed in the last decades essentially by Zahn (1975, 1977, and references therein), where turbulent dissipative processes and radiative damping are invoked. Another model based on large-scale hydrodynamical currents was proposed by Tassoul & Tassoul (1992, and references therein). The question of the basic validity of these competing models is still under debate. The theoretical synchronization times can differ by orders of magnitude depending on the physical mechanism invoked, especially in the case of hot stars with radiative envelopes (such as sdB stars), where tidal forces are less efficient for synchronization. In any case, the confrontation of the theory with the observations, through the traditional photometric or spectroscopic techniques, only deals with the surface layers. The synchronization level reached in the inner parts, by transport of the angular momentum from the surface (Goldreich & Nicholson 1989), is only accessible by asteroseismology. It therefore constitutes a unique opportunity to test the theory of stellar synchronization and angular momentum transport as a function of depth.

## The forward modeling approach for asteroseismology

The group of rapidly pulsating sdB stars has proved its potential for performing objective asteroseismic analyses (see Fontaine et al. 2008 for a recent review). The method implements the so-called forward modeling approach, built on the requirement of global optimization: theoretical pulsation spectra computed from sdB models must match *all* the observed periods simultaneously. The goodness of the fit is evaluated through a merit function defined as

$$S^2 = \sum_{i=1}^{N_{\text{obs}}} \left( \frac{P_{\text{obs}}^i - P_{\text{th}}^i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (1)$$

where  $N_{\text{obs}}$  is the number of observed periodicities. The method performs a double-optimization procedure in order to find the minima of the merit function, which constitutes the potential asteroseismic solutions (see details in Charpinet et al. 2005b). The codes have been recently improved to incorporate the effect of the rotation of the star, which lifts the  $(2l + 1)$ - fold degeneracy of eigenfrequencies of a perfectly spherically symmetric star (Van Grootel et al. 2008). Assuming an internal rotation law  $\Omega(r)$ , the rotational multiplets are calculated, with the perturbative method to first order, by

$$\sigma_{klm} = \sigma_{kl} - m \int_0^R \Omega(r) K_{kl}(r) dr \quad ; \quad K_{kl} = \frac{\xi_r^2 - [l(l+1) - 1]\xi_h^2 - 2\xi_r\xi_h}{\int_0^R [\xi_r^2 + l(l+1)\xi_h^2] \rho r^2 dr} \rho r^2 \quad (2)$$

where  $K_{kl}$  is the rotational kernel. The optimal solution gives the structural parameters of the star ( $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$ ,  $M_*$ ,  $\log q(\text{H})$ ) and, of utmost interest here, the internal dynamics  $\Omega(r)$  as a function of the radius of the star.

The effects of higher orders due to rotation have been estimated from polytropic ( $N = 3$ ) models, using a full (nonperturbative) treatment of stellar rotation developed by one of us (Reese et al. 2006). The main results show that these higher-order perturbation effects due to rotation and tidal deformation of the star cannot affect in a significant way the asteroseismic solution proposed for Feige 48 and PG 1336–018 at the present level of accuracy (further details are given in Charpinet et al. 2008).

## Test of spin-orbit synchronism with asteroseismology

The pulsating sdB star in the Feige 48 system exhibits nine pulsation periods in the range 343 – 383 s, as observed in white light photometry at the 3.6-m CFHT during six night in June 1998 (Charpinet et al. 2005a). Three groups of modes can naturally be constructed from this pulsation spectrum, as components of rotational multiplets approximately evenly distributed in frequency

#### 4 Internal dynamics from asteroseismology for two sdB pulsators in close binary systems

with a mean spacing of about  $\sim 28 \mu\text{Hz}$ . These nine pulsation periods are used in the optimization procedure in order to find the minima of the merit function, assuming several internal rotation laws. First, the hypothesis of a solid-body rotation ( $\Omega(r) = \Omega = \text{constant}$ ) is tested, and the star rotation period  $P_{\text{rot}} = 2\pi/\Omega$  therefore constitutes a free parameter in the optimization procedure. This leads to the determination of the structural parameters of the star and to a rotation period  $P_{\text{rot}} = 9.028 \pm 0.48 \text{ h}$  (details can be found in Van Grootel al. 2008), in excellent agreement with the orbital period of the system  $P_{\text{orb}} = 9.024 \pm 0.072 \text{ h}$  measured from RV variations. This result strongly suggests that the sdB star is tidally locked in the Feige 48 system.

To investigate further this question, the hypothesis of differential rotation is tested by dividing the star in two regions that each rotate independently as solid structures. In a first step, the transition between the two layers is fixed to  $0.3 R_*$ , following the suggestion of Kawaler & Hostler (2005). The surface rotation is fixed to its optimal value of 32,500 s (9.028 h), when the core rotation is varied from a period of 4,500 s to 40,000 s. The optimization procedure on structural parameters is carried out for each configuration of differential rotation. The best merit function  $S^2$  for each configuration is plotted in Fig. 1.

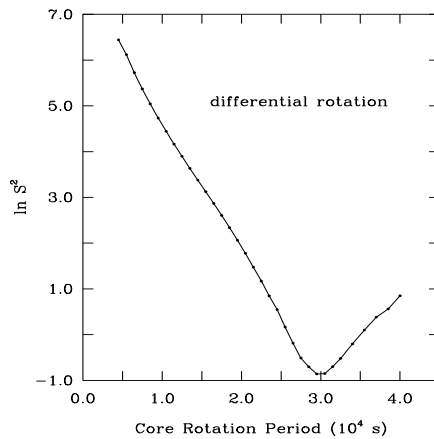


Figure 1: Merit function  $S^2$  (in logarithmic units) as a function of the core rotation period of the sdB star in Feige 48 system. The surface rotation is fixed at the optimal value of 32,500 s (9.028 h) found for solid-body rotation. The transition between the two layers is fixed to  $0.3 R_*$ .

A very fast core rotation can be rejected from Fig. 1, as it leads to much poorer merit functions; while  $S^2$  increases again for longer core rotation periods. Taking into account the uncertainties, this result indicates that the sdB rotates as a solid-body in the Feige 48 system.

In a second step, the transition between the two layers can vary from  $0.1$  to  $1.0 R_*$ , while the structural parameters are fixed to their optimal values. The surface rotation is fixed to the value of  $32,500$  s, and the core rotation period  $P_{\text{core}}$  can vary, as shown in Fig. 2 (left), from  $5,000$  to  $45,000$  s. All the merit functions are shown in Fig. 2, with a color scale in logarithmic units. The optimal core rotation period  $P_{\text{core}}$  (continuous white line) is not significantly different from the surface rotation period (equals to the orbital period, vertical dot-dashed line) in the most part of the star : the sdB component in the Feige 48 system is tidally locked, from the surface down to  $\sim 0.22 R_*$  at least. The blue valley enlarges significantly under this limit, which translates the insensitivity of the  $p$ -modes to these deep regions.

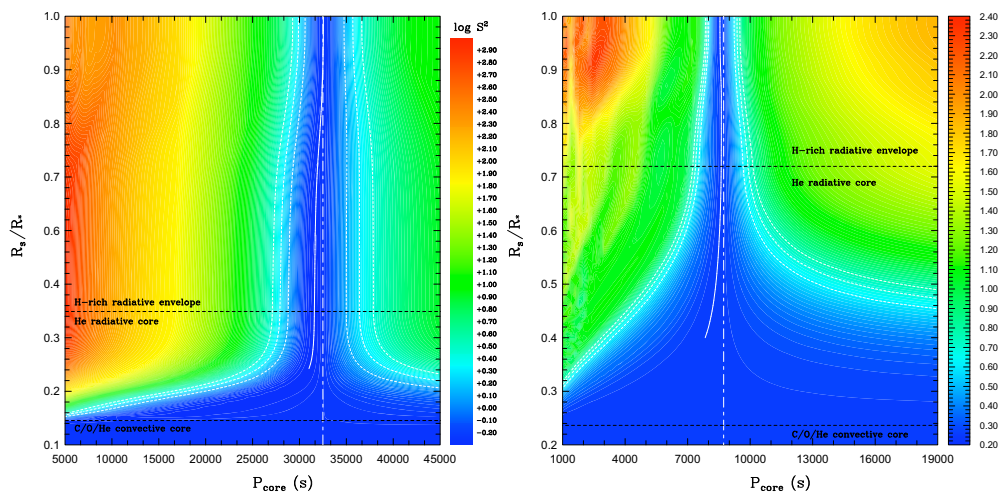


Figure 2: Seismic internal rotation profile of the sdB star in Feige 48 (left;  $P_{\text{orb}} = 9.024$  h) and PG 1336–018 (right;  $P_{\text{orb}} = 2.424$  h). This  $S^2$  map (on a logarithmic scale) shows the quality of fit to the observed pulsation periods as a function of the parameters  $P_{\text{core}}$  and  $R_S/R_*$ . The continuous white line indicate the minima of the merit function. The white dot-dashed vertical lines indicates the orbital period. White dotted-line contours indicates the  $1\text{-}\sigma$ ,  $2\text{-}\sigma$  et  $3\text{-}\sigma$  confidence level relative to the best-fit solution. The transitions between the H-rich envelope and the radiative He core; and between the radiative He core and the convective C-O-He core are also indicated.

The same exercise is carried out with the 25 pulsation periods in the frequency spectrum of the sdB star in the PG 1336–018 system (Kilkenny et al. 2003). Details on the asteroseismic analysis is reported in Charpinet et al. (2008), and the internal rotation profile is shown in Fig. 2 (right). The sdB star is also tidally locked, down to  $\sim 0.55 R_*$  at least. Again, the dynamics of deeper regions (under the H-rich envelope much thinner in this case compared to the envelope of Feige 48), cannot be probed by the  $p$ -modes in action here.



## Conclusion

We have demonstrated, for the first time by asteroseismic means, that spin-orbit synchronism is reached in the most part of two short-period pulsating sdB stars residing in close binary systems, namely Feige 48 and PG 1336–018. Both stars rotate as solid bodies with periods equal to their orbital periods from the surface down to at least  $\sim 0.22$  and  $0.55$  of their radius, respectively. The rotation of deeper layers cannot be inferred with the type of modes observed in short-period pulsating sdB stars. This observed synchronization as a function of depth, achieved within  $\sim 1.5 \times 10^8$  yr (the lifetime of a sdB star on the EHB), could provide constraints for tidal evolution theories, concerning particularly the angular momentum transport from the surface to the center. In a next step, the dynamics of deeper regions in sdB stars residing in binaries could be probed, in principle, by the g-modes observed in long-period pulsating sdB stars.

**Acknowledgments.** V. Van Grootel thanks the financial support granted by the HELAS consortium.

## References

- Charpinet, S., Fontaine, G., & Brassard, P. 2001, *PASP*, 113, 775
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2005a, *A&A*, 443, 251
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2005b, *A&A*, 437, 575
- Charpinet, S., Van Grootel, V., Reese, D., et al. 2008, *A&A*, in press
- Dorman, B., Rood, R. T., & O’Connell, R. W. 1993, *ApJ*, 419, 596
- Fontaine, G., Brassard, P., Charpinet, S., et al. 2008, *ASPC*, 392, 231
- Goldreich, P., & Nicholson, P. D. 1989, *ApJ*, 342, 1079
- Green, E. M., Liebert, J., & Saffer, R. A. 2001, *ASPC*, 226, 192
- Green, E. M., Fontaine, G., Reed, M. D., et al. 2003, *ApJ*, 583, L31
- Kawaler, S. D., & Hostler, S. R. 2005, *ApJ*, 621, 432
- Kilkenny, D., Koen, C., O’Donoghue, D., & Stobie, R. S. 1997, *MNRAS*, 285, 640
- Kilkenny, D., Keuris, S., Marang, F., et al. 2000, *The Observatory*, 120, 48
- Kilkenny, D., Reed, M. D., O’Donoghue, D., et al. 2003, *MNRAS*, 345, 834
- Maxted, P., Heber, U., Marsh, T. R., & North, R.C. 2001, *MNRAS*, 326, 1391
- O’Toole, S. J., Heber, U., & Benjamin, R. A. 2004, *A&A*, 422, 1053
- Reese, D., Lignières, F., & Rieutord, M. 2006, *A&A*, 455, 621
- Tassoul, J.-L., & Tassoul, M. 1992, *ApJ*, 395, 259
- Van Grootel, V., Charpinet, S., Fontaine, G., & Brassard, P. 2008, *A&A*, 483, 875
- Zahn, J.-P. 1975, *A&A*, 41, 329
- Zahn, J.-P. 1977, *A&A*, 57, 383

## DISCUSSION

**Shibahashi:** I am wondering how one can distinguish clearly intrinsic pulsation signal of a star from influence coming from its companion, such as the reflection effect? Is there any possibility of such contamination?

**Van Grootel:** A reflection effect can only possibly be detected with a main sequence companion, and it is indeed observed in the light curve of PG 1336–018 (see Kilkenney et al. 2003). One can also possibly observe an ellipsoidal deformation of the sdB star in the case of very close systems with massive companions. Such contamination effects have very different timescales than the pulsations in short-period sdB stars (80 – 600 s), and therefore it is easy to separate them. In the case of PG 1336–018, the reflection effect has been removed from the light curve before the Fourier analysis to extract pulsation frequencies (Kilkenney et al. 2003).