

PS90B

N<sup>o</sup> 242

EXTRAIT DU *Bulletin de la Société royale des Sciences de Liège.*

Mai 1938, n<sup>o</sup> 5.

UNIVERSITÉ DE LIÈGE (Belgique)  
INSTITUT D'ASTROPHYSIQUE  
Collection de Mémoires in 8<sup>o</sup>

**Les intensités relatives  
des raies moléculaires d'absorption dans les spectres stellaires,**

par P. SWINGS et D. CRESPIN.

1. De nombreuses recherches récentes ont montré le grand intérêt que présentent les bandes moléculaires des spectres stellaires en vue de la détermination soit du type spectral, soit de la magnitude absolue des étoiles. La plupart des travaux d'observation ou théoriques concernent d'ailleurs l'intensité globale des systèmes de bandes d'absorption d'une molécule AB déter-



minée, c'est-à-dire les nombres totaux de molécules AB se trouvant dans les couches renversantes stellaires et donnant lieu aux bandes d'absorption <sup>(1)</sup>.

Ce n'est que dans l'étude des spectres d'absorption d'étoiles spéciales (le Soleil : R. T. Birge <sup>(2)</sup>, puis R. S. Richardson <sup>(3)</sup>; les étoiles N : K. Wurm <sup>(4)</sup>;  $\delta$  Cephei : P. Swings <sup>(5)</sup>; ...) que l'on a envisagé les intensités relatives des bandes de vibration au sein d'un système ou des raies individuelles de rotation au sein d'une bande <sup>(6)</sup>.

Il est cependant utile d'examiner l'effet général de la variation des intensités relatives en fonction du type spectral et de la magnitude absolue. D'une part, on pourra ainsi rendre plus précise la comparaison entre les observations photométriques et la théorie; on pourra aussi dans certains cas obtenir de nouveaux critères de magnitude absolue ou de classification spectrale et en tirer le maximum de sensibilité.

Pour le problème actuel, nous pouvons nous contenter de l'hypothèse d'une couche renversante à température et pression constantes, comme H. N. Russell <sup>(7)</sup> et M. Nicolet <sup>(8)</sup> l'ont fait pour leur traitement général des équilibres de dissociation moléculaire au sein des atmosphères stellaires. Dans les considérations qui suivent, nous supposerons également que nous avons affaire à un état d'équilibre auquel nous pourrions appliquer la formule de Boltzmann.

2. Considérons une raie individuelle de rotation d'une molécule AB et désignons par  $J''$  le nombre quantique de rotation de son niveau inférieur. La variation de l'intensité de la raie d'absorption considérée en fonction du type spectral ou de la magnitude absolue est uniquement fonction du nombre total

---

<sup>(1)</sup> Voir, par exemple, comme exposé théorique récent : M. NICOLET, Public. nos 203 et 204 de l'Institut d'Astrophysique de Liège, 1937; comme observations récentes : W. A. RENSE et J. A. HYNEK, *Ap. J.*, 86, 460, 1937.

<sup>(2)</sup> *Ap. J.*, 55, 216, 1932.

<sup>(3)</sup> *Ap. J.*, 73, 216, 1931.

<sup>(4)</sup> *Zs. f. Aph.*, 5, 260, 1932. L'Étude de la distribution des intensités dans les bandes de  $C_2$  des étoiles N, faite par K. WURM, est particulièrement remarquable.

<sup>(5)</sup> *M. N. R. A. S.*, 92, 144, 1931; Public. n° 85 de l'Institut d'Astrophysique de Liège.

<sup>(6)</sup> En revanche, cette question a déjà été considérée dans le cas des bandes d'émission des comètes.

<sup>(7)</sup> *Ap. J.*, 79, 317, 1934.

<sup>(8)</sup> *Loc. cit.*

$N_{J''}$  de molécules AB contenues dans un cylindre unitaire de l'atmosphère stellaire et qui se trouvent au niveau de rotation  $J''$  du terme électronique et vibratoire inférieur de la bande envisagée.

Appelons  $E''$  le niveau électronique et vibratoire inférieur et soit  $N_0$  le nombre de molécules du terme  $E''$  pour  $J''=0$ . On a évidemment

$$N_{J''} = N_0 \cdot (2J'' + 1) \cdot e^{-\frac{B'' \cdot J'' \cdot (J'' + 1)}{kT}},$$

$B''$  étant la notation internationale  $\frac{h}{8\pi^2 c I''}$  ( $I''$  = moment d'inertie dans l'état  $E''$ ) et  $k$  la constante de Boltzmann;  $2J'' + 1$  est le poids statistique du niveau de rotation  $J''$ .

Par sommation de  $J''=0$  à  $J''=\infty$ , on trouvera

$$N_{J''} \doteq \frac{\mathcal{N}}{T} \cdot e^{-\frac{B'' J'' (J'' + 1)}{kT}}, \quad (1)$$

$\mathcal{N}$  étant le nombre total de molécules situées au niveau  $E''$ .

Nous ne considérerons que le cas où le niveau électronique inférieur est le niveau normal de la molécule; en effet, il est aisé de voir que, même aux températures assez élevées (vers  $6000^\circ$ ), la population des niveaux électroniques excités est extrêmement réduite.

En revanche, nous devons tenir compte de la distribution des molécules sur les états de vibration caractérisés par le nombre quantique  $v''$ . Une application immédiate de la formule de Boltzmann nous conduit à

$$\mathcal{N}(v'') \doteq N \cdot e^{-\frac{hc\omega''v''}{kT}} \left(1 - e^{-\frac{hc\omega''}{kT}}\right), \quad (2)$$

$N$  étant, cette fois, le nombre total de molécules se trouvant au niveau électronique normal et  $\omega''$  désignant la fréquence fondamentale de vibration.

Nous écrirons la combinaison des équations (1) et (2) sous la forme

$$N(v'', J'') \doteq \frac{N}{T} \cdot e^{-\frac{B'' J'' (J'' + 1)}{kT}} \cdot e^{-\frac{hc\omega''v''}{kT}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{hc\omega''}{kT}}\right). \quad (3)$$

**3.** La variation de  $N(v'', J'')$  est un effet purement thermique. Mais comme l'échelle de température n'est pas identique pour la séquence principale et pour les étoiles géantes, le comportement en fonction du type spectral différera pour les géantes et pour les naines; on peut donc espérer en déduire également un

critère de magnitude absolue dans certains cas particulièrement favorables.

La formule (3) montre que l'effet d'une variation de température dépendra :

1° Des valeurs du moment d'inertie  $I''$  et du nombre quantique de rotation considéré  $J''$ ;

2° De la fréquence fondamentale de vibration  $\omega''$  et du nombre quantique de vibration  $v''$ .

Deux cas sont d'ailleurs à considérer selon que l'on examine les intensités des raies individuelles de rotation ou bien les intensités globales des bandes de vibration.

4. Examinons d'abord le cas où nous ne pouvons pas séparer les raies de rotation et où, par conséquent, nous examinons les intensités globales des bandes. C'est alors la formule (2) que nous devons considérer.

Nous en avons fait l'application à deux molécules d'intérêt astrophysique, CH et SiF, dont les fréquences fondamentales de vibration  $\omega''$  sont très différentes (1) :

$$\omega''(\text{CH}) = 2859 \text{ cm}^{-1}; \quad \omega''(\text{SiF}) = 865 \text{ cm}^{-1}.$$

Pour chacune des branches (étoiles géantes et naines) et pour chaque type spectral, nous avons extrait du mémoire de Nicolet la valeur de  $\log N$  et nous avons appliqué la formule (2) fournissant  $\mathcal{N}(v'')$ . Les  $\mathcal{N}(v'')$  relatifs aux valeurs 0,1 et 2 de  $v''$  se comportent de façon très analogue en fonction du type spectral, présentant toujours leur maximum dans la même classe. Mais les diagrammes ne sont pas parallèles : ainsi les courbes de  $\log \mathcal{N}(\text{CH})$  pour  $v''=0$  et  $v''=2$ , éloignées de 1.4 en  $z'=2.0$  (2) ne le sont plus que de 0.6 en  $z'=0.8$ .

Si l'on détermine les effets de magnitude absolue [ $\log \mathcal{N}_v - \log \mathcal{N}_0$  pour CH, on trouve :

$$\text{Maximum de l'effet} = -0.47 \text{ pour } v'' = 0;$$

$$\text{Maximum de l'effet} = -0.66 \text{ pour } v'' = 2.$$

Par conséquent, quand on emploie des bandes d'une certaine molécule pour déterminer la parallaxe spectroscopique, il y a

---

(1) En fait, les molécules d'intérêt astrophysique ont toujours des fréquences fondamentales de vibration assez grandes, supérieures à  $800 \text{ cm}^{-1}$ .

(2)  $z'$  = facteur de Russell  $5040/\lambda$ .

lieu de choisir les bandes qui soient les plus sensibles. Nous y reviendrons au paragraphe 5.

Pour SiF, les résultats sont tout à fait analogues. On constate que  $\frac{\mathcal{N}_{v''=0}}{\mathcal{N}_{v''=2}}$  varie de 1.5 en GO à 2.2 en M5. Ce rapport est d'ailleurs légèrement différent pour les géantes et les naines; en K5, il vaut 2 pour les géantes et 1.88 pour les naines. Cet effet est toutefois d'intérêt très réduit pour la détermination des parallaxes spectroscopiques.

5. Considérons maintenant le cas où nous puissions observer soit des raies de  $J''$  déterminés, soit des groupes de raies correspondant à des valeurs rapprochées de  $J''$ . Nous utiliserons alors la formule (3).

Nous en avons fait l'application à la molécule CH pour les niveaux de vibration  $v''=0, 1, 2$  et les nombres quantiques de rotation  $J''=0, 10$  et  $20$ . Globalement, on assiste à des effets analogues à ceux décrits au paragraphe 4, mais beaucoup plus marqués. Ainsi les diagrammes de  $\log N(v'' J'')$  pour  $v''=0, 1, 2$  et  $J''=0, 10, 20$  restent encore de même allure; mais les courbes très écartées aux basses températures se rapprochent fortement aux températures plus élevées. Ainsi en  $z'=2.2$ , la différence  $\log N(v''=0, J''=0) - \log N(v''=2, J''=20)$  vaut 3.2, alors qu'elle n'atteint plus que 1.2 en  $z'=0.8$ .

De même, l'effet de magnitude absolue maximum qui se présente en K5 est de  $-0.39$  pour  $v''=0, J''=0$  et de  $-0.76$  pour  $v''=2, J''=20$ . Si l'on dispose d'une dispersion suffisante, il faut donc, pour déterminer une magnitude absolue au moyen de bandes moléculaires, non seulement bien choisir la bande, mais encore repérer la région la plus sensible de la bande.

Comme le montre la figure 1, la considération des rapports  $N_{10}/N_0$  et  $N_{20}/N_0$  (l'indice étant la valeur de  $J''$ ) est également très intéressante soit pour la classification spectrale, soit pour la détermination de la magnitude absolue. On constate en effet que :

- 1°  $(N_{20}/N_0)_g$  varie depuis la valeur 8 en GO jusqu'à 2.5 en M5,  
 $(N_{20}/N_0)_a$  varie de 10 en GO à 2.5 en M5,  
 de même  $(N_{10}/N_0)$  varie d'environ 14 en GO à environ 10 en M5;

2° L'effet de magnitude absolue est parfois considérable. Ainsi pour le type KO, on a

$$(N_{20}/N_0)_g = 4.7 \quad \text{et} \quad (N_{20}/N_0)_a = 7.2.$$

Ce critère est donc très sensible et pourrait être utilisé lorsqu'on dispose d'une dispersion suffisante.

6. Les considérations développées ci-dessus peuvent évidemment être reproduites pour les autres molécules d'intérêt astrophysique, notamment pour les molécules utilisées habituellement pour la détermination de la magnitude absolue ou du type spectral (CN, CaH, TiO, etc...).

*Institut d'Astrophysique de l'Université de Liège.*  
Mai 1938.