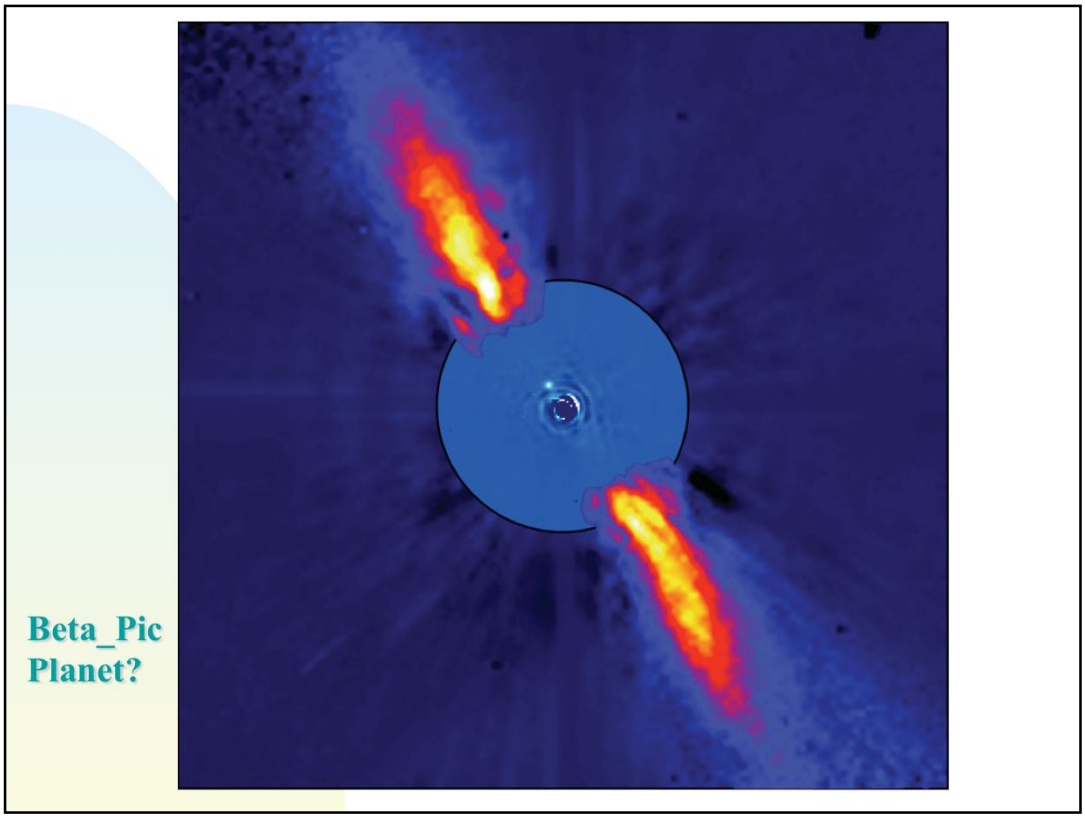
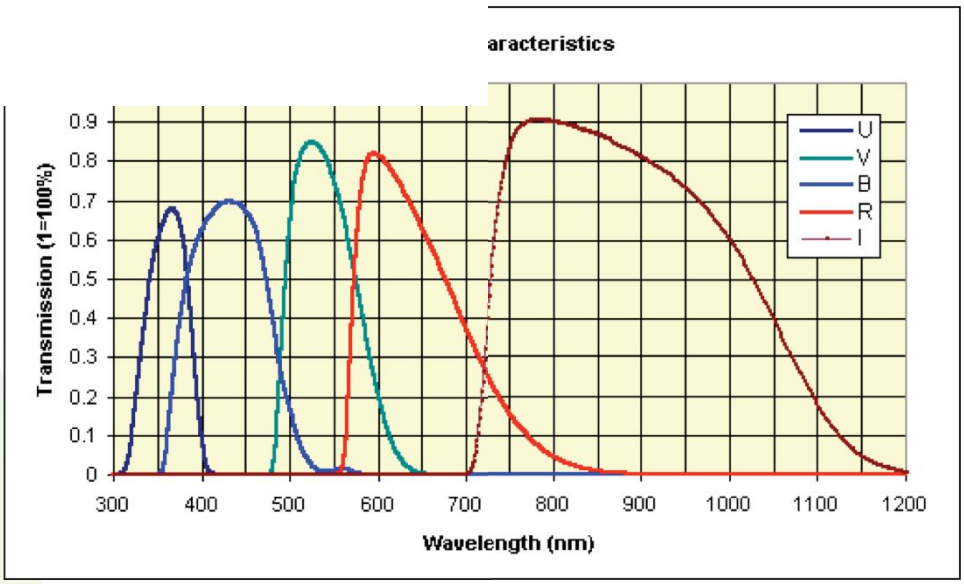
" N'ayez d'intolérance que vis-à-vis de l'intolérance "

Hippolyte Taine


Beta_Pic
Planet?

Filtres absorbants:
cf. sytème UBVRI



10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.1 Filtres:

Il s'agit du procédé d'analyse de la lumière le plus sommaire qui existe. Différents types de filtres sont utilisés.

10.1.1.1 Filtres absorbants: Certaines substances moléculaires présentent des bandes d'absorption assez marquées. Elles permettent de réaliser des filtres à large bande passante (~ 1000 Å). Certains ont été standardisés, c'est-à-dire que leurs facteurs de transmission monochromatique t(λ) ont été définis. Un exemple est la série de Johnson des filtres U, B, V, R, I dont les bandes passantes sont centrées sur les longueurs d'onde suivantes: 3600 Å (U), 4500 Å (B), 5550 Å (V), 6700 Å (R) et 8700 Å (I). Ce système a déjà été décrit au tout début du cours. Les filtres à larges bandes passantes sont surtout utilisés pour l'imagerie directe d'objets faibles avec de grands télescopes (au sol et dans l'espace).

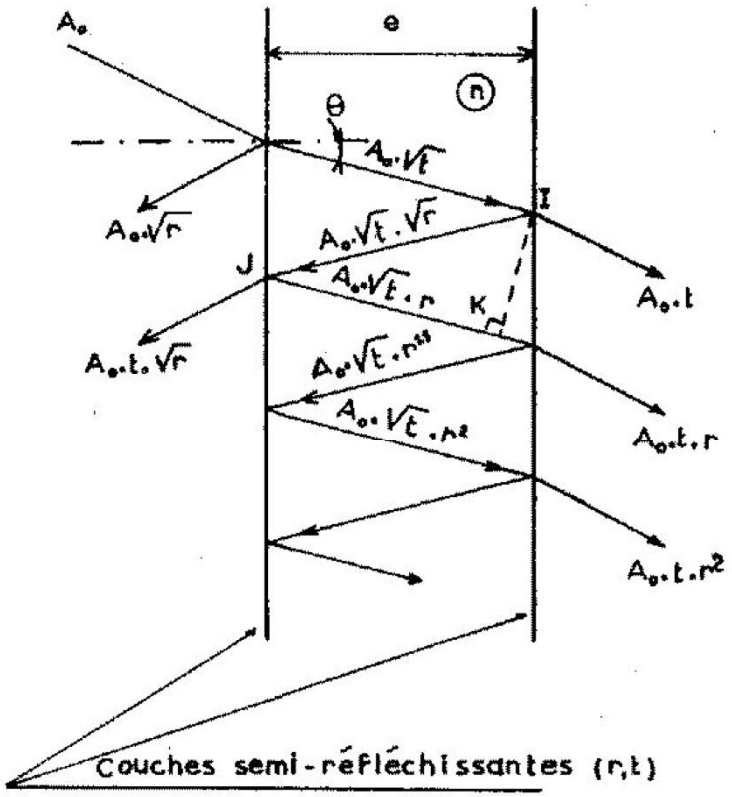
$$A = \sum_{p=0}^{\infty} t\ A_0 \left(r\ \exp\left(-i\phi\right)\right)^p$$

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.1 Filtres

Schéma de principe du filtre interférentiel (cf. Fabry-Pérot)



10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.1 Filtres:

10.1.1.2 Filtres interférentiels (i.e. à bande passante très étroite):

Considérons l'association de deux couches planes parallèles semi-réfléchissantes de facteurs de réflexion r et de transmission t, séparées par un milieu d'indice n et d'épaisseur e (voir Fig. ci-dessus). C'est le principe de l'interféromètre de Pérot-Fabry.

Une onde plane monochromatique d'amplitude A_0 pénètre dans ce dispositif avec l'inclinaison θ. Du fait des réflexions multiples, l'onde transmise aura une amplitude A:

, (10.1.1)

$$A = \sum_{p=0}^{\infty} t\ A_0 \left(r\ \exp\left(-i\phi\right)\right)^p$$

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique; **10.1.1 Filtres**

$$A = \sum_{p=0}^{\infty} t\ A_0 \left(r\ \exp\left(-i\phi\right)\right)^p \qquad (10.1.1)$$

$$A = \frac{A_0 t}{1 - r\ \exp(-i\phi)} \quad et \quad I = \frac{I_0 t^2}{\left(1-r\right)^2 + 4r\sin^2\left(\phi/2\right)} \qquad (10.1.2)$$

$$\phi = \frac{4\pi\ n\ e}{\lambda}\ \cos\left(\theta\right) \qquad (10.1.3)$$

$$\phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \qquad \text{et} \qquad (10.1.4)$$

$$\delta = n\left(d\left(I,J\right) + d\left(J,K\right)\right) = n\left[\frac{e}{\cos\left(\theta\right)} + \frac{e\cos\left(2\theta\right)}{\cos\left(\theta\right)}\right] = 2n\ e\ \cos\left(\theta\right) \qquad (10.1.5)$$

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.1 Filtres; 10.1.1.2 Filtres interférentiels:

et donc (vu le développement en série de Taylor de 1 / (1 - x))

$$A = \frac{A_0 t}{1 - r\ \exp(-i\phi)} \quad et \quad I = AA^* = \frac{I_0 t^2}{\left(1-r\right)^2 + 4r\sin^2\left(\phi'/2\right)} \qquad (10.1.2)$$

avec $\phi = 4\pi\ n\ e\ \cos(\theta) / \lambda$. (10.1.3)

En effet,

$\phi = 2\pi\ \delta / \lambda$ et (10.1.4)

$$\delta = n\left(d\left(I,J\right) + d\left(J,K\right)\right) = n\left[\frac{e}{\cos\left(\theta\right)} + \frac{e\cos\left(2\theta\right)}{\cos\left(\theta\right)}\right] = 2n\ e\ \cos\left(\theta\right) \qquad (10.1.5)$$

Le facteur de transmission $T = I / I_0$ du filtre en fonction de ϕ est représenté à la figure suivante. Le rapport W entre la distance de deux bandes de transmission et la largeur à mi-hauteur de ces bandes, appelé finesse, s'obtient à partir de la formule (10.1.2). Il est égal à

$W = \pi\ r^{1/2} / (1 - r)$. (10.1.6)

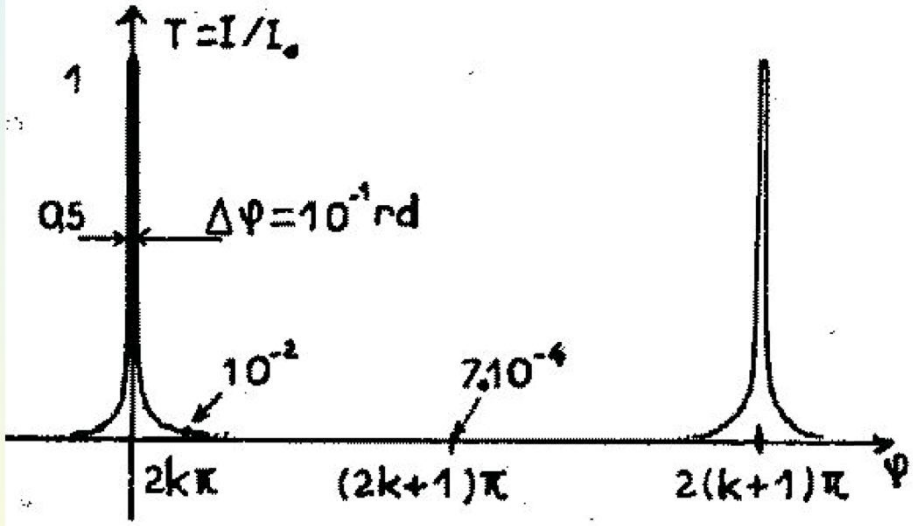
Pour r = 0,95, on trouve que W ~ 61. Les bandes sont bien séparées et la superposition d'un filtre à bande passante beaucoup plus large permet d'en isoler une seule. Les centres des bandes passantes sont donnés par $\phi = 2k\ \pi$, c'est-à-dire pour

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique; **10.1.1 Filtres**

$$W = \pi r^{1/2} / (1 - r). \qquad (10.1.6)$$

$$\lambda = 2 n e \cos(\theta) / k. \qquad (10.1.6.b)$$



Transmission du filtre interférentiel; le graphe est à échelle (calculé à partir de l'Eq. (10.1.2) avec r = 0,95 et t = 0,05. Dans la pratique r+t=1-a < 1 et $T_{max} < 1$.

10 Analyse de la lumière; 10.1 Domaine optique

10.1.1 Filtres; 10.1.1.2 Filtres interférentiels:

avec k (typiquement entre 10^3 et 10^5) $\in$ **N**. On peut donc déplacer les bandes en inclinant le filtre. La dispersion du Fabry-Perot s'obtient en différenciant l'équation précédente

$$k \, d\lambda / d\theta = 2 n e \sin(\theta). \qquad (10.1.6.c)$$

Pour des petites valeurs de θ, nous obtenons

$$d\theta / d\lambda \sim 1 / (\lambda \theta). \qquad (10.1.6.d)$$

La dispersion angulaire est indépendente de e et devient en fait infinie pour $\theta = 0$. On trouve ainsi que la dispersion linéaire réciproque à 1 mm du centre, pour une longueur d'onde $\lambda = 5000$ Å, une focale de 50 cm (donc $\theta = 0{,}1 / 50$) vaut environ 0,02 Å / mm. Une telle dispersion est pour ainsi dire imbattable! L'ordre k pour un Fabry-Perot est de un à trois ordres de magnitude plus élevé que pour un réseau à échelle et le problème de recouvrement des ordres est très sérieux pour ce type d'instrument. Pour e = 1 cm et $\lambda = 5000$ Å, $k = 4\ 10^4$, et le 40 000 ème ordre de 5000 Å coïncide avec le 40 001ème de 4999,88 Å, c'est-à-dire que l'intervalle spectral libre est réduit à 0,12 Å seulement. Pour séparer de tels ordres, on utilise donc très souvent le Fabry-Perot avec un autre prédisperseur de lumière (cf. prisme, réseau, etc.).

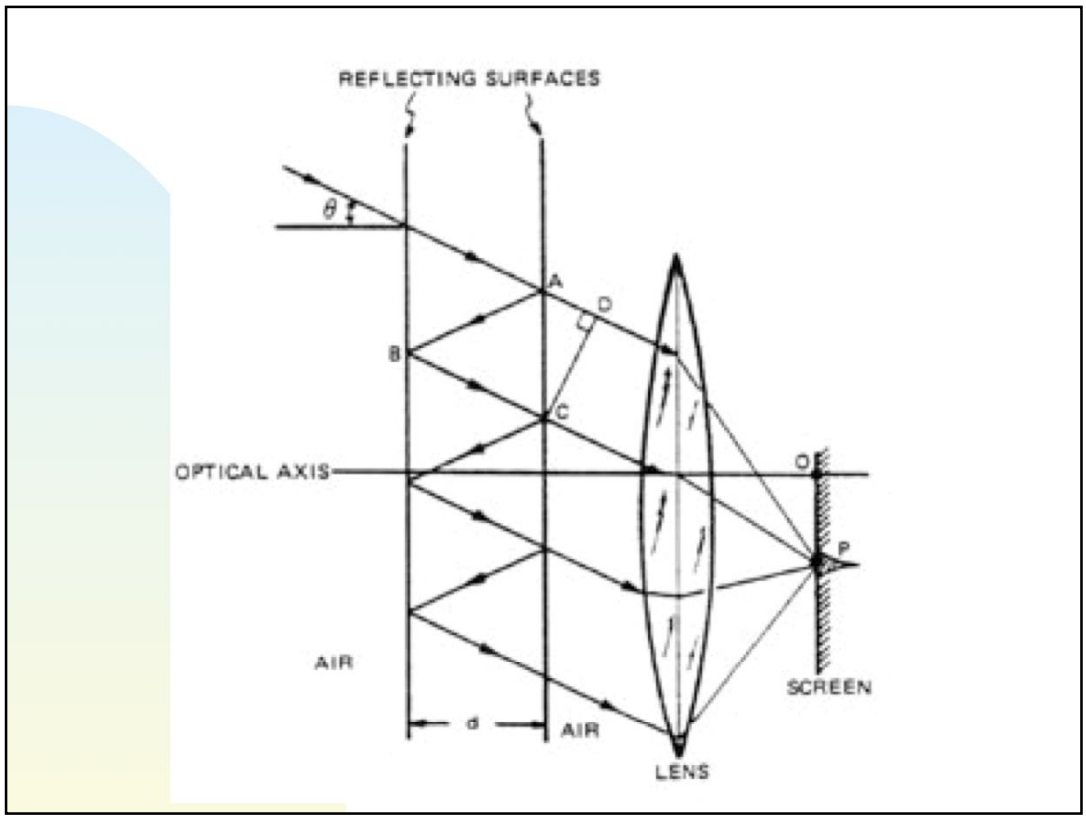
Les couches semi-réfléchissantes sont réalisées avec des dépôts métalliques ou avec des empilements de lames minces transparentes bas indice, haut indice alternées. Dans ce dernier cas, leur principe de fonctionnement est similaire à celui du filtre lui-même. La largeur des bandes passantes est essentiellement fonction de l'épaisseur du filtre et peut donc être aussi faible qu'on le désire. Pour plus d'information, voir Thorne (1974, Spectrophysics, pp172-189).

Dispersion du Fabry-Pérot:

$\lambda = 2\ n\ e\ \cos(\theta) / k,$ (10.1.6.b)

$k\ d\lambda / d\theta = 2\ n\ e\ \sin(\theta),$ (10.1.6.c)

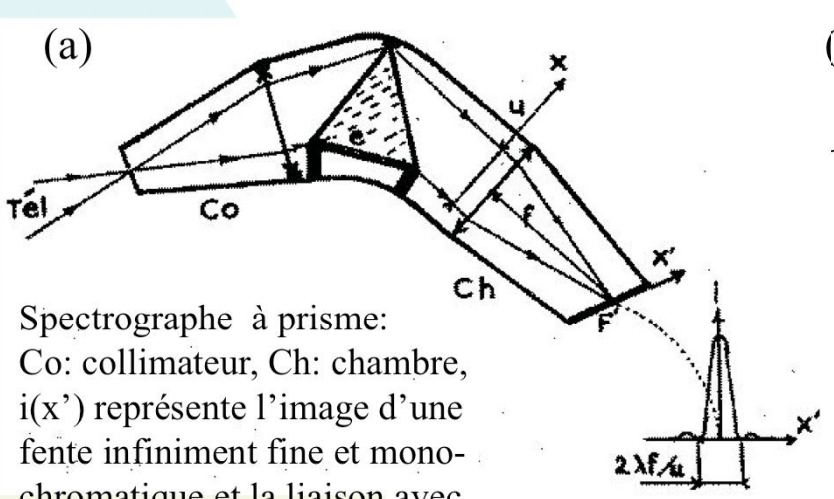
$d\theta / d\lambda \sim 1 / (\lambda\ \theta).$ (10.1.6.d)


REFLECTING SURFACES
θ
A
D
B
C
OPTICAL AXIS
O
P
AIR
SCREEN
d
AIR
LENS

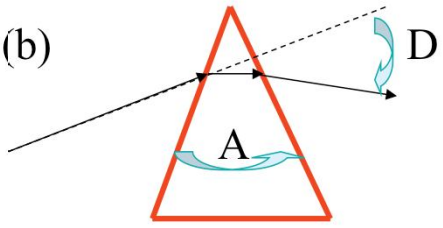
10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.2 Spectrographe à prisme



Spectrographe à prisme: Co: collimateur, Ch: chambre, i(x') représente l'image d'une fente infiniment fine et monochromatique et la liaison avec la largeur u du faisceau à la sortie du prisme.



Déviation D d'un rayon lumineux traversant un prisme dont l'angle au sommet est A.

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.2 Spectrographe à prisme:

Le fonctionnement du spectrographe à prisme (désormais peu utilisé) est illustré dans la figure (a) ci-dessus. La dispersion de la lumière par le prisme a son origine dans le fait que l'indice de réfraction d'un milieu transparent dépend de la longueur d'onde λ et ce d'autant plus que l'on est proche d'une bande d'absorption: $n = n(\lambda)$. Pour une longueur d'onde λ donnée, le minimum de l'angle de déviation D d'un prisme est obtenu au moyen de la relation suivante

$$n(\lambda) = \frac{\sin((A+D)/2)}{\sin(A/2)} \quad , \qquad (10.1.14)$$

où $A \sim e / u$ (cf. Fig. (b)), (10.1.15)

représente l'angle du prisme, e l'épaisseur de sa base et u la largeur du faisceau émergent (le prisme étant placé dans les conditions du minimum de déviation). Pour le cas des petits angles, l'équation (10.1.14) peut être réécrite comme suit:

$$n(\lambda) \approx \frac{(A+D)/2}{A/2} = \frac{A+D}{A} \qquad (10.1.16)$$

d'où on peut déduire

$D = A(n - 1) \sim (n - 1)\, e / u$, (10.1.17)

et finalement le résultat recherché

$$\frac{dD}{d\lambda} = \frac{e}{u}\frac{dn}{d\lambda} \qquad (10.1.18)$$

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.2 Spectrographe à prisme

$$n(\lambda) = \frac{\sin\left((A+D)/2\right)}{\sin\left(A/2\right)}, \quad (10.1.14)$$

A ~ e / u, (10.1.15)

$$n(\lambda) \approx \frac{(A+D)/2}{A/2} = \frac{A+D}{A}, \quad (10.1.16)$$

$$D = A\left(n-1\right) : \left(n-1\right)\frac{e}{u}, \quad (10.1.17)$$

$$\frac{dD}{d\lambda} = \frac{e}{u}\frac{dn}{d\lambda}, \quad (10.1.18)$$

$$\Delta D : \left(\frac{\partial D}{\partial \lambda}\right)\Delta\lambda \geq \frac{\lambda}{u} \quad (10.1.19)$$

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} \leq e\left(\frac{\partial n}{\partial \lambda}\right) \quad (10.1.20)$$

$$R = e\left(\frac{\partial n}{\partial \lambda}\right) \quad (10.1.21)$$

10 Analyse de la lumière; 10.1 Domaine optique

10.1.2 Spectrographe à prisme:

Si la fente d'entrée du spectrographe est infiniment fine et est éclairée par une radiation monochromatique, son image sera la réponse impulsionnelle de l'instrument. Nous restreignons notre étude à la dimension orthogonale à la fente car les phénomènes de diffraction selon la longueur de la fente ont une importance négligeable (cf. étude du spectrographe à réseau).

La répartition d'éclairement dans le plan focal sera obtenue par la $|T.F.|^2$ d'une fonction rectangle de largeur u. Ce même type de calcul a été fait à la section (9.1). Il conduit à une réponse impulsionnelle dont la tache centrale a pour largeur angulaire $2\lambda / u$.

La séparation directe de deux raies d'intensités voisines n'interviendra donc que si

$\Delta D \sim (\partial D / \partial\lambda)\, \Delta\lambda \geq \lambda / u$, (10.1.19)

ou

$\lambda / \Delta\lambda \leq e\, (\partial n / \partial\lambda)$. (10.1.20)

Cette limite du rapport $\lambda / \Delta\lambda$ est appelée pouvoir de résolution R

$R = e\, (\partial n / \partial\lambda)$. (10.1.21)

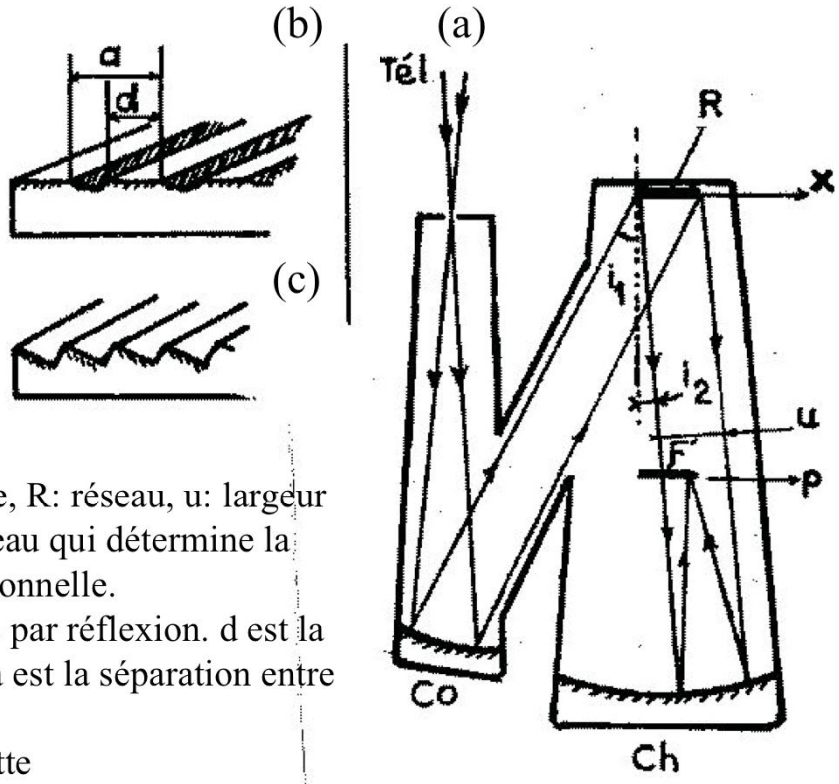
Il peut atteindre 50 000.

Les performances effectives des spectrographes à prismes sont inférieures à celles des spectrographes à réseau. Pour atteindre des pouvoirs séparateurs élevés, il faut un train de 2 ou 3 prismes, et l'absorption par le verre devient importante (surtout dans le violet). Ils sont de plus limités en bande passante et leur dispersion $\partial D / \partial\lambda$ varie beaucoup en fonction de λ.

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.3 Spectro-graphe à réseau



(a) Spectrographe à réseau:
Co: collimateur, Ch: chambre, R: réseau, u: largeur du faisceau à la sortie du réseau qui détermine la largeur de la réponse impulsionnelle.
(b) Détail d'un réseau simple par réflexion. d est la largeur d'un trait de réseau; a est la séparation entre deux traits successifs.
(c) Détail d'un réseau échelette

10 Analyse de la lumière; 10.1 Domaine optique

10.1.3 Spectrographe à réseau:

La figure (a) ci-dessus montre un des schémas possibles d'un spectrographe à réseau.

Considérons tout d'abord le cas d'un réseau simple par réflexion (cf. Fig. (b)). Les N traits du réseau sont parallèles à la fente d'entrée du spectrographe. La fente est supposée infiniment fine et le rayonnement monochromatique.

La distribution pupillaire du miroir M de la chambre correspondant aux rayonnements issus du centre de la fente d'entrée et réfléchis par le réseau peut s'écrire (cf. Eqs. (9.1.5.7) et (9.3.18), la fonction porte ou fenêtre Rect(x) étant équivalente à la fonction $\Pi(x)$ utilisée auparavant))

$$P_0(x,y) = \mathrm{Rect}\left[\frac{y}{L'}\right] \sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{Rect}\left[\frac{x+(N-1)\frac{a}{2}-na}{d}\right] \exp\left(\frac{-2i\pi x \sin(i_1)}{\lambda}\right) \qquad (10.1.22)$$

Dans le plan focal de la chambre, la réponse impulsionnelle vaut $h_0(p,q) = \mathrm{T.F.}(P_0(x,y))$

$$h_0(p,q) = h_0(q)\int_R \sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{Rect}\left[\frac{x+(N-1)\frac{a}{2}-na}{d}\right] \exp\left(\frac{-2i\pi x \sin(i_1)}{\lambda}\right) \exp(-2i\pi px)dx \qquad (10.1.23)$$

Au moyen de la relation suivante

$p = x' / (\lambda f) = \sin(i_2) / \lambda,$ (10.1.24)

et en posant

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique; **10.1.3 Spectrographe à réseau**

$$P_0(x,y) = \mathrm{Rect}\left[\frac{y}{L'}\right] \sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{Rect}\left[\frac{x+(N-1)\frac{a}{2}-na}{d}\right] \exp\left(\frac{-2i\pi x \sin(i_1)}{\lambda}\right), \quad (10.1.22)$$

$$h_0(p,q) = h_0(q)\int_R \sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{Rect}\left[\frac{x+(N-1)\frac{a}{2}-na}{d}\right] \exp\left(\frac{-2i\pi x \sin(i_1)}{\lambda}\right) \exp(-2i\pi px)dx \quad (10.1.23)$$

$$p = \frac{x'}{\lambda f} = \frac{\sin(i_2)}{\lambda}, \quad (10.1.24)$$

$$\mu = \frac{\sin(i_1)+\sin(i_2)}{\lambda}, \quad (10.1.25)$$

$$h_0(\mu,q) = h_0(q)\int_R \sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{Rect}\left[\frac{x+(N-1)\frac{a}{2}-na}{d}\right] \exp(-2i\pi x\mu)dx \quad (10.1.26)$$

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.3 Spectrographe à réseau:

$\mu = (\sin(i_1) + \sin(i_2)) / \lambda$, (10.1.25)

nous pouvons réécrire (10.1.23) comme suit

$$h_0(\mu,q) = h_0(q)\int_R \sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{Rect}\left[\frac{x+(N-1)\frac{a}{2}-na}{d}\right] \exp(-2i\pi x\mu)dx \quad (10.1.26)$$

soit encore

$$h_0(\mu,q) = h_0(q)TF_\left[\sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{Rect}\left[\frac{x+(N-1)\frac{a}{2}-na}{d}\right]\right](\mu) \quad (10.1.27)$$

et finalement, suivant la même procédure que pour le cas d'un bras unique d'interféromètre composé de N radio-télescopes (voir Eqs. (9.3.18) (9.3.27)),

$$h_0(\mu,q) = h_0(q)\ \ d\ \left(\frac{\sin(\pi\mu d)}{\pi\mu d}\right)\left(\frac{\sin(N\pi\mu a)}{\sin(\pi\mu a)}\right) \quad (10.1.28)$$

La réponse impulsionnelle en intensité s'obtient immédiatement

$$|h_0(\mu,q)|^2 = |h_0(q)|^2 d^2\left(\frac{\sin(\pi\mu d)}{\pi\mu d}\right)^2\left(\frac{\sin(N\pi\mu a)}{\sin(\pi\mu a)}\right)^2 \quad (10.1.29)$$

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique; 10.1.3 Spectrographe à réseau

$$h_0(\mu,q) = h_0(q)TF_\left[\sum_{n=0}^{N-1}\mathrm{Rect}\left[\frac{x+(N-1)\frac{a}{2}-na}{d}\right]\right](\mu), \qquad (10.1.27)$$

$$h_0(\mu,q) = h_0(q)\ \ d\ \left(\frac{\sin(\pi\mu d)}{\pi\mu d}\right)\left(\frac{\sin(N\pi\mu a)}{\sin(\pi\mu a)}\right). \qquad (10.1.28)$$

$$\left|h_0(\mu,q)\right|^2 = \left|h_0(q)\right|^2 d^2\left(\frac{\sin(\pi\mu d)}{\pi\mu d}\right)^2\left(\frac{\sin(N\pi\mu a)}{\sin(\pi\mu a)}\right)^2, \qquad (10.1.29)$$

$$\left|h_0(\mu)\right|^2 = d^2\left(\frac{\sin(\pi\mu d)}{\pi\mu d}\right)^2\left(\frac{\sin(N\pi\mu a)}{\sin(\pi\mu a)}\right)^2 \qquad (10.1.30)$$

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.3 Spectrographe à réseau:

Pour obtenir la réponse impulsionnelle correspondant à la totalité de la fente (de longueur L'), il y aurait lieu d'effectuer une convolution (selon la variable q) entre $|h_0(q)|^2$ et l'image F(q) de la fente. Dans le cas général, la longueur L' est suffisamment grande pour que la structure de $|h_0(q)|^2$ soit de dimension faible par rapport à celle de F(q). $|h_0(q)|^2$ est ainsi représentable par $\delta(q)$ (fonction de Dirac) et l'on retrouve approximativement, selon la dimension q, l'image géométrique de la fente. Dans la suite, nous n'allons plus considérer que $|h_0(\mu)|^2$ qui est représentée à la figure (a) suivante. On peut la rapprocher de $|h_0(p)|^2$ pour le cas d'un radio-interféromètre (voir cours précédent). Nous avons donc

$$\left|h_0(\mu)\right|^2 = d^2\left(\frac{\sin(\pi\mu d)}{\pi\mu d}\right)^2\left(\frac{\sin(N\pi\mu a)}{\sin(\pi\mu a)}\right)^2 \qquad (10.1.30)$$

Le second facteur représente la réponse impulsionnelle d'une seule facette et module le troisième. Les maxima sont atteints pour

$\mu = k / a$ ou $\sin(i_1) + \sin(i_2) = k\,\lambda / a$, (10.1.31)

avec $k \in \mathbf{N}$.

La largeur de ces maxima $\Delta\mu$ est telle que $\Delta(N\pi\mu a) = 2\pi$, c'est-à-dire

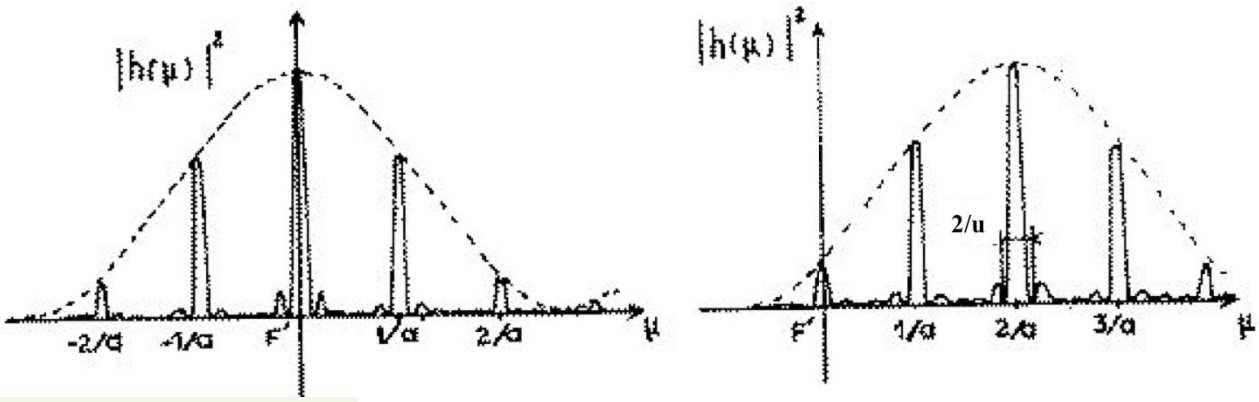
$\Delta\mu = 2 / (N\,a) = 2 / u$, (10.1.32)

où u représente la largeur du réseau.

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique; **10.1.3 Spectrographe à réseau**

(a) (b)



Réponses impulsionnelles du spectrographe à réseau normal (a) et échelette (b). Ces graphes ne sont pas à l'échelle; les pics sont en réalité 10^4 ou 10^5 fois plus étroits que leurs espacements.

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.3 Spectrographe à réseau:

Le facteur $\sin(i_1)$ apparaissant dans l'équation (10.1.25) étant constant et le facteur $\sin(i_2)$ étant en général petit, la différentiation de cette dernière équation conduit à

$\Delta\mu = \Delta i_2 / \lambda.$ (10.1.33)

Combinant (10.1.32) et (10.1.33), nous trouvons donc que la largeur angulaire des raies

$\Delta i_2 = 2\,\lambda / u,$ (10.1.34)

a la dimension caractéristique de la tache d'Airy.

De même, que pour le spectrographe à prisme, la condition de séparation directe s'écrira (différentier (10.1.31) et tenir compte de (10.1.34))

$\Delta i_2 = k\,\Delta\lambda / a \geq \lambda / u = \lambda / (N\,a).$ (10.1.35)

Le pouvoir de résolution spectrale, qui est la borne supérieure du rapport $\lambda / \Delta\lambda$ vaut donc

$R = k\,N,$ (10.1.36)

où k est appelé l'ordre du spectre. Le pouvoir de résolution spectrale peut atteindre $2\ 10^6$ (i.e. pour des valeurs de k élevées).

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique; **10.1.3 Spectrographe à réseau**

$$\mu = \frac{k}{a} \quad \text{ou} \quad \sin(i_1) + \sin(i_2) = k\frac{\lambda}{a} \quad , \qquad (10.1.31)$$

$$\Delta\mu = 2 / (N\ a) = 2 / u, \qquad (10.1.32)$$

$$\Delta\mu = \Delta i_2 / \lambda, \qquad (10.1.33)$$

$$\Delta i_2 = 2\ \lambda / u. \qquad (10.1.34)$$

$$\Delta i_2 = k\ \Delta\lambda / a \geq \lambda / u = \lambda / (N\ a), \qquad (10.1.35)$$

$$R = k\ N. \qquad (10.1.36)$$

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.3 Spectrographe à réseau:

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.4 Remarques relatives aux spectrographes:

- 10.1.4.1 Fonction d'appareil:

$$F(p) = (1 / \varepsilon)\, \mathrm{Rect}(p / \varepsilon), \qquad (10.1.37)$$

$$\varepsilon = \Delta x' / (\lambda f). \qquad (10.1.38)$$

$$A(p) = |h_0(p)|^2 * F(p), \qquad (10.1.39)$$

$$\mu = \sin(i_1) / \lambda + p. \qquad (10.1.40)$$

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.4 Remarques relatives aux spectrographes

10.1.4.1 Fonction d'appareil:

Dans la pratique, la fente d'entrée d'un spectrographe n'est jamais infiniment fine (surtout lors d'observations astronomiques) et le rayonnement incident n'est jamais strictement monochromatique.

Considérons d'abord l'influence de la fente d'entrée. La fonction fente peut être représentée par

$F(p) = (1 / \varepsilon)\, \mathrm{Rect}(p / \varepsilon)$, (10.1.37)

avec

$\varepsilon = \Delta x' / (\lambda f)$, (10.1.38)

$\Delta x'$ représentant la largeur de l'image géométrique de la fente.

En appliquant le théorème de convolution, on obtient la réponse du spectrographe à une radiation monochromatique

$A(p) = |h_0(p)|^2 * F(p)$. (10.1.39)

$A(p)$ est appelée fonction d'appareil. $h_0(p)$ s'obtient à partir de $h_0(\mu)$ par la relation

$\mu = \sin(i_1) / \lambda + p$, (10.1.40)

en remarquant que la quantité $\sin(i_1) / \lambda$ peut être considérée comme constante sur la largeur d'un pic de la réponse impulsionnelle.

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.4 Remarques relatives aux spectrographes:

- 10.1.4.2 Réponse des spectrographes:

$$e(p) = \int_R E''(r)A(p-r)dr = E''(p) * A(p). \qquad (10.1.41)$$

$$e(p) = E''(p) * A(p) = E''(p) * |h(p)|^2 * F(p) \qquad (10.1.42)$$

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.4 Remarques relatives aux spectrographes

10.1.4.2 Réponse des spectrographes:

Si le rayonnement incident n'est pas monochromatique, l'éclairement du système dispersif peut être représenté par E'(λ). Le spectrographe réalisant une (ou plusieurs) bijection(s) entre λ et p, cet éclairement peut tout aussi bien être représenté par E''(p).

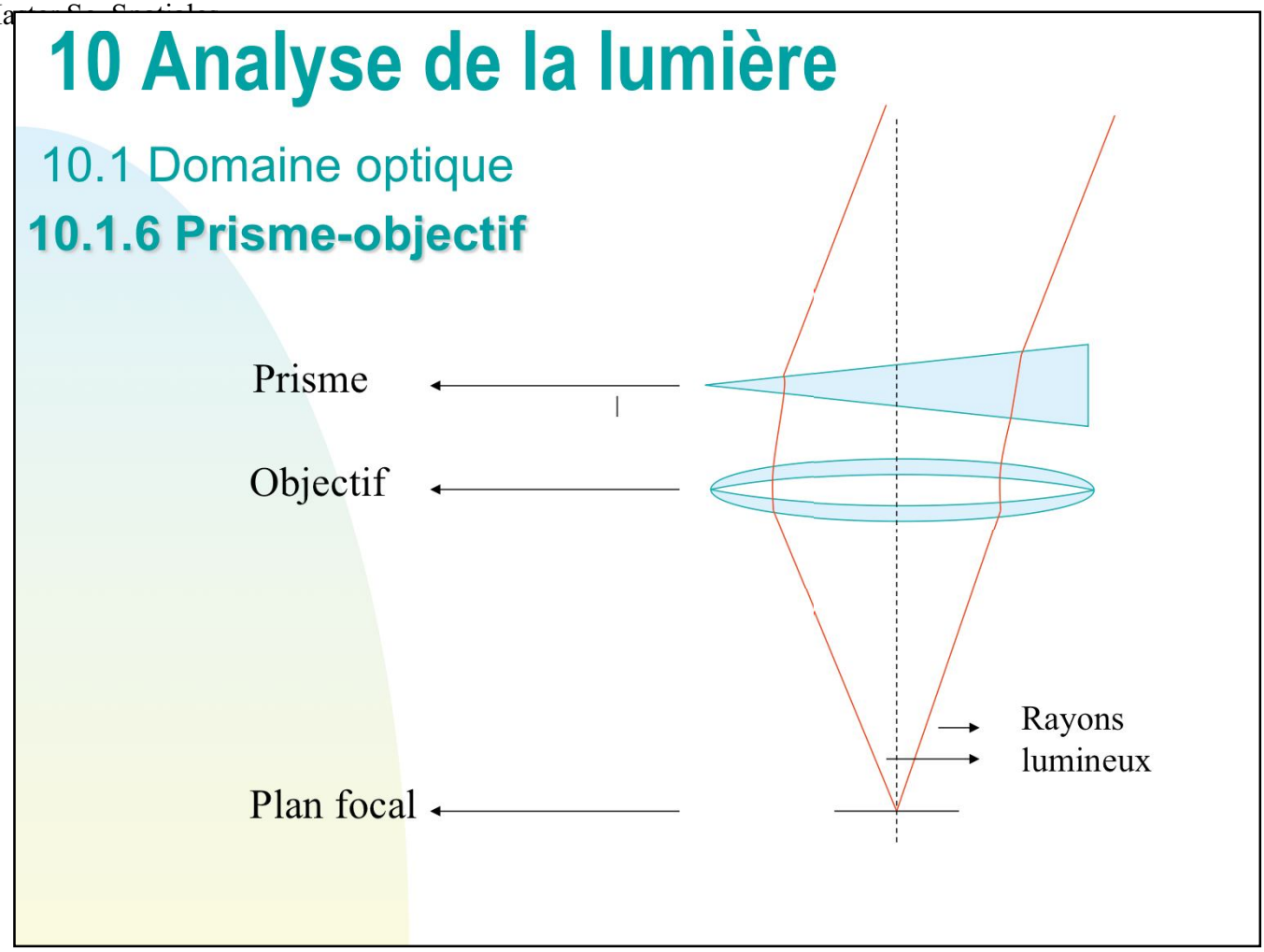
E''(r) causera au point p du plan focal la réponse E''(r) A(p-r). L'éclairement dans le plan focal, en p, sera la résultante

$$e(p) = \int_R E''(r)A(p-r)dr = E''(p) * A(p) \qquad (10.1.41)$$

Ici encore, nous avons sommé les éclairements (intensités) car les différentes composantes de la décomposition spectrale E''(p) de l'éclairement énergétique du réseau sont supposées incohérentes. Le résultat précédent peut être énoncé comme théorème: *La réponse d'un spectrographe est le produit de convolution du spectre incident par la fonction d'appareil*.

Remarquons que l'associativité du produit de convolution permet d'écrire

$$e(p) = E''(p) * A(p) = E''(p) * |h(p)|^2 * F(p) \qquad (10.1.42)$$



10 Analyse de la lumière; 10.1 Domaine optique

10.1.6 Prisme-objectif:

Le plus simple des spectrographes sans fente est le prisme-objectif, constitué par un prisme d'angle faible (1 à 10°), qui reçoit sous une incidence correspondant à peu près au minimum de déviation, le faisceau de rayons parallèles provenant d'une étoile, et par un objectif (généralement de type Schmidt) qui donne un spectre de l'étoile dans son plan focal (cf. fig. ci-dessus). C'est en somme un spectrographe dont on a supprimé la fente d'entrée et le collimateur, organes qui ne sont pas nécessaires puisque l'étoile est une source ponctuelle à l'infini (définissant sa propre fente) et que le faisceau incident est composé de rayons parallèles. Un montage analogue peut être réalisé à l'aide d'un réseau par transmission (*grating* en anglais) et un prisme; l'instrument combiné s'appelle dans ce cas un grisme-objectif.

Pour obtenir une dispersion donnée, on dispose de deux paramètres: l'angle du prisme et la distance focale de l'objectif. Si l'objectif est de grande dimension, l'angle du prisme est forcément réduit, sans quoi il absorberait trop de lumière.

De tels prismes objectifs permettent d'obtenir, en une seule pose, des spectres de toutes les étoiles (quasars y compris) du champ simultanément, pour autant bien sûr que leur éclat soit suffisamment élevé.

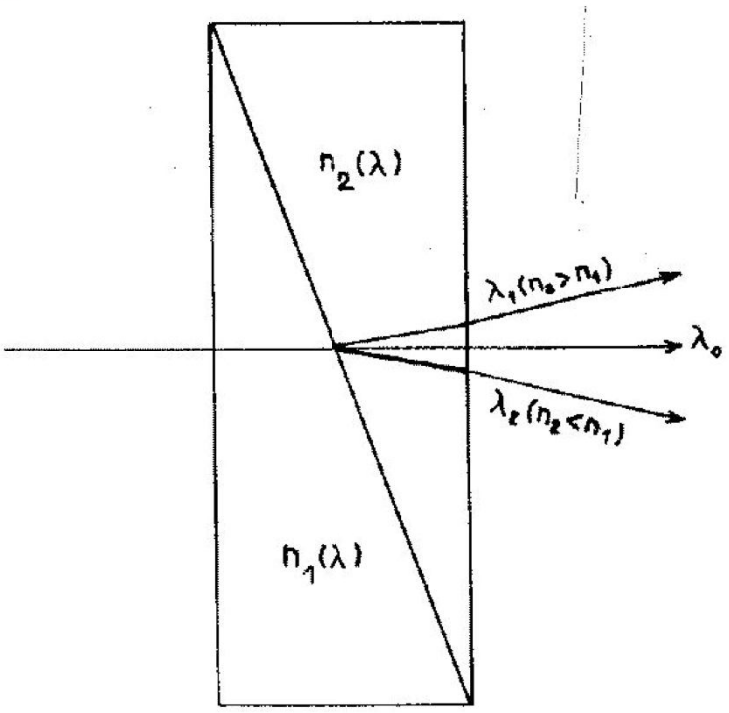
Aucune fraction de lumière n'est perdue, alors que dans le cas des spectrographes à fente, seulement 20 à 30% de la lumière de l'étoile arrive sur l'élément dispersif. Toutefois, l'Eq. (10.1.21) oblige, la dispersion est généralement faible (quelques centaines d'Å/mm). De plus, la définition des raies dépend de la qualité des images des étoiles au moment des observations.

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.6 Prisme-objectif

Double prisme-objectif de Fehrenbach. La déviation est nulle pour la longueur d'onde λ_0.



10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.6 Prisme-objectif:

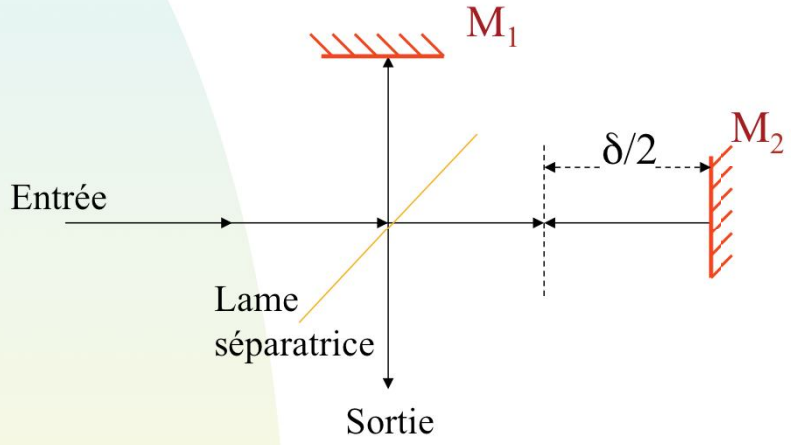
En principe, aucun spectre de comparaison ne peut être obtenu. Toutefois, Ch. Fehrenbach, ancien directeur de l'Observatoire de Haute-Provence, a trouvé une solution élégante à ce problème. Il a perfectionné ce montage par l'utilisation d'un double prisme (crown-flint). L'ensemble (Fig. ci-dessus) se comporte comme une lame à faces parallèles pour une longueur d'onde précise. Une rotation de 180° du double prisme permet de juxtaposer pour chaque étoile deux spectres enregistrés symétriques. La position du centre de symétrie repère la longueur d'onde de référence dans chaque spectre.

Les prismes objectifs servent aussi à donner des images monochromatiques d'objets étendus présentant des émissions discrètes (nébuleuses gazeuses, comètes, etc.). Les prismes objectifs sont souvent utilisés avec un télescope de Schmidt. Le télescope de Schmidt de l'Observatoire de Cointe possède un miroir de 60 cm de diamètre, ouvert à f/2, une lame de Schmidt de 40 cm, ce qui donne à la combinaison optique une ouverture f/3. Il est équipé d'un prisme-objectif de 7°, donnant une dispersion de l'ordre de 300 Å/mm à 4350 Å.

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.7 Spectrométrie par transformée de Fourier



Interféromètre de Michelson schématique

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.7 Spectrométrie par transformée de Fourier

Un interféromère à deux ondes (Michelson) permet de décomposer le rayonnement incident en deux faisceaux d'amplitudes égales et déphasées de ϕ ($\phi = 2\pi\,\delta / \lambda$, voir figure ci-dessus).

La vibration résultante $A(\phi)$ à la sortie de l'instrument peut ainsi se représenter par

$A(\phi) = A_1 \cos(\omega t) + A_1 \cos(\omega t + \phi) = 2\,A_1 \cos(\phi/2) \cos(\omega t + \phi/2)$. (10.1.44)

Son intensité vaut

$I(\phi) = 4\,I_1 \cos^2(\phi/2) = 4\,I_1 \cos^2(\pi\,\delta\,\nu')$, (10.1.45)

avec $\nu' = 1 / \lambda$.

Si le rayonnement incident n'est pas monochromatique, $I_1 = I_1(\nu')$ et

$$I(\delta) = 4\int_{R+} I_1(\nu')\cos^2(\pi\delta\nu')\,d\nu' \quad (10.1.46)$$

$$I(\delta) = 2\int_{R+} I_1(\nu')\,d\nu' + 2\int_{R+} I_1(\nu')\cos(2\pi\delta\nu')\,d\nu', \quad (10.1.47)$$

$$I(\delta) = 2I_1 + \mathrm{Re}\left(\int_R I_1'(\nu')\exp(-2i\pi\delta\nu')\,d\nu'\right), \quad (10.1.48)$$

l'intensité $I'_1(\nu')$ étant définie à partir de $I_1(\nu')$ comme suit:

$I'_1(\nu') = I_1(\nu')$ si $\nu' \geq 0$ et $I'_1(\nu') = I_1(-\nu')$ si $\nu' < 0$.

Cette prolongation symétrique du spectre permet d'obtenir

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.7 Spectrométrie par transformée de Fourier

$$A(\phi) = A_1 \cos(\omega t) + A_1 \cos(\omega t + \phi) \qquad (10.1.44)$$

$$= 2A_1 \cos(\phi/2)\cos(\omega t + \phi/2)$$

$$I(\phi) = 4I_1 \cos^2(\phi/2) = 4I_1 \cos^2(\pi\delta\nu') \qquad (10.1.45)$$

$$I(\delta) = 4\int_{R+} I_1(\nu')\cos^2(\pi\delta\nu')\,d\nu' \ , \qquad (10.1.46)$$

$$I(\delta) = 2\int_{R+} I_1(\nu')\,d\nu' + 2\int_{R+} I_1(\nu')\cos(2\pi\delta\nu')\,d\nu', \qquad (10.1.47)$$

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.7 Spectrométrie par transformée de Fourier

$I(\delta) = 2\ I_1 + \mathrm{Re}[\mathrm{T.F.}(I'_1(\nu'))]$. (10.1.49)

L'amplitude des franges, en fonction du retard introduit par l'instrument, est la T.F. du spectre, qu'il est possible de restituer par le calcul.

La spectrométrie par T.F. sert souvent à l'étude du profil des raies. Une raie centrée sur le nombre d'onde ν'_0 se représentera alors plutôt par $I'_1(\nu' - \nu'_0)$.

A l'aide de (9.2.2.5), on peut montrer que (10.1.49) peut s'écrire

$I(\delta) = 2\ I_1 + \cos(2\pi\ \nu'_0\ \delta)\ \mathrm{Re}[\mathrm{T.F.}(I'_1(\nu' - \nu'_0)]$. (10.1.50)

La T.F. du profil de raie, c'est-à-dire $\mathrm{T.F.}(I'_1(\nu' - \nu'_0)$, est alors donnée, non par les franges $I(\delta)$, c'est-à-dire $\cos(2\pi\ \nu'_0\ \delta)$, mais par leur enveloppe.

Tout ceci est à rapprocher du calcul développé à la section 9.3.2 pour les radio-interféromètres à deux éléments et le couplage optique de deux télescopes.

La spectroscopie par transformée de Fourier est particulièrement bien adaptée à l'observation de sources brillantes étendues (cf. les célèbres observations du Soleil au Jungfraujoch par l'équipe de L. Delbouille et G. Roland de l'ULg; plusieurs atlas de spectres solaires de très haute qualité ont été produits par ce groupe de chercheurs).

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.7 Spectrométrie par transformée de Fourier

$$I(\delta) = 2I_1 + \mathrm{Re}\left(\int_R I_1'(\nu')\exp(-2i\pi\delta\nu')\,d\nu'\right) \qquad (10.1.48)$$

avec
$$\begin{cases} I_1'(\nu') = I_1(\nu') & \text{si} \quad \nu' \geq 0 \\ I_1'(\nu') = I_1(-\nu') & \text{si} \quad \nu' < 0 \end{cases}$$

$$I(\delta) = 2I_1 + \mathrm{Re}\left[TF_\left(I_1'(\nu')\right)(\delta)\right] \qquad (10.1.49)$$

$$I(\delta) = 2I_1 + \cos(2\pi\nu_0'\delta)\,\mathrm{Re}\left[TF_\left(I_1'(\nu'-\nu_0')\right)\right] \qquad (10.1.50)$$

10 Analyse de la lumière

10.1 Domaine optique

10.1.7 Spectrométrie par transformée de Fourier